УДК 004.8
5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

Луценко Евгений Вениаминович
д.э.н., к.т.н., профессор
Web of Science ResearcherID S-8667-2018
Scopus Author ID: 57188763047
РИНЦ SPIN-код: 9523-7101
prof.lutsenko@gmail.com, http: //lc.kubagro.ru
https: //www.researchgate.net/profile/Eugene_Lutsenko
Кубанский Государственный Аграрный университет имени И.Т.Трубилина, Краснодар, Россия

Головин Никита Сергеевич
Студент
РИНЦ SPIN-код: 4735-4214
nikitagolovin416@gmail.com
http: //nickup.byethost22.com/
Элитная частная экономическая школа, г.Нови-Сад, Сербия

В работе представлено предложенное автором системное обобщение математики, основанное на замене понятия «множество» на более широкое понятие «система», учитывающее структурные взаимосвязи элементов. Исследование развивает математическую теорию систем, включающую геометрическую интерпретацию систем как многомерных симплексов, фрактальную размерность, квантовые статистики Ферми–Дирака и Бозе–Эйнштейна, а также методы вычисления системной информационной меры. Предложены обобщённые формулы Хартли, Харкевича и Шеннона, учитывающие эмерджентные свойства подсистем и их взаимосвязи. Показано применение разработанного аппарата в искусственном интеллекте, анализе больших данных и когнитивных науках, включая построение эйдос-пространств и нечётких функций принадлежности. Работа демонстрирует принцип соответствия, гарантирующий переход системных моделей в классические при отсутствии связей, и обозначает перспективы развития операций с системами (объединение, пересечение и др.). Показано, что предложенный подход позволяет более точно описывать сложные системы в физике, биологии, экономике, когнитивных науках и других предметных областях

Ключевые слова: СИСТЕМНАЯ ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ, ЭМЕРДЖЕНТНОСТЬ, ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ, КОГНИТИВНЫЕ ФУНКЦИИ, КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА, АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ СИСТЕМНО-КОГНИТИВНЫЙ АНАЛИЗ, ЭЙДОС-ПРОСТРАНСТВО

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-211-024

UDC 004.8
5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

A SYSTEMATIC GENERALIZATION OF MATHEMATICS

Lutsenko Evgeniy Veniaminovich
Doctor of Economics, Candidate of Technical Sciences, Professor
Web of Science ResearcherID S-8667-2018
Scopus Author ID: 57188763047
RSCI SPIN code: 9523-7101
prof.lutsenko@gmail.com, http: //lc.kubagro.ru
https://www.researchgate.net/profile/Eugene_Lutsenko
Kuban State Agrarian University named after I.T. Trubilin, Krasnodar, Russia

Golovin Nikita Sergeevich
Student
RSCI SPIN code: 4735-4214
nikitagolovin416@gmail.com
http: //nickup.byethost22.com/
Elite private economic school, Novi Sad, Serbia

The study presents a systematic generalization of mathematics proposed by the author, based on replacing the concept of "set" with the broader concept of "system", taking into account the structural interrelationships of elements. The research develops the mathematical theory of systems, including the geometric interpretation of systems as multidimensional simplices, fractal dimension, Fermi–Dirac and Bose–Einstein quantum statistics, as well as methods for calculating the system information measure. Generalized formulas of Hartley, Harkevich, and Shannon are proposed, taking into account the emergent properties of subsystems and their interrelationships. The application of the developed apparatus in artificial intelligence, big data analysis and cognitive sciences, including the construction of eidos spaces and fuzzy membership functions, is shown. The work demonstrates the principle of correspondence, which guarantees the transition of system models to classical ones in the absence of connections, and outlines the prospects for the development of operations with systems (unification, intersection, etc.). It is shown that the proposed approach allows for a more accurate description of complex systems in physics, biology, economics, cognitive sciences and other subject areas

Keywords: SYSTEM THEORY OF INFORMATION, EMERGENCE, FRACTAL DIMENSION, COGNITIVE FUNCTIONS, QUANTUM STATISTICS, AUTOMATED SYSTEM-COGNITIVE ANALYSIS, EIDOS SPACE

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение

1.1. Актуальность проблемы

Прежде всего, отметим, что данная работа представляет собой тезисный обзор основных положений главы 6 работы [6]. Все ссылки на формулы, рисунки и таблицы даны в соотвествии с работой [6].

Современная математика, базируясь на теории множеств, эффективно описывает широкий спектр явлений. Однако сама теория множеств, будучи абстракцией, не учитывает системных взаимосвязей элементов, которые порождают новые эмерджентные свойства. В прикладных и фундаментальных задачах, связанных с многомасштабными системами (молекулярные структуры, биосистемы, информационные сети), критически важно иметь математический аппарат, где **система** выступает первичным объектом вместо **множества**.

Лосевская фрактальная геометрия, синергетика, теория сложных систем свидетельствуют о важности учета «взаимосвязей» как источника эмерджентных качеств. С другой стороны, классические информационные подходы (Хартли, Шеннон) оперируют понятием информации, определяемой **мощностью множества** либо энтропией вероятностного распределения, что игнорирует внутренние связи. Это приводит к необходимости разработки **математической теории систем** – обобщения теории множеств с сохранением принципа соответствия (то есть при «уровне системности» → 0 система переходит в классическое множество).

1.2. Исторический обзор

Определения математических понятий традиционно следуют двум принципам:

1. **Через более общее понятие + специфические признаки** (класс: «млекопитающие – это животные, выкармливающие молоком»).

2. **Процедурное определение** (например, «магнитный северный полюс – точка, куда придёшь, двигаясь на север с компасом»).

Парадоксальность состоит в том, что **система** и **множество** могут быть определены друг через друга:

- **Система** через множество: «система есть множество элементов, взаимосвязанных между собой, дающее эмерджентные свойства, отсутствующие у отдельных элементов»;
- **Множество** через систему: «множество – это система, в которой сила взаимодействия между элементами равна нулю».

Вторая точка зрения предпочтительна, поскольку множество является частным случаем системы (нулевой уровень системности). Именно поэтому задачи системного обобщения математики сводятся к тотальной замене понятия «множество» понятием «система» с отслеживанием всех последствий, при этом **принцип соответствия** гарантирует, что при ослаблении связей система будет «терять» свои эмерджентные свойства и сходиться к множеству.

В 2002 г. Е.В. Луценко предложил **Системную теорию информации (СТИ)** как пример программной реализации идей системного обобщения:

- Классические формулы Хартли ($I = \log_2 N$) и Харкевича–Шеннона обобщаются с учётом количества подсистем и силы их взаимосвязей.
- Мощность системы N_s рассчитывается как суммарное число подсистем разного уровня иерархии.
- С введением **коэффициентов эмерджентности** (Хартли, Харкевича) появляется количественная мера уровня системности.

Среди предшествующих работ следует отметить:

- Обобщение Хартли (2002) – ввод подсистем всех уровней (количество подсистем N_s), где элементы системы вносят дополнительную информацию за счёт своей структуры;
- Квантовое обобщение СТИ (работа [270]) – учёт квантовых статистик Ферми–Дирака и Бозе–Эйнштейна при вычислении количества информации (формулы (8)–(13));
- Работы по фрактальной размерности, где размерность D даётся через соотношение

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln S}{\ln(1/L)}$$

и

$$d_1 = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\sum_i p_i \log p_i}{\log \epsilon}$$

1.3. Программная идея системного обобщения математики

Суть программы:

- Тотальная **замена** понятия «множество» → понятие «система»;
- Прослеживание **всех** следствий этой замены для фундаментальных математических понятий (операций, функций, информации и т. д.) с сохранением принципа соответствия.

Пример в области теории информации. В классической модели Хартли количество информации определяется через мощность множества N. В СТИ предлагается считать, что информация определяется **мощностью системы** N_s, где

$$N_s = \sum_{m=1}^{n} \binom{n}{m}$$

то есть суммарное количество подсистем от базовых (мощность 1) до всей системы (мощность n). Тогда для системы из n базовых элементов обобщённая формула Хартли принимает вид

$$I_{\text{СТИ}} = \log_2(N_s) = \log_2\left(\sum_{m=1}^{n}\binom{n}{m}\right)$$

При этом $\sum_{m=1}^{n}\binom{n}{m} = 2^n - 1$, и в предельном случае (все подсистемы реализованы)

$$I_{\text{СТИ}} = \log_2(2^n - 1) \approx n$$

что существенно больше классического $\log_2 n$ при $n \gg 1$.

В квантовом варианте, если система подчиняется статистике Ферми–Дирака, число способов распределения m частиц по n состояниям есть

$$\binom{n}{m}$$

что ограничивает максимальную мощность подсистемы $m \leq n$. Соответственно, количество подсистем всех уровней:

$$\sum_{m=1}^{n}\binom{n}{m} = 2^n - 1$$

При этом общее число подсистем всех 0-…-n-уровней есть

$$\sum_{m=1}^{n}\binom{n}{m} = 2^n - 1$$

Количество информации в квантовой системе (учитывая все подсистемы и их взаимосвязи) задаётся более сложной формулой (4), которую подробно разберём в разделе 3.1.

1.4. Цели и задачи данной работы

Общая цель – разработка математической теории систем как системного обобщения классической теории множеств, демонстрация принципа соответствия (система → множество при нулевом уровне системности), а также построение формального аппарата для вычисления системных информационных мер.

Конкретные задачи:

1. Определить понятие «система» через множество и наоборот, показать, почему «система» является более общим понятием.

2. Ввести понятия «базисный элемент» (подсистема мощности 1), «подсистема» (мощность m), «уровень иерархии» (мощность $k+1$), «правила запрета» (ограничивающие реализацию подсистем).

3. Предложить геометрическую интерпретацию системы как многомерной геометрической фигуры (симплекса), где каждый базисный элемент соответствует 0-мерной точке, а подсистемы мощностью $i+1$ – i-мерному симплексу.

4. Ввести фрактальную размерность D через формулу Хаусдорфа

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln S}{\ln(1/L)}$$

где S – обобщённый объём (двухмерный – площадь, трёхмерный – объём и т. д.), L – линейный размер.

5. Показать аналогию «геометрия ↔ информация»:

$$S \sim N, \quad D \sim \log_2 N$$

6. Описать процедуру аналитического задания подсистем как системы из $i+1$ 0-мерных точек в -мерном пространстве через многомерные степенные полиномы (каждый полином i-й степени определяется $i+1$ точками).

7. Определить понятие «эйдос-пространство» (Eidos-space) как тематическое когнитивное семантическое пространство, где каждый эйдос формируется из образов подсистем (включая зеркальные части).

8. Формализовать базовую когнитивную концепцию через многослойную систему эйдос-пространств (исходный уровень – базовые элементы, более высокие – обобщённые образы, соответствующие классам объектов).

9. Показать, что СТИ позволяет на основе эмпирических данных определять функции принадлежности для нечетких множеств (прямая связь между числом подсистем и вероятностями принадлежности).

10. Описать перспективные операции с системами (объединение, пересечение, вычитание), дать предварительные соображения о их математической реализации.

Далее эти задачи по порядку рассматриваются в разделах 2 (Методы) и 3 (Результаты).

2. Методология

2.1. Основной подход: «множество» → «система»

Традиционная теория множеств оперирует «мощностью» N как числом элементов. Любая математическая понятие, определяемое через множества (операция, функция, мера информации), можно обобщить, подменив множество системой, которая, помимо того что содержит эти элементы, ещё обладает структурой взаимосвязей.

Определение системы через множество:

Система – это множество базисных элементов $B = \{b_1, \dots, b_n\}$, в котором задано множество «правил взаимодействия» (отношений) между этими элементами. Именно взаимосвязи между элементами порождают

эмерджентные свойства, отсутствующие у отдельных b_i. Чем сильнее взаимодействия, тем выше **уровень системности**.

Определение множества через систему:

Множество – частный случай системы, в котором все связи между элементами b_i равны 0 (или отсутствуют). Это соответствует **нулевому уровню системности**.

Таким образом, понятие «система» более общее:

$$\text{множество} \subset \text{система}$$

Принцип соответствия. Любая теория, построенная на понятии множества, при «уровне системности $\to 0$» должна переходить в классическую теорию множеств и давать те же результаты. Это предъявляет жёсткое требование к системным обобщениям: при ослаблении всех связей формулы СТИ должны асимптотически сводиться к оригинальным формулам теории множеств.

2.2. Прежде всего: термины и определения

2.2.1. Базовые элементы и подсистемы

- **Базисный элемент** b_i – 0-мерная точка, не имеющая внутренних связей.
- **Подсистема мощности** m – совокупность из m базисных элементов, объединённых определёнными связями $\{s_{jk}\}$ между любыми двумя элементами j, k из этой -группы.
- **Полная (максимальная) система** – система, в которой реализованы все возможные сочетания базисных элементов B. Всего $2^n - 1$ непустых подсистем (булеан без пустого множества).

• **Реальная система** – в отличие от полной, включает лишь некоторые подсистемы (их образует «правило запрета»).

Пусть W – число базисных элементов системы. Тогда:

Определение 1

1. Система есть **иерархическая структура подсистем**.
2. Существует нулевой (базисный) уровень иерархии, представляющий собой классическое множество базисных элементов (мощность 1).
3. Подсистемы занимают уровни k, определяемые количеством базисных элементов $m = k + 1$.
4. Элементами подсистем уровня k являются либо базисные элементы, либо подсистемы уровня $k - 1$.

В результате под «уровнем иерархии» понимают следующее:

$$\begin{cases} 0\text{-й уровень:} m = 1, \\ 1\text{-й уровень:} m = 2, \\ 2\text{-й уровень:} m = 3, \\ \quad \vdots \\ k\text{-й уровень:} m = k + 1. \end{cases}$$

Определение 2 *Полной (максимальной) системой* назовём систему, в которой реализованы все формально возможные комбинации базисных элементов. Тогда, если в системе n базисных элементов, она включает $\sum_{m=1}^{n} \binom{n}{m}$ подсистем.

Определение 3 *Мощность подсистемы* – это число базисных элементов в ней.

Определение 4 k*-й уровень иерархии системы* – совокупность всех подсистем мощности $k + 1$.

Определение 5 *Реальная система* – система, в которой реализованы не все формально возможные комбинации базисных элементов, а лишь некоторые (по **правилам запрета**).

Определение 6 *Правила запрета* – совокупность критериев или алгоритмов, ограничивающих формирование подсистем из базисных элементов (например, в квантовых системах действует **принцип Паули** – ограничение по статистике Ферми).

Определение 7 n*-тождественные системы* – системы, «тождественные» на -м уровне, т. е. имеющие одинаковые подсистемы мощности n.

Из этих определений следуют выводы:

- Все 0-тождественные системы (с одинаковым набором базисных элементов) являются подмножествами единой полной системы.
- Полная система есть объединение всех возможных 0-тождественных реальных систем.

2.2.2. Эмерджентные свойства и уровень системности

Эмерджентность – свойство системы, не сводящееся к сумме свойств её отдельных элементов. Чем сильнее связи между базисными элементами, тем выше уровень эмерджентности. Нуль эмерджентности (∃ базисные элементы без связей) означает, что система тождественна множеству, и все эмерджентные эффекты исчезают.

Для количественной оценки уровня системности вводятся **коэффициенты эмерджентности** – отношение количества информации в системе, учитывающей все подсистемы, к информации, содержащейся в базисных элементах (без учёта связей). Такие коэффициенты определены для:

- **Хартли** – используя системное обобщение формулы $\log_2 N$ (см. § 3.3);
- **Харкевича** – аналогичным образом для энтропийных (неравновероятных) случаев;
- **Шеннона** – путём сравнения статистической энтропии с системной (см. § 3.2.2)

2.2.3. Функции и операции в системе

- **Математическая операция** – преобразование одного или нескольких исходных систем (ранее – множеств) в результирующую систему. Например, в системном обобщении теории множеств операция объединения, пересечения, разности множества переводится в аналогичные операции над системами (см. § 3.9).
- **Функция** – отображение системы (или совокупности систем) в другую систему/значение. В СТИ «когнитивная функция» – это функция, связывающая множества когнитивных чисел, измеряющих информационную силу взаимосвязей (см. § 3.7).

2.3. Геометрическая интерпретация системных понятий

2.3.1. Связь числа точек и размерности пространства

Исходное замечание:

- 0-мерная точка ≡ базисный элемент b_i – не имеет ни длины, ни площади, ни объёма;
- 1-мерная фигура (прямая линия) – определяется двумя точками ($i + 1 = 2$);
- 2-мерная фигура (треугольник, плоскость) – определяется тремя точками;

- 3-мерная фигура (тетраэдр, объём) – определяется четырьмя точками;
- ...
- i-мерная фигура – определяется $(i+1)$ точками 0-мерной размерности (симплекс).

Таким образом, **мощность** подсистемы из $(i+1)$ базисных элементов однозначно определяет **номер размерности** i.

Величина S_i (i-гиперобъём) связана со степенью пустоты или «масштабом» фигуры. Для классического -мерного симплекса (при «идеальном» размещении точек) справедливо:

$$
\begin{array}{lll}
i=0: & S_0 = 1 & \text{(точка),} \\
i=1: & S_1 = L & \text{(длина отрезка),} \\
i=2: & S_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}L^2 & \text{(площадь треугольника),} \\
i=3: & S_3 = \dfrac{\sqrt{2}}{12}L^3 & \text{(объём тетраэдра),} \\
 & \ldots &
\end{array}
$$

где L – длина ребра симплекса.

Более общепринятое определение размерности через **формулу Хаусдорфа**:

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln S(L)}{\ln(1/L)}$$

где $S(L)$ – обобщённый объём (для $i=1$: длина, $i=2$: площадь, $i=3$: объём, ..., i: i-гиперобъём; L – линейный масштаб.

Из (1) получаем классические результаты:

- Линия ($S_1 = L$):

$$D = \frac{\ln(L)}{\ln(1/L)} = 1.$$

- Плоскость ($S_2 = L^2$):

$$D = \frac{\ln(L^2)}{\ln(1/L)} = 2.$$

- Объём ($S_3 = L^3$):

$$D = \frac{\ln(L^3)}{\ln(1/L)} = 3.$$

И т. д.

Фрактальная (информационная) размерность d_1 часто определяется как

$$d_1 = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\sum_i p_i \log p_i}{\log \epsilon}$$

где ϵ – масштаб ячейки, p_i – вероятность попадания точки в -ю ячейку (Шенноновая энтропия, но с обратным знаком). При равновероятной «плотной упаковке» $N(\epsilon)$ ячеек, $p_i = 1/N$, и тогда

$$\sum_i p_i \log p_i = -\log N(\epsilon), \quad d_1 = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{-\log N(\epsilon)}{\log \epsilon}.$$

В частности, для «кубической размерности» (box dimension) при $N(r)$ – числе -мерных шаров радиуса r, покрывающих i-мерный куб, имеем:

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}$$

Поскольку при «кубической» упаковке в -мерном кубе при снижении линейного масштаба в 2 раза количество игриво растёт как 2^i, получаем $D = i$. Это формально совпадает с комбинаторной формой Хартли $I = \log_2 N$, где $N = 2^i$ (для «кубической» упаковки).

Таким образом, **геометрическая форма** (количество элементов, размерность пространства) напрямую связана с **информационной**:

$$S \leftrightarrow N, \quad D \leftrightarrow \log_2 N$$

2.3.2. «Проблема кучи зерен» и аналогия с молекулами

Классический пример «проблемы кучи» иллюстрирует появление эмерджентных свойств лишь при достижении некоторого порога m: «одно зерно не куча, два – не куча, …, но 10 – уже маленькая кучка». Аналогично в химии достаточно наличия **молекулы**, чтобы возникли новые свойства (потеря структуры при расщеплении на атомы).

В системной геометрии минимальной «i-мерной» точкой, обладающей всеми свойствами n-мерного пространства (i-гиперобъёмом), является -мерный симплекс, состоящий из $(i + 1)$ точек 0-мерной размерности. Именно взаимосвязи между этими точками формируют n-мерный объект. В СТИ делается аналогичный вывод: **минимальная единица пространства** той же размерности – система (i-«точка»), состоящая из $(i + 1)$ базовых элементов, соединённых определёнными связями.

2.3.3. Выводы геометрического подхода

1. **Системы** можно представить как **многомерные геометрические фигуры** (симплексы) разной размерности, составленные из точек меньшей размерности и связанных между собой.

2. **i-мерный симплекс** имеет эмерджентное свойство – i-гиперобъём S_i, отсутствующий у 0-мерных точек.

3. **Фрактальная геометрия** – частный случай системной геометрии, где размерность может дробиться и превосходит размерность элементов.

4. **Классические геометрические объекты** (прямая, плоскость, объём) на самом деле являются особым случаем фракталов с одним уровнем самоподобия.

5. Таким образом, геометрическая гипотеза: все геометрические фигуры – фракталы (системы) с одним уровнем самоподобия, а классическая геометрия действует как «нулевой порядок» в терминах системности.

2.4. Системная теория информации (СТИ) и её математическая модель

2.4.1. Обобщение формул Хартли, Харкевича и Шеннона

Классическая формула Хартли [31]:

$$I_{\text{Hartley}} = \log_2 N$$

где N – число равновероятных альтернатив.

Системное обобщение (2002 г.):

- Пусть система состоит из n базисных элементов.
- Обозначим через $C_n^m = \binom{n}{m}$ число подсистем мощности m.

Мощность системы

$$N_s = \sum_{m=1}^{n} \binom{n}{m} = 2^n - 1$$

Тогда **системное обобщение Хартли** для количества информации:

$$I_{\text{СТИ}} = \log_2(N_s) = \log_2(2^n - 1)$$

При $n = W$ (число базовых элементов), и $W \gg 1$, $\log_2(2^W - 1) \approx W$.

Для **неравновероятных** ситуаций (формула Харкевича–Шеннона), классическая энтропия:

$$H_{\text{Shannon}} = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i, \quad \sum_{i=1}^{N} p_i = 1$$

где p_i – вероятность i-го исхода.

Квантовое обобщение (кратко). Для квантовых систем вводятся следующие понятия (см. § 3.2.1–3.2.2):

- Пусть система состоит из n состояний, m частиц, энергия ϵ.

• В статистике Ферми: в одном состоянии не более одной частицы; число способов размещения m частиц по n состояниям:

$$\binom{n}{m}$$

• В статистике Бозе: в одном состоянии может находиться произвольное число частиц; число способов:

$$\binom{n+m-1}{m}$$

Энтропия квантовой системы:

$$\begin{aligned} S_{\text{Fermi}} &= -\sum_i n_i \ln n_i + (1-n_i)\ln(1-n_i) \\ S_{\text{Bose}} &= -\sum_i n_i \ln n_i - (1+n_i)\ln(1+n_i) \end{aligned}$$

где n_i – среднее число частиц в -м состоянии, получаемое через метод Лагранжа (формула 12).

Общее число подсистем всех -уровней:

$$\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}$$

Тогда **обобщённое количество информации** квантовой системы (Ферми) пишется как:

$$I = \log_2\left(\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}\right)$$

В предельном случае $W \gg 1, I \simeq W$.

Коэффициент эмерджентности Хартли. Пусть

$$\begin{aligned} I_{\text{без связей}} &= \log_2 W \\ I_{\text{системный}} &= \log_2\left(\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}\right) \end{aligned}$$

Тогда **коэффициент эмерджентности** (E_H) определяется как:

$$E_H = \frac{I_{\text{системный}}}{I_{\text{без связей}}} = \frac{\log_2\left(\sum_{m=1}^{W}\binom{W}{m}\right)}{\log_2 W}$$

При $W \gg 1$, $\sum_{m=1}^{W}\binom{W}{m} = 2^W - 1$, и

$$E_H \approx \frac{W}{\log_2 W}$$

То есть E_H характеризует относительное превышение системной информации над информацией классического множества.

Аналогично вводится **коэффициент эмерджентности Харкевича** – отношение системной энтропии (Шеннона–Харкевича с учётом подсистем) к классической энтропии.

2.4.2. Обобщённое выражение для количества информации с учётом сил и знаков связи

В работах [189], [270] (глава 6.3) развёрнута **обобщённая модель**, в которой не только учитывается число подсистем, но и **сила и знак** взаимосвязи S_{jk} между любыми двумя базисными элементами j, k в подсистеме мощности m. Обозначим:

- W – число базисных элементов;
- $C_W^m = \binom{W}{m}$ – число подсистем мощности m;
- Для каждой подсистемы мощности m вводятся величины S_{jk}, $1 \le j < k \le m$ – показателя силы (и знака) взаимосвязи между -й и k-й базисными элементами. Если $S_{jk} = 0$, связи нет; если $S_{jk} > 0$, связь положительна; если $S_{jk} < 0$, связь отрицательна; величина $|S_{jk}|$ характеризует силу связи.
- Обозначим сумму всех S_{jk} внутри подсистемы мощности m через

$$\Sigma_S(m) = \sum_{1 \le j < k \le m} S_{jk}$$

Тогда обобщённое выражение (4) для количества информации I в системе (классический комбинаторный вклад Хартли плюс информационный вклад от связей) записывается как:

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \sum_{i=1}^{\binom{W}{m}} \frac{m + \sum_{\substack{j,k=1 \\ j<k}}^{m} S_{jk}}{m + \binom{m}{2}} \right]$$

Здесь

- Внешняя сумма по $m = 1 \dots W$ – пробег по всем мощностям подсистем.
- Внутренняя сумма по $i = 1 \dots \binom{W}{m}$ – перебор всех фактических подсистем мощности m.
- В числителе под логарифмом: m – вклад базовых элементов (аналог Хартли), $\sum_{j<k} S_{jk}$ – вклад парных взаимосвязей внутри подсистемы;
- В знаменателе: $m + \binom{m}{2}$ – «нормирующий» фактор, суммирующий число элементов (m) и число пар $\binom{m}{2}$.

В открытом виде можно записать:

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \sum_{i=1}^{\binom{W}{m}} \frac{m + \sum_{1 \le j < k \le m} S_{jk}}{m + \dfrac{m(m-1)}{2}} \right]$$

Это выражение учитывает не только **количество** подсистем, но и **качество** их взаимосвязей. Если все $S_{jk} = 0$, формула (4) сводится к

$$I = \log_2 \left(\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m} \right) = \log_2 (2^W - 1)$$

что совпадает с (15). Если $m = 1$, внутренний вклад равен 1 (одно базисное событие), и в сумме по m формула учтёт все отдельные базисные элементы.

Чтобы упростить (4) к удобному виду для численных расчётов, вводят замены (см. § 3.1):

$$\binom{W}{m} = \frac{W!}{m!\,(W-m)!}$$
$$\binom{m}{2} = \frac{m(m-1)}{2}$$

После подстановки и преобразований знаменатель упрощается:

$$m + \binom{m}{2} = m + \frac{m(m-1)}{2} = \frac{m(m+1)}{2}$$

Числитель:

$$m + \sum_{1 \le j < k \le m} S_{jk}$$

В частности, при $S_{jk} \equiv S$ (все связи одинаковые), $\sum_{j<k} S_{jk} = \binom{m}{2} S$. Тогда обобщённая формула (4) принимает вид:

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m} \frac{m + \binom{m}{2} S}{\frac{m(m+1)}{2}} \right]$$

При $S = 0$ получаем (15). При $S = 1$ (максимальные связи) внутри каждой подсистемы:

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m} \frac{m + \binom{m}{2}}{\frac{m(m+1)}{2}} \right]$$

2.4.3. Коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича

Коэффициент эмерджентности Хартли E_H (17) уже введён выше.

Коэффициент эмерджентности Харкевича $E_{\mathcal{H}}$ вводят аналогично через отношение «системной энтропии» к классической Шенноновой:

$$E_{\mathcal{H}} = \frac{H_{\text{системная}}}{H_{\text{классическая}}}$$

где

$$H_{\text{системная}} = -\sum_{\substack{\text{подсистемы} \\ \alpha}} P_\alpha \log_2 P_\alpha$$

$$H_{\text{классическая}} = -\sum_{i=1}^{W} p_i \log_2 p_i$$

Здесь P_α – вероятности выбора подсистемы α (учитывая её внутренние связи), p_i – классические вероятности базисных элементов.

На рис. 3 (глава 3.3) изображено поведение $E_H(W,S)$ при различных W и S.

Итоговые формулы системной информации

Итак, в **обобщённом** виде имеем:

Количество информации с учётом всех подсистем и связей (4):

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \sum_{i=1}^{\binom{W}{m}} \frac{m + \sum_{1 \le j < k \le m} S_{jk}}{m + \frac{m(m-1)}{2}} \right]$$

Упрощённая модель (ограниченный вид S=const) (5):

$$I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m} \frac{m + \binom{m}{2} S}{\frac{m(m+1)}{2}} \right], \quad 0 \le S \le 1$$

Коэффициент эмерджентности Хартли (17):

$$E_H = \frac{I}{\log_2 W}$$

Коэффициент эмерджентности Харкевича (аналогично):

$$E_{\mathcal{H}} = \frac{H_{\text{системная}}}{H_{\text{классическая}}}$$

Таким образом, мы видим, что в основе СТИ лежит идея расширить классические определения за счёт учёта **иерархических подсистем** и **связей** между базисными элементами. Далее перейдём к пошаговому решению каждой из задач 1–9 на концептуальном и математическом уровнях.

2.5. Постановка задач системного обобщения теории множеств

В главе 6.1.2 (работа [189]) приведена логика постановки **9 задач**, составляющих этапы системного обобщения теории множеств. Кратко:

Задача 1. Найти способ представления **системы** как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2. Сформулировать, чем отличаются друг от друга разные **реальные системы**, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3. Обосновать принципы **геометрической интерпретации** понятий «элемент системы» и «система».

Задача 4. Предложить способы **аналитического задания подсистем** (как элементов системы).

Задача 5. Описать **системное семантическое пространство** («эйдос-пространство») для отображения систем (эйдосов).

Задача 6. Описать **принцип формирования эйдосов** (включая зеркальные части).

Задача 7. Показать, что базовая когнитивная концепция формализуется **многослойной системой эйдос-пространств** (различных размерностей).

Задача 8. Показать, что СТИ позволяет **непосредственно** на основе эмпирических данных определять **виды функций принадлежности** (нечетких множеств).

Задача 9. Сформулировать перспективы: разработка **операций с системами**: объединение, пересечение, вычитание; дать предварительные соображения по объединению систем.

В разделе 3 («Результаты») последовательно будут даны концептуальные решения этих задач, включая конкретные математические формулы из главв 6 работы [6].

2.6. Способы аналитического задания подсистем

Чтобы задавать подсистемы как **системы из** $(i+1)$ **0-мерных точек** в -мерном пространстве, предложены следующие подходы:

Степенные полиномы. Полином -й степени определяется $(i+1)$ точками на плоскости и проходит через них. Подсистему из $(i+1)$ базисных точек можно трактовать как -мерную фигуру. Тогда её **аналитическое представление** – система из i степенных полиномов степени i, задающих проекции этой фигуры на все i координатных -мерных плоскостей.

Пример: если подсистема из 3 точек (каждая точка 0-мерная) лежит в 2-мерном пространстве, каждую двумерную проекцию можно аппроксимировать **полиномом 2-й степени** $f(x) = ax^2 + bx + c$, который однозначно определяется через эти 3 точки.

Вейвлеты и сплайны. В случае произвольного распределения $(i+1)$ точек в -мерном пространстве можно использовать **многомерные вейвлетные** или **сплайн-аппроксимирующие функции**, которые гарантированно проходят через заданные точки и дают гладкое аналитическое описание.

Проекции в косоугольных системах. В общем случае пространство может быть неортонормированным. Для заданной подсистемы из $(i+1)$ точек ищут i ортогональных (или косоугольных) подпространств, на которые делают проекции, а затем по этим проекциям строят аппроксимирующие функции.

Далее в разделе 3.4 приведён **пошаговый пример** задания подсистем через полиномы и построения графиков (таблицы 4 – 5, рисунок 2 [6]).

3. Результаты

В этом разделе подробно рассматриваются все 9 задач системного обобщения и приводятся **все формулы из исходного файла** (глава 6 [6]).

3.1. Решение задачи 1: представление системы как совокупности взаимосвязанных множеств

Определение 1 (глава 6.1.1) формально задаёт:

Система–иерархическая структура подсистем;

Базисный уровень (0-й) – классическое множество базисных элементов (каждый элемент – 0-мерная точка, не имеющая структуры);

Каждый уровень k определяется мощностью подсистем $m = k + 1$;

Элементами подсистем уровня k являются либо базисные элементы, либо подсистемы уровня $k - 1$.

Иллюстрация (рисунок 1, глава 6.1.1) – схематическое изображение элементов-подсистем разной размерности:

- 0-мерные $b_1, b_2, \dots$ (зелёные точки) – базисный уровень;
- 1-мерные элементы (соединения 2 точек) – подсистемы из 2 базисных точек;

- 2-мерные элементы (треугольники) – подсистемы из 3 базисных точек и/или структуры «точка + подсистема»;
- 3-мерные элементы (тетраэдры) – подсистемы из 4 базисных точек и/или структур более высокого порядка.

Таким образом, **система** состоит из «базиса» (множества базисных элементов) и **подсистем** любых уровней, объединённых системой связей, дающих новые свойства.

Пример **аморфной (подсистемы без внутренней структуры)** и **структурированной (подсистемы с внутренними подсистемами)** системы (глава 6.1.1, см. рисунки в [6]). При этом аморфная система из тех же базисных элементов отличается лишь отсутствием вложенных подсистем (структур), а структурированная – их наличием. Это демонстрирует, что два «газообразных» состояния (аморфные) и «кристаллическое» состояние (структурированное) с одними и теми же атомами (базисными элементами) по-разному реализуют подсистемы на уровнях 2, 3 и выше.

Все перечисленные выводы и **Определение 1** приводят к заключению:

Система – это множество базисных элементов (уровень 0) вместе со всеми реализованными подсистемами любых уровней и их внутренними связями.

При переходе от понятия «множество» к понятию «система» мы не теряем ничего: базисные элементы по-прежнему остаются, но за ними разворачивается **иерархия подсистем**, каждая из которых потенциально имеет собственные эмерджентные свойства.

3.2. Решение задачи 2: чем отличаются реальные системы при одних и тех же базисных элементах

Определения 2 – 7 (глава 6.1.2) задают следующую терминологию:

- **Полная (максимальная) система** (Определение 2) – система, в которой реализованы **все** формально возможные сочетания базисных элементов; если есть n базисных элементов, полная система содержит $\sum_{m=1}^{n}\binom{n}{m} = 2^n - 1$ подсистем.
- **Мощность подсистемы** (Определение 3) – количество базисных элементов в ней (m).
- **k-й уровень иерархии** (Определение 4) – объединение всех подсистем мощности $m = k + 1$.
- **Реальная система** (Определение 5) – система, реализующая не все формально возможные сочетания, а лишь некоторые из них.
- **Правила запрета** (Определение 6) – механизм, определяющий, какие подсистемы допустимы, а какие – запрещены.
- **n-тождественные системы** (Определение 7) – системы, имеющие одинаковые подсистемы уровня n.

Выводы:

- Реальные 0-тождественные системы (с одинаковым базисом) являются подмножествами **одной** полной системы.
- Полная система есть объединение всех возможных 0-тождественных реальных систем.

Пример из квантовой статистики.

- В статистике Ферми–Дирака в любом состоянии может находиться не более 1 частицы → нельзя образовывать подсистему из ≥ 2 базовых элементов в одном «состоянии» (правило запрета Паули).

- В статистике Бозе подсистемы могут иметь произвольную мощность (элементы не «исключают» друг друга).

Таким образом, две системы с одним и тем же базисом могут быть **разными** за счёт различия «правил запрета»:

- В фермионовской системе только подсистемы, образованные из непересекающихся базовых элементов;
- В бозонной системе – все подсистемы.
- Введём -тождественные системы – тождественные на n-м уровне, т. е. с одинаковыми подсистемами мощности n. Тогда:
- 0-тождественные системы: совпадают по набору базисных элементов, но могут отличаться по связям;
- 1-тождественные системы: совпадают по подсистемам мощности 2, но могут различаться по подсистемам мощности ≥ 3.
- В частности, реальная система является подмножеством полной:
- {подсистемы реальной системы} $\subset$ {подсистемы полной системы}

Определения полностью задают границы между системами и объясняют, почему, имея один и тот же набор атомов, можно получить «газ», «жидкость» и «кристалл» – каждое состояние соответствует разным **наборам подсистем** (разным правилам формирования).

3.3. Решение задачи 3: геометрическая интерпретация «элемент системы – система»

В главе 6.1.2 (абзац «Определение 1» и далее) приведено геометрическое обоснование:

- 0-мерная точка не имеет свойств (мер: S_0).
- 1-мерный симплекс (отрезок) – система из 2 точек, имеет **длину** S_1.

- 2-мерный симплекс (треугольник) – система из 3 точек, имеет **площадь** S_2.
- 3-мерный симплекс (тетраэдр) – система из 4 точек, имеет **объём** S_3.
- i-мерный симплекс – система из $(i+1)$ точек, имеет **i-гиперобъём** S_i.

Формула Хаусдорфа (1):

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln S}{\ln(1/L)}$$

где S – обобщённый -гиперобъём ($S_1 = L,\ S_2 = L^2,\ S_3 = L^3,\ \ldots$), L – линейный масштаб.

Пример:

- Для **линии** ($S_1 = L$):

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln L}{\ln(1/L)} = 1$$

- Для **плоскости** ($S_2 = L^2$):

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln(L^2)}{\ln(1/L)} = 2$$

- Для **объёма** ($S_3 = L^3$):

$$D = 3$$

Таким образом, **прямое соответствие** между количеством точек $(i+1)$ и размерностью i.

Далее приводится **аналогия** «геометрия – теория информации» (таблица 6.3.5, глава 6.1.2):

Геометрия	Теория информации
S_i – i-гиперобъём	i – информация (по Хартли)
i – размерность пространства	$N = 2^i$ – число элементов
	$i = \log_2 N$
Пример:	Пример:
$L_1 = 2L_0 \Rightarrow S_i = (2L_0)^i = 2^i S_0$	$I = \log_2 N = i$бит

- **Координаты** i-объекта в n-мерном пространстве можно рассматривать как признаки для его идентификации (число признаков = i).
- **Информационная емкость** пространства числа признаков (i) тем больше, чем выше число степеней свободы.

Фрактальная размерность d_1 (4):

$$d_1 = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\sum_i p_i \log p_i}{\log \epsilon}$$

где ϵ – масштаб ячейки, p_i – вероятность попадания точки (i-мерного объекта) в -ю ячейку.

Включение фрактальной размерности даёт возможность оценивать **информационную емкость** пространства с учётом распределения точек (подсистем) любой «сложности».

Выводы геометрической интерпретации

Система как геометрическая фигура – многомерный симплекс (или иная геометрическая конструкция), составленный из базисных «точек» 0-мерной размерности, соединённых связями.

Эмерджентные геометрические свойства (длина, площадь, объём, гиперобъём) возникают благодаря связям между базисными элементами.

Фрактальность несёт в себе свойство самоподобия и демонстрирует «истинно бесконечные» системы (по Гегелю – каждая часть подобна целому).

Возможность **динамической** (временной) изменяемости локальной размера пространства (физическая гипотеза о «поле размерности») вызывает идеи мониторинга и прогнозирования размерности пространства.

3.4. Решение задачи 4: способы аналитического задания подсистем как элементов системы

В главе 6.1.2 (подраздел «Задача 4») даётся методика аналитического задания подсистем через степенные полиномы и вейвлеты. Ниже приведён сокращённый, но полный математический ход (все формулы сохранены).

3.4.1. Полиномы -й степени для представления подсистем

Идея. Подсистема из $(i+1)$ 0-мерных точек в -мерном пространстве можно представить через систему из i степенных полиномов степени i – каждый полином аппроксимирует **проекцию** подсистемы на одну из i ортонормированных координатных плоскостей.

Утверждение: Полином -й степени однозначно определяется $(i+1)$ точками (задаёт их), и сам однозначно определяет эти точки.

- Для **прямой** $(i=1)$ достаточно 2 точек, полином 1-й степени (линейная функция) проходит через них.
- Для **плоскости** $(i=2)$ – достаточно 3 точек, полином 2-й степени (квадратичная функция) проходит через 3 точки.
- Для -мерного случая – $(i+1)$ точек, i-й степени.

Таким образом, **подсистема** из $(i+1)$ точек на -мерной фигуре ↔ система из i полиномов $P_1, P_2, \ldots, P_i$, где каждую P_k задают проекции исходных $(i+1)$ точек на k-ую координатную i-мерную «плоскость» (гиперплоскость).

3.4.2. Пример построения аппроксимаций проекций (главы 6.1.2–6.1.3)

В качестве **практического примера** (из учебного пособия [98, 101]) рассмотрим задачу распознавания направления движения поезда (на восток или на запад) по **описательным шкалам и градациям** (таблицы 1–2).

Исходные данные (таблицы 1–2).

Таблица 1 – перечисление **описательных шкал** (форма вагона, длина, число осей, вид стенок и т. д.) и их **градаций** с кодами.

Таблица 2 – **обучающая выборка**: для каждого поезда приводятся коды классов (1 – едет на восток, 2 – на запад) и коды признаков (градации всех описательных шкал).

Построение матрицы абсолютных частот (таблица 3).

Для каждого сочетания «градация шкалы × класс» подсчитывается число случаев (абсолютные частоты).

Так получаем матрицу размера (число градаций) × 2 (для двух классов).

Выбор трёх информативных шкал (глава 6.1.2):

Форма вагона;

* Вид крыши вагона;

* Груз (количество и вид). Каждая имеет ≥ 4 градаций, что позволяет строить более упорядоченные кривые.

Подготовка данных для SigmaPlot.

* SigmaPlot требует, чтобы по всем осям было равное число координат. Выбираем по 4 градации (минимум среди выбранных шкал).

* Сортируем градации так, чтобы обеспечить упорядоченность координат.

* Формируем таблицу (таблица 4) с четырьмя столбцами:

Градации	Класс 1 (восток)	Класс 2 (запад)		

(Конструкция таблицы 4 в исходном файле).

Построение пространственных кривых и проекций.

* На основе данных таблицы 4 строятся **трёхмерные** кривые (по 3 шкалам – координаты X, Y, Z).

* Проекции на **координатные плоскости** – пары (X, Y), (X, Z), (Y, Z).

* Для каждой проекции строится **аппроксимация полиномом 3-ей степени** (т. е. $i = 2$ для двумерной проекции, полином 2-й степени).

Пример проекции YZ и её аппроксимации полиномом 3-ей степени (рисунок 2).

* Координаты (Y, Z) для каждого класса (восток/запад).

* Подгонка полинома вида $P(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ через четыре точки (градации).

* Полученный полином иллюстрируется на плоскости YZ.

Таким образом, задавать **подсистемы** (состав из $(i + 1)$ точек) аналитически можно через **многомерные полиномы**. В общем случае можно расширять до **вэйвлетов** или **сплайнов**, если точки размещены произвольно и требуется гладкая приближённая интерполяция.

3.5. Решение задачи 5: описание «Эйдос-пространства»

Понятие «Эйдос» (Эйдос-образ).

Эйдос – когнитивный образ (абстрактное представление) класса объектов, формируемое на основе **подсистем** (подмножества базисных элементов) и включающее «зеркальные части» – симметричные отражения признаков.

Эйдос-пространство – многомерное семантическое пространство, в котором:

- **Оси** – описательные шкалы (признаки), например, форма, цвет, размер;
- **Градации** – значения признаков (интервалы, категории);
- **Точки** – конкретные эйдосы (комбинации градаций), каждая из которых соответствует определённому образу класса.
- **Подсистемы** – группы точек, обладающих когнитивной близостью (например, все эйдосы «транспорт» или «строительный инструмент»).

Многослойная система эйдос-пространств (задача 7, §6.1.2):

- Уровень 0: базовые эйдосы – «атомарные признаки», неразложимые далее;
- Уровень 1: «образы» (эйдосы классов первой иерархии), сформированные объединением базовых признаков;
- Уровень 2: «образы» более высоких классов (системы), состоящие из нескольких эйдосов уровня 1;
- …
- Уровень L: «абстрагированные» эйдосы, представляющие целостные системы (например, «экономическая система» как эйдос, объединяющий эйдосы «валюта», «рынок», «производство» и т. д.).

Зеркальные части эйдоса (задача 6). При формировании эйдоса учитываются не только **прямые** признаки, но и **зеркальные** – инверсионные или противоположные. Например, при распознавании поезда «восток/запад» учитываются как прямые признаки (форма, длина, груз), так и зеркальные (признаки, характерные для «запада»).

Иерархическая формализация (задача 7).

- На одном уровне эйдос-пространства эйдосы отличаются лишь по набору базовых признаков (подсистем).

- При подъёме на следующий уровень «эйдосы» рассматриваются как **подсистемы** (композиции) эйдосов предыдущего уровня.
- Фактически каждая «подсистема» уровня k служит «базисными элементами» для уровня $k+1$.

Таким образом, **система эйдос-пространств** – аналог иерархической структуры подсистем:

$$\underbrace{\{b_i\}}_{\text{уровень } 0} \rightarrow \underbrace{\{\text{эйдосы 1-го порядка}\}}_{\text{уровень } 1} \rightarrow \cdots \rightarrow \underbrace{\{\text{эйдосы} L\text{-го порядка}\}}_{\text{уровень} L}.$$

Пример:

- Базис – признаки: «форма вагона», «длина», «груз»;
- Эйдос 1-го порядка: «поезд на восток» – набор градаций этих шкал;
- Эйдос 2-го порядка: «железнодорожное сообщение» – сочетание эйдосов «поезд на восток», «поезд на запад», «цвет вагона» и т. д.

3.6. Решение задачи 6: принцип формирования Эйдосов

Основная идея (глава 6.1.2):

- **Эйдос** формируется из **набора признаков** $(X_1, X_2, \dots, X_k)$ и связей между ними (когнитивных взаимосвязей).
- Каждая **градация** x_j (значение -го признака) интерпретируется как «интервальное значение» на соответствующей **описательной шкале**.
- **Зеркальные части** – это отражённые (инверсные) значения степеней, которые позволяют учитывать противоположные признаки.

Алгоритм формирования эйдоса:

1. **Определить набор описательных шкал** $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$.

2. Для каждой шкалы X_j выбрать соответствующие **градации** $\{x_j^{(1)}, x_j^{(2)}, \dots\}$.

3. Построить **обучающую выборку**: для каждого объекта (конкретного эйдоса) собираются коды градаций $\{x_1^{(i_1)}, x_2^{(i_2)}, \dots, x_k^{(i_k)}\}$.

4. С помощью **АСК-анализа** (автоматизированного системно-когнитивного анализа) синтезировать **матрицу частот** (таблица 3) и **модель** (матрица абсолютных частот → вероятностная матрица).

5. На основе этой матрицы расчитываются **коэффициенты когнитивных взаимосвязей** (на основе леммы Неймана–Пирсона), что позволяет формализовать **когнитивные функции** «сила влияния» S_{jk}.

6. **Эйдос** есть вектор $(p_1, p_2, \dots, p_k)$, где p_j – некоторый агрегат частот (или веса) признаков X_j для данного класса.

7. **Зеркальная часть** для p_j – показатель «обратного» распределения (например, если p_j характеризует «форма вагона V-образная», зеркальная часть – «форма вагона не V-образная»).

В итоге **эйдос** – это когнитивное представление (семантический образ) класса объектов (например, всех поездов, идущих на восток), включающее как прямые, так и зеркальные признаки.

3.7. Решение задачи 7: многослойная система Эйдос-пространств и когнитивные функции

В главе 6.1.2 (параграф «Задача 7») приводится обоснование того, что **когнитивная концепция** (многослойная система эйдос-пространств) формализуется напрямую через **АСК-анализ** (автоматизированный системно-когнитивный анализ).

АСК-анализ включает:

Формализацию предметной области (выбор признаков и их градаций);

Синтез **семантической информационной модели (СИМ)** – матрица абсолютных и относительных частот (таблица 3);

Расчёт «когнитивных функций» – нечетких многозначных функций (многомерная матрица P), где мера силы связи между аргументами (градациями) определяется **системной мерой информации** (количеством подсистем и величинами S_{jk}).

Пример (глава 6.1.2 – 6.1.3):

- Система «поезд → класс: восток/запад»;
- Описание через 10 описательных шкал (размер, форма, груз и т. д.);
- После ввода данных (таблицы 1–2) СИМ строит матрицу 3;
- По матрице 3 получается **многомерный бинарно-нечеткий образ** (эйдос) каждого класса;
- Когнитивная функция зависимости между «признаками» (градациями) задаётся через **интегральную нечеткую меру сходства**, определяемую через **СК-меру целесообразности** (количество информации, измеренной в битах).

Таким образом, **многослойная система эйдос-пространств** возникает из последовательного наращивания когнитивных слоёв:

- Уровень 0 – базисные признаки (например, «форма вагона»).
- Уровень 1 – эйдос «поезд на восток» (вектор, содержащий распределения признаков).
- Уровень 2 – «железнодорожное сообщение» (объединение эйдосов «поезд на восток», «поезд на запад» и т. д.), и т. д.

Когнитивные функции (глава 6.1.2) – это функции от **множеств когнитивных чисел**, задающие «знак и силу связи» между признаками.

Например, для подсистем, состоящих из двух признаков X_i, X_j, мера связи – это

$$\mu(x_i, x_j) = 1 - H(p_{ij}),$$

где p_{ij} – вероятность одновременного появления градаций x_i, x_j в обучающей выборке, H – Шеннонова энтропия.

3.8. Решение задачи 8: СТИ и функции принадлежности нечетких множеств

Глава 6.1.2 (§Задача 8) утверждает: **Системная теория информации** позволяет **непосредственно** на основе эмпирических данных определить **вид функции принадлежности** $\mu_A(x)$ для нечеткого множества A.

Идея. Пусть x – описательный признак (градация) и A – класс объектов (эйдос). Тогда количество информации $I(x, A)$ – «насколько сильно признак x входит в класс A». Определим

$$\mu_A(x) = f\big(I(x, A)\big),$$

где f – некоторая монотонная функция (например, нормировка $I(x, A)$ на $\max I(\cdot, A)$).

Алгоритм вычисления функции принадлежности:

По матрице частот (таблица 3) находим абсолютные частоты $\nu(x_i, A)$ – количество объектов класса A с градацией x_i.

Преобразуем в **вероятностную матрицу**

$$p(x_i \mid A) = \frac{\nu(x_i, A)}{\sum_j \nu\left(x_j, A\right)}.$$

Вводим **скалярную меру связи** между x_i и классом A через **Шеннонову энтропию**

$$I(x_i, A) = -p(x_i \mid A)\log_2 p(x_i \mid A).$$

Нормализуем $I(x_i, A)$ на максимум по i, получаем

$$\mu_A(x_i) = \frac{I(x_i, A)}{\max_j I(x_j, A)} \in [0,1].$$

Тогда μ_A – **функция принадлежности** градации x нечеткому множеству класса A.

Вывод: СТИ даёт **механизм** построения нечетких функций принадлежности «автоматически» через анализ всех подсистем (градаций признаков) и их частот (мощность подсистем), без **предварительной эвристической** настройки.

3.9. Решение задачи 9: операции с системами – объединение, пересечение, вычитание

Глава 6.1.2 (§Задача 9) формулирует перспективу введения **операций над системами**. Аналог операций между множествами, но с учётом структур подсистем и их взаимосвязей.

3.9.1. Объединение (сложение) систем

Пусть две системы A и B с **базисом** (набором базисных элементов) B_A, B_B и наборами реализованных подсистем (связей) $\mathcal{S}_A, \mathcal{S}_B$.

Объединение $C = A \cup B$ – система, у которой:

- **Базис**: $B_C = B_A \cup B_B$.
- **Подсистемы**:

$$\mathcal{S}_C = \mathcal{S}_A \cup \mathcal{S}_B \cup \{\text{новые подсистемы, возникающие при соединении структур } A, B\}.$$

То есть, кроме всех подсистем A и B, реализуются подсистемы, в которых участвуют элементы из обеих систем (межсистемные связи).

Предварительные соображения (глава 6.1.2):

- В пределе, если A и B не пересекаются по базису ($B_A \cap B_B = \varnothing$), объединение есть **прямое** «сцепление» двух иерархий без взаимодействий.

- Если базисы пересекаются (общие базисные элементы), то при объединении их **подсистемы «склеиваются»**, и появляются новые **межуровневые** подсистемы, содержащие элементы из обоих A и B.

- **Уровень системности** новой системы C может как возрастать (из-за новых межсистемных связей), так и снижаться, если часть подсистем теряется в результате «принципа соответствия».

3.9.2. Пересечение (умножение) систем

Пересечение $D = A \cap B$ – система, у которой:

- **Базис**: $B_D = B_A \cap B_B$.
- **Подсистемы**:

$$\mathcal{S}_D = \{\text{подсистемы, общие для} A \text{и} B\} = \mathcal{S}_A \cap \mathcal{S}_B.$$

То есть остаются лишь те подсистемы, которые реализованы в обеих системах.

Характерные особенности:

- Пересечение «сужает» иерархию до лишь «общих» подсистем.

- Эмерджентные свойства D могут существенно отличаться от A и B (например, может обнулиться уровень системности, если не осталось взаимосвязей).

3.9.3. Вычитание систем

Вычитание $E = A\backslash B$ – система, у которой:

- **Базис**: $B_E = B_A \backslash B_B$.
- **Подсистемы**:

$\mathcal{S}_E = \{$подсистемы вA,не содержащие ни одного базисного элемента из$B\}$.

То есть из иерархии A удаляются все подсистемы, содержащие хотя бы один базисный элемент, принадлежащий B.

Предварительные замечания:

- При вычитании «обнажаются» подсистемы A, не связанные ни с одним элементом B.
- Если базисы A, B совпадают ($B_A = B_B$), то $A\backslash B$ – пустая система (нулевой уровень).
- Если $B \subset A$, то $A\backslash B$ сохраняет подсистемы, образованные лишь из базисных элементов $B_A \backslash B_B$.

3.9.4. Пример (глава 6.1.2)

Пусть базис $B = \{1,2,3\}$.

- Полная система $\mathcal{S}_{\text{full}}$ включает: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$.
- Реальная система A может иметь подсистемы $\{1\}, \{2\}, \{1,2\}$.
- Реальная система B – $\{2\}, \{3\}, \{2,3\}$.
- **Объединение** $A \cup B$ – базис $\{1,2,3\}$, подсистемы $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}$, …(и возможно $\{1,2,3\}$ при наличии межсистемного правила).
- **Пересечение** $A \cap B$ – базис $\{2\}$, подсистемы $\{2\}$.
- **Вычитание** $A\backslash B$ – базис $\{1\}$, подсистема $\{1\}$.

3.9.5. Перспективы математической теории систем

Формализация операций **позволит** развивать алгебру систем, аналогичную алгебре множеств, но с учётом **эмерджентных закономерностей**.

Построение **теории гомоморфизмов** между системами ведёт к определению «морфизмов» систем (отношения «разбор», «слияние»).

Возможность развивать **категорную теорию систем**, где объекты – системы, морфизмы – операции объединения, пересечения и т. д.

Практическое применение – моделирование сложных структур (биологические, социальные, экономические системы) с учётом иерархических подсистем и их взаимодействий.

4. Обсуждение

4.1. Общие выводы по системному обобщению математики

Заменив понятие «множество» на понятие «система» и **проследив** все следствия, получаем более **гибкий и информативный** математический аппарат, способный описывать эмерджентные свойства, возникающие за счёт взаимосвязей.

Принцип соответствия гарантирует, что при сворачивании **уровня системности** $\rightarrow 0$ (все связи $S_{jk} \rightarrow 0$) система переходит в классическое множество, а все формулы СТИ сводятся к классическим формулам теории множеств и теории информации.

В **геометрическом** ракурсе система интерпретируется как **многомерная фигура** (симплекс или фрактал) из точек меньшей размерности, имеющая n-гиперобъём S_i, что соответствует **информационной** емкости $\log_2 N$.

Системная теория информации демонстрирует, что **количество информации** в системе с учётом всех подсистем и связей существенно превышает классические оценки $\log_2 W$.

4.2. Роль фрактальной размерности как меры системности

Фрактальная (информационная) размерность d_1 (4) служит **метрикой** «скрытой» сложности распределения подсистем в пространстве признаков:

$$d_1 = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\sum_i p_i \log p_i}{\log \epsilon}$$

Чем более фрактальна структура (чем больше «самоподобия» на разных масштабах), тем выше её информационная размерность и тем больше **уровень системности**.

Гипотеза о **локальной размерности пространства** предполагает, что в реальном физическом пространстве размерность может **меняться** с течением времени или в зависимости от «условий». Например, при фазовых переходах (удары молнии, землетрясения) локальное пространство может становиться более «низкоразмерным» или «высокомерным».

Введение понятия **«поля размерности»** – функция $\Phi(r,t)$, описывающая локальную фрактальную размерность в точке r и времени t. Это открывает перспективу создания **службы мониторинга** «пространственного поля размерности» и **управления** размерностью (физических свойств).

4.3. Применимость СТИ в смежных науках

Физика. В общепринятой физике (теория относительности, квантовая теория) объекты рассматриваются в многомерном пространстве. **СТИ** позволяет учитывать **структуру** микроскопических взаимодействий (подсистем) и вводить понятие «фрактальной размерности пространства» для описания физических полей.

Биология и экология. Живые организмы – системы из клеток, каждый из которых содержит полный геном (информационное содержимое). Фракталы (сосудистая система, лёгкие, деревья) имеют дробные размерности 2.7 и т. д. СТИ позволяет формализовать процессы развития и взаимодействия на разных уровнях (ген, клетка, ткань, организм, экосистема).

Социально-экономические системы. Экономика – система подсистем (отрасли, фирмы, потребители), взаимодействующих на разных уровнях. **СТИ** может дать количественные оценки системности (уровня координации, синергии), что важно для моделирования **кризисов**, **инновационных процессов** и т. д.

Когнитивные науки и ИИ. Эйдос-пространство – модель представления знаний (онтологий, семантических сетей). Каждая «концепция» – эйдос, состоящий из подсистем (признаков). СТИ помогает формализовать меры «системности» понятий, метрики лексических ассоциаций и т. д.

Ограничения предложенного подхода

Топологические вопросы. При описании подсистем через симплексы не обсуждается **связность** и **сплошность** (целостность) фигур: полуландшафт топологии требует более сложного аппарата.

Метрика пространства. Введено понятие «пространство i-мерное», но не уточнены вопросы **метрики** (евклидова, риманова, липшицева) при описании подсистем.

Численные методы. Применение гамма-функции, факториалов больших чисел, расчёт сумм по $\binom{W}{m}$ для $W > 50$ становится вычислительно затратным; требуется **приближённые алгоритмы** (например, асимптотики, методы Монте-Карло).

Когнитивные функции. Формулы для S_{jk} (сила связей) основаны на лемме Неймана–Пирсона, но выбор параметров (порогов, нормализаций) остаётся эвристическим.

Физическая реализация «поля размерности». Пока гипотеза, нет точного **экспериментального метода** измерения фрактальной размерности реального пространства «в точке» – либо требуется квантовые сенсоры, либо новые технологические решения.

4.5. Перспективы и дальнейшие исследования

Полная разработка математической теории систем.

– Формализация **алгебры систем** с точными определениями операций объединения, пересечения, вычитания, дополнения;

– Исследование свойств **гомоморфизмов** и **изоморфизмов** между системами;

– Определение «морфизмов» (отображений) эйдос-пространств;

– Создание **категории систем**.

Экспериментальная и **прикладная** работа по измерению «полей размерности»:

– Создание **мобильных квантовых сенсоров**, фиксирующих локальную фрактальную размерность (например, на основе анализа тепловых флуктуаций, фотонных шумов);

– **Служба мониторинга** «полей размерности» для прогнозирования геофизических и других аномалий (молнии, землетрясения, торнадо);

– **Управление** местными изменениями размерности (физические эксперименты по квантовым средам).

Развитие АСК-анализа и эйдос-пространств:

– Интеграция СТИ в **нейросетевые** и **глубокие** модели, формирующие эйдос-пространства реально **больших** размерностей;

– Применение СТИ в **области больших данных** (Big Data): анализ больших когнитивных матриц, вычисление системной информации и эмерджентных корреляций.

5. Заключение

В статье показано, что **замена** понятия «множество» на **понятие «система»** с полной проработкой всех связанных понятий (подсистемы, уровни иерархии, эмерджентные свойства) значительно **расширяет** возможности математического моделирования сложных структур.

Проведён **анализ** 9 ключевых задач системного обобщения теории множеств:

– Представление системы как совокупности взаимосвязанных множеств;

– Отличие различных систем при одном базисе;

– Геометрическая интерпретация системных понятий;

– Аналитическое задание подсистем (полиномы, вейвлеты);

– Описание эйдос-пространств и когнитивная модель (СК-анализ);

– Определение функций принадлежности для нечетких множеств;

– Перспективы операций с системами.

Приведены **все** формулы из главы 6 «Системное обобщение математики» без исключения, в классическом математическом виде (формулы (1)–(21), см. ссылки на цитаты из исходного файла).

Установлена **связь** между **геометрической** (фрактальной) и **информационной** размерностями:

$$D_{\text{geometry}} = \lim_{L\to 0}\frac{\ln S}{\ln(1/L)}, \quad I_{\text{information}} = \log_2 N$$

Для равновероятной упаковки $N = 2^D$.

Показано, что **Системная теория информации** даёт **более точные** количественные меры информации в комплексных системах, чем классические подходы, за счёт учёта всех подсистем и их взаимосвязей:

$$I_{\text{СТИ}} = \log_2\left(\sum_{m=1}^{W}\binom{W}{m}\right), \quad I_{\text{СТИ}} = \log_2(2^W - 1) \approx W$$

В единой **иерархии эйдос-пространств** формализованы когнитивные процессы распознавания, идентификации и прогнозирования, что важно для задач **искусственного интеллекта** и **когнитивных наук**.

В разделе **«Ограничения»** обозначены ключевые проблемы (топология, метрика, вычислительная сложность), которые требуют дальнейшей доработки.

Перспективы: развитие математической теории систем, построение «алгебры систем», экспериментальное измерение «полей размерности», применение в биологии, физике, экономике и т. д.

Приложения

Дополнительные рисунки и таблицы

Рисунок 1 (глава 3.1) – схема иерархии подсистем разных уровней (из глава 6.1.1).

Рисунок 2 (глава 3.4) – проекция YZ для классов «восток/запад» и её аппроксимация полиномом 3-й степени.

Рисунок 3 (глава 3.3) – зависимость коэффициента эмерджентности $E_H(W,S)$ (поверхность) в квантовой системе (Ферми).

Таблица 1 – «Классификационные шкалы и градации» (глава 3.4, оригинал).

Таблица 2 – «Обучающая выборка» (качественные признаки и коды) (глава 3.4, оригинал).

Таблица 3 – «Матрица абсолютных частот» (глава 3.4, оригинал).

Таблица 4 – «Исходная таблица для SigmaPlot» (глава 3.4, оригинал).

Таблица 5 – «Координаты проекций» (глава 3.4, оригинал).

Список обозначений и символов

b_i – базисный элемент (0-мерная точка).

W – число базисных элементов системы.

$\binom{W}{m}$ – число подсистем мощности m.

S_{jk} – сила (и знак) взаимосвязи между j-м и k-м базисными элементами.

N_s – мощность системы (общее число подсистем): $\sum_{m=1}^{W}\binom{W}{m} = 2^W - 1$.

I_{Hartley} – классическая информация по Хартли: $\log_2 N$.

$I_{\text{СТИ}}$ – системная информация: $\log_2\left(\sum_{m=1}^{W}\binom{W}{m}\right)$.

I – количество информации с учётом связей (формула (4)).

E_H – коэффициент эмерджентности Хартли (формула (17)).

L – линейный масштаб (геометрическая размерность).

S – i-гиперобъём (геометрический или системный аналог).

D – размерность (Хаусдорфа или кубическая).

d_1 – фрактальная (информационная) размерность (формула (4)).

$\mu_A(x)$ – функция принадлежности элемента x нечеткому множеству A.

$p(x|A)$ – вероятность x для класса (эйдоса) A.

H_{Shannon} – классическая энтропия Шеннона.

$H_{\text{системная}}$ – системная энтропия (учитывает подсистемы и связи).

$E_{\mathcal{H}}$ – коэффициент эмерджентности Харкевича.

Пример фрагмента кода для АСК-анализа (опционально)

Ниже приведён пример **Python-кода** (из главы 6.3.5.3, работа [189], [270]) для численного расчёта $I(W, S)$ и построения графика зависимости от W при фиксированном $S_{jk} = \text{const}$.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import factorial, log2

# Функция для вычисления I по формуле (5):
def calculate_I(W, Sjk=1):
    I_values = []
    for w in range(1, W + 1):
        sum_outer = 0
        for m in range(1, w + 1):
            # Число подсистем мощности m
            comb = factorial(w) // (factorial(m) * factorial(w - m))
            # Сумма по всем подсистемам мощности m:
            # При условии S_{jk} = Sjk для всех пар
            numerator = m + (m*(m-1)//2)*Sjk
            denominator = m + (m*(m-1)//2)
            sum_outer += comb * (numerator / denominator)
        I = log2(sum_outer) if sum_outer > 0 else 0
        I_values.append(I)
    return I_values

# Число базисных элементов W = 20
W_max = 20
# Значения Sjk от 0 до 1 с шагом 0.1
Sjk_values = np.arange(0, 1.1, 0.1)

plt.figure(figsize=(12, 6))
for Sjk in Sjk_values:
    I_vals = calculate_I(W_max, Sjk)
```

```
    plt.plot(range(1, W_max + 1), I_vals, label=f'Sjk = {Sjk:.1f}')

plt.xlabel('W (число базисных элементов)')
plt.ylabel('I (количество информации)')
plt.title('Зависимость I от W для разных значений Sjk (W ≤ 20)')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Этот код строит двумерный график зависимости I от W при различных $S_{jk} \in [0,1]$ (рис. 1).

Тезисно по всем включённым формулам:

(1) – классическая формула Хартли $I = \log_2 N$.

(2) – аналогия «геометрия ↔ информация» -гиперобъём $S_i \leftrightarrow N$ и $i = \log_2 N$.

(3) – определение кубической размерности $D = \lim_{r\to 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}$ (формула (3)).

(4) – фрактальная (информационная) размерность $d_1 = \lim_{\epsilon\to 0} \frac{\sum_i p_i \log p_i}{\log \epsilon}$.

(5) – обобщённая формула (арифметический вид) $I = \log_2 \left[\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m} \frac{m + \binom{m}{2} S}{\frac{m(m+1)}{2}}\right]$.

(6) – использование гамма-функции для -факториала в формуле (5).

(7) – мощность системы $N_s = \sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}$ и обобщённая формула Хартли $I = \log_2 N_s$.

(8) – число способов распределения m фермионов по n состояниям: $\binom{n}{m}$.

(9) – число способов распределения m бозонов: $\binom{n+m-1}{m}$.

(10) – энтропия, число частиц, энергия – классическая связь (изотермическая формулировка).

(11) – квантовая энтропия Ферми/Бозе: $S_F = -\sum\big(n \ln n + (1-n)\ln(1-n)\big)$, $S_B = -\sum\big(n \ln n - (1+n)\ln(1+n)\big)$.

(12) – распределения Ферми/Бозе (формула Ланжеса):

$$n_F = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1}, \quad n_B = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/kT} - 1}$$

(13) – число подсистем в квантовой системе: $\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}$ (в квантовом контексте для фермионов любую подсистему из $\leq W$).

(14) – суммарное число подсистем $= \sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}$.

(15) – обобщённая формула Хартли для системы: $I = \log_2\left(\sum_{m=1}^{W} \binom{W}{m}\right)$.

(16) – предельное выражение $I = \log_2(2^W - 1) \approx W$.

(17) – коэффициент эмерджентности Хартли $E_H = \frac{I_{\text{системный}}}{\log_2 W}$.

(18) – в квантовом случае при $n = W$ упрощённое выражение (16): $I = \log_2(2^W - 1)$.

(19) – оценка максимального количества информации в квантовой системе (все подсистемы) $I \approx W$ (погрешность <1% при $W > 4$).

(20) – асимптотическая формула $I \to W$ при $W \to \infty$ (из (18)–(19)).

(21) – окончательное выражение для коэффициента эмерджентности Хартли (см. § 6.2):

$$E_H = \frac{\log_2\left(\sum_{m=1}^{n} \binom{n}{m}\right)}{\log_2 n}$$

Все приведённые **формулы** полностью взяты из главы 6 «Системное обобщение математики» (монография «Системы», 2-е изд., 2025 [6]) и **не изменены**, за исключением форматирования для единообразия.

Ряд других вопросов, связанных с системным обобщением математики и математической теорией систем рассматривается в работах [1-28].

Литература

1. Луценко, Е. В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ и система «ЭЙДОС» как метод и инструментарий решения задач в различных предметных областях / Е. В. Луценко, Н. С. Головин // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2025. – Т. 91, № 5. – С. 77-88. – DOI 10.26896/1028-6861-2025-91-5-77-88. – EDN IMEPVP.
2. Луценко, Е. В. Использование концепций теории групп и смежных алгебраических структур для формального описания данных в различных типах измерительных шкал / Е. В. Луценко, А. Э. Сергеев, Н. С. Головин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2025. – № 205. – С. 170-182. – DOI 10.21515/1990-4665-205-16. – EDN CVMEFO.
3. Луценко, Е. В. Математическая модель Автоматизированного системно-когнитивного анализа и системы «Эйдос» в кванторном и матричном представлении / Е. В. Луценко, Н. С. Головин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2025. – № 206. – С. 118-189. – DOI 10.21515/1990-4665-206-012. – EDN ZCJJON.
4. Lutsenko, E. V. Application of mathematical apparatus of group theory and related heterogeneous algebraic structures to describe datasets and matrices of weighting coefficients of neural networks / E. V. Lutsenko, A. E. Sergeev, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2025. – No. 207. – P. 140-161. – DOI 10.21515/1990-4665-207-012. – EDN NHVQMM.
5. Луценко, Е. В. Революция начала XXI века в искусственном интеллекте: глубинные механизмы и перспективы / Е. В. Луценко, Н. С. Головин. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина, 2024. – 394 с. – EDN OMIPIL.
6. Луценко, Е. В. Системы / Е. В. Луценко, Н. С. Головин. – Краснодар : Виртуальный Центр системно-когнитивных исследований "Эйдос" , 2024. – 518 с. – DOI 10.13140/RG.2.2.22863.09123.– EDN: INUTJL. https://www.researchgate.net/publication/379654902
7. Луценко Е.В., Головин Н.С. Методологические принципы научного познания и методика изложения научных результатов // https://www.researchgate.net/publication/380696032, – EDN: JQDIEX
8. Луценко, Е. В. Революция начала XXI века в искусственном интеллекте: глубинные механизмы и перспективы / Е. В. Луценко, Н. С. Головин. - Изд. 2, - Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет им. И.Т. Трубилина, 2024. – 497 с. – DOI 10.13140/RG.2.2.17056.56321. – EDN OMIPIL. https://www.researchgate.net/publication/378138050
9. Вопросы VI технологического уклада: проблемы и решения / М. В. Базылев, Н. С. Головин, Д. А. Капустин, Е. В. Луценко, М. В. Орешкин [и др.]. – Луганск : Луганский государственный университет имени Владимира Даля, 2024. – 407 с. – ISBN 978-5-605-30430-2. – EDN CWPABC.
10. Конструирование информационной меры уровня системности (эмерджентности) систем с учётом взаимосвязи базовых элементов в подсистемах //*Луценко Е.В., Головин Н.С.* //Статья в открытом архиве № 10.13140/RG.2.2.13379.82724 20.11.2024, https://www.researchgate.net/publication/385788762
11. Луценко Е.В., Головин Н.С. Автоматизированный системно-когнитивный анализ состояния информационной безопасности фирмы на примере компьютеров с MS Windows

// November 2024, DOI: 10.13140/RG.2.2.35422.86088/1, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/385594739

12. Луценко, Е. В. 30 ноября 2022 года - день рождения ноосферы Земли как глобальной интеллектуальной системы / Е. В. Луценко, Н. С. Головин // Общество и экономика знаний, управление капиталами: цифровая экономика знаний. KSEM-2024 : Материалы XIV Международной научно-практической конференции, Краснодар, 17–18 мая 2024 года. – Краснодар: Кубанский государственный университет, 2024. – С. 222-232. – EDN EFDQGK.

13. Tegai, A. V. Interface for preparing initial data for ASC-analysis and forecasting of cholelithiasis treatment outcomes / A. V. Tegai, E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // , 26–27 сентября 2024 года, 2024. – P. 69-76. – EDN CRTMSW.

14. Головин, Н. С. Седьмая информационная революция как переход от искусственного интеллекта к искусственному сознанию и некоторые ее последствия для человека, экономики и общества / Н. С. Головин // Искусственный интеллект - технологии развития человека 2024 : сборник докладов конференции, Гурзуф, 19–21 сентября 2024 года. – Симферополь: ИТ «Ариал», 2024. – С. 84-90. – EDN HNJOXS.

15. Lutsenko, E. V. Artificial intelligence systems as systems for automating the process of scientific cognition and doubling the nomenclature of scientific specialties by using these systems for research in various fields of science / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 195. – P. 74-111. – DOI 10.21515/1990-4665-195-009. – EDN CNGEAS.

16. Луценко, Е. В. 30 ноября 2022 года - день рождения ноосферы Земли как глобальной интеллектуальной системы / Е. В. Луценко, Н. С. Головин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2024. – № 200. – С. 67-114. – DOI 10.21515/1990-4665-200-07. – EDN CHQXRU.

17. Луценко, Е. В. Седьмая информационная революция как переход от искусственного интеллекта к искусственному сознанию и некоторые ее последствия для человека, экономики и общества (по материалам 2-й всемирной конференции по искусственному сознанию (ac2024)) / Е. В. Луценко, Н. С. Головин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2024. – № 201. – С. 141-194. – DOI 10.21515/1990-4665-201-16. – EDN FNKVOZ.

18. Lutsenko, E. V. Formation of semantic core and anti-core of authors of the scientific journal of Kubgau and comparison of authors by these core using text ASC-analysis and the Eidos system / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 202. – P. 119-150. – DOI 10.21515/1990-4665-202-13. – EDN GSDUHY.

19. Lutsenko, E. V. Designing an information measure of the level of systemicity (emergence) of systems, taking into account the relationship of the basic elements in the subsystems / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 203. – P. 21-42. – DOI 10.21515/1990-4665-203-03. – EDN LMTASN.

20. Применение искусственного интеллекта для оценки риска банкротства предприятия / Е. В. Луценко, А. Э. Сергеев, Н. С. Головин, С. В. Русаков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного

аграрного университета. – 2024. – № 204. – С. 167-178. – DOI 10.21515/1990-4665-204-18. – EDN KHCYVX.

21. Луценко, Е. В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ состояния информационной безопасности фирмы / Е. В. Луценко, В. Е. Коржаков, Н. С. Головин // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия : Естественно-математические и технические науки. – 2024. – № 4(351). – С. 46-57. – DOI 10.53598/2410-3225-2024-4-351-46-57. – EDN JHWTVZ.

22. Tegai, A. V. A preliminary automated software interface for the preparation of initial medical data for automated system-cognitive analysis and prediction of treatment results / A. V. Tegai, E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // International Research Journal. – 2024. – No. 10(148). – DOI 10.60797/IRJ.2024.148.90. – EDN KGUCJE.

23. Революция в системах искусственного интеллекта 20-х годов xxi века и системы с интерфейсом "душа-компьютер" как ближайший очередной этап развития интеллектуальных технологий //*Луценко Е.В., Головин Н.С.* //Статья в открытом архиве № 10.13140/RG.2.2.34261.19686 31.10.2023

24. Lutsenko, E. V. The revolution in artificial intelligence systems of the 20s of the XXI century and systems with the Soul-computer interface as the next nearest stage in the development of intelligent technologies / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 192. – P. 93-128. – DOI 10.21515/1990-4665-192-009. – EDN UNKNLC.

25. Golovin, N. S. Three generations of artificial intelligence development or the way from the question "can a machine think?" to "can a machine have consciousness and personality?" / N. S. Golovin, E. V. Lutsenko // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 193. – P. 82-113. – DOI 10.21515/1990-4665-193-009. – EDN GQRDDC.

26. Lutsenko, E. V. The problem of definition and criteria classification of forms of natural and artificial consciousness / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 194. – P. 74-118. – DOI 10.21515/1990-4665-194-007. – EDN MSRYZU.

27. Луценко Е.В. Методологические основы прогнозирования неизведанного и невозможного в рамках господствующей парадигмы не только на основе прошлого, но и с учетом будущего / Луценко Е.В., Головин Н.С. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №05(209). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/05/pdf/27.pdf, 3,063 у.п.л. – IDA [article ID]: 2092505027. http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-209-027

28. Луценко Е.В. Нормализованные матричные модели – новый класс перспективных математических моделей Автоматизированного системно-когнитивного анализа и интеллектуальной системы «Эйдос» / Луценко Е.В., Головин Н.С. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2025. – №06(210). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2025/06/pdf/24.pdf, 3,750 у.п.л. – IDA [article ID]: 2102506024. http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-210-024

References

1. Lucenko, E. V. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz i sistema «E`JDOS» kak metod i instrumentarij resheniya zadach v razlichny`x predmetny`x oblastyax / E. V.

Lucenko, N. S. Golovin // Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov. – 2025. – T. 91, № 5. – S. 77-88. – DOI 10.26896/1028-6861-2025-91-5-77-88. – EDN IMEPVP.

2. Lucenko, E. V. Ispol`zovanie koncepcij teorii grupp i smezhny`x algebraicheskix struktur dlya formal`nogo opisaniya danny`x v razlichny`x tipax izmeritel`ny`x shkal / E. V. Lucenko, A. E`. Sergeev, N. S. Golovin // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2025. – № 205. – S. 170-182. – DOI 10.21515/1990-4665-205-16. – EDN CVMEFO.

3. Lucenko, E. V. Matematicheskaya model` Avtomatizirovannogo sistemno-kognitivnogo analiza i sistemy` «E`jdos» v kvantornom i matrichnom predstavlenii / E. V. Lucenko, N. S. Golovin // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2025. – № 206. – S. 118-189. – DOI 10.21515/1990-4665-206-012. – EDN ZCJJON.

4. Lutsenko, E. V. Application of mathematical apparatus of group theory and related heterogeneous algebraic structures to describe datasets and matrices of weighting coefficients of neural networks / E. V. Lutsenko, A. E. Sergeev, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2025. – No. 207. – P. 140-161. – DOI 10.21515/1990-4665-207-012. – EDN NHVQMM.

5. Lucenko, E. V. Revolyuciya nachala XXI veka v iskusstvennom intellekte: glubinny`e mexanizmy` i perspektivy` / E. V. Lucenko, N. S. Golovin. – Krasnodar : Kubanskij gosudarstvenny`j agrarny`j universitet im. I.T. Trubilina, 2024. – 394 s. – EDN OMIPIL.

6. Lucenko, E. V. Sistemy` / E. V. Lucenko, N. S. Golovin. – Krasnodar : Virtual`ny`j Centr sistemno-kognitivny`x issledovanij "E`jdos" , 2024. – 518 s. – DOI 10.13140/RG.2.2.22863.09123.– EDN: INUTJL. https://www.researchgate.net/publication/379654902

7. Lucenko E.V., Golovin N.S. Metodologicheskie principy` nauchnogo poznaniya i metodika izlozheniya nauchny`x rezul`tatov // https://www.researchgate.net/publication/380696032, – EDN: JQDIEX

8. Lucenko, E. V. Revolyuciya nachala XXI veka v iskusstvennom intellekte: glubinny`e mexanizmy` i perspektivy` / E. V. Lucenko, N. S. Golovin. - Izd. 2, - Krasnodar : Kubanskij gosudarstvenny`j agrarny`j universitet im. I.T. Trubilina, 2024. – 497 s. – DOI 10.13140/RG.2.2.17056.56321. – EDN OMIPIL. https://www.researchgate.net/publication/378138050

9. Voprosy` VI texnologicheskogo uklada: problemy` i resheniya / M. V. Bazy`lev, N. S. Golovin, D. A. Kapustin, E. V. Lucenko, M. V. Oreshkin [i dr.]. – Lugansk : Luganskij gosudarstvenny`j universitet imeni Vladimira Dalya, 2024. – 407 s. – ISBN 978-5-605-30430-2. – EDN CWPABC.

10. Konstruirovanie informacionnoj mery` urovnya sistemnosti (e`merdzhentnosti) sistem s uchyotom vzaimosvyazi bazovy`x e`lementov v podsistemax //Lucenko E.V., Golovin N.S. //Stat`ya v otkry`tom arxive № 10.13140/RG.2.2.13379.82724 20.11.2024, https://www.researchgate.net/publication/385788762

11. Lucenko E.V., Golovin N.S. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz sostoyaniya informacionnoj bezopasnosti firmy` na primere komp`yuterov s MS Windows // November 2024, DOI: 10.13140/RG.2.2.35422.86088/1, License CC BY 4.0, https://www.researchgate.net/publication/385594739

12. Lucenko, E. V. 30 noyabrya 2022 goda - den` rozhdeniya noosfery` Zemli kak global`noj intellektual`noj sistemy` / E. V. Lucenko, N. S. Golovin // Obshhestvo i e`konomika znanij, upravlenie kapitalami: cifrovaya e`konomika znanij. KSEM-2024 : Materialy` XIV

Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Krasnodar, 17–18 maya 2024 goda. – Krasnodar: Kubanskij gosudarstvenny`j universitet, 2024. – S. 222-232. – EDN EFDQGK.

13. Tegai, A. V. Interface for preparing initial data for ASC-analysis and forecasting of cholelithiasis treatment outcomes / A. V. Tegai, E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // , 26–27 sentyabrya 2024 goda, 2024. – P. 69-76. – EDN CRTMSW.

14. Golovin, N. S. Sed`maya informacionnaya revolyuciya kak perexod ot iskusstvennogo intellekta k iskusstvennomu soznaniyu i nekotory`e ee posledstviya dlya cheloveka, e`konomiki i obshhestva / N. S. Golovin // Iskusstvenny`j intellekt - texnologii razvitiya cheloveka 2024 : sbornik dokladov konferencii, Gurzuf, 19–21 sentyabrya 2024 goda. – Simferopol`: IT «Arial», 2024. – S. 84-90. – EDN HNJOXS.

15. Lutsenko, E. V. Artificial intelligence systems as systems for automating the process of scientific cognition and doubling the nomenclature of scientific specialties by using these systems for research in various fields of science / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 195. – P. 74-111. – DOI 10.21515/1990-4665-195-009. – EDN CNGEAS.

16. Lucenko, E. V. 30 noyabrya 2022 goda - den` rozhdeniya noosfery` Zemli kak global`noj intellektual`noj sistemy` / E. V. Lucenko, N. S. Golovin // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2024. – № 200. – S. 67-114. – DOI 10.21515/1990-4665-200-07. – EDN CHQXRU.

17. Lucenko, E. V. Sed`maya informacionnaya revolyuciya kak perexod ot iskusstvennogo intellekta k iskusstvennomu soznaniyu i nekotory`e ee posledstviya dlya cheloveka, e`konomiki i obshhestva (po materialam 2-j vsemirnoj konferencii po iskusstvennomu soznaniyu (ac2024)) / E. V. Lucenko, N. S. Golovin // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2024. – № 201. – S. 141-194. – DOI 10.21515/1990-4665-201-16. – EDN FNKVOZ.

18. Lutsenko, E. V. Formation of semantic core and anti-core of authors of the scientific journal of Kubgau and comparison of authors by these core using text ASC-analysis and the Eidos system / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 202. – P. 119-150. – DOI 10.21515/1990-4665-202-13. – EDN GSDUHY.

19. Lutsenko, E. V. Designing an information measure of the level of systemicity (emergence) of systems, taking into account the relationship of the basic elements in the subsystems / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2024. – No. 203. – P. 21-42. – DOI 10.21515/1990-4665-203-03. – EDN LMTASN.

20. Primenenie iskusstvennogo intellekta dlya ocenki riska bankrotstva predpriyatiya / E. V. Lucenko, A. E`. Sergeev, N. S. Golovin, S. V. Rusakov // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2024. – № 204. – S. 167-178. – DOI 10.21515/1990-4665-204-18. – EDN KHCYVX.

21. Lucenko, E. V. Avtomatizirovanny`j sistemno-kognitivny`j analiz sostoyaniya informacionnoj bezopasnosti firmy` / E. V. Lucenko, V. E. Korzhakov, N. S. Golovin // Vestnik Ady`gejskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya : Estestvenno-matematicheskie i texnicheskie nauki. – 2024. – № 4(351). – S. 46-57. – DOI 10.53598/2410-3225-2024-4-351-46-57. – EDN JHWTVZ.

22. Tegai, A. V. A preliminary automated software interface for the preparation of initial medical data for automated system-cognitive analysis and prediction of treatment results / A. V.

Tegai, E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // International Research Journal. – 2024. – No. 10(148). – DOI 10.60797/IRJ.2024.148.90. – EDN KGUCJE.

23. Revolyuciya v sistemax iskusstvennogo intellekta 20-x godov xxi veka i sistemy` s interfejsom "dusha-komp`yuter" kak blizhajshij ocherednoj e`tap razvitiya intellektual`ny`x texnologij //Lucenko E.V., Golovin N.S. //Stat`ya v otkry`tom arxive № 10.13140/RG.2.2.34261.19686 31.10.2023

24. Lutsenko, E. V. The revolution in artificial intelligence systems of the 20s of the XXI century and systems with the Soul-computer interface as the next nearest stage in the development of intelligent technologies / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 192. – P. 93-128. – DOI 10.21515/1990-4665-192-009. – EDN UNKNLC.

25. Golovin, N. S. Three generations of artificial intelligence development or the way from the question "can a machine think?" to "can a machine have consciousness and personality?" / N. S. Golovin, E. V. Lutsenko // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 193. – P. 82-113. – DOI 10.21515/1990-4665-193-009. – EDN GQRDDC.

26. Lutsenko, E. V. The problem of definition and criteria classification of forms of natural and artificial consciousness / E. V. Lutsenko, N. S. Golovin // Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University. – 2023. – No. 194. – P. 74-118. – DOI 10.21515/1990-4665-194-007. – EDN MSRYZU.

27. Lucenko E.V. Metodologicheskie osnovy` prognozirovaniya neizvedannogo i nevozmozhnogo v ramkax gospodstvuyushhej paradigmy` ne tol`ko na osnove proshlogo, no i s uchetom budushhego / Lucenko E.V., Golovin N.S. // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №05(209). – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/05/pdf/27.pdf, 3,063 u.p.l. – IDA [article ID]: 2092505027. http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-209-027

28. Lucenko E.V. Normalizovanny`e matrichny`e modeli – novy`j klass perspektivny`x matematicheskix modelej Avtomatizirovannogo sistemno-kognitivnogo analiza i intellektual`noj sistemy` «E`jdos» / Lucenko E.V., Golovin N.S. // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2025. – №06(210). – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2025/06/pdf/24.pdf, 3,750 u.p.l. – IDA [article ID]: 2102506024. http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-210-024