

УДК 338.436.33

UDC 338.436.33

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

**МОДЕЛЬНЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЫПУСКА НЕКОЛЬКИХ ВИДОВ ПРОДУКЦИИ ПРЕДПРИЯТИЕМ, ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИМ РАЗЛИЧНОЕ СЫРЬЕ****A MODEL APPROACH TO CALCULATING THE OPTIMAL PARAMETERS OF THE OUTPUT OF SEVERAL TYPES OF PRODUCTS BY AN ENTERPRISE PROCESSING VARIOUS RAW MATERIALS**Аршинов Георгий Александрович  
д.т.н., профессорArshinov Georgy Aleksandrovich  
Dr.Sci.Tech., Professor*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия**Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*Аршинов Александр Георгиевич  
студент факультета прикладной информатики  
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*Arshinov Alexander Georgievich  
student of the Faculty of Applied Informatics  
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

В статье рассматривается модельный подход к планированию оптимального выпуска нескольких видов продукции на предприятии, перерабатывающем различное сырьё. В отличие от традиционных линейных аппроксимаций, для описания зависимости между ценой реализации и спросом предложена квадратичная функция, параметры которой определяются методом наименьших квадратов на основе рыночных данных. Такой подход позволяет более точно учитывать нелинейный характер спроса. Доход от продажи каждого вида товара выражается как произведение цены на объём спроса. Для нахождения цены, максимизирующей доход, используется условие равенства нулю производной, что даёт уравнение третьей степени. На основе полученных оптимальных цен формируется целевая функция – суммарная прибыль предприятия. Задача выбора объёмов выпуска продукции сводится к стандартной задаче линейного программирования: максимизация линейной функции при ограничениях на запасы сырья и неотрицательность переменных. Все соотношения представлены в матричной форме, что удобно для реализации в численных методах. В качестве иллюстрации приведён пример для трёх видов продукции и трёх видов сырья. Предложенный подход может быть полезен для управленческих решений на перерабатывающих предприятиях, работающих в условиях нестабильного рынка. Он позволяет учитывать как экономические (спрос, цена), так и технологические (нормы расхода сырья) ограничения

This article presents a model approach for planning the optimal output of several types of products at an enterprise processing various raw materials. Unlike traditional linear approximations, a quadratic function is used to describe the relationship between selling price and demand. The parameters of this function are determined using the least squares method based on market data, allowing for a more accurate representation of non-linear demand behavior. The revenue from selling each product type is expressed as the product of price and demand volume. To find the price that maximizes revenue, the derivative is set to zero, yielding a cubic equation. Based on the obtained optimal prices, an objective function — the total profit of the enterprise — is formulated. The problem of selecting output volumes is reduced to a standard linear programming problem: maximizing a linear objective subject to raw material constraints and non-negativity conditions. All relationships are presented in matrix form, which is convenient for numerical implementation. An illustrative example is provided for three product types and three raw material types. The proposed approach can be useful for managerial decision-making in processing enterprises operating in volatile market conditions, as it accounts for both economic factors (demand, price) and technological constraints (material consumption rates)

Ключевые слова: ПРЕДПРИЯТИЕ, НЕЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ СПРОСА, ЦЕНА, ДОХОД

Keywords: ENTERPRISE, NONLINEAR DEMAND FUNCTION, PRICE, INCOME

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-219-043><http://ej.kubagro.ru/2026/05/pdf/43.pdf>

Для достижения эффективности работы перерабатывающего сырья предприятия при разработке плана выпуска продукции необходимо всегда учитывать количество сырьевых ресурсов и правильно определить объем всех видов выпускаемых товаров, исходя из их рыночного спроса.

Аппроксимации линейными функциями зависимостей между спросом и ценой реализации производимых товаров не всегда точны, поэтому в таких случаях желательно воспользоваться нелинейными соотношениями.

В основу предлагаемого модельного подхода планирования выпуска объемов продукции различных видов положим квадратичную функцию, аппроксимирующую зависимость спрос – цена реализации.

Будем исходить из того, что переработчик планирует выпускать несколько видов продукции, используя различное сырье. Предполагаем, что предприятие выпускает  $\Pi$  видов продукции. Для оценки зависимости спрос – рыночная цена применим квадратичное соотношение

$$N_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \quad (1)$$

где  $N_i(P_i)$  – количество проданных единиц товара вида  $i$ ,  $P_i$  – цена реализации единицы производимого товара,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  – параметры функции (1), которые определяются по данным мониторинга рынка.

Применяя методику схемы наименьших квадратов, можно определить неизвестные  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  минимизированием суммы квадратов отклонений теоретических числовых значений  $N_i(P_i)$  от экспериментальных:

$$f(a_i, b_i, c_i) = \sum_{k=1}^n (y_k - a_i x_k^2 - b_i x_k - c_i)^2.$$

Доход от продажи произведенного предприятием объема товара наименования  $i$  определяет равенство

$$D_i(P_i) = (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) P_i.$$

Наибольшую возможную цену при продаже товара наименования  $i$  определим максимумом функции  $D_i(P_i)$ . Приравнявая к нулю ее производную, получим уравнение для определения неизвестной величины  $P_{imax}$

$$3a_i P_i^2 + 2b_i P_i + c_i = 0$$

при выполнении условия  $P_i \geq 0$ .

Для выбора оптимальной стратегии выпуска количества различных видов продукции используем стандартную задачу для максимизации функции цели

$$F(X) = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (2)$$

ограничивая возможные значения переменных  $x_j$  системой неравенств

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, k \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{cases}, \quad (3)$$

где  $x_j$  – количество произведенных предприятием единиц  $j$ -го товара,  $c_j = P_{jmax}$  – отпускная цена единицы товара, определенная из условия максимума дохода

$$D_i(P_i) = (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) P_i,$$

вычисленного на основе нелинейной функции спроса  $N_i(P_i)$ .

Представим задачу (2), (3) в матричной форме. Вводя матрицы  $C(c_1, c_2, \dots, c_n)$ ,  $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $A(a_{ij})$ ,  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , получим систему

$$F(X) = C \cdot X'$$

$$A(a_{ij}) \cdot X' \leq B'$$

$$X \geq O.$$

Множество числовых значений переменных  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , которые удовлетворяют неравенствам системы (3), принадлежит конечному набору допустимых решений – допустимый план модели (2), (3).

Допустимый набор значений  $X^*$  будет оптимальным, если на нем достигается наибольшая величина критерия оптимальности  $F(X^*) = \max F(X)$  при  $X \in D$ , где  $D$  – множество допустимых планов.

Пусть предприятие производит три вида продукции, используя три вида сырья. Обозначим  $x_1$  – количество единиц изготовленной продукции первого вида,  $x_2$  – второго,  $x_3$  – третьего вида. Суммарная прибыль  $F(x)$  от реализации полученной продукции составит

$$F(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3,$$

где  $c_1, c_2, c_3$  – определенные из условия максимума дохода цены реализации каждого вида товара.

Допустим, что  $b_1$  – запасы сырья первого вида,  $b_2$  – второго,  $b_3$  – третьего вида. В результате получаем следующую модель расчета: найти максимальное значение функции

$$F(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3,$$

при ограничениях

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3 \end{cases},$$

где коэффициенты  $a_{ij}$  в системе ограничений – количество сырья типа  $i$ , используемого для производства единицы продукции вида  $j$ .

### Литература.

1. Аршинов Г.А. Связь цены произведенной предприятием продукции с временем оборота вложенного в ее производство капитала / Г.А. Аршинов, А.Г. Аршинов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2024. – №06(200). С. 243 – 247. – IDA [article ID]: 2002406021. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2024/06/pdf/21.pdf>.

2. Аршинов Г.А. Управление отношениями между предприятиями переработки сырья и его производителями / Г.А. Аршинов, В.Г. Аршинов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного

аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(079). С. 391 – 402. – IDA [article ID]: 0791205027. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/27.pdf>

3. Аршинов Г.А. Связь цены произведенной предприятием продукции с временем оборота вложенного в ее производство капитала / Г.А. Аршинов, А.Г. Аршинов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2024. – №06(200). С. 243 – 247. – IDA [article ID]: 2002406021. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2024/06/pdf/21.pdf>

## References

1. Arshinov G.A. Svyaz` ceny` proizvedennoj predpriyatiem produkcii s vremenem oborota vlozhennogo v ee proizvodstvo kapitala

/G.A. Arshinov, A.G. Arshinov // Politematicheskij setevoy e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2024. – №06(200). S. 243 – 247. – IDA [article ID]: 2002406021. – Rezhim do-stupa: <http://ej.kubagro.ru/2024/06/pdf/21.pdf>.

2. Arshinov G.A. Upravlenie otnosheniyami mezhdu predpriyatiyami pe-rerabotki sy`r`ya i ego proizvoditelyami / G.A. Arshinov, V.G. Arshinov // Politematicheskij setevoy e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo

agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №05(079). S. 391 – 402. – IDA [article ID]: 0791205027. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/27.pdf>

3. Arshinov G.A. Svyaz` ceny` proizvedennoj predpriyatiem produkcii s vremenem oborota vlozhennogo v ee proizvodstvo kapitala / G.A. Arshinov, A.G. Arshinov // Politematicheskij setevoy e`lektronny`j nauchny`j zhurnal

Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2024. – №06(200). S. 243 – 247. – IDA [article ID]: 2002406021. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2024/06/pdf/21.pdf>