

УДК 004.942:519.876.5:336.761

UDC 004.942:519.876.5:336.761

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ  
ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ  
ТРЕХЦВЕТНОГО КЛЕТОЧНОГО  
АВТОМАТА****SOFTWARE IMPLEMENTATION OF AN  
INFORMATION SYSTEM FOR  
FORECASTING FINANCIAL TIME SERIES  
BASED ON A THREE-COLOR CELLULAR  
AUTOMATON**

Макаров Юрий Юрьевич  
Магистрант  
*Кубанский государственный аграрный  
университет*

Makarov Yuriy Yuryevich  
Graduate Student  
*Kuban State Agrarian University*

В статье рассматривается разработка информационной системы прогнозирования финансовых временных рядов на основе трёхцветной клеточно-автоматной модели. Предложенный подход основан на представлении динамики временного ряда в виде дискретной последовательности состояний клеточного автомата. Для каждого состояния вычисляются вероятности переходов на основе статистического анализа исторических данных. Реализована программная система, позволяющая загружать временные ряды финансовых инструментов, формировать модель переходов состояний и выполнять прогнозирование последующих значений ряда. Для оценки точности прогнозирования используются метрики MAE, MSE, RMSE и MAPE. Проведённые эксперименты демонстрируют возможность применения клеточно-автоматных моделей для анализа нелинейной динамики экономических процессов

The article considers the development of an information system for forecasting financial time series based on a three-color cellular automaton model. The proposed approach is based on representing the dynamics of a time series as a discrete sequence of cellular automaton states. For each state, transition probabilities are calculated based on statistical analysis of historical data. A software system has been implemented that allows loading time series of financial instruments, constructing a model of state transitions, and performing forecasting of subsequent values of the series. Forecast accuracy is evaluated using the MAE, MSE, RMSE, and MAPE metrics. The conducted experiments demonstrate the possibility of applying cellular automaton models for the analysis of nonlinear dynamics of economic processes

Ключевые слова: ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ,  
КЛЕТОЧНЫЕ АВТОМАТЫ,  
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ,  
ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА,  
ФИНАНСОВЫЕ РЫНКИ, АНАЛИЗ  
ДААННЫХ

Keywords: TIME SERIES, CELLULAR  
AUTOMATA, FORECASTING,  
INFORMATION SYSTEM, FINANCIAL  
MARKETS, DATA ANALYSIS

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-219-052>

## Введение

Анализ динамики экономических процессов является одной из ключевых задач современной экономики и прикладной информатики. Финансовые временные ряды характеризуются высокой степенью

<http://ej.kubagro.ru/2026/05/pdf/52.pdf>

неопределённости, наличием случайной компоненты и нелинейной структурой зависимости между наблюдениями.

Традиционные методы анализа временных рядов, такие как модели ARIMA или регрессионные методы, предполагают наличие определённых статистических свойств данных. Однако реальные экономические процессы часто обладают сложной динамикой, которую трудно описать линейными моделями.

В рамках дисциплины «Нелинейная динамика экономических процессов» особое внимание уделяется методам моделирования сложных систем, включая клеточные автоматы. Клеточный автомат представляет собой дискретную динамическую систему, в которой эволюция состояния определяется локальными правилами перехода.

Использование клеточных автоматов позволяет моделировать сложное поведение системы на основе простых правил взаимодействия элементов.

Целью данной работы является разработка информационной системы прогнозирования временных рядов, основанной на трёхцветной клеточно-автоматной модели.

Для достижения поставленной цели решаются задачи разработки алгоритма прогнозирования на основе клеточного автомата, реализации программной системы анализа временных рядов, проведения экспериментов и оценка точности прогнозирования.

### **Обоснование актуальности исследования и обозначение проблемы**

Современные экономические системы характеризуются высокой степенью неопределённости, динамичностью и сложностью взаимосвязей между различными факторами. Финансовые рынки представляют собой

типичный пример сложных динамических систем, поведение которых определяется большим количеством взаимодействующих процессов.

Одной из ключевых задач анализа экономических процессов является прогнозирование динамики финансовых показателей, представленных в виде временных рядов. Временные ряды цен финансовых инструментов обладают рядом особенностей, таких как нелинейность, высокая волатильность, наличие случайных колебаний и структурных изменений. Эти свойства значительно усложняют применение традиционных методов статистического анализа и прогнозирования.

Классические эконометрические модели, такие как авторегрессионные и регрессионные модели временных рядов, основаны на предположении о стационарности данных и линейной зависимости между наблюдениями. Однако реальные экономические процессы часто демонстрируют сложное нелинейное поведение, которое не всегда может быть адекватно описано с помощью линейных моделей.

В связи с этим возрастает интерес к использованию методов анализа сложных систем и нелинейной динамики, позволяющих более гибко моделировать поведение экономических процессов. Одним из перспективных подходов является применение клеточно-автоматных моделей, которые позволяют описывать динамику системы как последовательность переходов между дискретными состояниями.

Клеточные автоматы представляют собой математические модели дискретных динамических систем, в которых глобальное поведение системы формируется на основе локальных правил взаимодействия элементов. Такой подход широко используется для моделирования процессов в физике, биологии, информатике и экономике.

Применение клеточных автоматов для анализа временных рядов позволяет представить динамику экономического процесса в виде

последовательности состояний, отражающих направление изменения показателя. Это позволяет выявлять закономерности переходов между состояниями и использовать их для прогнозирования будущих значений временного ряда.

Несмотря на существование большого числа методов прогнозирования, остаётся актуальной задача разработки информационных систем, способных автоматически выполнять обработку временных рядов, строить модели прогнозирования и оценивать качество полученных результатов.

В частности, актуальной является задача создания программных инструментов, которые позволяют:

- загружать и обрабатывать временные ряды финансовых данных
- формировать клеточно-автоматные модели на основе исторических наблюдений
- выполнять прогнозирование динамики временных рядов
- анализировать точность прогнозирования с использованием статистических метрик

Разработка подобных информационных систем представляет интерес как с точки зрения теоретического исследования методов моделирования нелинейных экономических процессов, так и с практической точки зрения применения инструментов анализа данных в финансовой сфере.

Таким образом, актуальность данного исследования обусловлена необходимостью разработки информационных систем прогнозирования временных рядов, основанных на методах анализа сложных динамических систем, включая клеточно-автоматные модели.

## Методы и результаты исследования

Для анализа алгоритма прогнозирования была построена функциональная модель информационной системы с использованием методологии IDEF0 в среде RAMUS. Данный подход позволяет представить систему в виде набора взаимосвязанных функций, связанных потоками данных, управлением и механизмами реализации.

Основная функция системы заключается в прогнозировании временного ряда цен акций на основе трехцветной клеточно-автоматной модели. Декомпозиция контекстной диаграммы отражает последовательность алгоритмических этапов обработки данных: подготовку временного ряда, кодирование состояний, обучение клеточного автомата, прогнозирование будущих состояний и оценку точности прогноза.

На рисунке 1 представлена контекстная диаграмма уровня А0, отражающая общую функциональную модель информационной системы прогнозирования временных рядов на основе клеточно-автоматной модели.

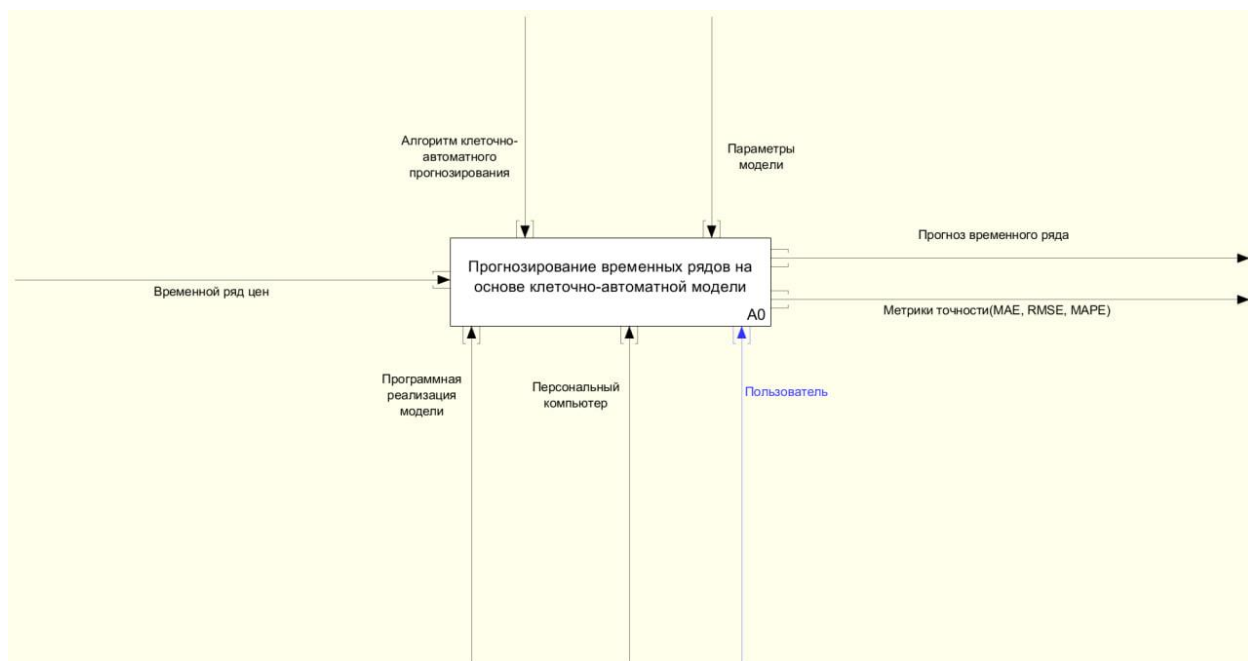


Рисунок 1 - Контекстная диаграмма информационной системы прогнозирования временных рядов на основе клеточно-автоматной модели

Центральным элементом диаграммы является функция «Прогнозирование временных рядов на основе клеточно-автоматной модели», которая реализует алгоритм обработки временного ряда и формирования прогнозных значений.

В качестве входного потока данных в систему поступает временной ряд цен. Временной ряд цен - это последовательность исторических значений котировок финансового инструмента, используемая для анализа динамики и построения прогнозной модели.

Данные временного ряда являются исходной информацией для выполнения алгоритма прогнозирования.

Функционирование системы определяется следующими управляющими воздействиями: алгоритм клеточно-автоматного прогнозирования и параметры модели.

Алгоритм клеточно-автоматного прогнозирования определяет последовательность вычислительных процедур обработки временного

ряда, включая кодирование состояний, формирование вероятностной модели переходов и вычисление прогнозных значений.

К параметрам модели относятся настройки алгоритма прогнозирования, такие как глубина памяти клеточного автомата и параметры обработки временного ряда. Эти параметры определяют структуру прогнозной модели и влияют на точность получаемых результатов.

В качестве механизмов реализации системы выступают программная реализация модели, персональный компьютер и пользователь.

Программный модуль, реализует алгоритмы обработки временных рядов и вычисления прогнозных значений.

Персональный компьютер - аппаратная платформа пользователя, на которой выполняется вычислительный процесс.

Пользователь взаимодействует с системой, задаёт параметры модели и инициирует выполнение процедуры прогнозирования.

В результате выполнения алгоритма система формирует следующие выходные данные - прогноз временного ряда, последовательность прогнозных значений, полученных на основе клеточно-автоматной модели и метрики точности прогнозирования.

Для оценки качества работы модели вычисляются показатели точности прогнозирования, которые позволяют количественно оценить точность полученного прогноза и сравнить эффективность модели для различных временных рядов.

На рисунке 2 представлена диаграмма декомпозиции уровня А0, отражающая функциональную структуру алгоритма прогнозирования временных рядов на основе клеточно-автоматной модели.

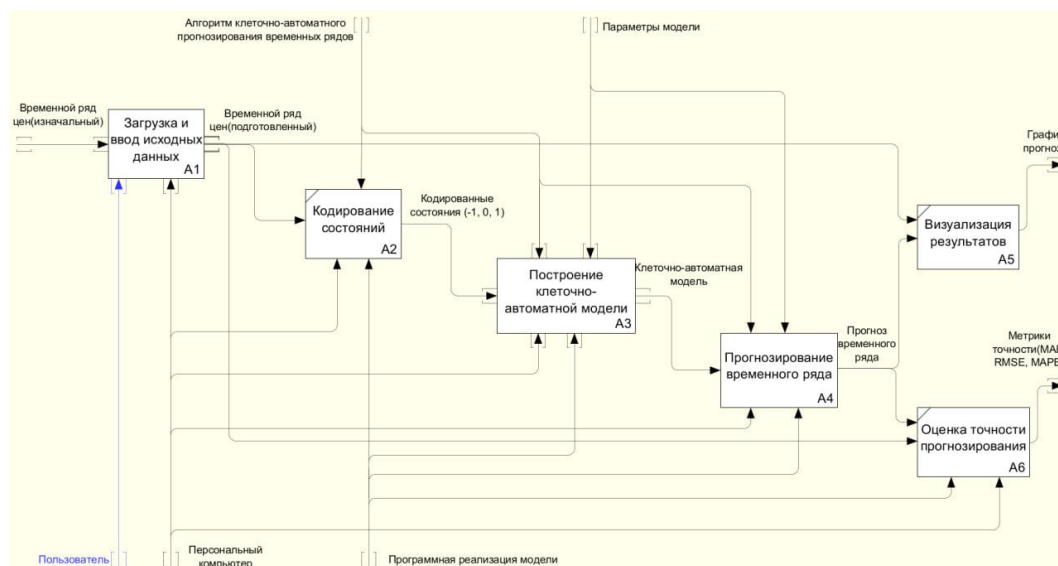


Рисунок 2 - Декомпозиция процесса прогнозирования временных рядов на основе клеточно-автоматной модели

Данная диаграмма детализирует процесс прогнозирования и представляет его в виде последовательности взаимосвязанных функциональных блоков обработки данных.

Основной входной информацией системы является временной ряд цен финансового инструмента, который используется для построения прогнозной модели.

Процесс прогнозирования включает несколько последовательных этапов:

- A1 - Загрузка и ввод исходных данных
- A2 - Кодирование состояний
- A3 - Построение клеточно-автоматной модели
- A4 - Прогнозирование временного ряда
- A5 - Визуализация результатов
- A6 - Оценка точности прогнозирования

Первым этапом является загрузка и ввод исходных данных (A1). На данном этапе осуществляется получение исходного временного ряда цен,

который представляет собой последовательность исторических значений котировок финансового инструмента.

Временной ряд может быть загружен из внешнего источника данных или введён пользователем.

Результатом работы данного этапа является подготовленный временной ряд цен, который используется на следующих этапах алгоритма.

Следующим этапом является кодирование состояний (A2). На этом этапе значения временного ряда преобразуются в дискретные состояния клеточного автомата.

Для кодирования используется трёхцветная схема, в соответствии с которой каждому значению доходности присваивается одно из трёх состояний:

-1 - снижение значения временного ряда

0 - отсутствие существенного изменения

1 - рост значения временного ряда

Результатом данного этапа является последовательность кодированных состояний временного ряда.

На этапе A3 выполняется построение клеточно-автоматной модели. В процессе построения модели анализируются последовательности кодированных состояний временного ряда.

Формируются шаблоны состояний длины  $m$ , где параметр  $m$  представляет глубину памяти модели.

Для каждого шаблона определяется статистика переходов в последующее состояние, что позволяет сформировать вероятностную модель переходов между состояниями системы.

Результатом данного этапа является клеточно-автоматная модель прогнозирования.

На этапе А4 выполняется прогнозирование временного ряда. На основе построенной клеточно-автоматной модели определяется наиболее вероятное следующее состояние системы.

Используя полученное состояние, вычисляется прогнозная доходность и на её основе восстанавливается прогнозное значение временного ряда.

Результатом данного этапа является прогноз временного ряда.

На этапе А5 осуществляется визуализация результатов прогнозирования. Полученные прогнозные значения представляются в графическом виде, что позволяет наглядно сравнить фактические и прогнозные значения временного ряда.

Результатом работы данного этапа является график прогноза временного ряда.

Заключительным этапом является оценка точности прогнозирования (А6). На данном этапе выполняется сравнение прогнозных и фактических значений временного ряда.

Для оценки качества прогнозирования используются следующие метрики:

MAE (Mean Absolute Error) - средняя абсолютная ошибка

RMSE (Root Mean Squared Error) - среднеквадратичная ошибка

MAPE (Mean Absolute Percentage Error) - средняя абсолютная процентная ошибка

Результатом данного этапа является набор метрик точности прогнозирования, характеризующих качество работы модели.

На рисунке 3 представлена декомпозиция функционального блока А1 «Загрузка и ввод исходных данных», который отвечает за получение и предварительную обработку исходного временного ряда цен.

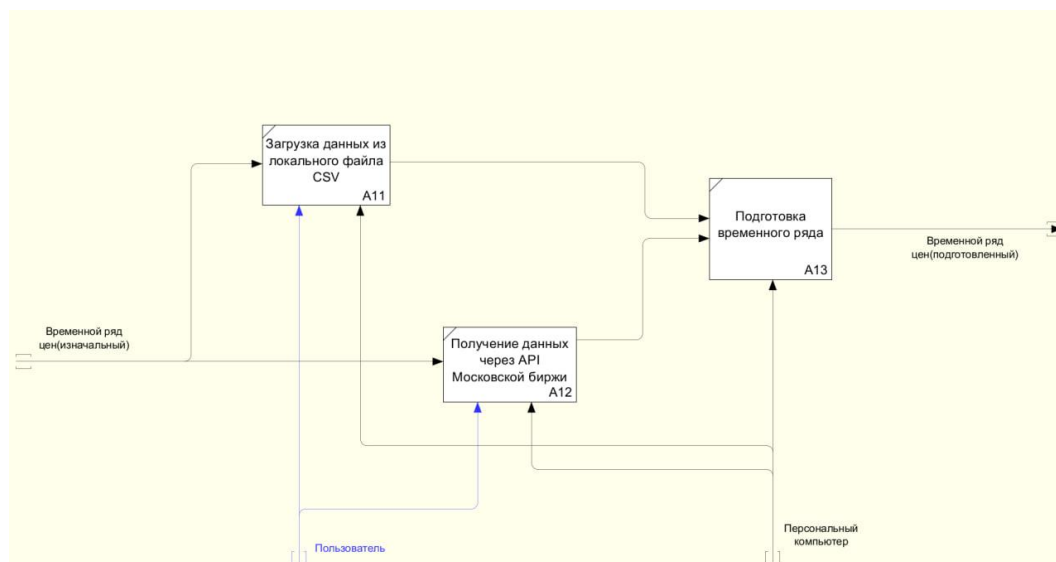


Рисунок 3 - Декомпозиция блока загрузки и подготовки исходных данных

Данный этап является начальным в процессе работы информационной системы и обеспечивает получение исходных данных, необходимых для дальнейшего построения прогнозной модели.

В качестве входной информации используется исходный временной ряд цен, представляющий собой последовательность исторических значений котировок финансового инструмента.

Процесс получения и подготовки данных включает несколько функциональных операций.

A11 - Загрузка данных из локального файла CSV. Функциональный блок A11 реализует загрузку исходных данных из локального файла формата CSV.

На данном этапе пользователь выбирает файл, содержащий временной ряд цен. Программная система выполняет считывание данных из файла и преобразование их в внутренний формат представления временного ряда.

В результате выполнения данного этапа формируется набор значений цен, пригодный для дальнейшей обработки.

A12 - Получение данных через API Московской биржи. Функциональный блок A12 реализует альтернативный способ получения исходных данных - загрузку временного ряда через API Московской биржи.

На данном этапе выполняется обращение к информационному сервису Московской биржи, который предоставляет исторические данные котировок финансовых инструментов.

Система формирует запрос к API и получает данные в виде временного ряда цен.

Использование API позволяет автоматически получать актуальные данные и формировать временные ряды необходимой длины.

A13 - Подготовка временного ряда. Функциональный блок A13 выполняет подготовку полученного временного ряда для дальнейшего анализа.

На данном этапе выполняются операции обработки данных, включающие:

- формирование упорядоченной последовательности значений цен
- устранение возможных пропусков данных
- приведение данных к формату, используемому алгоритмом прогнозирования

Результатом выполнения данного этапа является подготовленный временной ряд цен, который используется на следующих этапах алгоритма клеточно-автоматного прогнозирования.

Роль пользователя и вычислительной системы. На данном этапе пользователь инициирует процесс загрузки данных и выбирает источник временного ряда. Все вычислительные операции выполняются программной системой на персональном компьютере пользователя.

Результатом работы блока А1 является подготовленный временной ряд цен, который передается на следующий этап алгоритма - кодирование состояний временного ряда.

На рисунке 4 представлена декомпозиция функционального блока А3 «Построение клеточно-автоматной модели», который реализует алгоритм формирования вероятностной модели клеточного автомата на основе кодированных состояний временного ряда.

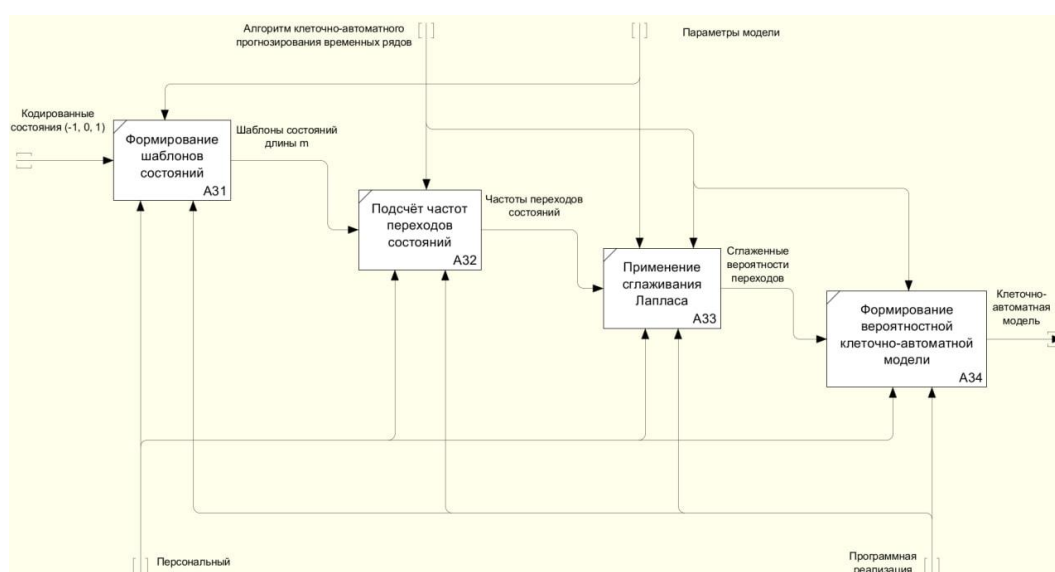


Рисунок 4 - Декомпозиция процесса построения клеточно-автоматной модели

Входными данными данного этапа являются кодированные состояния временного ряда, представленные в виде дискретных значений  $\{-1, 0, 1\}$ . Эти значения отражают динамику изменения временного ряда и используются для анализа последовательностей состояний системы.

Процесс построения клеточно-автоматной модели включает несколько последовательных операций.

На этапе А31 выполняется формирование шаблонов состояний. Из последовательности кодированных состояний извлекаются шаблоны длины  $m$ , где параметр  $m$  представляет глубину памяти клеточно-автоматной модели.

Каждый шаблон представляет собой последовательность из  $m$  предыдущих состояний системы и используется для анализа закономерностей изменения временного ряда.

Результатом выполнения данного этапа является множество шаблонов состояний длины  $m$ .

На этапе А32 выполняется подсчёт частот переходов состояний. Для каждого сформированного шаблона определяется количество переходов в возможные последующие состояния системы.

Таким образом формируется статистика переходов между состояниями клеточного автомата.

Результатом данного этапа является набор частот переходов состояний, отражающих наблюдаемую динамику временного ряда.

На этапе А33 выполняется применение сглаживания Лапласа. Данный метод используется для корректировки оценок вероятностей переходов между состояниями в случаях, когда наблюдаемое количество переходов является недостаточным.

Сглаживание Лапласа позволяет избежать нулевых вероятностей переходов и обеспечивает более устойчивую работу модели.

В результате выполнения данного этапа формируются сглаженные вероятности переходов состояний.

На заключительном этапе А34 осуществляется формирование вероятностной клеточно-автоматной модели. На основе полученных сглаженных вероятностей переходов строится модель, описывающая вероятностные зависимости между состояниями системы.

Полученная модель используется на следующем этапе алгоритма для прогнозирования будущих состояний временного ряда.

Результатом выполнения данного этапа является клеточно-автоматная модель прогнозирования.

На рисунке 5 представлена декомпозиция функционального блока А4 «Прогнозирование временного ряда», реализующего алгоритм вычисления прогнозных значений на основе построенной клеточно-автоматной модели.

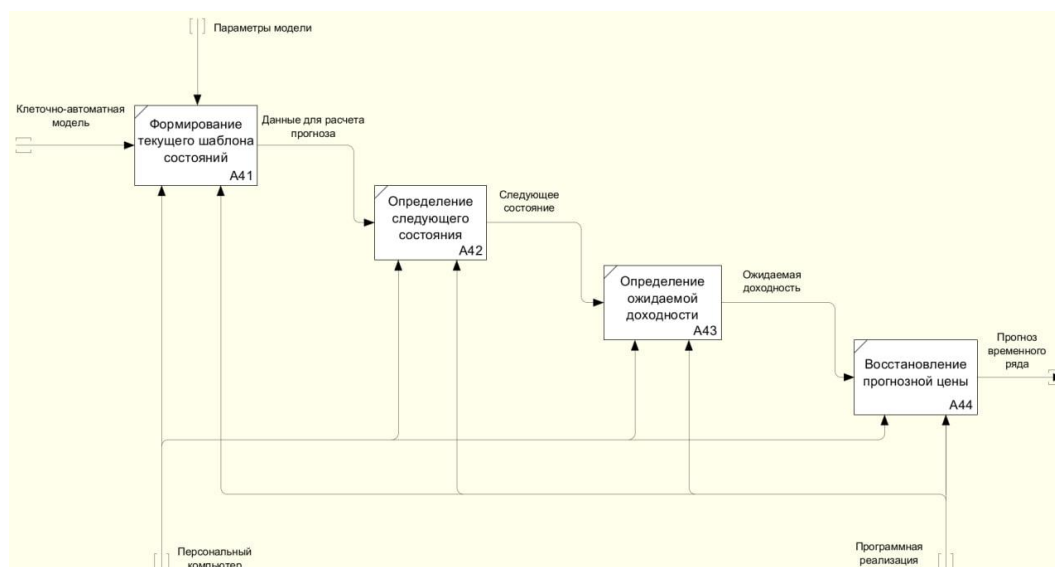


Рисунок 5 - Декомпозиция процесса прогнозирования временного ряда на основе клеточно-автоматной модели

Входными данными данного этапа является клеточно-автоматная модель, сформированная на предыдущем этапе алгоритма. Также используются параметры модели, определяющие структуру шаблонов состояний и правила прогнозирования.

Процесс прогнозирования включает несколько последовательных операций.

На этапе А41 выполняется формирование текущего шаблона состояний. Из последовательности последних наблюдаемых состояний временного ряда формируется шаблон длины  $m$ , где  $m$  соответствует глубине памяти модели.

Этот шаблон используется как входная последовательность для определения следующего состояния системы.

Результатом данного этапа является набор данных для расчета прогноза.

На этапе А42 выполняется определение следующего состояния системы. Используя сформированный шаблон состояний и вероятностную структуру клеточно-автоматной модели, определяется наиболее вероятное следующее состояние системы.

Следующее состояние может принимать одно из значений множества:

-1 - снижение значения временного ряда

0 - отсутствие значимого изменения

1 - рост значения временного ряда

Результатом выполнения данного этапа является следующее состояние системы.

На этапе А43 выполняется определение ожидаемой доходности. Каждому состоянию системы соответствует среднее значение доходности, рассчитанное на основе статистики обучающего временного ряда.

Используя определенное на предыдущем этапе состояние, вычисляется ожидаемая доходность для следующего момента времени.

На заключительном этапе А44 выполняется восстановление прогнозного значения цены.

Полученная ожидаемая доходность преобразуется в прогнозное значение временного ряда с использованием зависимости между доходностью и ценой финансового инструмента.

В результате выполнения данного этапа формируется прогноз временного ряда, представляющий собой ожидаемое значение цены в следующий момент времени.

Основным преимуществом разработанной информационной системы прогнозирования временных рядов на основе трехцветной клеточно-автоматной модели является возможность автоматизации процесса анализа

динамики финансовых временных рядов и построения прогнозных значений на основе вероятностной структуры состояний системы.

Разработанная система обеспечивает комплексную обработку данных, включающую загрузку исходных временных рядов, преобразование данных в дискретные состояния, построение клеточно-автоматной модели и формирование прогнозных значений.

Одним из важных преимуществ системы является возможность работы с временными рядами различной длины, что позволяет применять её для анализа динамики котировок различных финансовых инструментов.

Информационная система поддерживает загрузку данных из файлов форматов CSV, а также получение исторических котировок через API Московской биржи, что обеспечивает гибкость формирования входных данных.

Дополнительным преимуществом является наличие встроенных средств оценки качества прогнозирования. Система автоматически рассчитывает метрики точности, включая MAE, RMSE и MAPE, что позволяет количественно оценивать точность построенной модели и проводить сравнительный анализ результатов прогнозирования.

Таким образом, разработанная информационная система позволяет автоматизировать процесс построения клеточно-автоматной модели и прогнозирования временных рядов, обеспечивая удобные средства анализа и оценки точности получаемых прогнозов.

Для демонстрации работы разработанной информационной системы были использованы реальные данные фондового рынка. Исторические данные по ценам акций были получены через API Московской биржи (MOEX ISS) и представлены в виде временных рядов значений цены закрытия.

Каждый временной ряд представляет собой последовательность наблюдений, упорядоченных по времени, и характеризует динамику изменения стоимости соответствующего финансового инструмента.

Были выбраны пять ликвидных российских компаний:

- 1) GAZP - ПАО “Газпром” (газовая отрасль)
- 2) GMKN - ПАО «ГМК “Норильский никель” (цветная металлургия)
- 3) LKOH - ПАО “ЛУКОЙЛ” (нефтегазовая отрасль)
- 4) ROSN - ПАО “Роснефть” (нефтяная отрасль)
- 5) SBER - ПАО “Сбербанк России” (финансовый сектор)

Для каждой компании был сформирован временной ряд цен закрытия за длительный период наблюдений.

Для GMKN период был ограничен датой дробления акций, чтобы избежать структурного разрыва ряда и некорректного влияния на модель.

Ряд	Диапазон дат
GAZP	24.02.2016 - 20.02.2026
GMKN	24.02.2016 - 01.04.2024 (до дробления акций)
LKOH	24.02.2016 - 20.02.2026
ROSN	24.02.2016 - 20.02.2026
SBER	24.02.2016 - 20.02.2026

Таблица 1 - Диапазон дат для расчётов

Полученные данные используются в качестве исходной информации для построения прогнозной модели. На основе временных рядов цен вычисляется ряд доходностей, который далее преобразуется в дискретные состояния клеточного автомата.

Программный модуль, разработанный в рамках информационной системы прогнозирования временных рядов на основе трёхцветной

клеточно-автоматной модели, предназначен для построения прогноза динамики финансовых временных рядов и оценки точности полученных результатов.

Модуль обеспечивает загрузку исходных данных двумя способами: из локального файла формата CSV или посредством автоматического получения исторических котировок через API Московской биржи (MOEX ISS). После загрузки данных система формирует временной ряд цен выбранного финансового инструмента и выполняет его предварительную обработку.

На основе загруженных данных рассчитывается ряд доходностей, который далее преобразуется в дискретные состояния клеточного автомата (-1, 0, 1), отражающие снижение, стабильность или рост значения временного ряда. Далее выполняется построение вероятностной клеточно-автоматной модели, учитывающей глубину памяти  $m$ .

В процессе работы программный модуль автоматически выполняет подбор оптимального значения глубины памяти  $m$ , при котором достигается наилучшее качество прогнозирования. Для оценки точности прогноза используются стандартные метрики ошибок временных рядов: MAE, MSE, RMSE и MAPE.

Результатом работы системы является прогнозное значение временного ряда, а также визуализация фактической и прогнозной динамики цены финансового инструмента.

Пример интерфейса разработанной информационной системы при загрузке данных из CSV-файла и через API Московской биржи представлен на рисунке 6 и 7 соответственно.

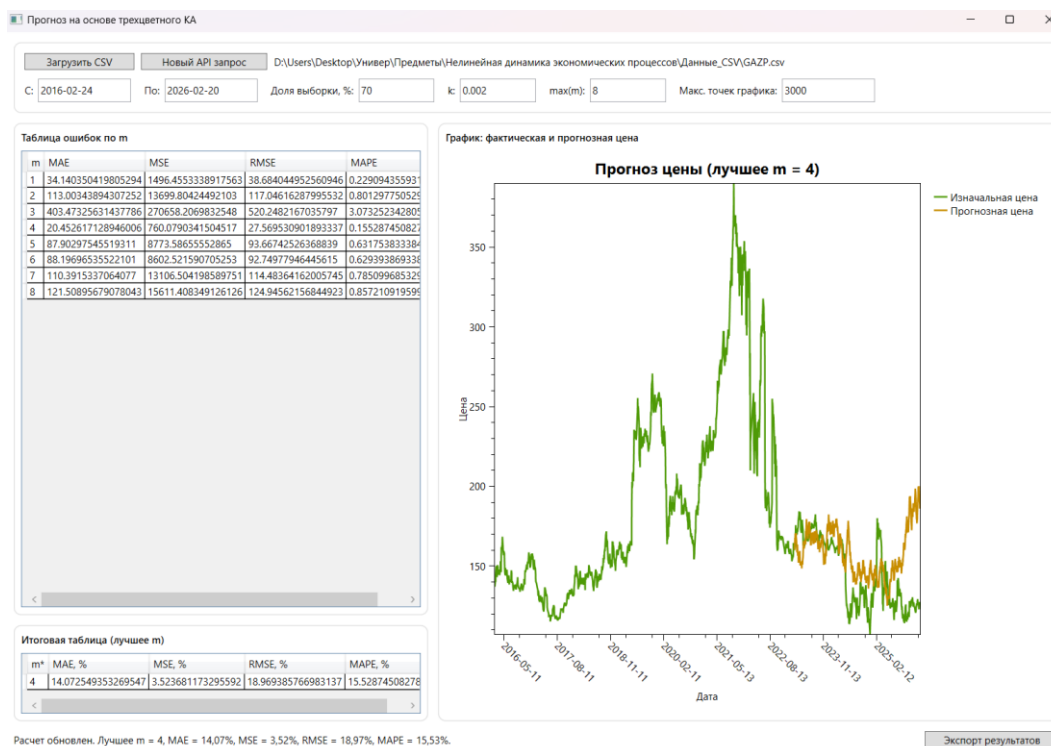


Рисунок 6 - интерфейса разработанной информационной системы при загрузке данных из CSV-файла

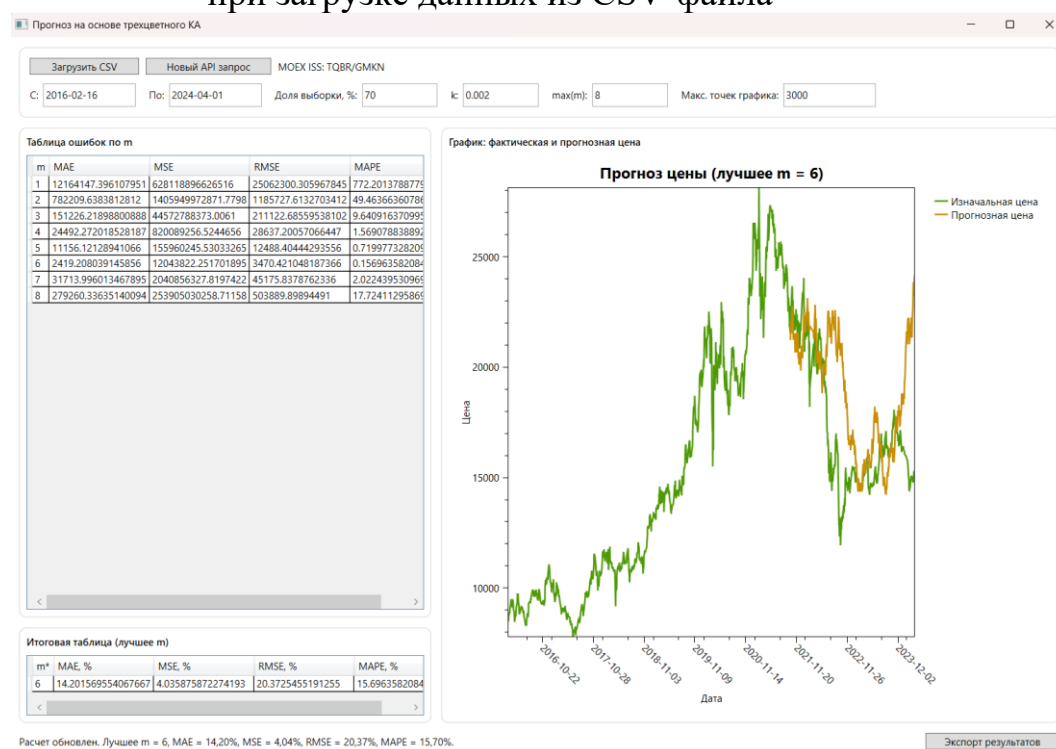


Рисунок 7 - интерфейса разработанной информационной системы при загрузке данных по API Московской биржи

Первым этапом работы модели является преобразование временного ряда цен в форму, пригодную для клеточно-автоматного анализа. Использование самих цен напрямую в данной модели нецелесообразно,

поскольку цена как абсолютная величина плохо отражает локальную динамику процесса. Для анализа существенно важнее не абсолютный уровень котировки, а её относительное изменение от шага к шагу. Поэтому в системе сначала рассчитывается ряд логарифмических доходностей, который является стандартным инструментом анализа финансовых временных рядов и удобен тем, что переводит исходный ряд в шкалу относительных изменений.

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

Здесь  $P_t$  - цена в момент времени  $t$ ,  $ar_t$  - доходность.

После вычисления доходностей выполняется их перевод в конечное множество состояний. В работе используется трёхцветная схема кодирования, в которой вся динамика сводится к трём базовым состояниям: снижение, нейтральное изменение и рост. Такое упрощение не является потерей смысла, а, наоборот, служит способом выделения главной структурной информации о временном ряде. В результате вместо непрерывного ряда значений формируется дискретная последовательность состояний -1,0,1-1, 0, 1-1,0,1, удобная для анализа переходов.

Выбор именно трёх состояний обусловлен балансом между информативностью и устойчивостью модели. Если взять слишком мало состояний, например только рост и снижение, то нейтральные участки ряда будут искусственно отнесены к одному из экстремальных классов, что исказит структуру переходов. Если, напротив, слишком дробить пространство состояний, то модель станет избыточно чувствительной к шуму и частоты переходов окажутся слишком разреженными. Трёхцветная схема позволяет отделить действительно выраженное движение вверх или вниз от малых колебаний, которые в реальном финансовом ряду часто носят шумовой характер.

Ключевую роль здесь играет параметр  $k$ , который задаёт порог чувствительности. Если абсолютная доходность меньше этого порога, изменение считается нейтральным; если выше порога - фиксируется рост или снижение. Таким образом, параметр  $k$  регулирует степень «грубости» дискретизации: при слишком малом  $k$  модель начинает реагировать почти на любые колебания и теряет устойчивость, а при слишком большом  $k$  существенная часть динамики сворачивается в нейтральное состояние. В интерфейсе системы этот параметр задаётся явно, что позволяет адаптировать модель к характеру конкретного временного ряда.

$$s_t = \begin{cases} -1, & r_t < -k \\ 0, & |r_t| \leq k \\ 1, & r_t > k \end{cases}$$

Доля выборки, %:      $k$ :      $\max(m)$ :

Рисунок 8 - параметры модели

После преобразования временного ряда в последовательность состояний система переходит к этапу построения клеточно-автоматной модели. В основе данного этапа лежит идея, что следующее состояние ряда зависит не от всей его предыстории, а от ограниченного количества последних состояний. Это количество задаётся параметром глубины памяти  $m$ . Тем самым временной ряд рассматривается как дискретный процесс с конечной памятью, где каждое новое состояние определяется шаблоном из  $m$  предыдущих состояний.

Для каждого момента времени формируется шаблон состояний длины  $m$ . Затем по обучающему участку ряда подсчитывается, сколько раз после такого шаблона наблюдалось каждое из трёх возможных следующих состояний. Именно на этой стадии модель приобретает стохастический характер: вместо жёсткого правила «после такого шаблона всегда следует

одно и то же состояние» строится распределение вероятностей возможного продолжения.

$$S_t = (s_{t-m}, s_{t-m+1}, \dots, s_{t-1})$$

Такой подход имеет важное методологическое обоснование. Финансовый временной ряд не является строго детерминированным объектом. Даже если несколько последних шагов динамики полностью совпадают с наблюдававшейся ранее конфигурацией, следующее изменение цены не обязано совпасть в точности. Поэтому использование вероятностной модели переходов выглядит более адекватным, чем попытка навязать ряду единственное фиксированное правило эволюции. Иначе говоря, модель не «угадывает» точное значение по формуле, а оценивает, какой из сценариев продолжения является наиболее вероятным на основе накопленной статистики.

В работе применяется не произвольная стохастическая схема, а именно частотная вероятностная модель, где вероятности переходов оцениваются по наблюдаемым частотам. Это делает алгоритм интерпретируемым: каждая вероятность имеет прямой эмпирический смысл и соответствует тому, насколько часто в прошлом после данного шаблона состояний происходил рост, снижение или нейтральное движение.

Однако при работе с конечной выборкой возникает типичная проблема разреженности наблюдений. Для некоторых шаблонов число вхождений может оказаться очень малым, а часть возможных переходов вообще может не встретиться в обучающей выборке. Если использовать сырые частоты, это приводит к нулевым вероятностям. Такая ситуация нежелательна, потому что нулевая вероятность в статистической модели означает полное исключение сценария, хотя на практике отсутствие наблюдения может быть связано не с невозможностью события, а лишь с ограниченностью выборки.

Именно поэтому в работе используется лапласовское сглаживание. Оно добавляет к каждому счётчику переходов малую постоянную величину и тем самым устраняет нулевые вероятности. Выбор сглаживания Лапласа оправдан его простотой, интерпретируемостью и устойчивостью при малых выборках. Для задач прогнозирования финансовых рядов это особенно важно, поскольку даже при относительно длинной истории конкретные шаблоны длины  $m$  могут встречаться неравномерно. Лапласовское сглаживание делает модель менее хрупкой и позволяет избежать переобучения на редких локальных конфигурациях.

$$P(s_t|S_t) = \frac{N(S_t \rightarrow s_t) + a}{N(S_t) + 3a}$$

Здесь  $N(S_t \rightarrow s_t)$  - это число переходов,  $N(S_t)$  - число наблюдений,  $a$  - параметр сглаживания.

Результатом данного этапа является вероятностная клеточно-автоматная модель, содержащая: во-первых, таблицу вероятностей переходов между состояниями для различных шаблонов длины  $m$ , а во-вторых, средние значения доходности для каждого из состояний. В модели также сохраняется глобальное распределение состояний, которое используется в тех случаях, когда нужный шаблон в обучающей выборке отсутствует. Это дополнительно повышает устойчивость алгоритма и позволяет продолжать прогнозирование даже при неполной статистике шаблонов.

После построения вероятностной модели выполняется собственно прогнозирование. На каждом шаге прогнозного участка из последних  $m$  известных состояний формируется текущий шаблон, который сравнивается с таблицей переходных вероятностей. Для этого шаблона система определяет распределение вероятностей трёх возможных следующих состояний и выбирает наиболее вероятное из них. Тем самым

прогноз следующего шага строится как решение задачи выбора наиболее вероятного сценария локальной динамики.

$$s_{t+1} = \arg \max_{s \in \{-1,0,1\}} P(s_t | S_t)$$

После определения следующего состояния требуется перейти от дискретного символа -1,0,1-1, 0, 1-1,0,1 к количественному значению, пригодному для восстановления цены. Для этого в модели для каждого состояния рассчитывается средняя доходность, наблюдавшаяся на обучающей выборке. Таким образом, состояние интерпретируется не просто как знак движения, а как класс, связанный с характерным средним изменением цены. Если прогнозируется рост, система использует среднюю доходность класса +1+1+1; если прогнозируется нейтральное состояние - среднюю доходность класса 000; если снижение - среднюю доходность класса -1-1-1.

$$\mu_s = E[r_t | s_t = s]$$

Далее выполняется восстановление прогнозной цены. Поскольку модель работает с логарифмическими доходностями, переход к цене осуществляется через экспоненциальное преобразование. Такой способ восстановления согласован с выбором лог-доходностей на предыдущем этапе и обеспечивает корректную связь между относительным изменением и абсолютным уровнем цены.

$$P_{t+1} = P_t * e^{\mu_s}$$

Особенность разработанного алгоритма состоит в том, что прогноз строится пошагово. Это означает, что система не просто прогнозирует один шаг вперёд, а поочерёдно формирует последовательность прогнозных значений на тестовом участке ряда. Такой режим ближе к реальной задаче прогнозирования, где модель должна воспроизводить динамику ряда на интервале, а не только угадывать отдельную точку.

При этом в разработанной системе выполняется перебор различных значений глубины памяти  $m$  в заданном диапазоне. Для каждого значения

строится отдельная модель, рассчитывается прогноз и оцениваются ошибки. Затем выбирается то значение  $m$ , для которого качество прогноза оказывается наилучшим. Такой подход позволяет не фиксировать глубину памяти априори, а определять её эмпирически по данным. Это особенно важно, поскольку разные финансовые инструменты могут обладать различной степенью локальной зависимости: для одних рядов достаточно короткой памяти, для других лучшую точность может давать более длинный шаблон.

Таблица ошибок по  $m$

$m$	MAE	MSE	RMSE	MAPE
1	12164147.396107951	628118896626516	25062300.305967845	772.2013788779
2	782209.6383812812	1405949972871.7798	1185727.6132703412	49.46366360786
3	151226.21898800888	44572788373.0061	211122.68559538102	9.640916370995
4	24492.272018528187	820089256.5244656	28637.20057066447	1.569078838892
5	11156.12128941066	155960245.53033265	12488.40444293556	0.719977328209
6	2419.208039145856	12043822.251701895	3470.421048187366	0.156963582084
7	31713.996013467895	2040856327.8197422	45175.8378762336	2.022439530969
8	279260.33635140094	253905030258.71158	503889.89894491	17.72411295869

Итоговая таблица (лучшее  $m$ )

$m^*$	MAE, %	MSE, %	RMSE, %	MAPE, %
6	14.201569554067667	4.035875872274193	20.3725455191255	15.6963582084

Рисунок 8 - перебор различных значений глубины памяти  $m$  в и лучший результат

Качество работы модели оценивается с помощью набора стандартных метрик ошибок: MAE, MSE, RMSE и MAPE. Выбор именно этих критериев обоснован тем, что они позволяют оценивать прогноз с разных сторон. MAE показывает среднюю абсолютную величину отклонения прогноза от фактических значений, MSE и RMSE сильнее

штрафуют крупные ошибки, а MAPE характеризует относительную ошибку в процентной форме, что удобно для сравнения результатов по инструментам с разным уровнем цены. По коду системы видно, что вычисление этих метрик встроено непосредственно в программную реализацию и выполняется автоматически после завершения прогнозирования .

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |P_t - \hat{P}_t|$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (P_t - \hat{P}_t)^2$$

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|P_t - \hat{P}_t|}{P_t}$$

Здесь  $P_t$  - это фактическое (реальное) значение цены, а  $\hat{P}_t$  - это прогнозное значение цены, которое вычисляет модель.

Таблица ошибок по m

m	MAE	MSE	RMSE	MAPE
1	12164147.396107951	628118896626516	25062300.305967845	772.2013788779
2	782209.6383812812	1405949972871.7798	1185727.6132703412	49.46366360786
3	151226.21898800888	44572788373.0061	211122.68559538102	9.640916370995
4	24492.272018528187	820089256.5244656	28637.20057066447	1.569078838892
5	11156.12128941066	155960245.53033265	12488.40444293556	0.719977328209
6	2419.208039145856	12043822.251701895	3470.421048187366	0.156963582084
7	31713.996013467895	2040856327.8197422	45175.8378762336	2.022439530969
8	279260.33635140094	253905030258.71158	503889.89894491	17.72411295869

Итоговая таблица (лучшее m)

m*	MAE, %	MSE, %	RMSE, %	MAPE, %
6	14.201569554067667	4.035875872274193	20.3725455191255	15.6963582084

Рисунок 9 - Метрики расчета ошибок

На экран программы выводятся две основные группы результатов. Во-первых, формируется таблица ошибок для разных значений глубины

памяти  $m$ , что позволяет сравнить, как меняется точность модели при различной длине шаблона. Во-вторых, строится график фактической и прогнозной цены, который позволяет визуально оценить, насколько адекватно модель воспроизводит основную динамику ряда.

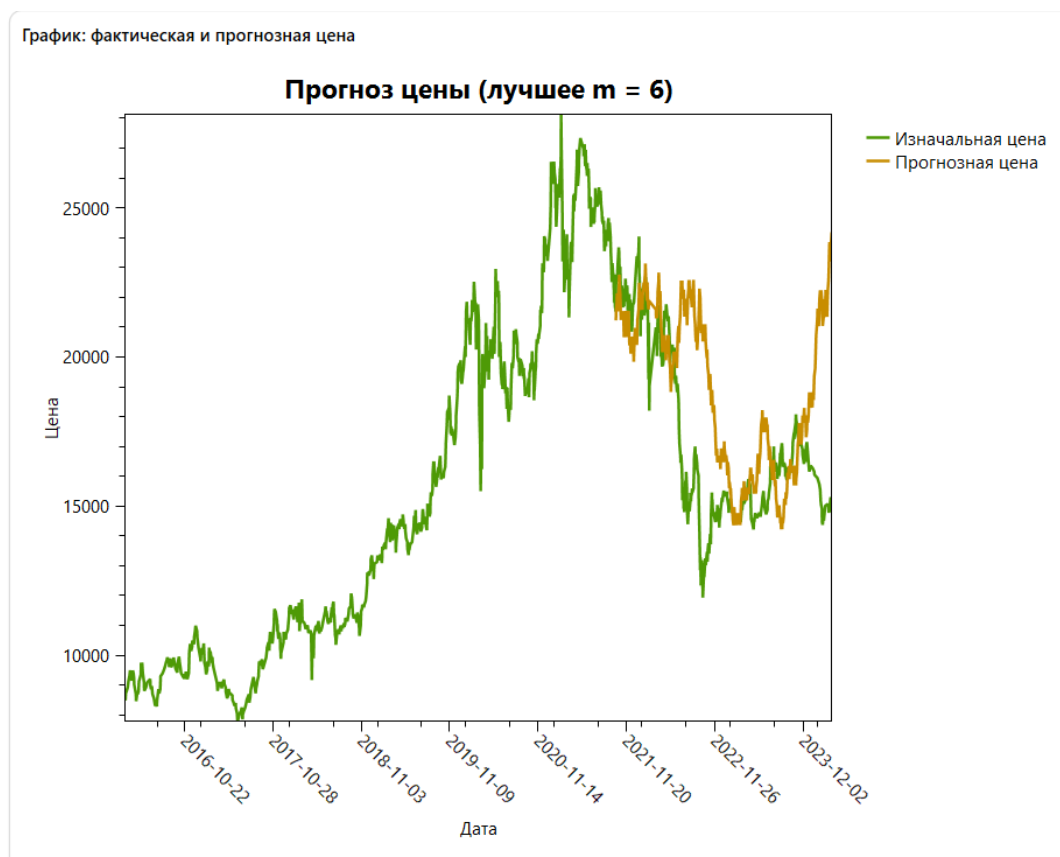


Рисунок 11 - Графическое отображение фактической и прогнозной цен

По результатам работы разработанной информационной системы и выполнения прогнозирования для пяти временных рядов акций была сформирована итоговая сравнительная таблица. В неё вошли значения оптимальной глубины памяти модели  $m$ , а также рассчитанные метрики точности прогноза: MAE, MSE, RMSE и MAPE.

Ряд	Лучшая память $m$	MAE	MSE	RMSE	MAPE (%)
GAZP	4	20.45	760.08	27.57	15.53

Ряд	Лучшая память $m$	MAE	MSE	RMSE	MAPE (%)
GMKN	6	3100.77	18314899.93	4279.59	20.24
LKOH	4	1021.80	1783281.05	1335.40	16.25
ROSN	6	83.43	1084310	104.13	16.14
SBER	4	77.97	9092.31	95.35	26.89

Таблица 2 – Сравнительная таблица результатов прогнозирования для исследуемых акций

Анализ полученных результатов показывает, что оптимальное значение глубины памяти модели различается для разных финансовых инструментов. Для акций GAZP, LKOH и SBER наилучшие показатели точности прогнозирования были получены при глубине памяти  $m=4$ , тогда как для GMKN и ROSN оптимальным оказалось значение  $m=6$ . Данный результат свидетельствует о том, что различные финансовые инструменты обладают неодинаковой степенью временной зависимости, которую можно интерпретировать как различную глубину «рыночной памяти».

Наименьшие значения относительной ошибки MAPE были получены для временных рядов GAZP и ROSN, где ошибка составила приблизительно 15–16 %. Это позволяет предположить, что для данных инструментов трёхцветная клеточно-автоматная модель лучше адаптируется к структуре временного ряда и более корректно воспроизводит его динамику.

Для акции GMKN наблюдаются значительно более высокие абсолютные значения ошибок MAE, MSE и RMSE. Данный эффект обусловлен, прежде всего, высокой стоимостью акции и значительной амплитудой её колебаний, что приводит к увеличению абсолютных значений отклонений между фактической и прогнозной ценой.

Наибольшее значение относительной ошибки MAPE зафиксировано для временного ряда SBER. Это может быть связано с повышенной

чувствительностью данной акции к внешним рыночным факторам и новостным событиям, что делает её динамику менее устойчивой и более сложной для прогнозирования в рамках выбранной дискретной модели.

Отдельного внимания заслуживает влияние глубины памяти  $m$  на точность модели. Экспериментальные расчёты показали, что увеличение глубины памяти сверх оптимального значения приводит к росту ошибки прогнозирования. Это объясняется тем, что с увеличением  $m$  число возможных шаблонов состояний возрастает как  $3^m$ , вследствие чего наблюдается разреженность статистики переходов и возникает эффект переобучения модели.

В целом полученные результаты показывают, что трёхцветная стохастическая клеточно-автоматная модель способна достаточно адекватно воспроизводить основные тенденции изменения финансовых временных рядов. При этом точность прогнозирования существенно зависит от характеристик конкретного инструмента, включая уровень волатильности, амплитуду колебаний и структуру локальных зависимостей во временном ряду.

Разработанная информационная система позволяет автоматически подбирать оптимальную глубину памяти модели и рассчитывать метрики точности прогнозирования, что делает её удобным инструментом для исследования и анализа динамики финансовых временных рядов.

### **Заключение**

В рамках проведённого исследования была разработана информационная система, реализующая алгоритм прогнозирования финансовых временных рядов на основе трёхцветной стохастической клеточно-автоматной модели. Основной целью работы являлось создание программного инструмента, позволяющего выполнять обработку временных рядов котировок акций, формировать вероятностную модель

переходов состояний и оценивать точность прогнозирования с использованием стандартных метрик ошибок.

В разработанной системе реализована последовательность вычислительных этапов, включающая загрузку исходных данных, преобразование временного ряда цен в ряд логарифмических доходностей, дискретизацию доходностей в три состояния клеточного автомата, формирование вероятностной структуры переходов между состояниями с использованием лапласовского сглаживания, а также пошаговое прогнозирование будущих значений временного ряда. Для оценки качества полученных прогнозов используются метрики MAE, MSE, RMSE и MAPE, что позволяет комплексно анализировать точность модели.

В ходе экспериментального исследования были проанализированы временные ряды котировок акций пяти компаний Московской биржи: GAZP, GMKN, LKOH, ROSN и SBER. Для каждого временного ряда была проведена серия вычислительных экспериментов с различными значениями глубины памяти модели. На основе полученных результатов была сформирована сравнительная таблица метрик точности и определены оптимальные значения параметра памяти для каждого финансового инструмента.

Проведённый анализ показал, что оптимальная глубина памяти модели может различаться для разных временных рядов, что отражает различия в структуре локальных зависимостей динамики котировок. Для части исследованных акций наилучшие результаты были достигнуты при глубине памяти  $m=4$ , тогда как для других инструментов более точные прогнозы получались при  $m=6$ . Это свидетельствует о том, что различные финансовые активы обладают различной степенью временной зависимости, которую можно интерпретировать как различную глубину «рыночной памяти».

Полученные значения относительной ошибки прогнозирования показали, что разработанная модель способна достаточно адекватно воспроизводить основные тенденции изменения цен. При этом точность прогноза зависит от уровня волатильности конкретного финансового инструмента и характера колебаний его временного ряда. Более стабильные временные ряды демонстрируют меньшую относительную ошибку прогнозирования, тогда как для более волатильных инструментов ошибка возрастает.

Практическая значимость работы заключается в создании программной реализации, позволяющей автоматизировать процесс анализа временных рядов и экспериментального исследования клеточно-автоматных моделей прогнозирования. Реализованная информационная система обеспечивает загрузку данных из различных источников, автоматический подбор параметров модели, расчёт метрик точности и визуализацию результатов прогнозирования.

Таким образом, разработанная информационная система может рассматриваться как инструмент вычислительного анализа динамики финансовых временных рядов и дальнейшего исследования стохастических клеточно-автоматных моделей прогнозирования.

### **Список источников**

1. Кричевский М. Л. Интеллектуальный анализ данных в менеджменте. – СПб.: СПбГУАП, 2005. – 208 с.
2. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
3. Перепелица В. А., Касаева М. Д. Прогнозирование природного временного ряда на базе модели клеточного автомата // Современные аспекты экономики. – 2002. – № 9. – С. 209–212.
4. Popova E., de Sousa Costa L., Kumratova A. Hybrid Instrumental Means of Predictive Analysis of the Dynamics of Natural and Economic Processes // Hybrid Intelligent Systems. HIS 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2020. – Vol. 923. – Springer, Cham. – DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-14347-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-14347-3_4).

5. Кумратова А. М., Розентул И. В., Василенко А. И. Математические методы и инструментальные средства прогнозирования сложных процессов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2024. – № 204. – С. 152–166. – DOI: 10.21515/1990-4665-204-017.

6. Kumratova A. M., Popova E. V., Velikanova L. O. et al. Tourist and recreational complex elements dynamics research data analysis qualitative methods // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2021. – Vol. 786. – Article 012010. – DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/786/1/012010>.

7. Попова Е. В., Позднышева Н. О., Савинская Д. Н. и др. Теория нечетких множеств и клеточных автоматов как инструментарий прогноза и адекватного отражения стохастической природы экономических процессов // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2011. – № 67. – С. 173–194.

8. Перепелица В. А., Тамбиева Д. А. Системы с иерархической структурой управления: разработка экономико-математических и инструментальных методов. – М.: Финансы и статистика, 2009. – 269 с.

9. Замотайлова Д. А., Савинская Д. Н., Недогонова Т. А. Применение тренд-сезонных моделей для исследования и прогнозирования временных рядов // Современная экономика: проблемы и решения. – 2019. – № 12(120). – С. 40–48. – DOI: 10.17308/meps.2019.12/2197.

10. Кумратова А. М., Плотников В. А. Применение методов нелинейной динамики и машинного обучения для прогнозирования экономических волатильных процессов // *π-Economy*. – 2024. – Т. 17. – № 3. – С. 81–95. – DOI: 10.18721/JE.17306.

11. Кумратова А. М., Попова Е. В., Биджиев А. З. Экономико-математическое моделирование риска в задачах управления ресурсами здравоохранения. – Краснодар: КубГАУ им. И. Т. Трубилина, 2014. – 168 с.

12. Saeed N., Nam H., Ul Haq M. I., Bhatti D. M. S. A Survey on Multidimensional Scaling // *ACM Computing Surveys*. – 2018. – Vol. 51. – № 3. – Article 47. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3178155>.

13. Rousseeuw P. J. Silhouettes: A graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 1987. – Vol. 20. – P. 53–65. – DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(87\)90125-7](https://doi.org/10.1016/0377-0427(87)90125-7)

14. Onumanyi A. J., Molokomme D. N., Isaac S. J., Abu-Mahfouz A. M. AutoElbow: An Automatic Elbow Detection Method for Estimating the Number of Clusters in a Dataset // *Applied Sciences*. – 2022. – Vol. 12. – № 15. – Article 7515. – DOI: <https://doi.org/10.3390/app12157515>.

15. Wolfram S. Statistical Mechanics of Cellular Automata // *Reviews of Modern Physics*. – 1983. – Vol. 55. – № 3. – P. 601–644. – DOI: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.55.601>.

16. Кумратова А. М., Василенко А. И., Егорчев Ф. А., Параскевов А. В. Комплексный анализ сложных систем: свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024689000. – 2024.

17. Чупин Р. И., Алещенко В. В., Кумратова А. М., Попова М. И. Программа для проведения предпрогнозного анализа временных рядов урожайности зерновых культур: свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2022680968. – 2022.

18. Попова Е. В., Хаммуд А., Попова М. И. Информационная система прогноза динамики временных рядов на базе клеточного автомата с автоматизацией обучения SAFTS: свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2025611854. – 2025.

19. Попова М. И. Декомпозиционный подход к исследованию временных рядов объемов продаж монопродуктового бизнеса сервисного типа // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2024. – № 203. – С. 440–453.

## References

1. Krichevskij M. L. *Intellektual'nyj analiz dannyh v menedzhmente*. Saint Petersburg: SPbGUAP, 2005. 208 p.
2. Peters E. *Haos i poryadok na rynkah kapitala. Novyj analiticheskij vzglyad na cikly, ceny i izmenchivost' rynka*. Moscow: Mir, 2000. 333 p.
3. Perepelica V. A., Kasaeva M. D. *Prognozirovaniye prirodnogo vremennogo ryada na baze modeli kletochnogo avtomata*. *Sovremennyye aspekty ekonomiki*, 2002, no. 9, pp. 209–212.
4. Popova E., de Sousa Costa L., Kumratova A. *Hybrid Instrumental Means of Predictive Analysis of the Dynamics of Natural and Economic Processes*. *Hybrid Intelligent Systems. HIS 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 923. Springer, Cham, 2020. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-14347-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-14347-3_4).
5. Kumratova A. M., Rozentul I. V., Vasilenko A. I. *Matematicheskie metody i instrumental'nye sredstva prognozirovaniya slozhnyh processov*. *Politematicheskij setevoy elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 2024, no. 204, pp. 152–166. DOI: 10.21515/1990-4665-204-017.
6. Kumratova A. M., Popova E. V., Velikanova L. O. et al. *Tourist and recreational complex elements dynamics research data analysis qualitative methods*. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2021, vol. 786, article 012010. DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/786/1/012010>.
7. Popova E. V., Pozdnysheva N. O., Savinskaya D. N. et al. *Teoriya nechetkih mnozhestv i kletochnyh avtomatov kak instrumentarij prognoza i adekvatnogo otrazheniya stohasticheskoy prirody ekonomicheskikh processov*. *Politematicheskij setevoy elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 2011, no. 67, pp. 173–194.
8. Perepelica V. A., Tambieva D. A. *Sistemy s ierarhicheskoy strukturoj upravleniya: razrabotka ekonomiko-matematicheskikh i instrumental'nyh metodov*. Moscow: Finansy i statistika, 2009. 269 p.
9. Zamotajlova D. A., Savinskaya D. N., Nedogonova T. A. *Primenenie trend-sezonnyh modelej dlya issledovaniya i prognozirovaniya vremennyh ryadov*. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, 2019, no. 12(120), pp. 40–48. DOI: 10.17308/meps.2019.12/2197.
10. Kumratova A. M., Plotnikov V. A. *Primenenie metodov nelinejnoj dinamiki i mashinnogo obucheniya dlya prognozirovaniya ekonomicheskikh volatil'nyh processov*.  *$\pi$ -Economy*, 2024, vol. 17, no. 3, pp. 81–95. DOI: 10.18721/JE.17306.
11. Kumratova A. M., Popova E. V., Bidzhiev A. Z. *Ekonomiko-matematicheskoe modelirovaniye riska v zadachah upravleniya resursami zdavoohraneniya*. Krasnodar: Kuban State Agrarian University, 2014. 168 p.
12. Saeed N., Nam H., Ul Haq M. I., Bhatti D. M. S. *A Survey on Multidimensional Scaling*. *ACM Computing Surveys*, 2018, vol. 51, no. 3, article 47. DOI: <https://doi.org/10.1145/3178155>.
13. Rousseeuw P. J. *Silhouettes: A Graphical Aid to the Interpretation and Validation of Cluster Analysis*. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1987, vol. 20, pp. 53–65. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(87\)90125-7](https://doi.org/10.1016/0377-0427(87)90125-7).
14. Onumanyi A. J., Molokomme D. N., Isaac S. J., Abu-Mahfouz A. M. *AutoElbow: An Automatic Elbow Detection Method for Estimating the Number of Clusters in a Dataset*. *Applied Sciences*, 2022, vol. 12, no. 15, article 7515. DOI: <https://doi.org/10.3390/app12157515>.

15. Wolfram S. Statistical Mechanics of Cellular Automata. *Reviews of Modern Physics*, 1983, vol. 55, no. 3, pp. 601–644. DOI: <https://doi.org/10.1103/revmodphys.55.601>.

16. Kumratova A. M., Vasilenko A. I., Egorchev F. A., Paraskevov A. V. Kompleksnyj analiz slozhnyh sistem. Certificate of registration of computer program RU 2024689000, 2024.

17. Chupin R. I., Aleshchenko V. V., Kumratova A. M., Popova M. I. Programma dlya provedeniya predprognoznogo analiza vremennyh ryadov urozhajnosti zernovyh kul'tur. Certificate of registration of computer program RU 2022680968, 2022.

18. Popova E. V., Khammud A., Popova M. I. Informacionnaya sistema prognoza dinamiki vremennyh ryadov na baze kletochnogo avtomata s avtomatizaciej obucheniya CAFTS. Certificate of registration of computer program RU 2025611854, 2025.

19. Popova M. I. Dekompozicionnyj podhod k issledovaniyu vremennyh ryadov ob"emov prodazh monoproduktovogo biznesa servisnogo tipa. *Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 2024, no. 203, pp. 440–453.