

УДК 631.15

UDC 631.15

4.3.1. Технологии, машины и оборудование для агропромышленного комплекса (сельскохозяйственные науки)

4.3.1. Technologies, machinery and equipment for the agro-industrial complex (agricultural sciences)

**МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ПЛАНИРОВАНИЯ ЕЖЕДНЕВНЫХ
ОПЕРАЦИЙ ПО ЗАПРАВКЕ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН ПРИ
ВЫПОЛНЕНИИ ПОЛЕВЫХ РАБОТ**

**METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF
PLANNING DAILY OPERATIONS FOR
REFUELING AGRICULTURAL MACHINERY
DURING FIELD WORK**

Миренков Андрей Сергеевич
ORCID: 0009-0001-5451-5195
e-mail: andreymirenkov@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Московский Государственный
Технический Университет Имени Н.Э. Баумана
(Национальный Исследовательский Университет),
2-я Бауманская ул., 5, стр. 4, Москва, 105005,
Россия

Mirenkov Andrey Sergeevich
ORCID: 0009-0001-5451-5195
e-mail: andreymirenkov@yandex.ru,
Bauman Moscow State Technical University, 2-ya
Baumanskaya, 5, str. 4, Moscow, 105005, Russian
Federation

Одним из важных условий прибыльного ведения сельскохозяйственного производства является необходимость своевременного выполнения сезонных механизированных работ в поле. При этом ограниченность доступного парка машин и сжатость временных рамок, когда та или иная работа должна быть выполнена, требуют от аграриев рационального использования каждой минуты рабочего времени. В этой связи потери рабочего времени тракторов и комбайнов на поездки к месту нахождения заправочной станции являются недопустимыми. Решением является подвоз топлива непосредственно к месту выполнения работ. Для обеспечения топливом сельскохозяйственных машин чаще всего применяются мобильные топливозаправщики на базе мало- и среднетоннажных грузовиков, которые оборудованы емкостью на 3-10 тонн и топливораздаточной системой. Вместе с тем, перевозки топлива для сельскохозяйственных предприятий не является профильным видом деятельности, поэтому парк топливозаправщиков всегда ограничен. Важным становится их эффективное использование с целью минимизации затрат на обеспечение доставки топлива, но при этом нельзя допустить фактов простоя техники в поле из-за его отсутствия. В данной статье предложена методологическая основа для планирования ежедневных операций по заправке сельскохозяйственной техники в процессе выполнения полевых работ. Предлагаемый подход учитывает возможность изменения объема заправки из-за динамического характера потребности в топливе, а также места нахождения заправляемой техники. В статье сначала представлена модель определения потребности в топливе для каждой работающей сельскохозяйственной машины, чтобы определить объемы необходимого топлива и временные

One of the key conditions for profitable agricultural production is the timely execution of seasonal mechanized fieldwork. However, the limited availability of machinery and the strict time constraints for completing specific tasks require farmers to use every minute of working time efficiently. In this regard, the loss of working hours for tractors and harvesters due to trips to refueling stations is unacceptable. A solution to this problem is the direct delivery of fuel to the worksite. To supply agricultural machinery with fuel, mobile fuel tankers based on light- and medium-duty trucks are most commonly used. These tankers are equipped with fuel tanks ranging from 3 to 10 tons and fuel dispensing systems. However, fuel transportation is not the core activity of agricultural enterprises, meaning the fleet of fuel tankers is always limited. Therefore, efficient utilization of these tankers becomes crucial to minimize fuel delivery costs while ensuring that machinery in the field does not remain idle due to fuel shortages. This article proposes a methodological framework for planning daily refueling operations for agricultural machinery during fieldwork. The proposed approach accounts for dynamic fuel demand variations and the changing locations of refueling equipment. First, the article presents a model for determining the fuel requirements of each operating agricultural machine to estimate the necessary fuel volumes and time intervals. Then, a map of refueling points and available routes for fuel tankers is created. Finally, an optimization model is developed to design delivery routes based on the required fuel volumes and time intervals, selected using inventory models

интервалы. Затем формируется граф мест заправок и дорог, которые могут быть использованы для перемещения топливозаправщиков и наконец формулируется оптимизационная модель для разработки маршрутов доставки на основе необходимых объемов заправок и временных интервалов, выбранных с помощью моделей инвентаризации

Ключевые слова: ЗАТРАТЫ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, МАРШРУТИЗАЦИЯ, ОПТИМИЗАЦИЯ, ЗАПРАВКА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ

Keywords: COSTS, MATHEMATICAL MODEL, VRP, OPTIMIZATION, REFUELING OF AGRICULTURAL MACHINERY

Конфликт интересов: автор(ы) заявляет(ы) об отсутствии конфликта интересов

Conflict of interest: the author(s) declare(s) no conflict of interest.

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-208-048>

Введение

1.1. Обзор исследований

Задача маршрутизации (VRP – vehicle routing problem) является обязательной частью планирования распределения ресурсов. Подобный класс задач дает ответ на вопрос: «каков оптимальный набор маршрутов, по которым должен пройти парк транспортных средств, чтобы доставить товар заданному кругу клиентов?» На текущий момент проведено огромное количество исследований посвященных алгоритмам решения различных типов подобных задач и каждый год количество работ по данной тематике только увеличивается.

Для исследования планирования заправочных операций особый интерес представляют такие вариаций задачи маршрутизации: VRP с временными окнами (VRPTW), где каждая точка обслуживания должна быть посещена в определённый временной интервал [1, 4, 5], VRP со стохастическими потребностями (SVRP), в которой потребности определяются вероятностным распределением [2, 3], динамические VRP (DVRP), где информация о потребностях обновляется в процессе выполнения маршрута [9], VRP с множественными поездками, в которых транспортное средство может возвращаться для пополнения запаса

(MTVRP) [6, 7]. Многочисленные исследования в области логистики распределения топлива привели к тому, что задачи посвященных проблеме пополнения запасов на автозаправочных станциях выделились в отдельную категорию - Petrol Station Replenishment Problem with Time Windows (PSRPTW) [8].

Вместе с тем, работ, посвященных проблематике эффективной логистики заправки сельскохозяйственной техники в период проведения полевых кампаний крайне мало. Исследования в данной области сосредоточились в большей мере на технических аспектах. Так, Ерохин О.В. изучил вопрос применения модульных автотопливозаправщиков для заправки сельскохозяйственной техники [11], Квашин В.П. и др. исследовали способы экономии топлива сельскохозяйственной техники [12], Марков В.А. предложил усовершенствование процесса заправки за счёт использования кассетного модуля с топливом [13].

В данной работе предлагается математическая модель, для решения транспортной задачи по доставке топлива автотопливозаправщиком к сельскохозяйственной технике, работающей в поле.

1.2. Вклад

Целью данной статьи является разработка методологической основы для планирования ежедневных операций по заправке сельскохозяйственных машин при выполнении полевых работ, учитывающей время исчерпания запаса топлива в баке и объем топлива, необходимый для продолжения выполнения работ в течение рабочей смены. В дополнение к минимизации затрат на заправку техники, предлагаемая модель направлена на минимизацию случаев остановки сельскохозяйственных машин из-за отсутствия топлива путем учета величины расхода топлива в период процесса доставки топлива. Результаты этой работы можно резюмировать следующим образом:

- Предложена методологическая основа для решения проблемы ежедневной доставки топлива с учетом интересов как службы, организующей выполнение работ, так и службы, организующей доставку топлива;
- Разработана задача учета остатков топлива в баках (инвентаризационная модель), которая моделирует сценарии, касающиеся сроков доставки топлив. Эта модель используется для определения объема необходимого для заправки топлива и временных интервалов;
- Предложены инструменты для построения математической модели сети дорог, которая используется в задаче оптимизации;
- Предложена оптимизационная модель для разработки маршрутов движения топливозаправщиков на основе объемов заказов и временных интервалов, выбранных с помощью моделей учета запасов.

Оставшаяся часть этой статьи организована следующим образом. В разделе 2 представлено подробное описание рассматриваемой проблемы; в разделе 3 кратко излагается предлагаемый подход к последовательному решению; в разделе 4 представлена модель инвентаризации, которая используется для определения объема топлива необходимого технике; в разделе 5 представлены инструменты для разработки графа дорог; в разделе 6 представлена математическая модель оптимизации для создания плана движения топливозаправщика; в разделе 7 представлены окончательные выводы и направления дальнейших исследований.

2. Описание проблемы

Проблема заправки сельскохозяйственных машин во время выполнения полевых работ связана с логистикой доставки дизельного топлива до мест производства работ тракторов и комбайнов (далее машин) таким образом, чтобы обеспечить их непрерывную работу в соответствии с их эксплуатационными параметрами, минимизируя при этом затраты связанные с перевозкой топлива. С точки зрения механизированной бригады, осуществляющей выполнение полевых работ, процесс заказа топлива выйдет следующим образом. В начале смены для каждой имеющей задание на текущую смену машины, определяют остаток топлива в баке. Исходя из планируемого расхода топлива на назначенной работе, а также запланированного объема работ, определяется достаточность остатка топлива в баке. Если он недостаточен, то в службу обеспечения топливом отправляются запросы на заправку. Запрос состоит из объема необходимого топлива, времени и места заправки. Служба обеспечения топливом собирает эту информацию для всех машин, чтобы сформировать: (1) данные о загрузке топливозаправщиков, (2) маршруты доставки и (3) график распределения топливозаправщиков по маршрутам с целью выполнения этих заказов. С точки зрения службы обеспечения топливом, задача определяется следующим образом (рисунок 1). Пусть $G = (N; A)$ - ориентированный граф, где $N = \{0; 1; 2; \dots; n\}$ - набор узлов, представляющих нефтебазу, откуда стартуют топливозаправщики (узел 0) и места нахождения сельскохозяйственных машин, которые должны быть заправлены (узлы $1; \dots; n$), и $A = \{(i; j) : i \neq j \text{ и } i, j \in N\}$ - это заданные дуги, представляющие сегменты дороги, соединяющие узлы. Обозначим c_{ij} ($c_{ji} = c_{ij}$ и $c_{ij} > 0$) и t_{ij} как транспортные расходы и время в пути, связанные с дугой $(i; j)$, а s_i - как время необходимое для выполнения процедуры заправки машины. Временной интервал $[a_i; b_i]$ определяет самый ранний и самый поздний сроки выполнения заправки, т.е. доставка топлива должна

осуществляться в течение заданного временного интервала $[a_i; b_i]$. Потребность в топливе для каждой машины обозначим как q_i .

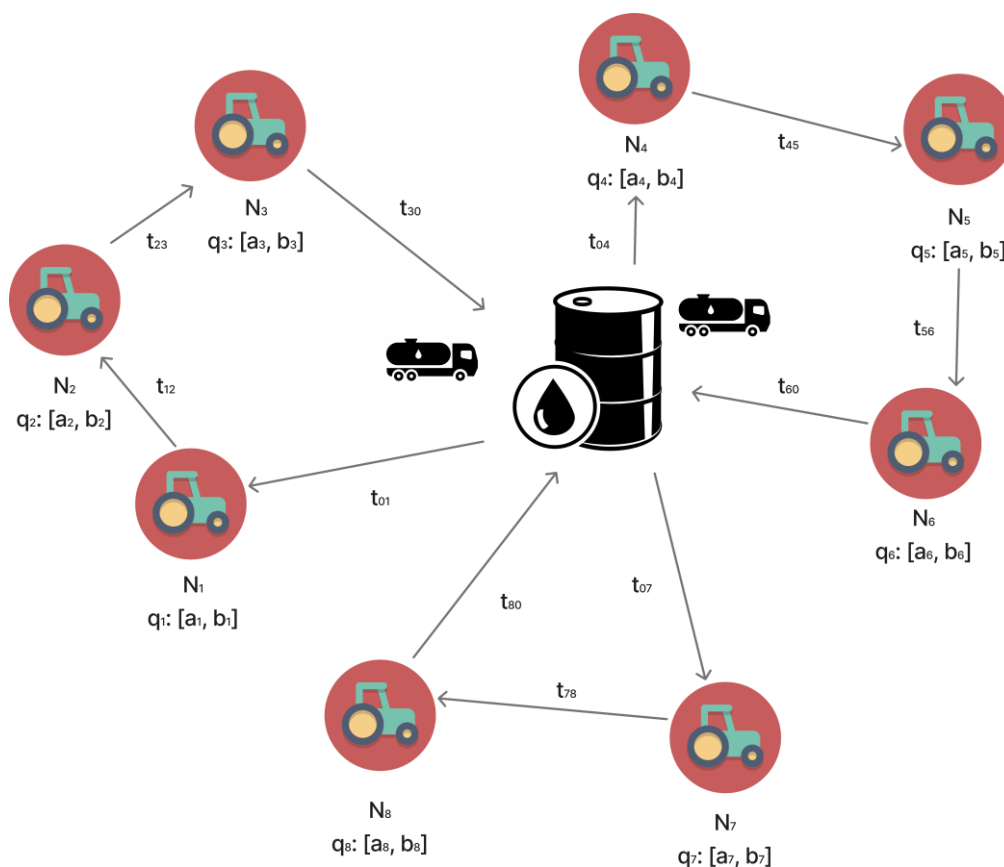


Рисунок 1 - Сеть дистрибуции

Figure 1 - Distribution network

Все топливозаправщики должны отправляться и заканчивать движение на нефтебазе. Таким образом, проблема пополнения запасов топлива заключается в определении:

- (1) количества и сроков доставки топлива к каждой машине;
- (2) возможных путей перемещения топливозаправщиков между нефтебазой и местами заправки и их характеристик;
- (3) маршрутов доставки топлива для каждого топливозаправщика;
- (4) время отправления каждого топливозаправщика с нефтебазы и время прибытия к каждой из назначенных машин.

Кроме того, задача распределения имеет двоякую цель: минимизировать ожидаемые общие затраты на доставку топлива и не допустить случаев остановки сельскохозяйственных машин из-за недостатка топлива. В этой статье проблема доставки топлива разделена на три части: проблему необходимого объема топлива (т.е. часть (1) приведенного выше списка), проблему построения графа дистрибуции (т.е. часть (2) приведенного выше списка), и проблему распределения с помощью топливозаправщиков (т.е. части (3)-(4)). Для решения проблемы объема необходимого топлива используется модель для определения объема заказа и временных окон для каждой машины, для построения графа дистрибуции используются геоинформационные инструменты и, наконец, для задачи планирования перевозок предлагается последовательность формул для определения плана распределения. Описание предлагаемой структуры приведено в следующем разделе.

3. Схема решения

Проблема пополнения запасов топлива связана как с проблемой достаточности топлива для выполнения сельскохозяйственными машинами сменного задания, так и с проблемой ежедневной доставки топлива топливозаправщиками. Для каждого дня планирования объемы необходимого топлива и запрашиваемые временные интервалы для каждой машины будут определены с помощью модели инвентаризации, которая направлена на недопущение случаев простоя. Предлагаемая модель учитывает, что точные сроки доставки топлива к каждой машине априори неизвестны. Таким образом, объем необходимого топлива и желаемые временные рамки определяются на основе оценки сроков доставки.

После того, как для каждой сельскохозяйственной машины с использованием предложенной модели будут выбраны объемы необходимого топлива и желаемые сроки доставки, может быть использован набор взаимосвязанных линейных правил, которые определяют,

как загружать эти потребности в топливозаправщики, как планировать время отправления и возвращения топливозаправщиков и по каким маршрутам осуществлять доставку эти запросов. При этом, предполагается, что в случае недостатка топлива в цистерне для осуществления следующих заправок, топливозаправщик может вернуться на нефтебазу и пополнить запас топлива. Используя эти модели, можно определить оптимальный план доставки топлива на каждый день.

В предлагаемом подходе проблема доставки топлива до сельскохозяйственных машин решается ежедневно в начале смены. Процесс решения продолжается до тех пор, пока не будет найдено решение, обеспечивающее отсутствие простоя машин, выполняющих работы в поле. В этом разделе кратко описаны этапы предлагаемого подхода, которые представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 - Процедура решения

Figure 2 - Decision procedure

- *Шаг 1: Определение потребности в топливе*

Первым шагом в рамках решения является формирование заказов на топливо для каждой машины. Информация, необходимая для формирования заказов на этом этапе, включает остаток топлива в баке, часовой расход топлива и емкость топливного бака. Модель определения потребности используется для определения количества необходимого

топлива и желаемого срока доставки, которые минимизируют потери от простоя техники, вызванные отсутствием топлива. Полное описание этой модели приведено в разделе 4.

- *Шаг 2: Построение графа дорог*

Граф дорог формируется исходя из мест выполнения работ нуждающейся в заправке техникой, определенной на шаге 1. Для построения матрицы расстояний используются геоинформационные системы. Полное описание инструментов приведено в разделе 5.

- *Шаг 3: Маршрутизация топливозаправщиков*

На этом шаге определяются маршруты и расписание движения топливозаправщиков. Цель состоит в том, чтобы определить время отправления и возвращения бензовозов, время доставки для каждой нуждающейся в топливе машины и моменты необходимых поездок на нефтебазу для пополнения запаса топлива. Маршрут, который не удовлетворяет ограничениям временного интервала исключается. Описание математической модели, используемой для определения маршрутов, содержится в разделе 6.

4. Определение объема топлива необходимого технике

Модель инвентаризации направлена на определение желаемых интервалов времени доставки $[a_j; b_j]$ и объема заправляемого топлива q_j для каждой сельскохозяйственной машины $j \in N$ таким образом, чтобы не допустить простоя техники.

Для модели инвентаризации сделаны следующие допущения:

- Для каждой сельскохозяйственной машины используется модель инвентаризации, чтобы определить $[a_j; b_j]$ и q_j ;
- Предполагается, что время доставки l_j равномерно распределено по интервалу $[a_j; b_j]$;

- Предполагается, что уровень часового расхода топлива для каждой машины известен и в течение смены он не меняется;
- Остаток топлива проверяется в начале смены, и все решения о пополнении принимаются в начале смены;
- Продолжительность рабочей смены известна

Все математические обозначения для модели инвентаризации приведены в таблице 1.

Таблица 1

Математическая запись для модели

Table 1

Mathematical notation for the model

Обозначение	Определение
Q_j	Емкость топливного бака машины j
d_j	Часовой расход топлива машиной j
t_j	Время заправки техники, которое неизвестно заранее для каждой машины, поскольку график доставки формируется после того, как известны все запросы на заправку, и может находиться где угодно между a_j и b_j .
R_j	Остаток топлива на начало смены в баке машины j
r_j	Минимально допустимый остаток топлива в баке машины j
a_j	Самое раннее временное окно для заправки машины j
b_j	Самое позднее временное окно для заправки машины j
T_j	Время окончания рабочей смены машины j
q_j	Объем топлива. Который должен быть заправлен в машину j

Для определения временных окон заправки исходим из того, что бесперебойная работа сельскохозяйственной техники может быть обеспечена только в случае, когда в баке всегда есть определенный запас топлива на случай каких-либо непредвиденных ситуаций с доставкой топлива. Более того, полная выработка топлива является недопустимой и с точки зрения правильной эксплуатации техники. В этой связи заправка должна быть произведена ранее, чем будет достигнут определенный минимальный остаток топлива. В тоже время заправка должна быть

произведена в такое время, чтобы в конце смены в баке остался определенный запас топлива, который позволит начать следующую смену.

Таким образом самое позднее время для заправки будет время, когда остаток топлива в баке снизиться до минимально допустимого уровня, при этом оно не может быть отрицательным:

$$b_j = \max(0, \frac{R_j - r_j}{d_j}) \quad (1)$$

Самое раннее время заправки должно обеспечить прогнозируемый на конец смены остаток топлива в баке машины на уровне не менее минимально допустимого, при этом оно также не может быть отрицательным:

$$a_j = \max(0, T_j - \frac{Q_j - r_j}{d_j}) \quad (2)$$

Исходя из соотношений a_j , b_j и T_j возможны различные сценарии действий, которые приведены ниже.

Сценарий 1. Самое раннее и самое позднее время заправки меньше продолжительности смены, при этом самое раннее время заправки меньше, чем самое позднее.

Это самый распространенная ситуация, когда за смену необходимо обеспечить только одну заправку техники в течение временного окна (a_j , b_j), при этом количество топлива, которое должно быть доставлено равно пустому месту в баке на начало смены плюс расход топлива за время от начала рабочей смены до момента заправки t_j^1 :

$$q_j^1 = Q_j - R_j - d_j * t_j^1 \quad (3)$$

На рисунке 3 представлено графическое представление инвентаризации по сценарию 1.

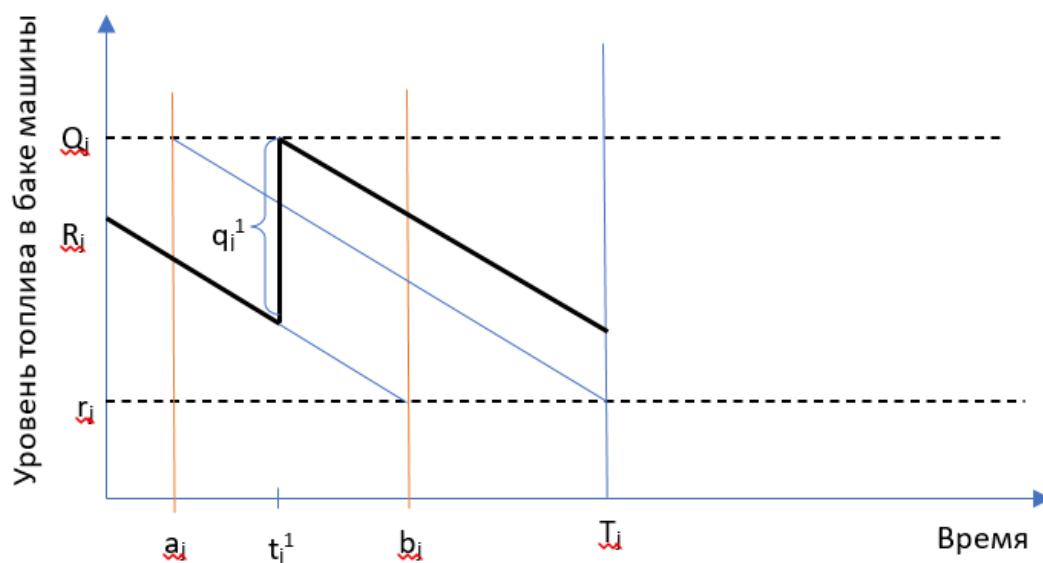


Рисунок 3 - Модель инвентаризации для сценария 1

Figure 3 - Inventory model for scenario 1

Сценарий 2. Самое раннее и самое позднее время заправки меньше продолжительности смены, при этом самое позднее время заправки меньше, чем самое раннее.

Подобная ситуация может возникать на энергоемких работах, когда емкости бака недостаточно для непрерывного выполнения работы в течение смены. Также она может возникнуть, если уровень топлива в баке на начало смены очень низкий. В этом случае техника в течение смены должна заправляться дважды, а именно: первая заправка должна быть выполнена в течение временного окна $(0, b_j)$, а вторая в течение временного окна (a_j, T_j) . Количество топлива, которое должно быть залито во время первой заправки определяется по такой же формуле, как и для первого сценария, а для второй заправки следующим образом:

$$q_j^2 = 2Q_j - 2R_j - d_j * \frac{b_i}{2} - d_j * t_j^2 \quad (4)$$

Следует отметить, что ситуаций, когда техника должна заправляться в течение смены более 2-х раз не существует. На рисунке 4 представлено графическое представление инвентаризации по сценарию 2.

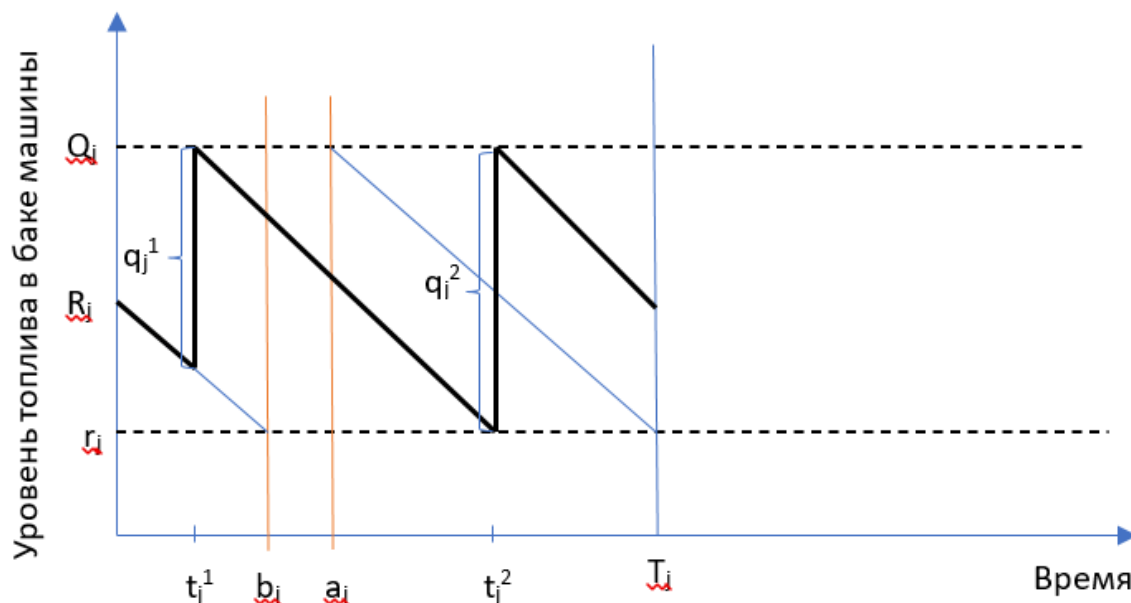


Рисунок 4 - Модель инвентаризации для сценария 2

Figure 4 - Inventory model for scenario 2

Сценарий 3. Самое позднее время заправки больше продолжительности смены

В этой ситуации запас топлива в баке машины позволяет работать в течение дня, при этом плановый остаток топлива в баке в конце смены будет выше, чем минимально допустимый остаток. В таком случае нет необходимости заправлять сельскохозяйственную машину, поэтому она исключается из плана заправок. На рисунке 5 представлено графическое представление инвентаризации по сценарию 3.

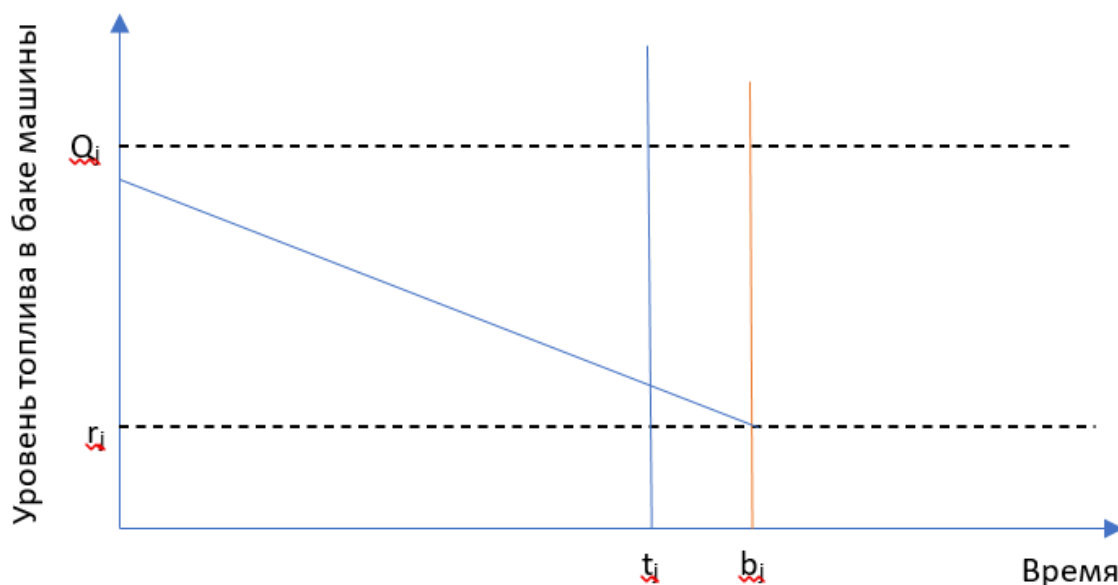


Рисунок 5 - Модель инвентаризации для сценария 3

Figure 5 - Inventory model for scenario 3

В обобщенном виде сценарии инвентаризации приведены в таблице 2

Таблица 2

Возможные сценарии

Table 2

Possible scenarios

Сценарий	Условие сценария	Действие
Сценарий 1	$a_j \leq b_j \leq T_j$	Планируем одну заправку с временным окном $[a_j; b_j]$
Сценарий 2	$b_j \leq a_j \leq T_j$	Планируем две заправки с временными окнами: $[0; b_j]$ и $[a_j; T_j]$
Сценарий 3	$T_j \leq b_j$	Заправку не планируем

5. Генерация сети дорог

Данный этап необходим, чтобы сгенерировать все возможные маршруты доставки топлива для запланированных на основе результатов инвентаризационных моделей заправок. Результатом данного этапа является завершённый неориентированный граф $G = (N, A)$, где $N = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_n)$ является набором вершин и $A = ((v_i, v_j): v_i, v_j)$ -

множеством ребер. Вершинами являются точка, откуда стартует топливозаправщик (нефтебаза), и точки, в которых топливозаправщик должен произвести дозаправку сельскохозяйственных машин. Ребрами являются дороги, соединяющие нефтебазу и места заправки, а также места заправки между собой. Каждая дорога характеризуется транспортными расходами и временем, которое необходимо для перемещения по ней.

Следует отметить, что место заправки техники является достаточно динамичной характеристикой, поскольку в течение смены машина может выполнять работы в различных локациях (полях), которые могут находиться достаточно далеко друг от друга. В этой связи представляется крайне важным, чтобы граф транспортной задачи составлялся с учетом планируемого места нахождения назначенной к заправке машины в середине временного окна.

Источниками информации о месте нахождения техники могут быть либо план работ на предстоящие сутки, либо информация о текущем местонахождении техники, полученная из системы мониторинга (Agrosignal, Wialon и т.п.). Однако, поскольку второй вариант не учитывает возможное изменение места выполнения работ в течение смены, то более предпочтительным является использования информации из плана работ.

Что касается инструментов для составления графа, то здесь существует несколько геоинформационных решений, каждое из которых имеет свои преимущества и недостатки. В рамках исследования были изучены такие ресурсы, как:

- Яндекс. Карты;
- OpenStreetMaps.

Сравнительная характеристика функциональности этих приложений приведена в таблице №3

Таблица 3

Сравнение инструментов для построения цифровой модели дорог

Table 3

Comparison of tools for building a digital road model

Разработчик	Яндекс. Карты	OpenStreetMaps
Наличие карты полевых дорог	Хорошо детализированные дороги, но акцент сделан на основные трассы и автодороги	Открытая карта, наполненная пользователями. Доступно множество полевых и грунтовых дорог
Возможность дополнения карты дорог	Можно отправлять исправления через обратную связь, но обновление может занять много времени	Любой пользователь может добавлять, изменять и редактировать дороги через редакторы
Наличие API	API предоставляет доступ к картам, маршрутизации, но есть лимиты запросов	Есть бесплатные API для получения карт и маршрутизации
Стоимость	Бесплатный доступ ограничен	Бесплатно, без ограничений на использование данных
Актуальность данных	Данные обновляются официальными источниками, но с задержкой	Обновляется пользователями в реальном времени

В качестве исходных данных для построения графа эти геоинформационные системы используют географические координаты узлов (склада ГСМ и мест заправки техники), а на выходе дают матрицу, описывающую граф.

Следует отметить, что оба приложения хорошо справляются с задачами построения матрицы расстояний или времени.

6. Математическая модель оптимизации

Существует несколько подходов к математической формулировке оптимизационной модели VRP с множественными поездками и временными окнами. Для данной задачи оптимизации маршрутов топливозаправщиков может быть использована 2-х индексная модель, предложенная Rivera и др. [10]. В данной модели переменная $x_{ij} \in \{0;1\}$

отражает отсутствие или наличие поездки из узла i в j . Для случая необходимости пополнения запасов создаются дополнительные узлы пополнения, которые добавляются в граф. Факт пополнения отражается переменной $x'_{ij} \in \{0;1\}$, которая означает, что транспортное средство между двумя последовательными поездками, используют дополнительный узел пополнения запасов (рисунок 6).

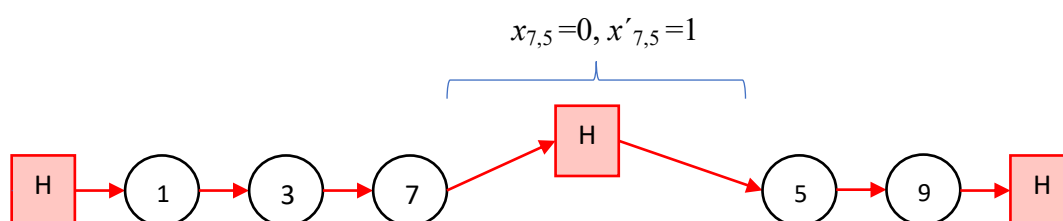


Рисунок 6 - Графическая иллюстрация процесса пополнения

Figure 6 - Graphic illustration of the fuel replenishment process

Одним из преимуществ такой модели является легкая адаптация к коммерческим продуктам для решения оптимизационных задач.

6.1. Определение параметров

Пусть задача обеспечения техники топливом представлена графом $G=(N,A)$, где $N=(v_0, v_1, v_2, \dots, v_n)$ это набор точек склада ГСМ и мест, где должна быть произведена заправка техники. Вершина v_0 представляет склад ГСМ, а узлы v_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) представляет место i -й заправки. $A=((v_i, v_j): v_i, v_j)$ — множество всех отрезков пути, соединяющих вершины.

K : количество доступных топливозаправщиков;

n : общее количество заправок, которые должны быть осуществлены за смену;

x_{ij} : если топливозаправщик проходит путь (v_i, v_j) , $x_{ij} = 1$, в противном случае $x_{ij} = 0$;

x'_{ij} : если топливозаправщик при перемещении из узла v_i в узел

v_j осуществляет пополнение запаса, $x'_{ij} = 1$, в противном случае $x'_{ij} = 0$;

c_{ij} : транспортные расходы, связанные с перемещением по пути (v_i, v_j) ;

c'_{ij} : транспортные расходы, связанные с перемещением по пути (v_i, v_j) , если при этом осуществляется пополнение топлива;

C : постоянные затраты связанные с одержанием топливозаправщика в расчёте на 1 день;

Q : максимальная вместимость топливозаправщика (все топливозаправщики считаются одинаковыми);

Q_i : полученный из модели инвентаризации фиксированный объем топлива, который должен быть влит при i -ой заправке;

d_i : часовой расход топлива сельскохозяйственной машиной, для которой предусмотрена i -я заправка;

q_i : остаток топлива в топливозаправщике после i -й заправки;

q_{ij} : остаток топлива в топливозаправщике при выполнении поездки между узлами v_i и v_j ;

T_{ij} : время движения из узла v_i в узел v_j напрямую;

T'_{ij} : время движения из узла v_i в узел v_j через узел пополнения (нефтебазу);

t_i : время приезда топливозаправщика в узел v_i ;

t_0 : время начала работы топливозаправщиков;

t_n : время окончания работы топливозаправщиков;

a_i : самое раннее время для заправки машины i ;

b_i : самое позднее время для заправки машины i ;

s_i : время непосредственного процесса заливки топлива (время обслуживания) при i -ой заправке;

M : достаточно большая константа

6.2. Математическая модель

Задача логистики топливозаправщиков заключается в минимизации суммарных затрат связанных с осуществлением необходимых заправок. Затраты состоят из постоянной части, которые возникают из-за назначения топливозаправщика на маршрут (например зарплата водителя) и

переменной части, которая пропорциональна пробегу (например расходы на топливо). Исходя из этого целевая функция модели оптимизации будет выглядеть следующим образом:

$$\min \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} * x_{ij} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c'_{ij} * x'_{ij} + \sum_{j=1}^n x_{0j} * C \right) \quad (5)$$

При этом должны выполняться следующие ограничения:

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n x'_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (6)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ji} + \sum_{j=1}^n x'_{ji} = 1 \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^n q_{ji} - \sum_{j=1}^n q_{ij} = Q_i + d_i * t_i \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (8)$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

$$q_{0j} = Q(x_{0j} + \sum_{i=1}^n x'_{ij}) \quad \forall j \in N \setminus \{0\} \quad (10)$$

$$q_{ij} \leq Q * x_{ij} \quad \forall i \in N \setminus \{0\}, j \in N \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} \leq K \quad (12)$$

$$t_i + T_{ij} + s_i \leq t_j + M(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in N \setminus \{0\}, j \in N \quad (13)$$

$$t_i + T_{i0} + T_{0j} + s_i \leq t_j + M(1 - x'_{ij}) \quad \forall i \in N \setminus \{0\}, j \in N \setminus \{0\} \quad (14)$$

$$T_{0i} \leq t_i \leq T_H - T_{i0} - s_i \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (15)$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (16)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (17)$$

$$x'_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \setminus \{0\}, j \in N \setminus \{0\} \quad (18)$$

$$0 \leq q_i \leq Q \quad \forall i \in N \quad (19)$$

$$0 \leq t_i \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (20)$$

Ограничения (6)-(7) обеспечивают, чтобы были выполнены все запланированные заправки. Равенство (8) обеспечивает заливку необходимого объема топлива. Ограничение (9) контролирует, чтобы при решении задачи остаток топлива в топливозаправщике не становился отрицательным. Равенства (10) указывает, что при выходе с нефтебазы, а также после пополнения остаток в топливозаправщике равен его максимальной вместимости. Ограничения (11) не допускает превышения емкости топливозаправщика. Ограничение (12) определяет максимально допустимое число топливозаправщиков. Ограничения (13) и (14) участвуют в вычислении времени выполнения заправки. Ограничение (15) завершает вычисление временных переменных и накладывает требование окончить поездки до истечения времени окончания смены. Условие (16) обеспечивает соблюдение временного окна заправки.

7. Заключение

Данная статья содержит методологическую основу для планирования ежедневных операций по заправке сельскохозяйственной техники при выполнении полевых работ. Предлагаемые модели учитывают динамический характер потребности в топливе и учитывает тот факт, что в процессе выполнения плана заправок техника продолжает расходовать топливо. Предлагаемый подход заключается в решении серии оптимизационных моделей для определения потребностей в топливе и временных интервалов, формирования маршрутной сети и выбора оптимальной логистики доставки топлива. Дальнейшими направлениями

исследований могут стать выбор наиболее эффективного решателя предложенной VRP задачи, а также модернизации модели для поиска компромиссного решения в ситуациях, когда из-за конфликта ограничений, решение не может быть найдено.

Литература

1. R. Baldacci, A. Mingozzi, and R. Roberti. Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, 218(1):1–6, 2012.
2. D. J. Bertsimas. A vehicle routing problem with stochastic demand. *Operations Research*, 40(3):574–585, 1992.
3. L. Bianchi, M. Birattari, M. Chiarandini, M. Manfrin, M. Mastrolilli, L. Paquete, O. RossiDoria, and T. Schiavinotto. Hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 5(1):91–110, 2006.
4. O. Bräysy and M. Gendreau. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, 39(1):104–118, 2005.
5. O. Bräysy and M. Gendreau. Vehicle routing problem with time windows, part ii: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39(1):119–139, 2005.
6. Diego Cattaruzza, Nabil Absi, Dominique Feillet, Olivier Guyon, Xavier Libeaut. The Multi Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows and Release Dates. 10th Metaheuristics International Conference (MIC 2013), Aug 2013, Singapore. emse-00981809
7. Diego Cattaruzza, Nabil Absi, Dominique Feillet. Vehicle routing problems with multiple trips. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, 2016, 14 (3), pp.223-259. 10.1007/s10288-016-0306-2. emse-01250603
8. F. Cornillier, G. Laporte, F. F. Boctor, and J. Renaud. The petrol station replenishment problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 36(3):919{935, 2009.
9. V. Pillac, M. Gendreau, C. Gu´eret, and A. L. Medaglia. A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 225(1):1 – 11, 2013
10. J.C. Rivera, H.M. Afsar, and C. Prins. Multistart evolutionary local search for a disaster relief problem. In *Artificial Evolution*, pages 129{141. Springer, 2014.
11. Ерохин О.В. Совершенствование процесса заправки сельскохозяйственной техники путем использования модульных автотопливозаправщиков (матз): Автореф...дис. канд. техн. наук – Москва.: 2011. - 18с.
12. Квашин В. П., Щербакова А. Г., Захаров С. В. Способы экономии топлива в агропромышленном комплексе // *Вестник ОмГАУ*. 2018. №2 (30)
13. В. А. Марков, Е. В. Бебенин, С. А. Зыков Совершенствование процесса заправки сельскохозяйственной техники газообразным топливом // *Тракторы и сельхозмашины*. – 2016. – № 11. – С. 8-14.

References

1. R. Baldacci, A. Mingozzi, and R. Roberti. Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, 218(1):1–6, 2012.
2. D. J. Bertsimas. A vehicle routing problem with stochastic demand. *Operations Research*, 40(3):574–585, 1992.

3. L. Bianchi, M. Birattari, M. Chiarandini, M. Manfrin, M. Mastrolilli, L. Paquete, O. RossiDoria, and T. Schiavinotto. Hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 5(1):91–110, 2006.
4. O. Bräysy and M. Gendreau. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, 39(1):104–118, 2005.
5. O. Bräysy and M. Gendreau. Vehicle routing problem with time windows, part ii: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39(1):119–139, 2005.
6. Diego Cattaruzza, Nabil Absi, Dominique Feillet, Olivier Guyon, Xavier Libeaut. The Multi Trip Vehicle Routing Problem with Time Windows and Release Dates. 10th Metaheuristics International Conference (MIC 2013), Aug 2013, Singapore. emse-00981809
7. Diego Cattaruzza, Nabil Absi, Dominique Feillet. Vehicle routing problems with multiple trips. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, 2016, 14 (3), pp.223-259. 10.1007/s10288-016-0306-2. emse-01250603
8. F. Cornillier, G. Laporte, F. F. Boctor, and J. Renaud. The petrol station replenishment problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 36(3):919{935, 2009.
9. V. Pillac, M. Gendreau, C. Gu´eret, and A. L. Medaglia. A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 225(1):1 – 11, 2013
10. J.C. Rivera, H.M. Afsar, and C. Prins. Multistart evolutionary local search for a disaster relief problem. In *Arti_cial Evolution*, pages 129{141. Springer, 2014.
11. Improving the process of refueling agricultural machinery through the use of modular fuel tankers (MATZ): Abstract dissertation of the Candidate of Technical Sciences / O.V. Erohin – Moscow.: 2011 – 18 p.
12. Ways to save fuel in the agro-industrial complex / V.P. Kvashin, A.G. Sherbakova, S.V. Zaharov // *OmGAU Bulletin*. 2018 №2 (30)
13. Improving the process of refueling agricultural machinery with gaseous fuel / V.A. Markov, E.V. Bebenin, S.A. Zycov // *Tractors and agricultural machines* – 2016. - №11. . – P. 8-14.