УДК 519.863

5.2.2. «Математические, статистические и инструментальные методы в экономике» (физико-математические науки, экономические науки)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Ганичева Антонина Валериановна
к.ф.-м.н., профессор
SPIN-код: 9049-4545, AuthorID: 177856
tgan55@yandex.ru
Тверская государственная сельскохозяйственная академия, Тверь, Россия, профессор кафедры “Физико-математических дисциплин и информационных технологий“,
ул. Василевского, дом 7, поселок Сахарово, Тверь, 17131, Россия,

Ганичев Алексей Валерианович
SPIN-код: 4747-0880, AuthorID: 178091
alexej.ganichev@yandex.ru
Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия, старший преподаватель кафедры “Информатики и прикладной математики“,
170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, дом 22, Россия,

Проблема повышения качества образования является одной из основных задач в деятельности учебной организации. Для решения данной проблемы нужно разработать эконометрическую модель зависимости балла учащегося от факторов, повышающих и понижающих успеваемость. В статье разработана такая модель множественной регрессии. На основе статистический данных определена коэффициенты уравнения регрессии. Произведена оценка факторов по степени их влияния на результат. Рассмотрен вопрос определения значимости построенного уравнения регрессии и его соответствия наблюдаемым данным

Ключевые слова: УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА, УЧАЩИЙСЯ, ФАКТОР, МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ, АППРОКСИМАЦИЯ

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-207-005

UDC 519.863

5.2.2. "Mathematical, statistical and instrumental methods in economics" (physical and mathematical sciences, economic sciences)

MATHEMATICAL MODEL OF IMPROVING THE QUALITY OF THE EDUCATIONAL PROCESS

Ganicheva Antonina Valerianovna,
Cand.Phys-Math.Sci., the Associate Professor
Tver state agricultural academy, Tver, Russia, Professor of the Department of Physical and Mathematical Sciences and Information Technologies,
Vasilevsky's street, settlement Saharovo, Tver, 171314, Russia, tgan55@yandex.ru

Ganichev Alexey Valerianovich
RSCI SPIN-code: 4747-0880, AuthorID: 178091
alexej.ganichev@yandex.ru
Tver State Technical University, Tver, Russia, Associate Professor of the Department of Computer Science and Applied Mathematics,
Nikitin nab., 22, Tver, 170026, Russia,

The problem of improving the quality of education is one of the main tasks in the activities of an educational organization. To solve this problem, it is necessary to develop an econometric model of the dependence of a student's score on factors that increase and decrease academic performance. The article develops such a multiple regression model. Based on statistical data, the coefficients of the regression equation are determined. The factors are assessed according to the degree of their influence on the result. The issue of determining the significance of the constructed regression equation and its compliance with the observed data is considered.

Keywords: SUBJECT, STUDENT, FACTOR, MULTIPLE REGRESSION, APPROXIMATION

Введение

Проблема качества учебного процесса в условиях цифровизации деятельности образовательных организаций является важной и актуальной. Основная характеристика данного процесса – это успеваемость учащихся.

Для одного учащегося успеваемость определяется оценками (баллами) по всем изучаемым учебным дисциплинам или средним баллом по предметам. Аналогично определяется успеваемость группы учащихся. На успеваемость обучаемых оказывают влияние многое факторы внешней и внутренней среды организации. Для исследования влияния факторных признаков на результативный признак (показатель) наиболее удобно применять метод эконометрического моделирования [1]. Различные виды уравнений регрессии построены в работах [2, 3].

Целью данной работы является разработка эконометрической модели зависимости успеваемости учащегося от факторов внутренней среды учебного заведения.

Для осуществления данной цели нужно:

1) на основе статистических данных построить уравнение множественной регрессии;

2) определить его параметры;

3) определить влияние факторов на результат;

4) оценить качество построенной модели и проверить ее адекватность наблюдаемым значениям признаков.

Материалы и методы

В статье [2] введены следующие факторы, влияющие на качество учебного процесса:

1) коэффициент интереса к учебной дисциплине (коэффициент мотивации изучения дисциплины) Φ;

2) коэффициент интеллекта J (IQ - коэффициент умственного развития);

3) коэффициент трудолюбия $T_р$ (качественная отработка учебного материала; используется в школах для оценки трудового участия учащихся в учебном процессе);

4) коэффициент компетентности преподавателя K (определяется эмпирически);

5) дисциплинарный коэффициент $n_\partial = \dfrac{N_\partial}{N}$, где N - общее число учебных часов, N_∂ - среднее число отработанных группой часов по данной дисциплине;

6) коэффициент сложности усвоения данного предмета Ω (для общего образования он называется коэффициентом сложности предмета).

При этом результаты экспериментов показали, что результативный признак X - балл учащегося по данной дисциплине - тем выше, чем больше часов a отводится на данную учебную дисциплину и чем больше коэффициенты Φ, J, $T_р$, K и n_∂.

В то же время X будет уменьшаться при увеличении коэффициента сложности Ω усвоения данного предмета.

На основе анализа статистических данных, полученных в ВУЗах Твери, выделены следующие аппроксимирующие формулы для стохастической зависимости $X = f(\Phi, J, T_р, K, n_\partial, \Omega)$:

$$X = \frac{b \cdot \Phi^{b_1} \cdot J^{b_2} \cdot Tp^{b_3} \cdot K^{b_4} \cdot n_\partial^{b_5} \cdot \alpha^{b_6}}{\Omega^{b_7}}, \qquad (1)$$

где Φ, Ω, J, $T_р$, K, n_∂ - случайные величины, a, b, b_i $(i = \overline{1,7})$ – неслучайные величины (коэффициенты уравнения множественной регрессии);

$$X = b_1 \cdot \Phi + b_2 \cdot a + b_3 \cdot J + b_4 \cdot Tp + b_5 \cdot K + b_6 \cdot n_\partial + \frac{b_7}{\Omega}; \qquad (2)$$

$$X = b \cdot \Phi^{b_1} \cdot a^{b_2} \cdot J^{b_3} \cdot T_p^{b_4} + \frac{b_5}{\Omega}; \qquad (3)$$

$$X = b \cdot \Phi^{b_1} \cdot \frac{1}{\Omega^{b_2}} + b_3 \cdot a + b_4 \cdot J + b_5 \cdot T_p; \qquad (4)$$

$$X = b \cdot a^{b_1} \cdot \frac{1}{\Omega^{b_2}} + b_3 \cdot \Phi + b_4 \cdot J + b_5 \cdot T_p. \qquad (5)$$

Можно записать и другие аналогичные уравнения регрессии.

Следует заметить, что в начальный момент времени $X = C$ (где C - постоянная величина), т.е. в левой части формул (1)-(5) вместо X стоит C.

Эти формулы отражают направление влияния факторов на результат (положительная или отрицательная корреляция зависимой переменной с независимыми переменными)

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим следующий пример. В результате эксперимента были получены следующие значения результата (балла - X) и факторов K, Ф, J, $T_р$, a, n_∂, Ω (см. табл. 1).

Таблица 1 – Зависимость балла от факторов

№	П	№ дисциплины													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	К	0,95	0,9	0,99	0,9	0,99	0,9	0,89	0,9	0,9	0,89	0,9	0,9	0,87	0,89
	Ф	0,62	0,71	0,6	0,59	0,6	0,7	0,81	0,75	0,65	0,6	0,6	0,7	0,8	0,85
	J	0,7	0,72	0,6	0,8	0,82	0,78	0,75	0,8	0,7	0,8	0,85	0,85	0,7	0,69
	$T_р$	0,6	0,6	0,75	0,8	0,68	0,69	0,7	0,7	0,65	0,85	0,8	0,65	0,7	0,75
	a	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1
	Ω	0,8	0,7	0,75	0,8	0,9	0,8	0,7	0,6	0,7	0,8	0,8	0,85	0,9	0,9
	n_∂	0,9	0,9	1	1	0,8	0,95	1	0,9	0,99	0,95	1	1	1	1
	X	0,04	0,03	0,07	0,09	0,05	0,06	0,06	0,12	0,07	0,05	0,05	0,08	0,04	0,04
2	К	0,9	0,95	0,99	1	1	0,9	0,9	1	0,8	0,89	0,9	1	0,99	0,95
	Ф	0,6	0,7	0,8	0,88	0,7	0,75	0,65	0,6	0,6	0,6	0,7	0,75	0,9	0,82
	J	0,75	0,8	0,8	0,85	0,8	0,75	0,77	0,8	0,85	0,75	0,7	0,75	0,7	0,7
	$T_р$	0,65	0,7	0,7	0,6	0,6	0,58	0,75	0,8	0,8	0,5	0,7	0,7	0,75	0,6
	a	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
	Ω	0,7	0,6	0,9	0,8	0,65	0,6	0,6	0,8	0,85	0,65	0,6	0,7	0,75	0,72
	n_∂	1	1	0,99	1	1	0,95	0,9	0,9	1	1	0,9	0,99	0,9	1
	X	0,07	0,12	0,09	0,07	0,08	0,08	0,08	0,07	0,06	0,06	0,065	0,12	0,11	0,11
3	К	0,99	0,99	0,9	0,89	0,87	0,9	0,9	0,89	0,9	0,99	0,9	0,99	0,9	0,95
	Ф	0,85	0,8	0,7	0,6	0,6	0,65	0,75	0,81	0,7	0,6	0,59	0,6	0,71	0,62
	J	0,69	0,7	0,85	0,85	0,8	0,7	0,8	0,75	0,78	0,82	0,8	0,6	0,72	0,7
	$T_р$	0,75	0,7	0,65	0,8	0,85	0,65	0,7	0,7	0,69	0,63	0,8	0,75	0,6	0,6
	a	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
	Ω	0,9	0,9	0,85	0,8	0,8	0,7	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8	0,75	0,7	0,8
	n_∂	1	1	1	1	0,95	0,99	0,9	1	0,95	0,8	1	1	0,9	0,9
	X	0,04	0,04	0,08	0,05	0,05	0,07	0,12	0,06	0,06	0,05	0,09	0,09	0,03	0,04

Из анализа этого статистического материала следует, что данные наиболее удобно аппроксимировать зависимостью типа (1).

Преобразуем данное уравнение к виду, удобному для оценивания коэффициентов уравнения множественной регрессии.

Обозначим через Ω^{-b_7} величину, обратную для Ω^{b_7}. От случайных величин K, Ф, J, $T_р$, a, n_∂ Ω, X переходим соответственно к их значениям: $к$, ф, j, $t_р$, а, n_∂, ω, x. Тогда формула (1) примет вид:

$$x = b \cdot \phi^{b_1} \cdot j^{b_2} \cdot t_p{}^{b_3} \cdot k^{b_4} \cdot n_\partial{}^{b_5} \cdot \omega^{-b_7} \alpha^{b_6}. \quad (6)$$

Прологарифмировав обе части равенства (6), получим следующее выражение:

$$lg\, x = lg\, b + b_1\, lg\, \phi + b_2\, lg\, j + b_3\, lg\, t_p + b_4\, lg\, k + b_5\, lg\, n_\partial + b_6\, lg\, \alpha + b_7\, lg\, \omega^{-1}. \quad (7)$$

Положим: $y = lg\, x$ $b' = lg\, b$ $x_1 = lg\, \phi$ $x_2 = lg\, j$ $x_3 = lg\, t_p$ $x_4 = lg\, k$ $x_5 = lg\, n_\partial$, $x_6 = lg\, \alpha$ $x_7 = lg\, \omega^{-1}$.

Тогда выражение (7) запишется в следующем виде:

$$y = b' + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 + b_6 x_6 + b_7 x_7. \quad (8)$$

Построим регрессионную модель множественной линейной зависимости (8). С использованием MS Excel находим коэффициенты b' и b_i $(i = \overline{1,7})$: b'=0; b_1=0,015; b_2=0,063; b_3=0,059; b_4=0,058; b_5=0,329; b_6=-0,152; b_7=-0,005, т.е.

$$y = 0{,}015x_1 + 0{,}063x_2 + 0{,}059x_3 + 0{,}058x_4 + 0{,}329x_5 - 0{,}152x_6 - 0{,}005x_7 \quad (9)$$

и коэффициент b=$e^{b'}$=1.

Отсюда имеем искомое уравнение:

$$x = \phi^{0{,}015} \cdot j^{0{,}063} \cdot t_p{}^{0{,}059} \cdot k^{0{,}058} \cdot n_\partial{}^{0{,}329} \cdot \omega^{0{,}005} \alpha^{-0{,}152}. \quad (10)$$

Сравним влияние на результат y факторов x_i ($i = \overline{1,7}$). Для этого будем применять стандартизованные коэффициенты регрессии ε_j и коэффициенты эластичности E_j $(j=\overline{1,n})$ [1]. Данные характеристики определяются по формулам:

$$\varepsilon_j = b_j \frac{S_{x_j}}{S_y},\ E_j = b_j \frac{\overline{x_j}}{\overline{y}},$$

где $\overline{x_j}$, $\overline{y}$ - средние значения, соответственно, случайных величин X и Y.

Для рассматриваемого примера находим:

ε_1=0,029; E_1=0,202; ε_1=0,228; E_1=0,635; ε_1=0,145; E_1=0,595; ε_1=0,178; E_1=0,585; ε_1=0,633; E_1=0,682; ε_1=-0,567; E_1=-0,674; ε_1=-0,011; E_1=-0,07.

Таким образом, наибольшее влияние на средний балл оказывает регулярная посещаемость занятий.

Для определения качества построенной математической модели, т.е. ее соответствия наблюдаемым значениям переменных (адекватности уравнения регрессии изучаемому процессу) используем коэффициент множественной корреляции:

$$R = \sqrt{Q_R / Q}, \tag{11}$$

где Q – общая сумма квадратов отклонений Q_R – регрессионная сумма квадратов

Этот коэффициент характеризует ту часть изменения значения результативного признака, которая обусловлена изменением всех факторных признаков.

Для рассматриваемого примера R=0,89, что свидетельствует о сильном влиянии факторных признаков на результат.

Величина R^2=0,8 множественного коэффициента детерминации. свидетельствует о хорошей точности аппроксимации исходных данных рассчитанным по уравнению регрессии.

Для определения значимости уравнения (10) применяется критерий Фишера

$$F = \frac{R^2(n-p-1)}{(1-R^2)P} > F_{k_1,k_2;\alpha},$$

где $k_1 = p$, $k_2 = n - p - 1$, p – число параметров регрессионной модели, $F_{k_1,k_2,\alpha}$ - значение распределения Фишера-Снедекора (см. [1]). Для рассматриваемого примера n=42; p=8; R^2 =0,8; k_1=8; k_2=42 – 8 – 1 = 33. Пусть α=0,05, тогда $F_{8,33;0,05}$ = 2,27. Поскольку $F > F_{8,33;0,05}$, уравнение регрессии значимо на уровне α=0,05, а это значит, что полученную зависимость (10) можно распространить на генеральную совокупность.

На основе разработанной модели можно построить частные уравнения регрессии и отобрать признаки для включения в модель многофакторной регрессии.

Заключение

В статье разработана эконометрическая модель зависимости балла учащегося от факторов внутренней среды образовательной организации. на основе данной модели можно решить задачу оптимизации учебно-методического плана, распределить часы самостоятельной работы в учебных планах [4]. Разработанная в статье модель может быть использована не только в образовательных учреждениях, но и в других организациях, где требуется определить влияние различных факторов на характеристики персонала.

Литература

1. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Эконометрика: учебное пособие. - Тверь: Тверской государственный технический университет, 2019. - 144 с.

2. Ганичева А.В. Методика оценки качества учебно-тематического плана // Образование в 21 веке: материалы Всероссийской заочной конференции: выпуск 11. – Тверь: ТГТУ, 2011. - С. 82–87.

3. Ганичева А.В. Модель менеджмента качества учебных планов // Качество. Инновации. Образование. - 2012. - № 4 (83). - С. 37-41.

4. Мальцев И.М., Михайлов К.А., Михайлова Н.А. Описание математической модели распределения часов самостоятельной работы в учебных планах с учетом ФГОС // Вестник СибАДИ. - 2013. - № 1 (29). - С. 86-89.

References

1. Ganichev A.V., Ganicheva A.V. Jekonometrika: uchebnoe posobie.   Tver': Tverskoj gosudarstvennyj tehnicheskij universitet, 2019.   144 s.

2. Ganicheva A.V. Metodika ocenki kachestva uchebno-tematicheskogo plana // Obrazovanie v 21 veke: materialy Vserossijskoj zaochnoj konferencii: vypusk 11. – Tver': TGTU, 2011.   S. 82–87.

3. Ganicheva A.V. Model' menedzhmenta kachestva uchebnyh planov // Kachestvo. Innovacii. Obrazovanie.   2012.   № 4 (83).   S. 37 41.

4. Mal'cev I.M., Mihajlov K.A., Mihajlova N.A. Opisanie matematicheskoj modeli raspredelenija chasov samostojatel'noj raboty v uchebnyh planah s uchetom FGOS // Vestnik SibADI.   2013.   № 1 (29).   S. 86 89.