УДК 004.8:330.4

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭМЕРДЖЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ СИСТЕМНОГО ОБОБЩЕНИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Луценко Евгений Вениаминович
Доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор
Web of Science ResearcherID S-8667-2018
Scopus Author ID: 57188763047
РИНЦ SPIN-код: 9523-7101
prof.lutsenko@gmail.com, http://lc.kubagro.ru
https://www.researchgate.net/profile/Eugene_Lutsenko
Кубанский Государственный Аграрный университет имени И.Т.Трубилина, Краснодар, Россия

В статье в рамках программы системного обобщения математики предлагается формальный аппарат, расширяющий классическую теорию множеств на случай иерархически организованных систем, что особенно актуально для моделирования сложных экономических объектов (предприятия, отрасли, рынки, регионы). Показано, что классическая теория множеств является предельным случаем системной теории множеств (СТМ) при нулевом уровне системности (локальный коэффициент эмерджентности Хартли $\varphi \to 1$). Вводится базовое определение системы как иерархии подсистем, обобщаются 11 основных операций теории множеств (принадлежность, равенство, включение, объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение, декартово произведение, декартова степень, булеан). Для каждой операции строится системный аналог и доказывается принцип соответствия: при сведении системы к множеству все формулы переходят в классические. Центральное внимание уделяется операции объединения систем, порождающей системный (синергетический) эффект S – появление новых составных элементов из сочетаний элементов разных систем. Предложены абсолютная мера этого эффекта и обобщённый коэффициент эмерджентности, навзанный автором в честь Хартли. Особое значение для экономических приложений имеют: системное дополнение (антиэйдос) как формализация признаков, не характерных для класса объектов; системное

UDC 004.8:330.4

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

MATHEMATICAL MODELING OF EMERGENT EFFECTS IN ECONOMIC SYSTEMS USING A SYSTEM-THEORETIC GENERALIZATION OF SET THEORY

Lutsenko Evgeny Veniaminovich
Doctor of Economics, Candidate of Technical Sciences, Professor
Web of Science ResearcherID S-8667-2018
Scopus Author ID: 57188763047
RSCI SPIN code: 9523-7101
prof.lutsenko@gmail.com, http://lc.kubagro.ru
https://www.researchgate.net/profile/Eugene_Lutsenko
Kuban State Agrarian University named after I.T.Trubilin, Krasnodar, Russia

In the article, within the framework of the program of system generalization of mathematics, a formal apparatus is proposed that extends classical set theory to the case of hierarchically organized systems, which is especially relevant for modeling complex economic objects (enterprises, industries, markets, regions). It is shown that classical set theory is a limiting case of systemic set theory (SST) at a zero level of systemicity (Hartley's local emergent coefficient $\varphi \to 1$). A basic definition of a system as a hierarchy of subsystems is introduced, and 11 basic operations of set theory are generalized (membership, equality, inclusion, union, intersection, difference, symmetric difference, complement, Cartesian product, Cartesian power, Boolean algebra). For each operation, a system analogue is constructed, and the correspondence principle is proven: when a system is reduced to a set, all formulas turn into classical ones. Central attention is paid to the operation of combining systems, which generates a systemic (synergetic) effect S — the emergence of new composite elements from combinations of elements of different systems. An absolute measure of this effect and a generalized emergent coefficient, named by the author in honor of Hartley, are proposed. Of particular importance for economic applications are: systemic addition (anti-eidos) as the formalization of features that are not characteristic of a class of objects; a systemic Cartesian product represented by a matrix of cognitive functions, the elements of which are interpreted as a quantitative measure of the semantic relationship

декартово произведение, представляемое матрицей когнитивных функций, элементы которой интерпретируются как количественная мера семантической связи между признаками и классами и могут использоваться в задачах кластеризации, классификации и прогнозирования; системная степенная совокупность (эйдос-пространство), позволяющая вычислять информационные расстояния между объектами и их суммарную информативность по классам. Все результаты проиллюстрированы числовыми примерами, в том числе на экономически интерпретируемых данных. Каждая операция проиллюстрирована экономическим примером. Для экономических приложений получены формулы системного эффекта и обобщённого коэффициента эмерджентности для объединения систем с пересекающимися порождающими множествами; на модельном примере сопоставлен синергетический потенциал комплементарного и горизонтального слияний компаний; показано, что разность когнитивных функций признака для двух классов совпадает с весом доказательства (WoE), применяемым в кредитном скоринге и оценке риска банкротства. Результаты соответствуют направлениям исследований 1–4, 11 и 14 паспорта научной специальности 5.2.2 «Математические, статистические и инструментальные методы в экономике». Работа вносит вклад в развитие математического инструментария для анализа сложных социально-экономических систем, открывая возможности для количественной оценки эмерджентных свойств, синергетических эффектов слияний и поглощений, эффективности структурных преобразований и устойчивости иерархических организаций

Ключевые слова: СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИКИ, ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ, ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, ЭМЕРДЖЕНТНОСТЬ, КОЭФФИЦИЕНТ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ, СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ, СИНЕРГИЯ, СИСТЕМНАЯ ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ, КОГНИТИВНЫЕ ФУНКЦИИ, ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИКИ, ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ, ИЕРАРХИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ, СЛИЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ, ЭКОНОМИЯ ОТ РАЗНООБРАЗИЯ, СКОРИНГ, РИСК БАНКРОТСТВА, «ЭЙДОС», СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 5.2.2
КОДЫ JEL: C02, C38, C65, D83, G33, G34, L25

between features and classes and can be used in clustering, classification, and prediction tasks; a systemic power set (eidos space) that allows calculating information distances between objects and their total informativeness by class. All results are illustrated with numerical examples, including those based on economically interpretable data. Each operation is illustrated with an economic example. For economic applications, formulas for the systemic effect and the generalized emergent coefficient have been derived for combining systems with overlapping generating sets; using a model example, the synergistic potential of complementary and horizontal mergers of companies has been compared; it has been shown that the difference in the cognitive functions of a characteristic for two classes coincides with the weight of evidence (WoE) used in credit scoring and bankruptcy risk assessment. The results correspond to research areas 1–4, 11 and 14 of the passport of the scientific specialty 5.2.2 “Mathematical, statistical and instrumental methods in economics”. The work contributes to the development of mathematical tools for the analysis of complex socio-economic systems, opening up opportunities for the quantitative assessment of emergent properties, synergistic effects of mergers and acquisitions, the effectiveness of structural transformations and the stability of hierarchical organizations

Keywords: SYSTEMIC GENERALIZATION OF MATHEMATICS, SET THEORY, ECONOMIC SYSTEMS, EMERGENCE, HARTLEY’S EMERGENCE COEFFICIENT, SYSTEMIC EFFECT, SYNERGY, SYSTEMIC THEORY OF INFORMATION, COGNITIVE FUNCTIONS, DATA MINING, MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMICS, DECISION-MAKING, HIERARCHICAL STRUCTURES, MERGERS AND ACQUISITIONS, ECONOMIES OF DIVERSITY, SCORING, BANKRUPTCY RISK, “EIDOS”, SPECIALTY 5.2.2.
JEL codes: C02, C38, C65, D83, G33, G34, L25

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-222-017

1. Введение. Системное обобщение математики и задачи экономического моделирования

1.1. Актуальность и постановка проблемы

Современная экономика оперирует сложными иерархическими системами: холдинги, цепочки поставок, региональные кластеры, финансовые сети. Их ключевая особенность – эмерджентность, т.е. появление у целого свойств, отсутствующих у отдельных частей (синергия слияний, эффект масштаба, системные риски). Классическая теория множеств, лежащая в основе большинства математических моделей, не учитывает иерархию и внутренние связи элементов, что ограничивает её применимость.

Практическая значимость этой проблемы наиболее наглядно проявляется при подготовке сделок слияний и поглощений (M&A), создании холдингов, кластеров и интегрированных цепочек создания стоимости. Решение о таких структурных преобразованиях принимается до их осуществления, т.е. тогда, когда ожидаемый синергетический эффект ещё не отражён ни в финансовой отчётности, ни в рыночных котировках. Между тем применяемые в экономике количественные оценки синергии в основном являются апостериорными: они рассчитываются по реакции рынка на объявление сделки или по изменению показателей объединённой компании после её завершения [44, 45]. Для априорной (ex ante) оценки синергетического потенциала нужен математический аппарат, который позволяет по структуре объединяемых систем определить, какие новые составные элементы могут возникнуть при их объединении, и измерить этот эффект количественно.

Классическая теория множеств (КТМ) такого аппарата не содержит. Мощность объединения непересекающихся множеств в ней равна сумме

мощностей исходных множеств, т.е. эффект «целое больше суммы частей» исключён самим определением операции объединения. Поэтому модели, в которых экономическая система описывается как множество элементов, не отражают эмерджентность на уровне структуры системы, хотя именно она определяет экономический смысл интеграции [46, 27].

1.2. Степень разработанности проблемы

Ограничения КТМ преодолевались в нескольких направлениях. В теории нечётких множеств Л. Заде [47] бинарная функция принадлежности заменена функцией со значениями на отрезке [0,1], в теории приближённых множеств З. Павлака [48] множество описывается нижней и верхней аппроксимациями, порождаемыми отношением неразличимости, в теории мультимножеств [49] элемент может входить в множество многократно. Эти обобщения расширяют понятие принадлежности, но сохраняют «плоскую» структуру множества: составные элементы более высоких уровней иерархии в них не возникают, и мера эмерджентности не определена. В математической теории систем М. Месаровича и Я. Такахары [50] система определяется как отношение на декартовом произведении множеств, т.е. средствами самой КТМ; структура системы при этом описывается, но количественная мера новых свойств, возникающих при объединении систем, не вводится. Иерархичность как универсальное свойство сложных систем обоснована Г. Саймоном [51], несводимость свойств целого к свойствам частей – П. Андерсоном [52]; в синергетике Г. Хакена [53] эмерджентность исследуется как результат кооперативного поведения элементов, а П. Корнинг рассматривает эмерджентные явления как частный случай синергетических эффектов кооперативного взаимодействия [54]. Однако теоретико-множественного аппарата для подсчёта и измерения эмерджентных эффектов эти работы не дают.

В экономической науке эмерджентные эффекты изучаются прежде всего как синергия. И. Ансофф ввёл понятие синергии в стратегический менеджмент в форме «2 + 2 = 5» и выделил четыре её вида: синергию продаж, операционную, инвестиционную и управленческую [55]; С. Чаттерджи связал типы синергии (финансовую, коллюзивную и операционную) с источниками экономической ценности поглощений [56]. Эмпирические оценки синергии основаны на анализе реакции рынка на объявление сделок [44] и на декомпозиции прогнозов денежных потоков объединённых компаний [45], т.е. являются апостериорными. Теоретическое обоснование выигрыша от совместного производства дано в концепции экономии от разнообразия (economies of scope) [57, 58], а комбинаторный механизм экономического роста за счёт новых сочетаний существующих знаний – в модели рекомбинантного роста М. Вейцмана [59] и в теории экономической сложности, где продукты рассматриваются как сочетания производственных возможностей [60]. Общей формальной меры, которая позволяла бы для произвольных иерархических экономических систем подсчитать новые сочетания, возникающие при объединении, и соотнести их число с исходными системами, в этих работах не предложено.

Настоящая работа продолжает исследования автора по программной идее системного обобщения математики [13, 40] и системной теории информации (СТИ) [1, 19, 29]. В этих работах введены локальный и обобщённый коэффициенты эмерджентности Хартли [3, 5], коэффициент эмерджентности Шеннона [7] и информационная мера уровня системности с учётом взаимосвязи базовых элементов [30, 32], реализована операция объединения систем (булеанов) [4], исследовано влияние подсистем различных уровней иерархии на эмерджентные свойства системы [6], поставлены задачи системного обобщения теории множеств [15, 16] и

предложено его нечёткое обобщение [43]. Прикладные аспекты реализованы в автоматизированном системно-когнитивном анализе (АСК-анализе) и интеллектуальной системе «Эйдос» [1, 35], в том числе в экономических задачах, например, при оценке риска банкротства предприятий [33]. В данной статье эти результаты систематизированы в виде системных аналогов всех основных операций КТМ, дополнены формулами для объединения систем с пересекающимися порождающими множествами и конкретизированы применительно к задачам экономического анализа.

1.3. Цель, задачи, объект и предмет исследования

Цель исследования – разработка математического аппарата системной теории множеств, обеспечивающего количественную оценку эмерджентных (синергетических) эффектов в иерархически организованных экономических системах, и обоснование его применимости в задачах экономического анализа и принятия решений.

Для достижения цели решаются следующие **задачи**:

1. построить системные аналоги 11 основных операций КТМ и для каждого из них проверить выполнение принципа соответствия;
2. ввести количественные меры системного эффекта объединения систем, в том числе при пересекающихся порождающих множествах;
3. дать экономическую интерпретацию понятий и операций системной теории множеств и продемонстрировать её на модельных примерах оценки синергетического потенциала слияния компаний и риска банкротства предприятий;
4. сопоставить предложенный аппарат с известными обобщениями теории множеств, информационными мерами и экономическими подходами к оценке синергии.

Объект исследования – сложные иерархически организованные экономические системы (предприятия, холдинги, отрасли, рынки, регионы, кластеры) и процессы их интеграции и дезинтеграции (слияния, поглощения, выделение подразделений).

Предмет исследования – математические модели и методы количественного описания и оценки эмерджентных (синергетических) эффектов, возникающих при объединении, пересечении, разделении и сравнении экономических систем.

В данной работе предлагается **системное обобщение теории множеств (СТМ)**, которое:

1. вводит иерархическую структуру вместо плоского множества;
2. количественно измеряет уровень эмерджентности через коэффициент Хартли;
3. обобщает все основные операции, сохраняя принцип соответствия с классикой;
4. даёт инструменты для оценки системных эффектов при объединении, разделении и сравнении экономических систем.

1.4. Научная новизна и соответствие специальности 5.2.2

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. в систематическом виде построены системные аналоги 11 основных операций КТМ с проверкой принципа соответствия, образующие единый аппарат для описания структурных преобразований экономических систем (объединения, разделения, сравнения);
2. получены формулы абсолютного системного эффекта и обобщённого коэффициента эмерджентности для объединения систем с

пересекающимися порождающими множествами (формулы (39), (40)), позволяющие сравнивать синергетический потенциал комплементарных и горизонтальных слияний;

3. показано, что разность когнитивных функций признака для двух классов совпадает с весом доказательства (WoE), а разность суммарных информативностей объекта – с приращением логарифма отношения шансов (формулы (42), (43)), что связывает системную теорию множеств с общепринятыми скоринговыми моделями;

4. предложена экономическая интерпретация понятий системной теории множеств (базовый и составной элемент, системный эффект, антиподсистема, антиэйдос, эйдос-пространство) как инструментов анализа слияний и поглощений, реструктуризации, диагностики финансового состояния и кластеризации экономических объектов; для каждой из 11 операций приведён экономический пример.

Эти результаты могут быть использованы в рамках специальности **5.2.2** для:

- построения эконометрических моделей с учётом иерархии факторов;
- оценки синергии при M&A-сделках;
- анализа эффективности организационных структур;
- кластеризации регионов или предприятий по эмерджентным признакам;
- прогнозирования финансовых кризисов как потери системности.

По содержанию работа соответствует следующим направлениям исследований паспорта научной специальности 5.2.2 «Математические, статистические и инструментальные методы в экономике»:

- п. 1 «Теоретические и методологические вопросы применения математических, статистических, эконометрических и инструментальных методов в экономических исследованиях»;
- п. 2 «Типы и виды экономико-математических и эконометрических моделей, методология их использования для анализа экономических процессов, объектов и систем»;
- п. 3 «Разработка и развитие математических и эконометрических моделей анализа экономических процессов (в т.ч. в исторической перспективе) и их прогнозирования»;
- п. 4 «Разработка и развитие математических и компьютерных моделей и инструментов анализа и оптимизации процессов принятия решений в экономических системах»;
- п. 11 «Компьютерные методы и программы моделирования экономических процессов»;
- п. 14 «Эконометрические и статистические методы анализа данных, формирования и тестирования гипотез в экономических исследованиях. Эконометрическое и экономико-статистическое моделирование».

Конкретные результаты, относящиеся к каждому из этих направлений, указаны в разделе 4.5 (табл. 4).

2. Материалы и методы

2.1. Методологическая основа исследования

Методологической основой исследования является программная идея системного обобщения математики [13, 40], согласно которой понятия и операции классической математики, основанные на понятии множества, обобщаются путём замены множества системой. Обязательным требованием к каждому такому обобщению является **принцип соответствия**: обобщённая

теория должна переходить в классическую в предельном случае, когда уровень системности стремится к нулю, т.е. локальный коэффициент эмерджентности Хартли $\varphi \to 1$ [3, 5]. Этот принцип, сформулированный Н. Бором для соотношения квантовой и классической механики, используется в работе как критерий корректности каждого системного аналога операции КТМ. Для экономических приложений он имеет содержательный смысл: при отсутствии взаимодействия элементов (нулевом уровне системности) системные модели должны давать те же результаты, что и традиционные аддитивные модели, и отличаться от них только в той мере, в какой проявляется эмерджентность.

Информационной основой исследования служит системная теория информации [1, 19, 29], в которой мера информации Хартли [61] рассматривается как исходная, мера Шеннона [62] – как её применение к сложному сообщению, а мера Харкевича [63] – как её обобщение на неравновероятные события [29]; уровень системности измеряется коэффициентами эмерджентности [3, 7, 30, 32]. Инструментальной основой является АСК-анализ и его программный инструментарий – интеллектуальная система «Эйдос» [1, 35] (раздел 2.5).

2.2. Основные понятия системной теории множеств

2.2.1. Иерархическое строение системы и коэффициент эмерджентности

В СТМ **система** – это совокупность элементов, организованных в иерархию из M уровней: 1-й уровень – базовые элементы (порождающее множество из W элементов), на -м уровне – сочетания базовых элементов по m.

Аксиома о максимальной мощности системы:

$$N_{\max} = \sum_{m=1}^{M} C_m^W \qquad (1)$$

При $M = W$: $N_{\max} = 2^W - 1$ – аналог булеана (без пустого элемента).

Локальный коэффициент эмерджентности Хартли:

$$\varphi = \frac{\log_2 N_{\max}}{\log_2 W} \qquad (2)$$

При $M = 1$: $\varphi = 1$ (система тождественна множеству). При $M > 1$: $\varphi > 1$.

2.3. Схема исследования и модельные данные

Системное обобщение каждой операции КТМ выполняется по единой схеме из пяти шагов:

1. формулировка классической операции и соответствующего ей мощностного соотношения;
2. построение системного аналога операции с учётом всех уровней иерархии $m = 1, \ldots, M$;
3. проверка принципа соответствия: при $M = 1$ ($\varphi = 1$) системный аналог должен совпадать с классической операцией;
4. числовой пример, позволяющий проверить формулы прямым расчётом;
5. экономический пример, раскрывающий содержательный смысл операции в задачах экономического анализа.

По этой схеме в разделе 3 рассмотрены 11 операций: принадлежность, равенство, включение, объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение, декартово произведение, декартова степень и булеан (степенная совокупность). Результаты сведены в таблицу принципа соответствия (раздел 3.13).

Модельные данные. В большинстве числовых примеров базовыми элементами служат простые числа, а составными элементами уровня m – произведения m различных простых чисел [28]. Такой выбор обусловлен тем, что по основной теореме арифметики разложение натурального числа на простые множители единственно, поэтому состав любого составного элемента восстанавливается однозначно, а подсчёт составных элементов проверяется непосредственно. При экономической интерпретации простым числам соответствуют базовые ресурсы, компетенции или продуктовые линии предприятий, а их произведениям – сочетания ресурсов (совместные продукты, интегрированные процессы, каналы сбыта). Экономические примеры к операциям (разделы 3.3–3.12) и модельные примеры раздела 3.14 построены на условных данных и имеют иллюстративный характер: они показывают порядок расчёта и экономический смысл предложенных мер, но не заменяют эмпирического исследования.

2.4. Статистические и информационные методы

Системная принадлежность признака классу описывается когнитивной функцией (3), значения которой оцениваются по эмпирическим данным. Исходной информацией служит выборка объектов с известной принадлежностью к классам, по которой строится матрица абсолютных частот N_{ij} – чисел объектов класса C_j, обладающих признаком x_i. Условные и безусловные вероятности оцениваются относительными частотами: $P(C_j \mid x_i) = N_{ij}/N_i$, $P(C_j) = N_j/N$, где N_i – число объектов с признаком x_i, N_j – число объектов класса C_j, N – объём выборки. Соответствующая вычислительная формула приведена в разделе 3.14.2 (формула (41)).

По форме когнитивная функция совпадает с мерой ценности информации А.А. Харкевича [63] – логарифмом отношения вероятностей

достижения цели после и до получения информации; в теории информации эта величина известна как поточечная (частная) взаимная информация [64, 65]. Применение методов теории информации к решению задач статистики рассмотрено в [23], использование количества информации в качестве весов наблюдений в регрессионном анализе – в [21, 22]; традиция применения информационных мер в экономике восходит к работе Г. Тейла [66]. Для сопоставления с общепринятыми скоринговыми методами используется вес доказательства (Weight of Evidence, WoE) – логарифм отношения правдоподобий признака для двух классов [67, 68]. Сходство систем оценивается системным аналогом индекса Жаккара (23) [69], а различие объектов в эйдос-пространстве – информационной метрикой (37). Все информационные меры выражены в битах (используются двоичные логарифмы).

2.5. Инструментальные средства

Расчёт когнитивных функций, матриц вида (32), суммарной информативности (36) и расстояний (37) по реальным данным реализован в интеллектуальной системе «Эйдос» [1, 35] – программном инструментарии АСК-анализа, находящемся в открытом бесплатном доступе на сайте автора (http://lc.kubagro.ru). В системе по матрице абсолютных частот рассчитываются матрицы условных и безусловных процентных распределений и модели знаний INF1–INF7 (в том числе на основе меры Харкевича и критерия типа ROI – Return On Investment), решаются задачи идентификации (классификации), прогнозирования и кластерно-конструктивного анализа классов и признаков, а достоверность моделей оценивается F-мерой Ван Ризбергена и её нечётким мультиклассовым обобщением [18]. Кванторное и матричное представление математической модели АСК-анализа приведено в [35], нормализованные матричные модели

– в [39]. Экономические приложения системы включают, в частности, оценку риска банкротства предприятий [33].

3. Результаты

В разделах 3.1–3.12 приведены системные аналоги 11 операций КТМ, полученные по схеме раздела 2.3, в разделе 3.13 – сводная таблица принципа соответствия (табл. 1), в разделе 3.14 – модельные примеры экономического применения полученных мер.

3.1. Операции над множествами (сводные диаграммы)

На рисунках 1 и 2 приведены диаграммы Эйлера–Венна для четырёх основных операций над множествами в трёх характерных случаях взаимного расположения множеств.

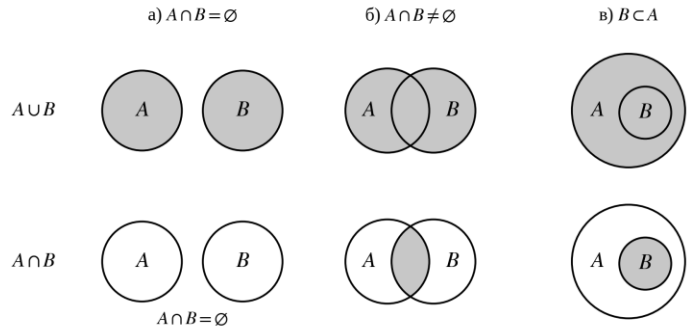


Рисунок 1 – Диаграммы Эйлера–Венна для объединения и пересечения множеств при трёх вариантах их взаимного расположения (результат операции выделен серым).

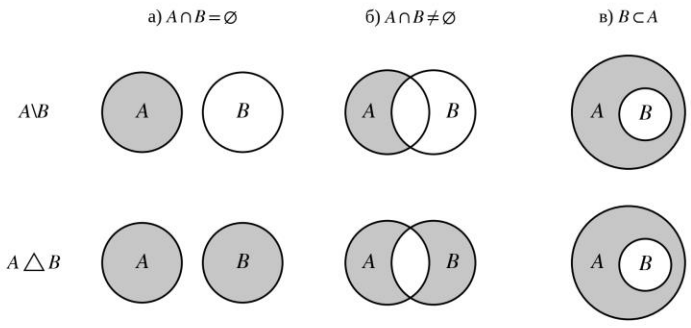


Рисунок 2 – Диаграммы Эйлера–Венна для разности и симметрической разности множеств.

3.2. Операции над системами (сводные диаграммы)

На рисунках 3 и 4 приведены соответствующие диаграммы для систем. В отличие от множеств, каждая система обладает иерархической структурой, и операции учитывают подсистемы всех уровней. Ключевое новшество по сравнению с КТМ – **системный эффект** S при объединении: появление новых составных элементов, включающих базовые элементы *обеих* исходных систем.

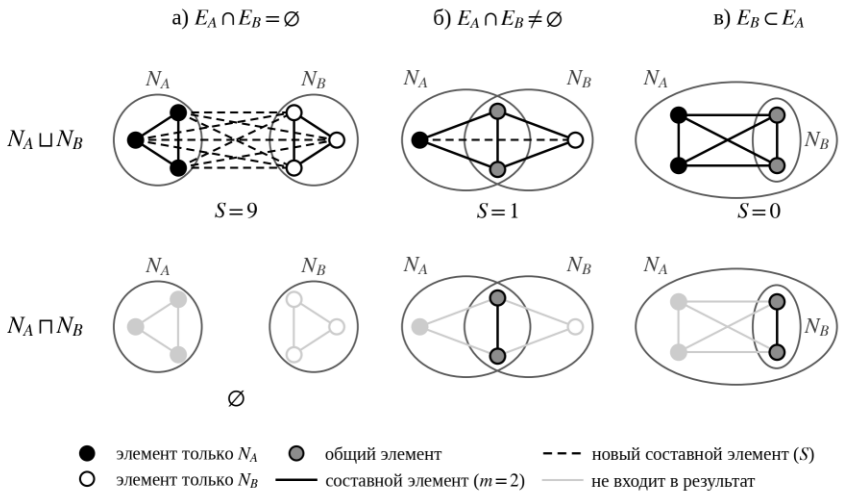


Рисунок 3 – Объединение и пересечение систем при $M = 2$ (штриховые отрезки – новые составные элементы, образующие системный эффект S).

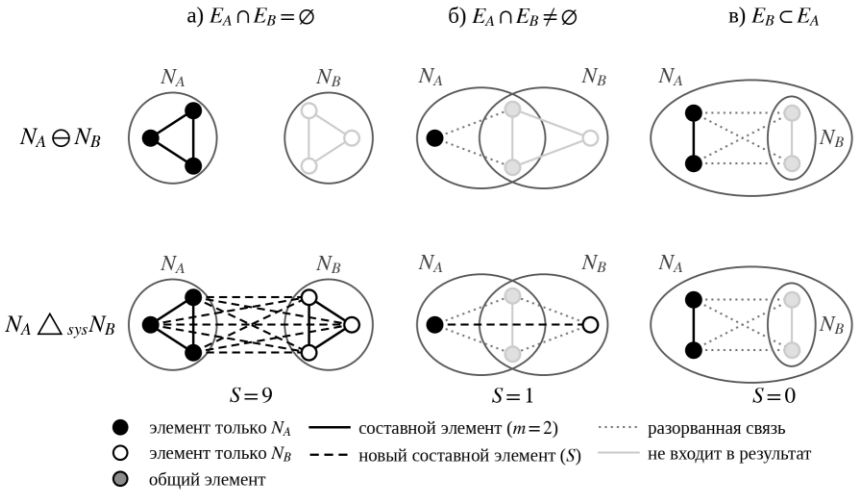


Рисунок 4 – Разность и симметрическая разность систем при $M = 2$.

3.3. Принадлежность элемента

3.3.1. Принадлежность в КТМ

$e \in A$ – двузначное отношение: $\mu_A(e) \in \{0,1\}$.

3.3.2. Системная принадлежность: когнитивная функция

В СТМ принадлежность определяется **когнитивной функцией**:

$$F(x_i, C_j) = I(x_i \to C_j) = \log_2 \frac{P(C_j \mid x_i)}{P(C_j)} \qquad (3)$$

Семантика: $F > 0$ – признак класса; $F < 0$ – антипризнак; $F = 0$ – нейтральный.

Принцип соответствия. При детерминированном равновероятном соответствии:

$$F(x_i, C_j) = \log_2 W = I_H \qquad (4)$$

– формула Хартли. При $\varphi \to 1$: $F \in \{0,1\}$ – бинарное отношение КТМ.

Числовой пример. Пусть $W = 4$ класса, $P(C_j) = 0{,}25$ для каждого класса. Для признака x_1: $P(C_1 \mid x_1) = 0{,}65$. Тогда:

$$F(x_1, C_1) = \log_2 \frac{0{,}65}{0{,}25} = \log_2 2{,}6 \approx +1{,}379 \text{ бит} \qquad (5)$$

Признак x_1 является признаком (ядром) класса C_1. При $P(C_1 \mid x_1) = 0{,}1$: $F(x_1, C_1) = \log_2(0{,}4) \approx -1{,}322$ бит – антипризнак.

Экономический пример. Пусть 400 сельскохозяйственных предприятий региона разбиты на четыре класса по квартилям рентабельности продаж, так что по построению $P(C_j) = 0{,}25$; класс C_1 – верхний квартиль (100 наиболее рентабельных предприятий). Собственным элеваторным хранением (признак x_1) располагают 80 предприятий, из них 52 входят в верхний квартиль, т.е. $P(C_1 \mid x_1) = 52/80 = 0{,}65$ и по (5) $F(x_1, C_1) \approx +1{,}379$ бит: собственное хранение является признаком высокорентабельных предприятий, так как позволяет продавать урожай вне периода сезонного

минимума цен. Просроченную кредиторскую задолженность (признак x_2) имеют 50 предприятий, из них в верхнем квартиле только 5: $P(C_1 \mid x_2) = 0{,}1$ и $F(x_2, C_1) = \log_2 0{,}4 \approx -1{,}322$ бит, т.е. это антипризнак высокой рентабельности. В отличие от бинарной принадлежности КТМ когнитивная функция показывает, в какой мере и в какую сторону каждый фактор изменяет информацию о принадлежности предприятия к классу.

3.4. Равенство систем

3.4.1. Равенство в КТМ

$A = B \Leftrightarrow \forall e: (e \in A \Leftrightarrow e \in B)$.

3.4.2. Равенство систем

Системы S_1 и S_2 **равны**, если тождественны структуры на каждом уровне:

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \forall m = 1, \dots, M: S_1^{(m)} = S_2^{(m)} \qquad (6)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$ условие (6) совпадает с КТМ.

Следствие. Две системы на одних и тех же базовых элементах могут быть неравны, если их структуры различны (например, разный порядок химических связей при одинаковом составе молекулы – изомерия).

Числовой пример. S_1: базовые $\{2,3,5\}$, уровень $m = 2$: $\{6,10,15\}$. S_2: базовые $\{2,3,5\}$, уровень $m = 2$: $\{6,10,15\}$. $S_1 = S_2$ – полное совпадение на всех уровнях. S_3: базовые $\{2,3,5\}$, уровень $m = 2$: $\{6,10\}$ (без 15). $S_1 \neq S_3$ при $m = 2$, хотя $E_1 = E_3 = \{2,3,5\}$.

Экономический пример. Два агрохолдинга H_1 и H_2 имеют одинаковый состав подразделений: растениеводство (Р), животноводство (Ж) и переработку (П), т.е. $E_1 = E_2$. В H_1 все подразделения попарно связаны общими технологическими процессами: собственные корма для животноводства (РЖ), переработка собственного зерна (РП) и собственного

скота (ЖП); в H_2 скот реализуется сторонним переработчикам, и связь ЖП отсутствует. Как множества подразделений холдинги равны, но как системы нет: по (6) $H_1 \neq H_2$ на уровне $m = 2$. Различаются и уровни системности: $\varphi(H_1) = \log_2 6/\log_2 3 \approx 1{,}631$, $\varphi(H_2) = \log_2 5/\log_2 3 \approx 1{,}465$ (в (2) использовано фактическое число элементов системы). Следовательно, одинаковый состав активов не означает экономической эквивалентности предприятий: при их оценке и сравнении необходимо учитывать структуру связей между подразделениями.

3.5. Включение (подсистема)

3.5.1. Включение в КТМ

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall e: (e \in A \Rightarrow e \in B)$.

3.5.2. Системное включение

$S_1 \subseteq_{sys} S_2$, если: (1) $E_1 \subseteq E_2$; (2) $\forall m: S_1^{(m)} \subseteq S_2^{(m)}$.

$$S_1 \subseteq_{sys} S_2 \Leftrightarrow E_1 \subseteq E_2 \text{ и } \forall m: S_1^{(m)} \subseteq S_2^{(m)} \qquad (7)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: (7) совпадает с $A \subseteq B$.

Числовой пример. S_1: базовые $\{2,3\}$, составные $\{6\}$. S_2: базовые $\{2,3,5\}$, составные $\{6,10,15\}$. Проверяем: $E_1 = \{2,3\} \subseteq \{2,3,5\} = E_2$; $S_1^{(2)} = \{6\} \subseteq \{6,10,15\} = S_2^{(2)}$. Значит, $S_1 \subseteq_{sys} S_2$.

Экономический пример. Инвестор ищет объект, в котором реализована вертикально интегрированная бизнес-модель «откорм – мясопереработка» $D = (\{Ж,П\}, \{ЖП\})$. Оба холдинга из предыдущего примера содержат нужные подразделения ($E_D \subseteq E_1$, $E_D \subseteq E_2$), однако системное включение (7) выполняется только для H_1: $D^{(2)} = \{ЖП\} \subseteq H_1^{(2)}$, тогда как $\{ЖП\} \nsubseteq H_2^{(2)} = \{РЖ,РП\}$. Классическая проверка наличия

подразделений отбирает оба объекта, а системная – только тот, в котором бизнес-модель действительно реализована как подсистема.

3.6. Объединение систем

3.6.1. Объединение в КТМ

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \qquad (8)$$

При $A \cap B = \varnothing$: $|A \cup B| = |A| + |B|$, системного эффекта нет.

3.6.2. Системное объединение и системный эффект

В СТМ при объединении двух систем на уровне $m \geq 2$ возникают **новые составные элементы** – сочетания базовых элементов *обеих* систем. Это и есть **системный (синергетический) эффект** S:

$$N_s = N_A \cup N_B + S \qquad (9)$$

Мощности системы ранга M на A и B базовых элементах:

$$N_A = \sum_{m=1}^{M} C_m^A, \qquad N_B = \sum_{m=1}^{M} C_m^B \qquad (10)$$

Мощность объединённой системы на $A + B$ базовых элементах (при непересекающихся порождающих множествах):

$$N_s = \sum_{m=1}^{M} C_m^{A+B} \qquad (11)$$

Абсолютный системный эффект:

$$S_{abs} = \sum_{m=1}^{M} C_m^{A+B} - \sum_{m=1}^{M} C_m^A - \sum_{m=1}^{M} C_m^B \qquad (12)$$

Обобщённый коэффициент эмерджентности Хартли:

$$\varphi_{ob} = \frac{\log_2 N_s}{\log_2 (N_A + N_B)} \qquad (13)$$

Принцип соответствия. При $M = 1$: $N_s = A + B = |A \cup B|$, $S_{abs} = 0$, $\varphi_{ob} = 1$ – совпадение с (8).

Числовой пример. S_1: базовые – простые числа 2, 3, 5, 7 ($A = 4$). S_2: базовые – простые числа 11, 13, 17, 19 ($B = 4$). Составные элементы на уровне $m = 2$ – попарные произведения.

При $M = 2$: $N_A = C_1^4 + C_2^4 = 4 + 6 = 10$; $N_B = 10$; $N_s = C_1^8 + C_2^8 = 8 + 28 = 36$.

Из формулы (12): $S_{abs} = 36 - 10 - 10 = 16$.

16 новых составных элементов: 22 $(= 2 \cdot 11)$, 26 $(= 2 \cdot 13)$, 33 $(= 3 \cdot 11)$, 34 $(= 2 \cdot 17)$, 38 $(= 2 \cdot 19)$, 39 $(= 3 \cdot 13)$, 51 $(= 3 \cdot 17)$, 55 $(= 5 \cdot 11)$, 57 $(= 3 \cdot 19)$, 65 $(= 5 \cdot 13)$, 77 $(= 7 \cdot 11)$, 85 $(= 5 \cdot 17)$, 91 $(= 7 \cdot 13)$, 95 $(= 5 \cdot 19)$, 119 $(= 7 \cdot 17)$, 133 $(= 7 \cdot 19)$.

Из формулы (13):

$$\varphi_{ob} = \frac{\log_2 36}{\log_2 20} \approx 1{,}196 \qquad (14)$$

Экономический пример. Банк с тремя продуктовыми линиями (вклады, кредиты, платёжные карты; $A = 3$) объединяется со страховой компанией, имеющей две линии (страхование жизни и страхование имущества; $B = 2$). При $M = 2$ составными элементами являются пакетные продукты из двух линий. По (10)–(12) $N_A = 3 + 3 = 6$, $N_B = 2 + 1 = 3$, $N_s = C_1^5 + C_2^5 = 5 + 10 = 15$, $S_{abs} = 15 - 6 - 3 = 6$, а по (13) $\varphi_{ob} = \log_2 15 / \log_2 9 \approx 1{,}232$. Шесть новых составных элементов – это все сочетания банковского и страхового продукта (например, кредит со страхованием заложенного имущества, вклад с накопительным страхованием жизни), т.е. структурный потенциал перекрёстных продаж, на котором основана модель банкострахования. Зависимость этого потенциала от глубины интеграции и от пересечения порождающих множеств рассмотрена в разделе 3.14.1.

3.7. Пересечение систем

3.7.1. Пересечение в КТМ

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| \qquad (15)$$

3.7.2. Системное пересечение

Системное пересечение осуществляется по *каждому* уровню иерархии:

$$(N_A \sqcap N_B)^{(m)} = N_A^{(m)} \cap N_B^{(m)}, \quad m = 1,2,\dots,M \qquad (16)$$

Мощность системного пересечения:

$$|N_A \sqcap N_B| = \sum_{m=1}^{M} C_m^{|E_A \cap E_B|} \qquad (17)$$

Аналог формулы включений–исключений для систем:

$$|N_A \sqcup N_B| = |N_A| + |N_B| - |N_A \sqcap N_B| + S_{abs} \qquad (18)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: (17) совпадает с $|A \cap B|$, $S_{abs} = 0$ и (18) совпадает с (15).

Числовой пример. S_1 : базовые $\{2,3,5,7\}$, S_2 : базовые $\{3,5,7,11\}$. $E_A \cap E_B = \{3,5,7\}$, $|E_A \cap E_B| = 3$.

При $M = 2$: $(N_A \sqcap N_B)^{(1)} = \{3,5,7\}$ (3 элемента); $(N_A \sqcap N_B)^{(2)} = \{15,21,35\}$ (3 элемента). $|N_A \sqcap N_B| = C_1^3 + C_2^3 = 3 + 3 = 6$.

Экономический пример. Экономика региона R_1 включает отрасли: зерновое производство (З), производство сахарной свёклы (С), виноградарство (В) и пищевую промышленность (П), экономика региона R_2 – отрасли З, С, П и туризм (Т). При $M = 2$ составными элементами являются межотраслевые связи (кооперационные цепочки) двух отраслей. Классическое пересечение даёт три общие отрасли $\{З,С,П\}$, а системное пересечение (16) включает также общие межотраслевые связи {ЗС,ЗП,СП}, и по (17) $|N_1 \sqcap N_2| = C_1^3 + C_2^3 = 6$. Общая часть экономических структур характеризует зону возможной конкуренции регионов на одних рынках и

одновременно основу для совместных кластерных проектов в пищевой промышленности.

3.8. Разность систем

3.8.1. Разность в КТМ

$A \backslash B = \{x: x \in A, x \notin B\}$.

3.8.2. Системная разность

Системная разность – элементы системы S_1 на всех уровнях иерархии, не входящие ни в одну подсистему N_B:

$$N_A \ominus N_B = (E_A \backslash E_B, R_A^*) \qquad (19)$$

где R_A^* – отношения из R_A, скорректированные после утраты связей.

Теорема. Удаление подсистемы снижает уровень системности:

$$\Delta\varphi = \varphi(N_A) - \varphi(N_A \ominus N_B) \geq 0 \qquad (20)$$

Исключение: антиподсистема. Если удаляемая часть разрушает структуру системы, её удаление *повышает* φ:

$$\varphi(S \ominus S') > \varphi(S) \Rightarrow S' \text{ – антиподсистема} \qquad (21)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: (19) совпадает с $A \backslash B$.

Числовой пример. S_1: базовые $\{2,3,5,7\}$, составные $\{6,10,14,15,21,35\}$; $N_A = 10$, $\varphi_1 = 1{,}661$.

N_B: базовые $\{7\}$; составные $(m = 2)$, содержащие 7: $\{14,21,35\}$.

$N_A \ominus N_B$: базовые $\{2,3,5\}$, составные $\{6,10,15\}$ (связи с 7 разорваны); $N' = 6$, $\varphi' = \log_2 6 / \log_2 3 \approx 1{,}631$.

Из (20): $\Delta\varphi = 1{,}661 - 1{,}631 = 0{,}030 \geq 0$.

Экономический пример. Агрохолдинг с четырьмя попарно интегрированными подразделениями – растениеводством, животноводством, переработкой и собственной логистикой $(W = 4, M = 2)$ – имеет $N = 10$ элементов и $\varphi \approx 1{,}661$. При продаже логистического подразделения по (19)

утрачивается не только оно само, но и три его связи с остальными подразделениями; для оставшейся системы $N' = 6$, $\varphi' \approx 1{,}631$, и по (20) $\Delta\varphi \approx 0{,}030 > 0$: уровень системности снижается, что следует учитывать при оценке сделки, например как дополнительные затраты на внешнюю логистику. Иначе обстоит дело с непрофильным подразделением, не связанным с остальными, например с гостиничным бизнесом холдинга: система из трёх интегрированных подразделений и гостиницы имеет $N = 4 + 3 = 7$ элементов и $\varphi = \log_2 7/\log_2 4 \approx 1{,}404$, а после продажи гостиницы $\varphi = \log_2 6/\log_2 3 \approx 1{,}631$. Уровень системности повышается, т.е. по (21) гостиничный бизнес является антиподсистемой, и его продажа соответствует стратегии концентрации на основном бизнесе.

3.9. Симметрическая разность систем

3.9.1. Симметрическая разность в КТМ

$A \triangle B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

3.9.2. Системная симметрическая разность

$$N_A \triangle_{sys} N_B = (N_A \ominus N_B) \sqcup (N_B \ominus N_A) \qquad (22)$$

Коэффициент системного сходства (системный аналог индекса Жаккара):

$$sim(N_A, N_B) = \frac{|N_A \sqcap N_B|}{|N_A \sqcup N_B|} \in [0,1] \qquad (23)$$

Информационное расстояние:

$$d(N_A, N_B) = 1 - sim(N_A, N_B) \qquad (24)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: (22) совпадает с $A \triangle B$; (23) – с индексом Жаккара для множеств.

Числовой пример. S_1 : базовые $\{2,3,5,7\}$, $N_A = 10$. S_2 : базовые $\{3,5,7,11\}$, $N_B = 10$. Из числового примера к разделу 3.7: $|N_A \sqcap N_B| = 6$.

$|N_A \sqcup N_B|$: базовых 5, составных при $M = 2$: $C_2^5 = 10$; плюс S: $|N_A \sqcup N_B| = 5 + 10 = 15$.

$$sim(N_A, N_B) = \frac{6}{15} = 0{,}4; \qquad d(N_A, N_B) = 0{,}6 \qquad (25)$$

Экономический пример. Для регионов R_1 и R_2 из примера раздела 3.7 системное объединение при $M = 2$ содержит 5 отраслей и 10 межотраслевых связей, $|N_1 \sqcup N_2| = 15$, и по (23), (24) $sim(N_1, N_2) = 6/15 = 0{,}4$, $d(N_1, N_2) = 0{,}6$. Классический индекс Жаккара для множеств отраслей равен $3/5 = 0{,}6$, т.е. системная мера оценивает сходство регионов строже, поскольку учитывает различие межотраслевых связей. Системная симметрическая разность (22) содержит отрасли, отличающие регионы друг от друга (В и Т), и новый составной элемент ВТ – винный туризм, который возникает только при объединении отличительных частей экономик и указывает на возможный межрегиональный проект. Мера d может использоваться для выбора регионов-аналогов при бенчмаркинге и для кластеризации регионов по структуре экономики.

3.10. Дополнение системы

3.10.1. Дополнение в КТМ

$\bar{A} = U \backslash A$, где U – универсальное множество.

3.10.2. Системное дополнение и антиэйдос

Системный универсум $\mathcal{U}_S$ – полная система, содержащая все $2^{|E|} - 1$ подсистем.

Системное дополнение:

$$\bar{N}^{sys} = \mathcal{U}_S \ominus N_S \qquad (26)$$

В СТИ дополнению соответствует **антиэйдос** класса C_j:

$$\bar{N}_{C_j} = \{x_i : F(x_i, C_j) < 0\} \qquad (27)$$

Законы де Моргана в системной форме:

$$\overline{N_A \sqcup N_B}^{sys} \cong \bar{N}_A^{sys} \sqcap \bar{N}_B^{sys} \qquad (28)$$

$$\overline{N_A \sqcap N_B}^{sys} \cong \bar{N}_A^{sys} \sqcup \bar{N}_B^{sys} \qquad (29)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: (26)–(29) совпадают с КТМ.

Числовой пример. Класс C_1 описывается когнитивными функциями по четырём признакам (столбец C_1 матрицы (32), раздел 3.11.2): $F(x_1, C_1) = +0{,}18$ бит, $F(x_2, C_1) = +0{,}01$ бит, $F(x_4, C_1) = +0{,}06$ бит (эйдос, признаки класса); $F(x_3, C_1) = -0{,}08$ бит (антиэйдос, антипризнак класса).

Эйдос (ядро): $\{x_1, x_2, x_4\}$; антиэйдос (системное дополнение): $\{x_3\}$ – то, чем класс C_1 *принципиально не является*.

Экономический пример. Пусть классы $C_1 - C_4$ – специализации сельскохозяйственных предприятий: зерновые, животноводческие, садоводческо-виноградарские и перерабатывающие, а признаки x_1–x_4 – доля пашни в сельскохозяйственных угодьях более 80 %, наличие поголовья скота, наличие многолетних насаждений и наличие собственных перерабатывающих мощностей. Тогда эйдос класса «зерновые хозяйства» образуют высокая доля пашни ($+0{,}18$ бит) и в меньшей степени собственная переработка ($+0{,}06$ бит) и животноводство ($+0{,}01$ бит), а антиэйдос – многолетние насаждения ($-0{,}08$ бит), т.е. то, чем зерновое хозяйство не является. В задачах аудита, банковского контроля и распределения государственной поддержки наличие у предприятия признаков из антиэйдоса заявленного им класса (например, при получении субсидий на производство зерна) является сигналом несоответствия, требующим проверки.

3.11. Декартово произведение систем

3.11.1. Декартово произведение в КТМ

$A \times B = \{(a, b): a \in A, b \in B\}$, $|A \times B| = |A| \cdot |B|$. Каждый элемент пары – 0 или 1 (принадлежит / не принадлежит).

3.11.2. Системное декартово произведение

$$S_A \boxtimes S_B = (E_A \times E_B, R_{AB}^{\boxtimes}) \qquad (30)$$

где пары (e_1, e_2) и (e_1', e_2') связаны тогда и только тогда, когда $e_1 R_A e_1'$ **и** $e_2 R_B e_2'$.

Теорема об уровне системности произведения. Элементами системы $S_A \boxtimes S_B$ являются пары (a, b) элементов систем-сомножителей (элементу (a, b) соответствует совокупность базовых пар (e_1, e_2) с $e_1 \in a$, $e_2 \in b$), поэтому её мощность равна $N_A N_B$ при $W_A W_B$ базовых элементах и из (2) следует:

$$\varphi(S_A \boxtimes S_B) = \frac{\varphi(S_A)\log_2 W_A + \varphi(S_B)\log_2 W_B}{\log_2 W_A + \log_2 W_B} \qquad (31)$$

т.е. уровень системности произведения равен среднему уровней системности сомножителей, взвешенному по $\log_2 W$, и заключён между ними; при $\varphi(S_A) = \varphi(S_B) = 1$ он равен 1 (принцип соответствия). Мультипликативным является отношение числа всех элементов системы к числу её базовых элементов $K = N/W$: $K(S_A \boxtimes S_B) = K(S_A)K(S_B)$, поэтому относительное превышение числа элементов над числом базовых элементов $\sigma = K - 1$ сверхаддитивно: $\sigma(S_A \boxtimes S_B) = \sigma(S_A) + \sigma(S_B) + \sigma(S_A)\sigma(S_B) \geq \sigma(S_A) + \sigma(S_B)$. Например, для двух систем из числового примера раздела 3.8.2 ($W = 4$, $N = 10$, $\varphi \approx 1{,}661$ и $W = 3$, $N = 6$, $\varphi \approx 1{,}631$) произведение содержит 60 элементов при 12 базовых, $\varphi = \log_2 60/\log_2 12 \approx 1{,}648$, а $\sigma = 1{,}5 + 1 + 1{,}5 \cdot 1 = 4 = 60/12 - 1$.

Экономический пример. Пусть S_A – ассортимент предприятия из трёх продуктовых линий с их парными сочетаниями ($W_A = 3$, $N_A = 6$, $\varphi_A \approx 1{,}631$), а S_B – система каналов сбыта из двух каналов (розничная и интернет-торговля) и их сочетания – омниканальных продаж ($W_B = 2$, $N_B = 3$, $\varphi_B \approx 1{,}585$).

Произведение $S_A \boxtimes S_B$ описывает товарно-канальную матрицу: 6 базовых позиций «продукт – канал» и $N_A N_B = 18$ элементов. По (31) $\varphi(S_A \boxtimes S_B) = \log_2 18/\log_2 6 \approx 1{,}613$, т.е. значение лежит между φ_B и φ_A, а относительное превышение $\sigma = 18/6 - 1 = 2$ больше суммы $\sigma_A + \sigma_B = 1 + 0{,}5$: при совместном планировании ассортимента и каналов сбыта число возможных вариантов предложения растёт мультипликативно.

Матрица когнитивных функций как системное декартово произведение $S_X \boxtimes S_C$:

$$\boldsymbol{F} = (F(x_i, C_j))_{|X|\times|C|}, \quad F(x_i, C_j) \in (-\infty, +\infty) \qquad (32)$$

Принцип соответствия. При $\varphi = 1$: $F(x_i, C_j) \in \{0{,}1\}$ – бинарное.

Числовой пример. $|X| = 4$ признака, $|C| = 4$ класса. Матрица (32) размером 4×4 (фрагмент):

	C_1	C_2	C_3	C_4
x_1	$+0{,}18$	$+0{,}02$	$-0{,}09$	$-0{,}04$
x_2	$+0{,}01$	$+0{,}22$	$+0{,}04$	$-0{,}11$
x_3	$-0{,}08$	$+0{,}02$	$+0{,}19$	$+0{,}05$
x_4	$+0{,}06$	$-0{,}06$	$+0{,}03$	$+0{,}20$

По диагонали – максимальные положительные значения (каждый признак наиболее характерен для «своего» класса).

В экономической интерпретации раздела 3.10 матрица (32) является моделью классификации сельскохозяйственных предприятий по специализации: её строки – признаки предприятий, столбцы – специализации, а диагональная структура означает, что каждый признак наиболее характерен для «своей» специализации (например, многолетние насаждения – для садоводческо-виноградарских хозяйств, $+0{,}19$ бит).

Декартова степень системы:

$$S^{\boxtimes n} = S \boxtimes S \underbrace{\boxtimes \cdots \boxtimes}_{n} S \qquad (33)$$

Экономический пример. Пусть S – система состояний рынка сбыта: три базовых состояния (подъём, стабильность, спад) и три составных состояния второго уровня – сочетания двух базовых, когда, например, один сегмент рынка растёт, а другой сокращается ($W = 3$, $N = 6$). Декартова степень $S^{\boxtimes n}$ описывает сценарии развития на горизонте n периодов: 3^n базовых сценариев и 6^n элементов. По (31) уровень системности при возведении в степень не меняется, $\varphi\left(S^{\boxtimes n}\right) = \varphi(S) \approx 1{,}631$, тогда как отношение $K = N/W$ растёт как 2^n: число составных сценариев в расчёте на один базовый сценарий равно 1, 3 и 7 при $n = 1,2,3$. Это количественно показывает, почему детальное сценарное планирование с увеличением горизонта быстро становится необозримым и требует агрегирования сценариев.

3.12. Степенная совокупность систем

3.12.1. Булеан в КТМ

$2^A = \mathcal{P}(A) = \{X : X \subseteq A\}$, $|2^A| = 2^{|A|}$.

3.12.2. Системная степенная совокупность и эйдос-пространство

Системная степенная совокупность – совокупность подсистем $S(e)$, порождаемых элементами e системы (подсистема $S(e)$ образована базовыми элементами, входящими в элемент e, и их сочетаниями), дополненная пустой подсистемой:

$$\mathcal{P}_S = \{\varnothing\} \cup \{S(e) : e \in N_S\} \qquad (34)$$

$$|\mathcal{P}_S| = \sum_{m=1}^{M} C_m^W + 1 = N_{\max} + 1 \qquad (35)$$

Принцип соответствия. При $M = W$: $|\mathcal{P}_S| = 2^W$ – совпадает с мощностью булеана.

Суммарная информативность объекта O по классу C_j:

$$SK(O, C_j) = \sum_i F\,(x_i^O, C_j) \qquad (36)$$

Информационная метрика в эйдос-пространстве:

$$d_{\text{inf}}(O_1, O_2) = \sum_{j=1}^{W} |\,SK(O_1, C_j) - SK(O_2, C_j)| \qquad (37)$$

Числовой пример. $W = 3$, $M = 2$, базовые $\{e_1, e_2, e_3\}$. $|\mathcal{P}_S| = C_1^3 + C_2^3 + 1 = 3 + 3 + 1 = 7$.

Два объекта: O_1 : $SK(O_1, C_1) = 0{,}18$, $SK(O_1, C_2) = 0{,}04$, $SK(O_1, C_3) = -0{,}09$; O_2: $SK(O_2, C_1) = -0{,}05$, $SK(O_2, C_2) = 0{,}20$, $SK(O_2, C_3) = 0{,}02$.

Из (37):

$$d_{\text{inf}}(O_1, O_2) = |0{,}18 - (-0{,}05)| + |0{,}04 - 0{,}20| + |-0{,}09 - 0{,}02|$$
$$= 0{,}23 + 0{,}16 + 0{,}11 = 0{,}50 \text{ бит} \qquad (38)$$

Экономический пример. Для холдинга H_1 из раздела 3.4 ($W = 3$, $M = 2$) по (35) $|\mathcal{P}_S| = 7$: кроме пустой подсистемы, это три отдельных подразделения и три интегрированные пары (РЖ, РП, ЖП), т.е. все бизнес-единицы, которые при глубине интеграции $M = 2$ могут быть выделены (например, для продажи или создания дочерних обществ) с сохранением их внутренних связей. Эйдос-пространство используется для классификации и сравнения предприятий. Для специализаций и признаков раздела 3.10 предприятие O_1 с высокой долей пашни и собственной переработкой (признаки x_1 , x_4) имеет по (36) и матрице (32) профиль суммарных информативностей $(0{,}24;\ -0{,}04;\ -0{,}06;\ 0{,}16)$ бит и относится к зерновым хозяйствам с развитой переработкой, а предприятие O_2 с поголовьем скота и

многолетними насаждениями (признаки x_2 , x_3) – профиль $(-0{,}07;\ 0{,}24;\ 0{,}23;\ -0{,}06)$ бит, т.е. является смешанным животноводческо-садоводческим хозяйством. По (37) $d_{\inf}(O_1, O_2) = 0{,}31 + 0{,}28 + 0{,}29 + 0{,}22 = 1{,}10$ бит: предприятия относятся к разным кластерам и не могут служить аналогами друг для друга при бенчмаркинге.

3.13. Алгебра систем. Сводная таблица принципа соответствия

Структура $(\mathcal{S}, \sqcup, \sqcap, \ominus, \bar{}^{sys})$ образует **алгебру систем**, включающую булеву алгебру как частный случай при $\varphi \equiv 1$.

Таблица 1 – Сводная таблица принципа соответствия для операций над системами.

Операция КТМ	**Системный аналог (СТМ)**	**Принцип соответствия** ($\varphi \to 1$)
Принадлежность $e \in A$	$F(x_i, C_j) = \log_2 \frac{P(C_j \mid x_i)}{P(C_j)} \in \mathbb{R}$, форм. (3)	$F \to \{0,1\}$ – бинарная принадлежность
Равенство $A = B$	Тождественность структур на всех уровнях m, форм. (6)	Совпадение по составу элементов
Включение $A \subseteq B$	$S_1 \subseteq_{sys} S_2$ по составу и структуре, форм. (7)	$A \subseteq B$ (КТМ)
Объединение $A \cup B$	$N_A \cup N_B + S_{abs}$, форм. (9)–(13)	$S = 0$; совпадает с (8)
Пересечение $A \cap B$	$N_A \sqcap N_B$ по уровням иерархии, форм. (16)–(17)	$A \cap B$ (КТМ)
Разность $A \backslash B$	$N_A \ominus N_B$ + разрыв связей, форм. (19)–(20)	$A \backslash B$ (КТМ)
Симм. разность $A \triangle B$	$(N_A \ominus N_B) \sqcup (N_B \ominus N_A)$, форм. (22)–(24)	$A \triangle B$ (КТМ)
Дополнение $\bar{A}$	$\bar{N}^{sys} = \mathcal{U}_S \ominus N_S$, антиэйдос, форм. (26)–(29)	$\bar{A} = U \backslash A$ (КТМ)
Декартово произведение $A \times B$	$S_A \boxtimes S_B$, матрица $F(x_i, C_j)$, форм. (30)–(32)	Пары $(a, b) \in \{0,1\}$
Декартова степень A^n	$S^{\boxtimes n}$, форм. (33)	A^n (КТМ)
Булеан 2^A	$\mathcal{P}_S$, форм. (34)–(37)	2^A (КТМ) при $M = W$

3.14. Модельные примеры экономического применения

3.14.1. Оценка синергетического потенциала слияния компаний

Рассмотрим условный пример. Компания A (агропредприятие) располагает четырьмя базовыми компетенциями: a_1 – производство зерна, a_2 – производство масличных культур, a_3 – элеваторное хранение, a_4 – собственная логистика. Компания B (перерабатывающее предприятие) располагает четырьмя другими компетенциями: b_1 – маслоэкстракция, b_2 – производство комбикормов, b_3 – фасовка и брендинг, b_4 – оптово-розничная сеть. Составной элемент уровня m интерпретируется как сочетание m компетенций, способное стать основой нового продукта, процесса или канала сбыта (например, сочетание a_2b_1 – интегрированная цепочка «масличные культуры – растительное масло», сочетание $a_1b_2b_4$ – выпуск и сбыт комбикормов из собственного зерна). Параметр M характеризует глубину интеграции – максимальное число компетенций, сочетаемых в одном составном элементе.

Сценарий 1 (комплементарное слияние). Порождающие множества не пересекаются ($a = b = 4, c = 0$), и расчёт выполняется по формулам (10)–(13). При $M = 2$ результаты совпадают с числовым примером раздела 3.6: $N_A = N_B = 10$, $N_s = 36$, $S_{abs} = 16$, $\varphi_{ob} \approx 1{,}196$. Шестнадцать новых составных элементов – это все попарные сочетания вида a_ib_k , т.е. потенциальные направления совместной деятельности, которых до слияния не было ни у одной из компаний.

Сценарий 2 (горизонтальное слияние). Пусть теперь вторая компания (B) является конкурентом компании A и располагает компетенциями $\{a_2, a_3, a_4, b_1\}$, три из которых совпадают с компетенциями A ($a = b = 4$, $c = 3$). Формула (12) выведена для непересекающихся порождающих множеств, поэтому для этого случая её необходимо обобщить. Из (17), (18)

следует, что абсолютный системный эффект равен $S_{abs} = |N_A \sqcup N_B| - |N_A| - |N_B| + |N_A \sqcap N_B|$, т.е.

$$S_{abs} = \sum_{m=1}^{M} \left(C_m^{a+b-c} - C_m^a - C_m^b + C_m^c \right) \qquad (39)$$

где $a = |E_A|$, $b = |E_B|$, $c = |E_A \cap E_B|$. Величина (39) равна числу составных элементов, содержащих хотя бы один базовый элемент, принадлежащий только первой системе, и хотя бы один базовый элемент, принадлежащий только второй. При $c = 0$ формула (39) переходит в (12), при $M = 1$ даёт $S_{abs} = 0$, т.е. принцип соответствия выполняется. Аналогично обобщается коэффициент (13): сумма $N_A + N_B$ в его знаменателе заменяется мощностью классического объединения множеств элементов систем $|N_A \cup N_B| = |N_A| + |N_B| - |N_A \sqcap N_B|$:

$$\varphi_{ob}^* = \frac{\log_2 |N_A \sqcup N_B|}{\log_2 |N_A \cup N_B|} \qquad (40)$$

При $c = 0$ коэффициент (40) совпадает с (13), а при $M = 1$ равен единице. Выражение (40) эквивалентно $\varphi_{ob}^* = 1 + \log_2(1+s)/\log_2 |N_A \cup N_B|$, где $s = S_{abs}/|N_A \cup N_B|$ – относительный системный эффект, т.е. обобщённый коэффициент эмерджентности является монотонно возрастающей функцией относительного системного эффекта. Для сценария 2 при $M = 2$ получаем $|N_A \sqcap N_B| = 6$, $|N_A \sqcup N_B| = 15$, $S_{abs} = 1$, $\varphi_{ob}^* \approx 1{,}026$, $sim = 0{,}4$, что согласуется с числовыми примерами разделов 3.7 и 3.9 (единственный новый составной элемент – сочетание $a_1 b_1$). Результаты расчётов для обоих сценариев при различной глубине интеграции приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Синергетический потенциал слияния компаний при различной глубине интеграции M

Сценарий	M	$N_A = N_B$	$\lvert N_A \sqcap N_B \rvert$	$\lvert N_A \sqcup N_B \rvert$	S_{abs}	s	φ^*_{ob}	sim
1 – комплементарное слияние ($c = 0$)	1	4	0	8	0	0	1,000	0
	2	10	0	36	16	0,800	1,196	0
	3	14	0	92	64	2,286	1,357	0
	4	15	0	162	132	4,400	1,496	0
2 – горизонтальное слияние ($c = 3$)	1	4	3	5	0	0	1,000	0,600
	2	10	6	15	1	0,071	1,026	0,400
	3	14	7	25	4	0,190	1,057	0,280
	4	15	7	30	7	0,304	1,085	0,233

Из табл. 2 видно следующее. Во-первых, при $M = 1$ системный эффект отсутствует в обоих сценариях ($S_{abs} = 0$, $\varphi^*_{ob} = 1$), т.е. объединение систем без взаимодействия их элементов сводится к классическому объединению множеств. Во-вторых, при комплементарном слиянии системный эффект растёт с глубиной интеграции комбинаторно: 16, 64 и 132 новых составных элемента при $M = 2,3,4$, причём уже при $M = 3$ число новых элементов более чем вдвое превышает мощность классического объединения систем ($s \approx 2,29$). В-третьих, при горизонтальном слиянии компаний со сходными компетенциями ($sim = 0,4$ при $M = 2$) системный эффект на порядок меньше: 1 новый элемент против 16 при $M = 2$ и 7 против 132 при $M = 4$.

3.14.2. Когнитивная функция как мера риска банкротства

Рассмотрим задачу классификации предприятий по риску банкротства [33]. Пусть обучающая выборка содержит $N = 1000$ предприятий, из которых $N_B = 100$ стали банкротами (класс C_B), а 900 остались финансово устойчивыми (класс C_G). Признак x – значение коэффициента текущей ликвидности ниже 1; им обладают $N_x = 200$ предприятий, из них 60

банкротов и 140 устойчивых (данные условные). Подставляя частотные оценки вероятностей (раздел 2.4) в (3), получаем вычислительную формулу когнитивной функции:

$$F(x_i, C_j) = \log_2 \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} \qquad (41)$$

Для рассматриваемого признака по формуле (41) получаем $F(x, C_B) = \log_2 3 \approx +1{,}585$ бит, так как $60 \cdot 1000/(200 \cdot 100) = 3$, и $F(x, C_G) = \log_2(7/9) \approx -0{,}363$ бит, так как $140 \cdot 1000/(200 \cdot 900) = 7/9$. Следовательно, низкая текущая ликвидность является признаком класса «банкрот» (входит в его эйдос) и антипризнаком класса «устойчивое предприятие» (входит в его антиэйдос (27)). Модуль когнитивной функции для класса «банкрот» более чем в четыре раза превышает её модуль для класса «устойчивое предприятие»: наличие признака повышает вероятность банкротства с 0,1 до 0,3 и в меньшей степени снижает вероятность устойчивости – с 0,9 до 0,7.

В кредитном скоринге и моделях оценки риска банкротства информативность признака традиционно измеряется весом доказательства $\mathrm{WoE}(x) = \ln\big(P(x \mid C_G)/P(x \mid C_B)\big)$ [67, 68]. Из (3) по формуле Байеса следует точное соотношение

$$F(x, C_G) - F(x, C_B) = \log_2 \frac{P(x \mid C_G)}{P(x \mid C_B)} = \frac{\mathrm{WoE}(x)}{\ln 2} \qquad (42)$$

т.е. разность когнитивных функций признака для двух классов есть вес доказательства, выраженный в битах. Для рассматриваемого примера разность когнитивных функций равна $-0{,}363 - 1{,}585 = -1{,}948$ бит, что совпадает с прямым расчётом: отношение правдоподобий равно $(140/900)/(60/100) = 7/27$, $\log_2(7/27) \approx -1{,}948$ бит, т.е. $\mathrm{WoE} \approx -1{,}350$. Суммируя

(42) по признакам объекта O и используя (36), при условной независимости признаков в пределах каждого класса получаем

$$SK(O, C_G) - SK(O, C_B) = \log_2 \frac{P(C_G \mid O)}{P(C_B \mid O)} - \log_2 \frac{P(C_G)}{P(C_B)} \qquad (43)$$

т.е. разность суммарных информативностей объекта по двум классам равна приращению логарифма отношения шансов, которое даёт описание объекта.

4. Обсуждение

4.1. Интерпретация основных результатов

Полученные результаты показывают, что системная теория множеств не отменяет классическую, а включает её как предельный случай: при $\varphi \to 1$ системные аналоги операций переходят в классические (табл. 1). Различие между теориями возникает только тогда, когда у системы есть составные элементы уровней $m \geq 2$, т.е. когда элементы системы взаимодействуют. Наиболее содержательным в этом отношении является объединение систем: в КТМ оно не порождает новых элементов, а в СТМ порождает системный эффект S_{abs}, число элементов которого растёт с ростом M комбинаторно. Именно этот эффект является формальным выражением эмерджентности, а обобщённый коэффициент эмерджентности (13), (40) – её количественной мерой.

Для экономического анализа существенно, что меры S_{abs} и φ^*_{ob} вычисляются по структуре систем до их объединения. Это отличает их от апостериорных оценок синергии, основанных на рыночных котировках и отчётности [44, 45], и позволяет использовать их на стадии отбора объектов поглощения и сравнения сценариев интеграции. Системная разность с критерием антиподсистемы (21) даёт аналогичный инструмент для решений о

выделении и продаже подразделений: подразделение, удаление которого повышает уровень системности компании, является антиподсистемой. Когнитивные функции (3) и их матрица (32) служат инструментом диагностики и прогнозирования состояния экономических объектов.

4.2. Сопоставление с известными обобщениями теории множеств и информационными мерами

В отличие от теории нечётких множеств [47], где степень принадлежности $\mu \in [0,1]$ не имеет знака и единиц измерения, когнитивная функция (3) принимает значения в интервале $(-\infty, +\infty)$ и измеряется в битах: положительные значения соответствуют признакам класса, отрицательные – антипризнакам, нулевые – нейтральным признакам. Благодаря этому системное дополнение (антиэйдос) определяется в СТМ содержательно – как совокупность признаков, несущих информацию против принадлежности объекта к классу (27), а не только как отрицание принадлежности. Главное же отличие СТМ от теорий нечётких [47] и приближённых [48] множеств и мультимножеств [49] состоит в том, что в них множество остаётся «плоским», а в СТМ элементами системы являются также сочетания базовых элементов всех уровней иерархии, что и делает возможным количественное измерение эмерджентности. Эти направления не исключают друг друга: нечёткое системное обобщение теории множеств рассмотрено в [43], системная нечёткая интервальная математика – в [2, 14].

Формальная связь когнитивной функции с мерой Харкевича [63] и поточечной взаимной информацией [64, 65] (раздел 2.4), а также соотношения (42), (43), связывающие её с весом доказательства И. Гуда [67], означают, что оценивание когнитивных функций может опираться на разработанный аппарат математической статистики и эконометрики, а СТМ, в

свою очередь, даёт этим мерам теоретико-множественную интерпретацию: матрица когнитивных функций является системным декартовым произведением множества признаков и множества классов (32). Из (43) следует, что матрица когнитивных функций и суммарная информативность (36) включают как частный случай скоринговые модели на основе весов доказательства [68] и обобщают их на произвольное число классов; взаимосвязь признаков может учитываться включением в модель составных признаков (сочетаний признаков), т.е. системных элементов более высоких уровней иерархии. Из известных количественных мер уровня системности [3, 7, 30, 32] коэффициенты Хартли (2), (13), (40) наиболее просты, так как зависят только от числа базовых и составных элементов; платой за простоту является то, что они не учитывают различий в вероятностях элементов и силе их связей, которые учитывают коэффициент эмерджентности Шеннона [7] и мера уровня системности с учётом взаимосвязи базовых элементов в подсистемах [30, 32].

4.3. Сопоставление с экономическими подходами к оценке синергии

Результаты модельного примера (табл. 2) имеют ясную экономическую интерпретацию. При $M = 1$ слияние без взаимодействия компетенций сводится к механическому суммированию активов, что соответствует аддитивной оценке стоимости объединённой компании. Комбинаторный рост системного эффекта с глубиной интеграции при комплементарном слиянии количественно выражает тезис «2 + 2 = 5» [55] и механизм рекомбинантного роста [59]. Малый структурный потенциал горизонтального слияния означает, что экономическое обоснование такой сделки должно опираться на другие источники выигрыша – эффект масштаба, рыночную власть, сокращение издержек [56, 45], которые мерами (39), (40) не охватываются.

Экономическая теория располагает развитыми концепциями синергии [55, 56], экономии от разнообразия [57, 58] и рекомбинантного роста [59], однако число возможных новых сочетаний ресурсов в них либо не измеряется, либо подсчитывается только в рамках частных моделей. Формулы (12) и (39) дают это число для произвольных систем с заданными порождающими множествами и глубиной интеграции, т.е. формализуют комбинаторную сторону этих концепций средствами теории множеств. В концепции экономии от разнообразия выигрыш возникает, если издержки совместного производства нескольких продуктов меньше суммы издержек их раздельного производства [57]; величина S_{abs} характеризует структурную базу такого выигрыша – число новых сочетаний ресурсов, в которых он может быть реализован. В теории экономической сложности [60] диверсификация экономики объясняется числом сочетаний имеющихся производственных возможностей; коэффициент эмерджентности (2) можно рассматривать как меру комбинаторного богатства таких сочетаний. При этом предлагаемые меры не заменяют финансовую оценку сделок: они характеризуют потенциал, а не его реализацию, и не учитывают издержки интеграции.

4.4. Экономическая интерпретация понятий системной теории множеств

Обобщённая экономическая интерпретация основных понятий СТМ и задачи экономического анализа, в которых они могут применяться, приведены в табл. 3; конкретные экономические примеры для каждой операции даны в разделах 3.3–3.12.

Таблица 3 – Экономическая интерпретация понятий системной теории множеств

Понятие СТМ	Экономическая интерпретация	Задача экономического анализа
Базовый элемент (порождающее множество E)	Ресурс, компетенция, продуктовая линия, подразделение, отрасль, предприятие	Описание состава экономической системы
Составной элемент уровня m	Сочетание m ресурсов (компетенций): совместный продукт, интегрированный процесс, канал сбыта	Анализ диверсификации и экономии от разнообразия
Локальный коэффициент эмерджентности φ, форм. (2)	Уровень системности (интегрированности) организации	Сравнение организационных структур, оценка эффективности как эмерджентного свойства [27]
Системный эффект S_{abs}, коэффициенты φ_{ob} и φ_{ob}^{*}, форм. (12), (13), (39), (40)	Структурный (ex ante) синергетический потенциал объединения	Отбор объектов поглощения, сравнение сценариев слияний и кластерной интеграции
Системная разность и антиподсистема, форм. (19)–(21)	Выделение (продажа) подразделения; подразделение, снижающее уровень системности	Решения о дивестициях и реструктуризации
Когнитивная функция $F(x_i, C_j)$ и антиэйдос, форм. (3), (27), (41)	Информативность признака для класса экономических объектов (фактор риска или устойчивости)	Скоринг, диагностика финансового состояния, оценка риска банкротства
Матрица когнитивных функций, форм. (32)	Модель «признаки – классы» экономических объектов	Классификация, прогнозирование, поддержка принятия решений
Системное сходство и расстояния, форм. (23), (24), (37)	Близость предприятий, регионов, отраслей по структуре и информативным признакам	Кластеризация, бенчмаркинг, выбор аналогов

4.5. Соответствие результатов паспорту научной специальности 5.2.2

Работа относится к экономическим наукам по объекту исследования – иерархическим экономическим системам и процессам их интеграции и

дезинтеграции, а к специальности 5.2.2 – по предмету и методам: предметом являются математические модели эмерджентных (синергетических) эффектов в экономических системах, а методами – теоретико-множественные, комбинаторные, информационно-статистические и инструментальные (интеллектуальная система «Эйдос»). Соответствие полученных результатов направлениям исследований паспорта научной специальности 5.2.2 «Математические, статистические и инструментальные методы в экономике» показано в табл. 4.

Таблица 4 – Соответствие результатов статьи направлениям исследований паспорта научной специальности 5.2.2

Направление исследований (пункт паспорта)	**Результаты статьи**
п. 1. Теоретические и методологические вопросы применения математических, статистических, эконометрических и инструментальных методов в экономических исследованиях	Системная теория множеств как методологическая основа моделирования эмерджентных эффектов в экономике; принцип соответствия, обеспечивающий преемственность с аддитивными моделями (разделы 2.1, 3.13, 4.1)
п. 2. Типы и виды экономико-математических и эконометрических моделей, методология их использования для анализа экономических процессов, объектов и систем	Системно-множественная модель иерархической экономической системы; экономическая интерпретация понятий СТМ и экономические примеры к каждой операции (разделы 2.2, 3.3–3.12, 4.4, табл. 3)
п. 3. Разработка и развитие математических и эконометрических моделей анализа экономических процессов (в т.ч. в исторической перспективе) и их прогнозирования	Модели процессов интеграции (форм. (9)–(14), (39), (40)) и дезинтеграции (форм. (19)–(21)) экономических систем; прогнозирование на основе когнитивных функций (форм. (3), (32), (36))
п. 4. Разработка и развитие математических и компьютерных моделей и инструментов анализа и оптимизации процессов принятия решений в экономических системах	Критерии S_{abs}, φ_{ob}, φ_{ob}^{*} для сравнения сценариев слияний и поглощений; критерий антиподсистемы для решений о реструктуризации (разделы 3.14.1, 4.1, табл. 2)
п. 11. Компьютерные методы и программы моделирования экономических процессов	Программная реализация когнитивных функций, матриц (32), суммарной информативности (36) и метрики (37) в интеллектуальной системе «Эйдос» (раздел 2.5)
п. 14. Эконометрические и статистические методы анализа данных, формирования и тестирования гипотез в экономических исследованиях. Эконометрическое и экономико-статистическое моделирование	Частотное оценивание когнитивных функций (форм. (41)); связь с весом доказательства и логарифмом отношения шансов (форм. (42), (43)); меры сходства и расстояния (форм. (23), (24), (37)) (разделы 2.4, 3.14.2)

4.6. Ограничения и направления дальнейших исследований

Полученные результаты имеют ряд ограничений. Во-первых, меры (12), (13), (39), (40) характеризуют комбинаторный потенциал системного эффекта в предположении, что допустимы все сочетания базовых элементов; в реальных экономических системах часть сочетаний технологически или экономически невозможна, поэтому реализуемый эффект составляет лишь часть потенциального. Оценка допустимых сочетаний может выполняться экспертно или по данным о ранее реализованных проектах, в том числе с помощью когнитивных функций. Во-вторых, эти меры отражают структурную (комбинаторную) составляющую синергии и не учитывают эффект масштаба, рыночную власть, налоговые эффекты и издержки интеграции, поэтому они дополняют, а не заменяют финансовую оценку сделок. В-третьих, модельные примеры раздела 3.14 построены на условных данных; для практического применения необходима эмпирическая проверка, например, сопоставление априорных значений S_{abs} и φ^*_{ob} с апостериорными оценками синергии по выборке реальных сделок слияний и поглощений.

Направлениями дальнейших исследований являются: учёт весов и допустимости сочетаний базовых элементов в формулах системного эффекта; обобщение полученных мер на нечёткие системы [43] и на коэффициенты эмерджентности, учитывающие вероятности и взаимосвязь элементов [7, 30, 32]; аксиоматическое построение алгебры систем; эмпирическая верификация предложенных мер на данных о сделках слияний и поглощений и о финансовом состоянии предприятий с использованием системы «Эйдос».

5. Заключение

В статье изложена программа системного обобщения теории множеств. Для каждой из 11 рассмотренных операций КТМ построен системный аналог с сохранением принципа соответствия при $\varphi \to 1$. Центральным результатом

является обобщённый коэффициент эмерджентности Хартли (13), измеряющий системный эффект при объединении систем. По каждой операции приведён численный пример с конкретными числовыми значениями.

Помимо этого, получены следующие результаты, имеющие значение для экономических приложений:

1. объединение систем порождает системный (синергетический) эффект – новые составные элементы, включающие базовые элементы обеих систем; для систем с пересекающимися порождающими множествами он выражается формулой (39), а уровень эмерджентности объединения – обобщённым коэффициентом (40), которые при непересекающихся порождающих множествах переходят в (12) и (13);

2. меры S_{abs} и φ^*_{ob} являются априорными структурными оценками синергетического потенциала слияний и поглощений; на модельном примере показано, что при комплементарном слиянии этот потенциал растёт с глубиной интеграции комбинаторно, а при горизонтальном слиянии компаний со сходными компетенциями он на порядок меньше;

3. разность когнитивных функций признака для двух классов совпадает с весом доказательства (WoE), а разность суммарных информативностей – с приращением логарифма отношения шансов, что связывает системную теорию множеств со скоринговыми моделями оценки кредитного риска и риска банкротства;

4. каждая из 11 операций проиллюстрирована экономическим примером – от оценки факторов рентабельности и сравнения агрохолдингов до банкострахования, дивестиций, сравнения регионов и

сценарного планирования, что показывает применимость аппарата к широкому кругу задач экономического анализа;

5. результаты соответствуют направлениям 1–4, 11 и 14 паспорта научной специальности 5.2.2 и могут применяться при отборе объектов поглощения, обосновании решений о реструктуризации, диагностике финансового состояния и кластеризации предприятий и регионов; программной средой их применения служит интеллектуальная система «Эйдос».

Литература

1. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2002. – 605 с. http://elibrary.ru/item.asp?id=18632909

2. Орлов А.И., Луценко Е.В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2014. – 600 с. ISBN 978-5-94672-757-0. http://elibrary.ru/item.asp?id=21358220

3. Луценко Е.В. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №05(021). С. 355–374. – Шифр Информрегистра: 0420600012, IDA [article ID]: 0210605031. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf

4. Луценко Е.В. Реализация операции объединения систем в системном обобщении теории множеств (объединение булеанов) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №01(065). С. 354–391. – Шифр Информрегистра: 0421100012, IDA [article ID]: 0651101029. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/01/pdf/29.pdf

5. Луценко Е.В. Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли как количественная мера синергетического эффекта объединения булеанов в системном обобщении теории множеств / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №02(066). С. 535–545. – Шифр Информрегистра: 0421100012, IDA [article ID]: 0661102045. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/02/pdf/45.pdf

6. Луценко Е.В. Исследование влияния подсистем различных уровней иерархии на эмерджентные свойства системы в целом с применением АСК-анализа и интеллектуальной системы "Эйдос" (микроструктура системы как фактор управления ее макросвойствами) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ,

2012. – №01(075). С. 638–680. – Шифр Информрегистра: 0421200012, IDA [article ID]: 0751201052. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/01/pdf/52.pdf

7. Луценко Е.В. Количественная оценка уровня системности на основе меры информации К. Шеннона (конструирование коэффициента эмерджентности Шеннона) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(079). С. 249–304. – IDA [article ID]: 0791205018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/18.pdf

8. Луценко Е.В. Коэффициент эмерджентности классических и квантовых статистических систем / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 214–235. – IDA [article ID]: 0901306014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/14.pdf

9. Трунев А.П. Гравитационные волны и коэффициент эмерджентности классических и квантовых систем / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). С. 1343–1366. – IDA [article ID]: 0971403092. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/92.pdf

10. Трунев А.П. Логарифмический закон и коэффициент эмерджентности классических и квантовых систем / А.П. Трунев, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №06(120). С. 1659–1685. – IDA [article ID]: 1201606110. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2016/06/pdf/110.pdf

11. Луценко Е.В. Асимптотический информационный критерий качества шума / Е.В. Луценко, А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №02(116). С. 1569–1618. – IDA [article ID]: 1161602100. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/100.pdf

12. Казаченко А.С. АСК-анализ зависимости размеров атомов химических элементов от их основных характеристик / А.С. Казаченко, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №10(134). С. 685–710. – IDA [article ID]: 1341710055. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2017/10/pdf/55.pdf

13. Луценко Е.В. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(036). С. 175–192. – Шифр Информрегистра: 0420800012, IDA [article ID]: 0360802011. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf

14. Орлов А.И. Системная нечеткая интервальная математика (СНИМ) – перспективное направление теоретической и вычислительной математики / А.И. Орлов, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 255–308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf

15. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 1-я: задачи 1-3) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №03(037). С. 154–185. – Шифр Информрегистра: 0420800012, IDA [article ID]: 0370803012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/12.pdf

16.Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 2-я: задачи 4–9) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(038). С. 26–65. – Шифр Информрегистра: 0420800012, IDA [article ID]: 0380804003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/03.pdf

17.Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный спектральный анализ конкретных и обобщенных изображений в системе "Эйдос" (применение теории информации и когнитивных технологий в спектральном анализе) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №04(128). С. 1–64. – IDA [article ID]: 1281704001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2017/04/pdf/01.pdf

18.Луценко Е.В. Инвариантное относительно объемов данных нечеткое мультиклассовое обобщение F-меры достоверности моделей Ван Ризбергена в АСК-анализе и системе «Эйдос» / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №02(126). С. 1–32. – IDA [article ID]: 1261702001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2017/02/pdf/01.pdf

19.Луценко Е.В. Математическая сущность системной теории информации (СТИ) (Системное обобщение формулы Больцмана-Найквиста-Хартли, синтез семантической теории информации Харкевича и теории информации Шеннона) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(042). С. 76–103. – Шифр Информрегистра: 0420800012, IDA [article ID]: 0420808004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/04.pdf

20.Луценко Е.В. Когнитивные функции как обобщение классического понятия функциональной зависимости на основе теории информации в системной нечеткой интервальной математике / Е.В. Луценко, А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). С. 122–183. – IDA [article ID]: 0951401007. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/07.pdf

21.Луценко Е.В. Модификация взвешенного метода наименьших квадратов путем применения в качестве весов наблюдений количества информации в аргументе о значении функции (алгоритм и программная реализация) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №10(104). С. 1371–1421. – IDA [article ID]: 1041410100. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/10/pdf/100.pdf

22.Луценко Е.В. Модификация взвешенного метода наименьших квадратов путем применения в качестве весов наблюдений количества информации в аргументе о значении функции (математические аспекты) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №01(105). С. 814–845. – IDA [article ID]: 1051501050. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2015/01/pdf/50.pdf

23.Луценко Е.В. Решение задач статистики методами теории информации / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №02(106). С. 1–47. – IDA [article ID]: 1061502001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2015/02/pdf/01.pdf

24.Луценко Е.В. Универсальный информационный вариационный принцип развития систем / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. –

Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(041). С. 117–193. – Шифр Информрегистра: 0420800012, IDA [article ID]: 0410807010. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/10.pdf

25.Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем // Квантовая Магия, том 5, вып. 1, стр. 1215-1239, 2008. http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html

26.Луценко Е.В. Системное обобщение принципа Эшби и повышение уровня системности модели объекта познания как необходимое условие адекватности процесса его познания / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2020. – №09(163). С. 100–134. – IDA [article ID]: 1632009009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2020/09/pdf/09.pdf

27.Луценко Е.В. Эффективность объекта управления как его эмерджентное свойство и повышение уровня системности как цель управления / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2021. – №01(165). С. 77–98. – IDA [article ID]: 1652101009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2021/01/pdf/09.pdf

28.Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ уровня системности натуральных чисел, как систем простых множителей / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2022. – №05(179). С. 96–177. – IDA [article ID]: 1792205009. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2022/05/pdf/09.pdf

29.Луценко Е.В. Количественная мера информации Хартли как частный случай энтропийной меры информации Больцмана, мера Шеннона как применение меры Хартли для сложного сообщения и мера Харкевича как обобщение меры Хартли для неравновероятных событий / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2023. – №01(185). С. 35–105. – IDA [article ID]: 1852301004. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2023/01/pdf/04.pdf

30.Луценко Е.В., Головин Н.С. Конструирование информационной меры уровня системности (эмерджентности) систем с учётом взаимосвязи базовых элементов в подсистемах // November 2024, DOI: 10.13140/RG.2.2.13379.82724, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/385788762

31.Луценко Е.В., Головин Н.С. Системы. – Краснодар : Виртуальный Центр системно-когнитивных исследований "Эйдос", 2024. – 518 с. – DOI 10.13140/RG.2.2.22863.09123. – EDN: INUTJL. https://www.researchgate.net/publication/379654902

32.Луценко Е.В., Головин Н.С. Конструирование информационной меры уровня системности (эмерджентности) систем с учётом взаимосвязи базовых элементов в подсистемах // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2024. – №09(203). С. 21–42. – IDA [article ID]: 2032409003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2024/09/pdf/03.pdf

33.Применение искусственного интеллекта для оценки риска банкротства предприятия / Е.В. Луценко, А.Э. Сергеев, Н.С. Головин, С.В. Русаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2024. – №10(204). С. 167–178. – IDA [article ID]: 2042410018. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2024/10/pdf/18.pdf

34.Луценко Е.В., Сергеев А.Э., Головин Н.С. Использование концепций теории групп и смежных алгебраических структур для формального описания данных в различных типах измерительных шкал // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. –

Краснодар: КубГАУ, 2025. – №01(205). С. 170–182. – IDA [article ID]: 2052501016. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/01/pdf/16.pdf

35.Луценко Е.В., Головин Н.С. Математическая модель автоматизированного системно-когнитивного анализа и системы «Эйдос» в кванторном и матричном представлении // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №02(206). С. 118–189. – IDA [article ID]: 2062502012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/02/pdf/12.pdf

36.Луценко Е.В., Сергеев А.Э., Головин Н.С. Применение математического аппарата теории групп и смежных гетерогенных алгебраических структур для описания датасетов и матриц весовых коэффициентов нейронных сетей // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №03(207). С. 140–161. – IDA [article ID]: 2072503012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/03/pdf/12.pdf

37.Луценко Е.В., Лаптев В.Н., Головин Н.С. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в правоохранительной сфере // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №04(208). С. 104–120. – IDA [article ID]: 2082504012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/04/pdf/12.pdf

38.Луценко Е.В., Головин Н.С. Методологические основы прогнозирования неизведанного и невозможного в рамках господствующей парадигмы не только на основе прошлого, но и с учетом будущего // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №05(209). С. 312–359. – IDA [article ID]: 2092505027. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/05/pdf/27.pdf

39.Луценко Е.В., Головин Н.С. Нормализованные матричные модели – новый класс перспективных математических моделей Автоматизированного системно-когнитивного анализа и интеллектуальной системы «Эйдос» // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №06(210). С. 176–235. – IDA [article ID]: 2102506024. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/06/pdf/24.pdf

40.Луценко Е.В., Головин Н.С. Системное обобщение математики // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №07(211). С. 259–314. – IDA [article ID]: 2112507024. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/07/pdf/24.pdf

41.Луценко Е.В. О возможности объединения системной и синергетической теорий информации // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №08(212). С. 227–237. – IDA [article ID]: 2122508019. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/08/pdf/19.pdf

42.Луценко Е.В. Универсальный информационный вариационный принцип как метатеоретический фундамент науки и его применение в различных предметных областях. // Фундаментальная монография, издание 2-е, дополненное // June 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.19179.71209, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/408172647

43.Луценко Е.В. Нечёткое системное обобщение теории множеств // July 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.11022.73280, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/410722162

44.Bradley M., Desai A., Kim E.H. Synergistic gains from corporate acquisitions and their division between the stockholders of target and acquiring firms // Journal of Financial Economics. – 1988. – Vol. 21, No. 1. – P. 3–40.

45. Devos E., Kadapakkam P.-R., Krishnamurthy S. How do mergers create value? A comparison of taxes, market power, and efficiency improvements as explanations for synergies // Review of Financial Studies. – 2009. – Vol. 22, No. 3. – P. 1179–1211.
46. Arthur W.B. Complexity and the economy // Science. – 1999. – Vol. 284, No. 5411. – P. 107–109.
47. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. – 1965. – Vol. 8, No. 3. – P. 338–353.
48. Pawlak Z. Rough sets // International Journal of Computer and Information Sciences. – 1982. – Vol. 11, No. 5. – P. 341–356.
49. Blizard W.D. Multiset theory // Notre Dame Journal of Formal Logic. – 1989. – Vol. 30, No. 1. – P. 36–66.
50. Месарович М., Такахара Я. Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир, 1978. – 311 с.
51. Simon H.A. The architecture of complexity // Proceedings of the American Philosophical Society. – 1962. – Vol. 106, No. 6. – P. 467–482.
52. Anderson P.W. More is different // Science. – 1972. – Vol. 177, No. 4047. – P. 393–396.
53. Хакен Г. Синергетика. – М.: Мир, 1980. – 404 с.
54. Corning P.A. The re-emergence of “emergence”: a venerable concept in search of a theory // Complexity. – 2002. – Vol. 7, No. 6. – P. 18–30.
55. Ansoff H.I. Corporate Strategy: An Analytic Approach to Business Policy for Growth and Expansion. – New York: McGraw-Hill, 1965.
56. Chatterjee S. Types of synergy and economic value: the impact of acquisitions on merging and rival firms // Strategic Management Journal. – 1986. – Vol. 7, No. 2. – P. 119–139.
57. Panzar J.C., Willig R.D. Economies of scope // American Economic Review. – 1981. – Vol. 71, No. 2. – P. 268–272.
58. Teece D.J. Economies of scope and the scope of the enterprise // Journal of Economic Behavior & Organization. – 1980. – Vol. 1, No. 3. – P. 223–247.
59. Weitzman M.L. Recombinant growth // Quarterly Journal of Economics. – 1998. – Vol. 113, No. 2. – P. 331–360.
60. Hidalgo C.A., Hausmann R. The building blocks of economic complexity // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2009. – Vol. 106, No. 26. – P. 10570–10575.
61. Hartley R.V.L. Transmission of information // Bell System Technical Journal. – 1928. – Vol. 7, No. 3. – P. 535–563.
62. Shannon C.E. A mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. – 1948. – Vol. 27, No. 3. – P. 379–423; No. 4. – P. 623–656.
63. Харкевич А.А. О ценности информации // Проблемы кибернетики. – М.: Физматгиз, 1960. – Вып. 4. – С. 53–57.
64. Fano R.M. Transmission of Information: A Statistical Theory of Communications. – Cambridge (MA): MIT Press, 1961.
65. Church K.W., Hanks P. Word association norms, mutual information, and lexicography // Computational Linguistics. – 1990. – Vol. 16, No. 1. – P. 22–29.
66. Theil H. Economics and Information Theory. – Amsterdam: North-Holland, 1967.
67. Good I.J. Probability and the Weighing of Evidence. – London: Charles Griffin, 1950.
68. Siddiqi N. Credit Risk Scorecards: Developing and Implementing Intelligent Credit Scoring. – Hoboken (NJ): John Wiley & Sons, 2006.
69. Jaccard P. The distribution of the flora in the alpine zone // New Phytologist. – 1912. – Vol. 11, No. 2. – P. 37–50.
70. Луценко Е.В. Основания системной математики // August 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.30165.79843, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/410836476

Literatura

1. Lucenko E.V. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz v upravlenii aktivny`mi ob``ektami (sistemnaya teoriya informacii i ee primenenie v issledovanii e`konomicheskix, social`no-psixologicheskix, texnologicheskix i organizacionno-texnicheskix sistem): Monografiya (nauchnoe izdanie). – Krasnodar: KubGAU. 2002. – 605 s. http://elibrary.ru/item.asp?id=18632909

2. Orlov A.I., Lucenko E.V. Sistemnaya nechetkaya interval`naya matematika. Monografiya (nauchnoe izdanie). – Krasnodar, KubGAU. 2014. – 600 s. ISBN 978-5-94672-757-0. http://elibrary.ru/item.asp?id=21358220

3. Lucenko E.V. Kolichestvenny`e mery` vozrastaniya e`merdzhentnosti v processe e`volyucii sistem (v ramkax sistemnoj teorii informacii) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2006. – №05(021). S. 355–374. – Shifr Informregistra: 0420600012, IDA [article ID]: 0210605031. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf

4. Lucenko E.V. Realizaciya operacii ob``edineniya sistem v sistemnom obobshhenii teorii mnozhestv (ob``edinenie buleanov) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2011. – №01(065). S. 354–391. – Shifr Informregistra: 0421100012, IDA [article ID]: 0651101029. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2011/01/pdf/29.pdf

5. Lucenko E.V. Obobshhenny`j koe`fficient e`merdzhentnosti Xartli kak kolichestvennaya mera sinergeticheskogo e`ffekta ob``edineniya buleanov v sistemnom obobshhenii teorii mnozhestv / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2011. – №02(066). S. 535–545. – Shifr Informregistra: 0421100012, IDA [article ID]: 0661102045. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2011/02/pdf/45.pdf

6. Lucenko E.V. Issledovanie vliyaniya podsistem razlichny`x urovnej ierarxii na e`merdzhentny`e svojstva sistemy` v celom s primeneniem ASK-analiza i intellektual`noj sistemy` E`jdos (mikrostruktura sistemy` kak faktor upravleniya ee makrosvojstvami) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №01(075). S. 638–680. – Shifr Informregistra: 0421200012, IDA [article ID]: 0751201052. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2012/01/pdf/52.pdf

7. Lucenko E.V. Kolichestvennaya ocenka urovnya sistemnosti na osnove mery` informacii K. Shennona (konstruirovanie koe`fficienta e`merdzhentnosti Shennona) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №05(079). S. 249–304. – IDA [article ID]: 0791205018. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/18.pdf

8. Lucenko E.V. Koe`fficient e`merdzhentnosti klassicheskix i kvantovy`x statisticheskix sistem / E.V. Lucenko, A.P. Trunev // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №06(090). S. 214–235. – IDA [article ID]: 0901306014. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/14.pdf

9. Trunev A.P. Gravitacionny`e volny` i koe`fficient e`merdzhentnosti klassicheskix i kvantovy`x sistem / A.P. Trunev, E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №03(097). S. 1343–1366. – IDA [article ID]: 0971403092. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/92.pdf

10.Trunev A.P. Logarifmicheskij zakon i koe`fficient e`merdzhentnosti klassicheskix i kvantovy`x sistem / A.P. Trunev, E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №06(120). S. 1659–1685. – IDA [article ID]: 1201606110. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2016/06/pdf/110.pdf

11.Lucenko E.V. Asimptoticheskij informacionny`j kriterij kachestva shuma / E.V. Lucenko, A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №02(116). S. 1569–1618. – IDA [article ID]: 1161602100. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/100.pdf

12.Kazachenko A.S. ASK-analiz zavisimosti razmerov atomov ximicheskix e`lementov ot ix osnovny`x xarakteristik / A.S. Kazachenko, E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №10(134). S. 685–710. – IDA [article ID]: 1341710055. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2017/10/pdf/55.pdf

13.Lucenko E.V. Programmnaya ideya sistemnogo obobshheniya matematiki i ee primenenie dlya sozdaniya sistemnoj teorii informacii / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – №02(036). S. 175–192. – Shifr Informregistra: 0420800012, IDA [article ID]: 0360802011. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf

14.Orlov A.I. Sistemnaya nechetkaya interval`naya matematika (SNIM) – perspektivnoe napravlenie teoreticheskoj i vy`chislitel`noj matematiki / A.I. Orlov, E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 255–308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf

15.Lucenko E.V. Neformal`naya postanovka i obsuzhdenie zadach, voznikayushhix pri sistemnom obobshhenii teorii mnozhestv na osnove sistemnoj teorii informacii (Chast` 1-ya: zadachi 1-3) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – №03(037). S. 154–185. – Shifr Informregistra: 0420800012, IDA [article ID]: 0370803012. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/12.pdf

16.Lucenko E.V. Neformal`naya postanovka i obsuzhdenie zadach, voznikayushhix pri sistemnom obobshhenii teorii mnozhestv na osnove sistemnoj teorii informacii (Chast` 2-ya: zadachi 4–9) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – №04(038). S. 26–65. – Shifr Informregistra: 0420800012, IDA [article ID]: 0380804003. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/03.pdf

17.Lucenko E.V. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j spektral`ny`j analiz konkretny`x i obobshhenny`x izobrazhenij v sisteme E`jdos (primenenie teorii informacii i kognitivny`x texnologij v spektral`nom analize) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №04(128). S. 1–64. – IDA [article ID]: 1281704001. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2017/04/pdf/01.pdf

18.Lucenko E.V. Invariantnoe otnositel`no ob``emov danny`x nechetkoe mul`tiklassovoe obobshhenie F-mery` dostovernosti modelej Van Rizbergena v ASK-analize i sisteme «E`jdos» / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №02(126). S. 1–32. – IDA [article ID]: 1261702001. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2017/02/pdf/01.pdf

19.Lucenko E.V. Matematicheskaya sushhnost` sistemnoj teorii informacii (STI) (Sistemnoe obobshhenie formuly` Bol`czmana-Najkvista-Xartli, sintez semanticheskoj teorii informacii Xarkevicha i teorii informacii Shennona) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – №08(042). S. 76–103. – Shifr Informregistra: 0420800012, IDA [article ID]: 0420808004. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/04.pdf

20.Lucenko E.V. Kognitivny`e funkcii kak obobshhenie klassicheskogo ponyatiya funkcional`noj zavisimosti na osnove teorii informacii v sistemnoj nechetkoj interval`noj matematike / E.V. Lucenko, A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №01(095). S. 122–183. – IDA [article ID]: 0951401007. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/07.pdf

21.Lucenko E.V. Modifikaciya vzveshennogo metoda naimen`shix kvadratov putem primeneniya v kachestve vesov nablyudenij kolichestva informacii v argumente o znachenii funkcii (algoritm i programmnaya realizaciya) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №10(104). S. 1371–1421. – IDA [article ID]: 1041410100. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/10/pdf/100.pdf

22.Lucenko E.V. Modifikaciya vzveshennogo metoda naimen`shix kvadratov putem primeneniya v kachestve vesov nablyudenij kolichestva informacii v argumente o znachenii funkcii (matematicheskie aspekty`) / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №01(105). S. 814–845. – IDA [article ID]: 1051501050. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2015/01/pdf/50.pdf

23.Lucenko E.V. Reshenie zadach statistiki metodami teorii informacii / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №02(106). S. 1–47. – IDA [article ID]: 1061502001. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2015/02/pdf/01.pdf

24.Lucenko E.V. Universal`ny`j informacionny`j variacionny`j princip razvitiya sistem / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – №07(041). S. 117–193. – Shifr Informregistra: 0420800012, IDA [article ID]: 0410807010. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/10.pdf

25.Lucenko E.V. Sushhestvovanie, nesushhestvovanie i izmenenie kak e`merdzhentny`e svojstva sistem // Kvantovaya Magiya, tom 5, vy`p. 1, str. 1215-1239, 2008. http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html

26.Lucenko E.V. Sistemnoe obobshhenie principa E`shbi i povy`shenie urovnya sistemnosti modeli ob``ekta poznaniya kak neobxodimoe uslovie adekvatnosti processa ego poznaniya / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2020. – №09(163). S. 100–134. – IDA [article ID]: 1632009009. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2020/09/pdf/09.pdf

27.Lucenko E.V. E`ffektivnost` ob``ekta upravleniya kak ego e`merdzhentnoe svojstvo i povy`shenie urovnya sistemnosti kak cel` upravleniya / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2021. – №01(165). S. 77–98. – IDA [article ID]: 1652101009. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2021/01/pdf/09.pdf

28.Lucenko E.V. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz urovnya sistemnosti natural`ny`x chisel, kak sistem prosty`x mnozhitelej / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2022. – №05(179). S. 96–177. – IDA [article ID]: 1792205009. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2022/05/pdf/09.pdf

29.Lucenko E.V. Kolichestvennaya mera informacii Xartli kak chastny`j sluchaj e`ntropijnoj mery` informacii Bol`czmana, mera Shennona kak primenenie mery` Xartli dlya slozhnogo soobshheniya i mera Xarkevicha kak obobshhenie mery` Xartli dlya neravnoveroyatny`x soby`tij / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo

universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2023. – №01(185). S. 35–105. – IDA [article ID]: 1852301004. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2023/01/pdf/04.pdf

30.Lucenko E.V., Golovin N.S. Konstruirovanie informacionnoj mery` urovnya sistemnosti (e`merdzhentnosti) sistem s uchyotom vzaimosvyazi bazovy`x e`lementov v podsistemax // November 2024, DOI: 10.13140/RG.2.2.13379.82724, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/385788762

31.Lucenko E.V., Golovin N.S. Sistemy`. – Krasnodar : Virtual`ny`j Centr sistemno-kognitivny`x issledovanij E`jdos, 2024. – 518 s. – DOI 10.13140/RG.2.2.22863.09123. – EDN: INUTJL. https://www.researchgate.net/publication/379654902

32.Lucenko E.V., Golovin N.S. Konstruirovanie informacionnoj mery` urovnya sistemnosti (e`merdzhentnosti) sistem s uchyotom vzaimosvyazi bazovy`x e`lementov v podsistemax // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2024. – №09(203). S. 21–42. – IDA [article ID]: 2032409003. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2024/09/pdf/03.pdf

33.Primenenie iskusstvennogo intellekta dlya ocenki riska bankrotstva predpriyatiya / E.V. Lucenko, A.E`. Sergeev, N.S. Golovin, S.V. Rusakov // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2024. – №10(204). S. 167–178. – IDA [article ID]: 2042410018. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2024/10/pdf/18.pdf

34.Lucenko E.V., Sergeev A.E`., Golovin N.S. Ispol`zovanie koncepcij teorii grupp i smezhny`x algebraicheskix struktur dlya formal`nogo opisaniya danny`x v razlichny`x tipax izmeritel`ny`x shkal // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №01(205). S. 170–182. – IDA [article ID]: 2052501016. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/01/pdf/16.pdf

35.Lucenko E.V., Golovin N.S. Matematicheskaya model` avtomatizirovannogo sistemno-kognitivnogo analiza i sistemy` «E`jdos» v kvantornom i matrichnom predstavlenii // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №02(206). S. 118–189. – IDA [article ID]: 2062502012. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/02/pdf/12.pdf

36.Lucenko E.V., Sergeev A.E`., Golovin N.S. Primenenie matematicheskogo apparata teorii grupp i smezhny`x geterogenny`x algebraicheskix struktur dlya opisaniya datasetov i matricz vesovy`x koe`fficientov nejronny`x setej // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №03(207). S. 140–161. – IDA [article ID]: 2072503012. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/03/pdf/12.pdf

37.Lucenko E.V., Laptev V.N., Golovin N.S. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz v pravooxranitel`noj sfere // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №04(208). S. 104–120. – IDA [article ID]: 2082504012. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/04/pdf/12.pdf

38.Lucenko E.V., Golovin N.S. Metodologicheskie osnovy` prognozirovaniya neizvedannogo i nevozmozhnogo v ramkax gospodstvuyushhej paradigmy` ne tol`ko na osnove proshlogo, no i s uchetom budushhego // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №05(209). S. 312–359. – IDA [article ID]: 2092505027. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/05/pdf/27.pdf

39.Lucenko E.V., Golovin N.S. Normalizovanny`e matrichny`e modeli – novy`j klass perspektivny`x matematicheskix modelej Avtomatizirovannogo sistemno-kognitivnogo analiza i

intellektual`noj sistemy` «E`jdos» // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №06(210). S. 176–235. – IDA [article ID]: 2102506024. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/06/pdf/24.pdf

40. Lucenko E.V., Golovin N.S. Sistemnoe obobshhenie matematiki // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №07(211). S. 259–314. – IDA [article ID]: 2112507024. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/07/pdf/24.pdf
41. Lucenko E.V. O vozmozhnosti ob``edineniya sistemnoj i sinergeticheskoj teorij informacii // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №08(212). S. 227–237. – IDA [article ID]: 2122508019. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/08/pdf/19.pdf
42. Lucenko E.V. Universal`ny`j informacionny`j variacionny`j princip kak metateoreticheskij fundament nauki i ego primenenie v razlichny`x predmetny`x oblastyax. // Fundamental`naya monografiya, izdanie 2-e, dopolnennoe // June 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.19179.71209, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/408172647
43. Lucenko E.V. Nechyotkoe sistemnoe obobshhenie teorii mnozhestv // July 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.11022.73280, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/410722162
44. Bradley M., Desai A., Kim E.H. Synergistic gains from corporate acquisitions and their division between the stockholders of target and acquiring firms // Journal of Financial Economics. – 1988. – Vol. 21, No. 1. – P. 3–40.
45. Devos E., Kadapakkam P.-R., Krishnamurthy S. How do mergers create value? A comparison of taxes, market power, and efficiency improvements as explanations for synergies // Review of Financial Studies. – 2009. – Vol. 22, No. 3. – P. 1179–1211.
46. Arthur W.B. Complexity and the economy // Science. – 1999. – Vol. 284, No. 5411. – P. 107–109.
47. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. – 1965. – Vol. 8, No. 3. – P. 338–353.
48. Pawlak Z. Rough sets // International Journal of Computer and Information Sciences. – 1982. – Vol. 11, No. 5. – P. 341–356.
49. Blizard W.D. Multiset theory // Notre Dame Journal of Formal Logic. – 1989. – Vol. 30, No. 1. – P. 36–66.
50. Mesarovich M., Takaxara Ya. Obshhaya teoriya sistem: matematicheskie osnovy`. – M.: Mir, 1978. – 311 s.
51. Simon H.A. The architecture of complexity // Proceedings of the American Philosophical Society. – 1962. – Vol. 106, No. 6. – P. 467–482.
52. Anderson P.W. More is different // Science. – 1972. – Vol. 177, No. 4047. – P. 393–396.
53. Xaken G. Sinergetika. – M.: Mir, 1980. – 404 s.
54. Corning P.A. The re-emergence of “emergence”: a venerable concept in search of a theory // Complexity. – 2002. – Vol. 7, No. 6. – P. 18–30.
55. Ansoff H.I. Corporate Strategy: An Analytic Approach to Business Policy for Growth and Expansion. – New York: McGraw-Hill, 1965.
56. Chatterjee S. Types of synergy and economic value: the impact of acquisitions on merging and rival firms // Strategic Management Journal. – 1986. – Vol. 7, No. 2. – P. 119–139.
57. Panzar J.C., Willig R.D. Economies of scope // American Economic Review. – 1981. – Vol. 71, No. 2. – P. 268–272.
58. Teece D.J. Economies of scope and the scope of the enterprise // Journal of Economic Behavior & Organization. – 1980. – Vol. 1, No. 3. – P. 223–247.
59. Weitzman M.L. Recombinant growth // Quarterly Journal of Economics. – 1998. – Vol. 113, No. 2. – P. 331–360.

60.Hidalgo C.A., Hausmann R. The building blocks of economic complexity // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2009. – Vol. 106, No. 26. – P. 10570–10575.

61.Hartley R.V.L. Transmission of information // Bell System Technical Journal. – 1928. – Vol. 7, No. 3. – P. 535–563.

62.Shannon C.E. A mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. – 1948. – Vol. 27, No. 3. – P. 379–423; No. 4. – P. 623–656.

63.Xarkevich A.A. O cennosti informacii // Problemy` kibernetiki. – M.: Fizmatgiz, 1960. – Vy`p. 4. – S. 53–57.

64.Fano R.M. Transmission of Information: A Statistical Theory of Communications. – Cambridge (MA): MIT Press, 1961.

65.Church K.W., Hanks P. Word association norms, mutual information, and lexicography // Computational Linguistics. – 1990. – Vol. 16, No. 1. – P. 22–29.

66.Theil H. Economics and Information Theory. – Amsterdam: North-Holland, 1967.

67.Good I.J. Probability and the Weighing of Evidence. – London: Charles Griffin, 1950.

68.Siddiqi N. Credit Risk Scorecards: Developing and Implementing Intelligent Credit Scoring. – Hoboken (NJ): John Wiley & Sons, 2006.

69.Jaccard P. The distribution of the flora in the alpine zone // New Phytologist. – 1912. – Vol. 11, No. 2. – P. 37–50.

70.Lucenko E.V. Osnovaniya sistemnoj matematiki // August 2026, DOI: 10.13140/RG.2.2.30165.79843, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/410836476