УДК 539.3:534:532.5
ББК 38.112

UDC 539.3:534:532.5
ББК 38.112

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике (физико-математические науки, экономические науки)

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods in economics (physical and mathematical sciences, economic sciences)

**НЕЛИНЕЙНЫЙ ПРОЦЕСС РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ВБЛИЗИ ШАРОВОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ ВНУТРЕННЕГО И ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ СОЛЯНОГО МАССИВА**

**NONLINEAR STRESS RELAXATION PROCESS NEAR A SPHERICAL CAVITY UNDER CONDITIONS OF INTERNAL AND ROCK PRESSURE OF A SALT MASSIF**

Аршинов Георгий Александрович
д.т.н., профессор
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

Arshinov Georgy Aleksandrovich
Dr.Sci.Tech., Professor
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Аршинов Александр Георгиевич
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

Arshinov Alexander Georgievich
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Исследуется процесс нелинейной релаксации поля напряжений, возникающего в окрестности шаровой полости – газохранилища, образованной в массиве каменной соли. Физико-механические свойства соляного массива описываются физически нелинейными законами наследственной вязкоупругости

The process of nonlinear relaxation of the stress field arising in the vicinity of a spherical cavity - a gas storage facility formed in a rock salt massif is investigated. The physical and mechanical properties of the salt massif are described by physically nonlinear laws of hereditary viscoelasticity

Ключевые слова: ПОЛОСТЬ, НАПРЯЖЕНИЯ, ДЕФОРМАЦИИ, РЕЛАКСАЦИЯ, ПОЛЗУЧЕСТЬ, СОЛЯНОЙ МАССИВ, ДАЛЕНИЕ, КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕТЫ, АППРОКСИМАЦИЯ, УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ, ФИЗИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ

Keywords: CAVITY, STRESSES, DEFORMATIONS, RELAXATION, CREEP, SALT MASSIF, PRESSURE, FINITE ELEMENTS, APPROXIMATION, EQUATIONS OF STATE, PHYSICAL NONLINEARITY

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-210-005

Подземные газохранилища, возводимые в соляных толщах – объекты длительного использования. Поэтому расчеты на прочность этих сооружений требуют применения законов деформирования, учитывающих ползучесть солей под нагрузкой. В дальнейших исследованиях используются уравнения состояния солей вида [1]

$$E\varepsilon_{ij}(t)=\sigma_{ij}(t)+\nu[\sigma_{ij}(t)-3\delta_{ij}\sigma(t)]+\frac{E}{2G}\int_0^t P[t,\tau,\sigma_{ij}(\tau)][\sigma_{ij}(\tau)-\delta_{ij}\sigma(\tau)]d\tau\,, \quad (1)$$

где $P=\delta(t-\tau)^{-\alpha}[1+\beta\sigma_{и}^2(\tau)]$ и $P=D\tau^{-\alpha}\sigma_{и}^2(\tau)$, где $\sigma=\frac{1}{3}\sigma_{ii}$;

$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$; $\sigma_И^2 = \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}$; E,G – модули Юнга и сдвига; $\nu$ – коэффициент Пуассона; D, $\alpha$ –параметры вязкоупругости.

Модель расчета показана на рисунке 1.

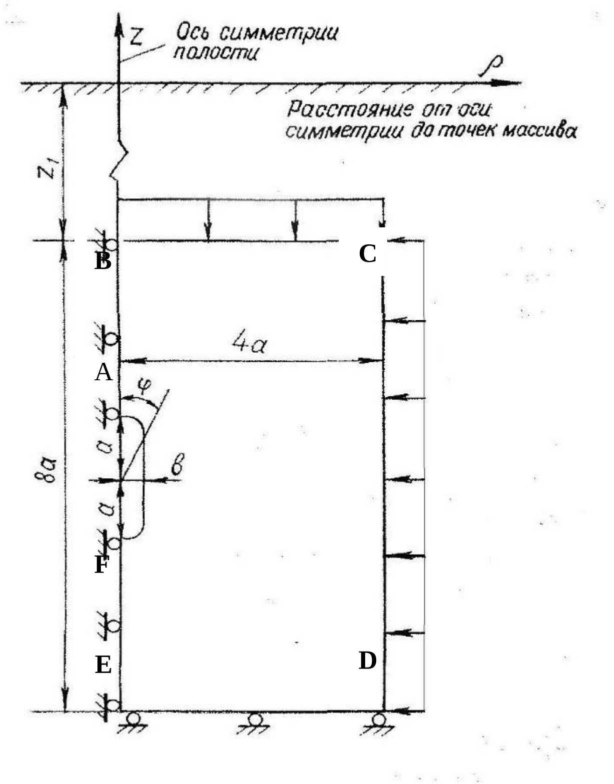


Рисунок 1 – Модель расчета

В расчетах использовался закон деформирования (1) с параметрами E = 29,9 ГПа; $\nu$ = 0,3; $\alpha$ = =0,73; D = $6\times10^{-16}$ $(\text{Па})^{-2}\text{ч}^{\alpha-1}$ (объемный вес каменной соли $\gamma = 2{,}16\times10^{4}$ $\text{н/м}^3$) [1].

Выделенная область каменной соли, содержащая шаровую полость, представлялась кольцевыми конечными элементами с треугольным сечением. Поле перемещений задавалось в виде

$$\overline{\upsilon}(\rho, z) = \sum_{e=1}^{E} q_N^{(e)} (a_N + b_N \rho + c_N z),$$

где E – число треугольников в конечно-элементном представлении области, а

$q_N^{(e)} = \begin{bmatrix} u_N \\ v_N \end{bmatrix}$ $(N = 1,2,3)$ – векторное представление перемещений вершин е-го треугольника.

Параметры $a_N$, $b_N$, $c_N$ вычисляются через координаты вершин треугольников.

По формулам Коши деформации конечного элемента задаются матрицами

$$\varepsilon_{(e)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_\rho \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \end{bmatrix} = B_{(e)} q_{(e)},$$

$$B_{(e)} = [B_1 B_2 B_3]; \quad B_i = \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ \frac{a_i}{\rho} + b_i + \frac{c_i z}{\rho} & 0 \\ c_i & b_i \end{bmatrix}, \ i=1,2,3, \quad q_{(e)} = \begin{bmatrix} q_1^{(e)} \\ q_2^{(e)} \\ q_3^{(e)} \end{bmatrix},$$

где $q_{(e)}$ – матрица перемещений вершин е-го треугольника.

Напряжения вычисляются по закону Гука

$$\sigma_{(e)} = DE(e),$$

где матрица упругих констант определяется параметрами Ламе $\lambda$, $\mu$ в виде

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \mu & \mu & 0 \\ \mu & \lambda + 2\mu & \mu & 0 \\ \mu & \mu & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}.$$

Минимизация функционала энергии

$$J(u) = 2\pi\left(\int_V \frac{1}{2} \varepsilon^{|} \sigma \rho d\rho dz - \int_s u^{|} p ds\right),$$

в котором p – вектор объемных и поверхностных сил, V – выделенная область массива с полостью, S – граница V, позволяет найти поле перемещений в массиве с полостью.

Аппроксимация функционала имеет вид

$$J(\overline{\upsilon}) = \sum_{e=1}^{E} \frac{1}{2} q^{|}_{(e)} k_{(e)} q_{(e)} - 2\pi \sum_{e=1}^{E} q^{|}_{(e)} \int_{s_{(e)}} A^{|}_{(e)} \rho ds,$$

где

$$A_{(e)} = [A_1 A_2 A_3]; \quad A_i = \begin{bmatrix} a_i + b_i\rho + c_i z & 0 \\ 0 & a_i + b_i\rho + c_i z \end{bmatrix},$$

$$k_{(e)} = 2\pi \int_{v_{(e)}} B^{|}_{(e)} D B_{(e)} \rho d\rho dz.$$

В итоге функционал энергии

$$J(\upsilon) = \frac{1}{2} \upsilon^{|} (\sum_{e=1}^{E} C^{|}_{(e)} K_{(e)} C_{(e)} \upsilon - 2\pi \sum_{e=1}^{E_1} C^{|}_{(e)} \int_{s_{(e)}} A^{|}_{(e)} \rho ds)$$

или

$$J(\upsilon) = \frac{1}{2} \upsilon^{|} K \upsilon - \upsilon^{|} F.$$

и достигает минимума при выполнении условия

$$\frac{\partial J}{\partial \upsilon_i} = 0 \; ; \quad \upsilon_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}, \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

представляющего разрешающую линейную алгебраическую систему уравнений

$$Kv = F,$$

по решению v которой вычисляются компоненты полей деформаций и напряжений вблизи полости в массиве каменной соли.

Линеаризация физически нелинейной краевой задачи выполнялась с использованием метода начальных деформаций. Временной промежуток [0, t] представлялся группой отрезков [$t_k$, $t_{k+1}$] так, чтобы на промежутке времени [$t_k$, $t_{k+1}$] можно с достаточной точностью считать $\sigma_к$=const.

Начальные приращения компонент деформации вычислялись с использованием закона состояния (1) из соотношения

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{кв} = \frac{D(t_{k+1}^{1-\alpha} - t_{k}^{1-\alpha})}{2G(1-\alpha)}\sigma_{и}^{2}(t_{k})\left[\sigma_{ij}(t_{k}) - \delta_{ij}\sigma(t_{k})\right],$$

затем определялись приращения компонент поля перемещений $\Delta\upsilon_к$ в узлах сетки, компонент $\Delta\varepsilon_к$ в е-м элементе сетки и приращения упругих деформационных компонент $\Delta\varepsilon_{у}^{к} = \Delta\varepsilon_{к} - \Delta\varepsilon_{в}^{к}$.

Приращения компонент напряжений $\Delta\sigma_к$ в конечных элементах сетки, соответствующие приращениям деформаций ползучести $\Delta\varepsilon_{в}^{к}$, вычислялись по закону Гука. Сложение $\sigma_к$ и $\Delta\sigma_к$ приводило к новому распределению напряжений и определялось очередное приращение деформаций в следующем промежутке $[t_{k+1}, t_{k+2}]$. Итерационный процесс прекращался при стабилизации напряженного состояния массива каменной соли с полостью.

В расчетах полагалось, что глубина заложения центра полости Н=1000 м, конечно-элементная сетка состоит из 260 кольцевых конечных элементов с треугольным сечением.

При t=0, соответствующем точке А, газовое давление в хранилище $P_1$ = 20 кг/см$^2$. По истечении 0,5 года происходит повышение давления газа до 105 кг/см$^2$ и к концу года снижается до начального.

Релаксация напряжений показана на рисунках 1 – 4.

Пустая полость приводит к более высокой начальной (t=0) концентрации компонент напряжений в сравнении с находящейся под равномерно распределенным давлением 20 кг/см$^2$ (точка А).

Далее к концу полугодия в результате релаксации происходит стабилизация напряженного состояния соляного массива, содержащего полость (точка В).

Затем давление газа повышается до 105 кг/см$^2$ (точка С), поле напряжений в соляном массива меняется, приводя к уменьшению концентрации напряжений.

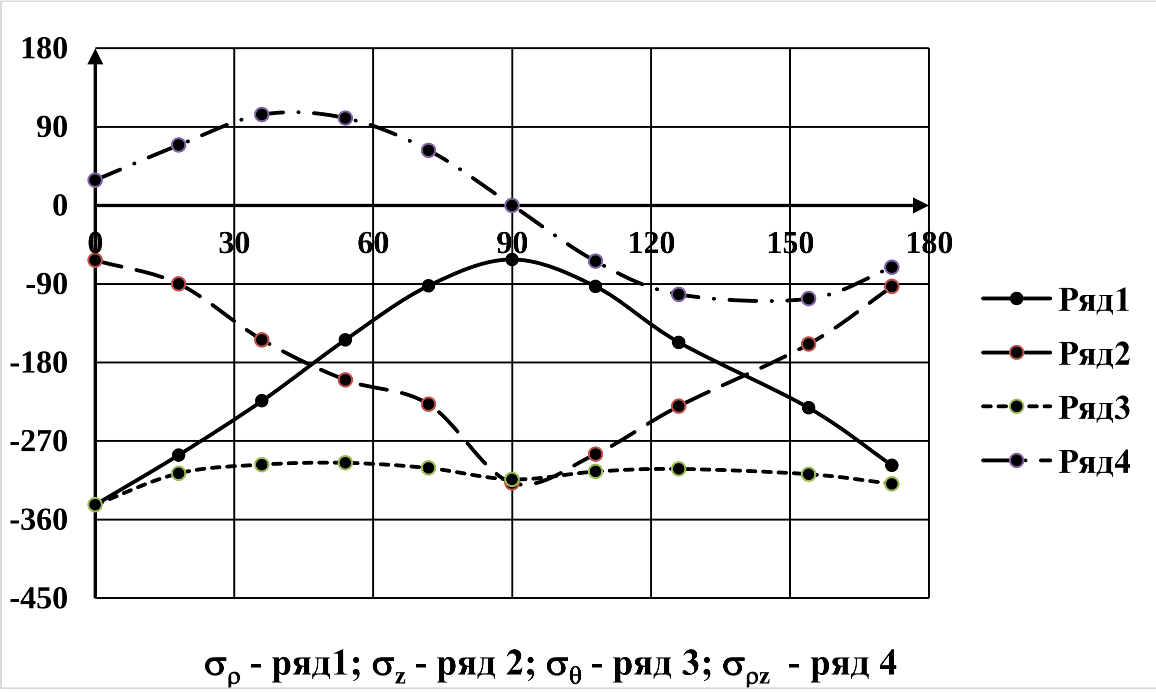


Рисунок 2. Напряжения вблизи полости в момент времени t=0, точка А, размерность по горизонтальной оси – градусы, а размерность напряжений по вертикальной оси – $10^{-1}$ Мпа

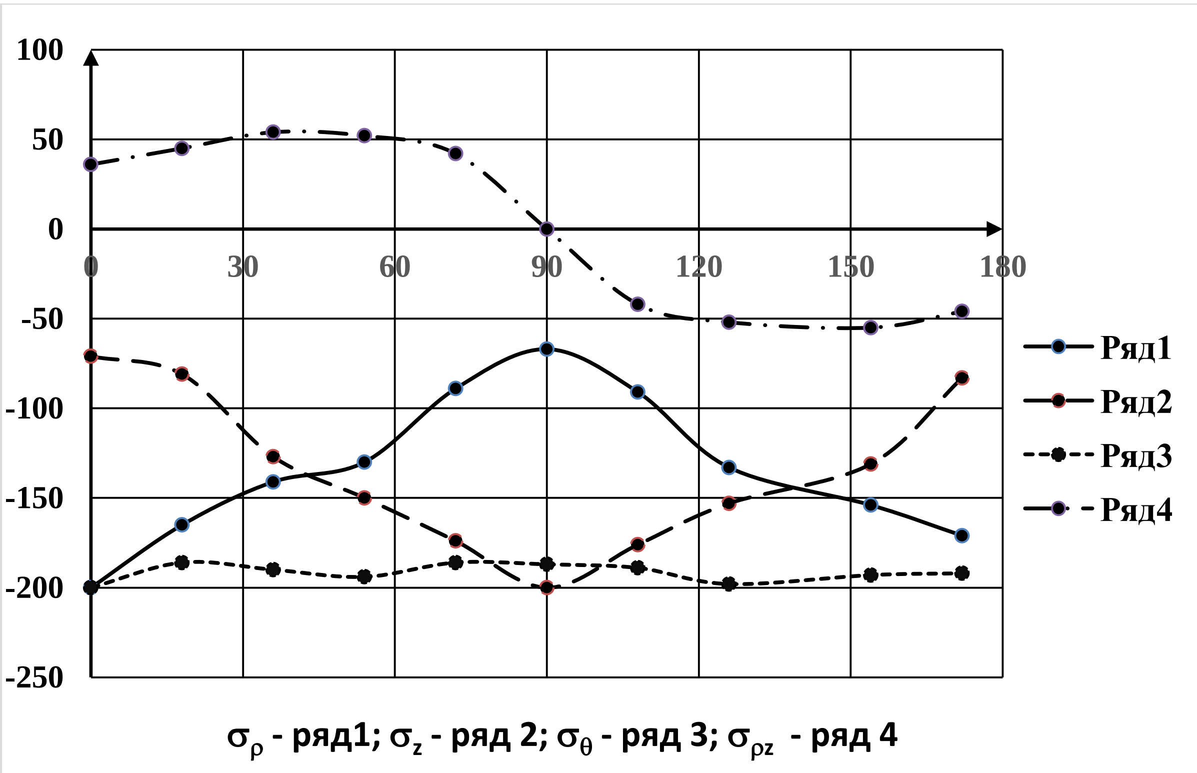


Рисунок 3. Напряжения вблизи полости в момент

времени t=0,5 года точка В.

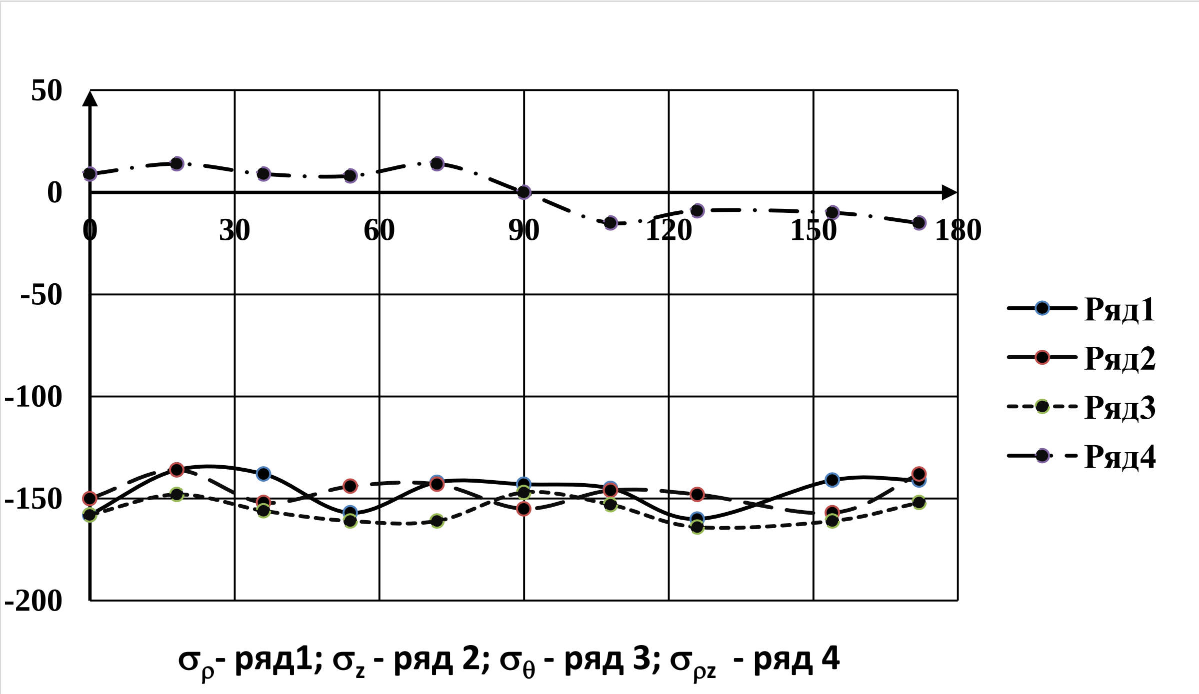


Рисунок 4. Напряжения вблизи полости в момент
времени t=0,5 года точка В.

Догрузка 85 кг/см$^2$ вновь вызывает процесс деформирования соляной породы и к концу года (точка Д) компоненты напряжения показаны на рисунке 5.

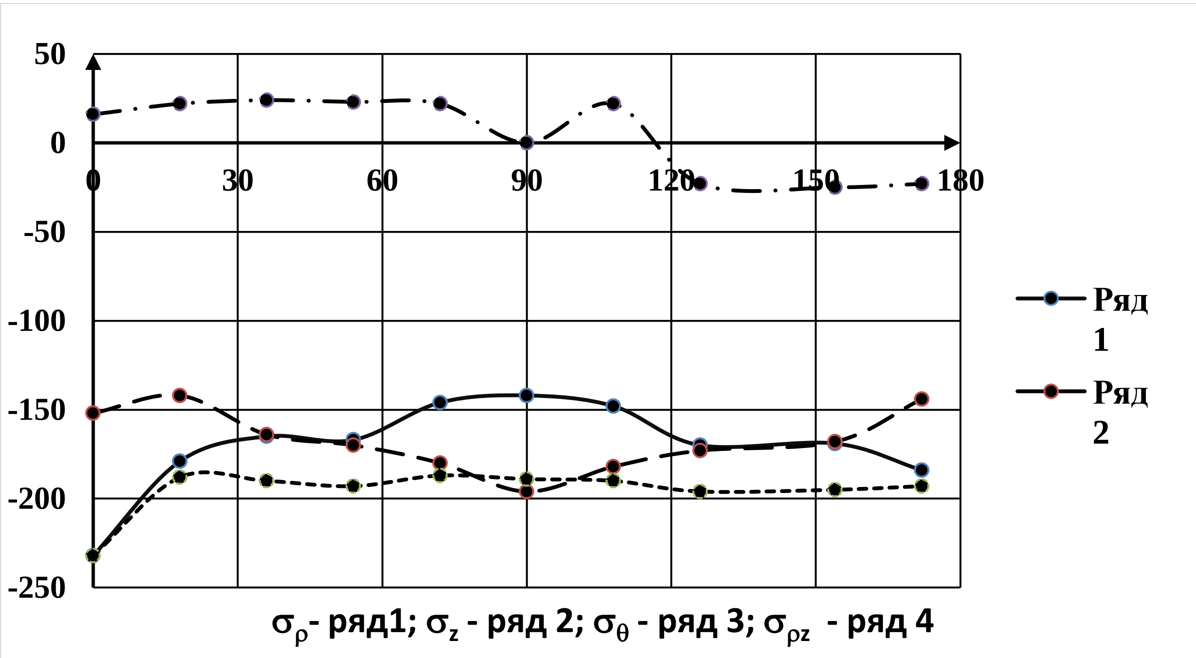


Рисунок 5. Напряжения вблизи полости в момент

времени t=1 год точка Д

Переход к давлению до 20 кг/см$^2$ формирует поле напряжений, соответствующее точке В.

**Литература**

1. Ержанов, Ж.С. Ползучесть соляных пород / Ж.С. Ержанов, Э.И. Бергман. – Алма-Ата: Наука, 1977. – 110 с.

**References**

1. Erzhanov, Zh.S. Polzuchest` solyany`x porod / Zh.S. Erzhanov, E`.I. Bergman. – Alma-Ata: Nauka, 1977. – 110 s.