

УДК 631.316.313

UDC 631.316.313

4.3.1 – Технологии, машины и оборудование для агропромышленного комплекса (технические науки)

4.3.1 – Technologies, machines and equipment for the agro-industrial complex (technical sciences)

### ГОДОГРАФ ТОКА СИНХРОННОЙ МАШИНЫ С ТОКОВЫМ КОМПАУНДИРОВАНИЕМ

### SYNCHRONOUS CURRENT HODOGRAPH MACHINES WITH CURRENT COMPOUNDING

Стрижков Игорь Григорьевич  
д.т.н., профессор  
Scopus Author ID: 57209455966  
РИНЦ SPIN-код: 2484-8481

Strizhkov Igor Grigorievich  
Dr.Sci.Tech., professor  
Scopus Author ID: 57209455966  
RSCI SPIN-code: 2484-8481

Баракин Николай Сергеевич  
к.т.н., доцент  
Scopus Author ID: 57200150182  
РИНЦ SPIN-код: 2129-5026

Barakin Nikolai Sergeevich  
Cand.Tech.Sci., docent  
Scopus Author ID: 57200150182  
RSCI SPIN-code: 2129-5026

Чеснюк Евгений Николаевич  
к.т.н., доцент  
Scopus Author ID: 57209454348  
РИНЦ SPIN-код: 9171-8149  
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

Chesnyuk Evgeny Nikolaevich  
Cand.Tech.Sci., docent  
Scopus Author ID: 57209454348  
RSCI SPIN-code: 9171-8149  
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Рассматривается уравнение тока синхронного двигателя с токовым компаундированием, включая синхронный двигатель с двойной якорной обмоткой и приводится математическое обоснование того, что годографом тока на комплексной плоскости является окружность, который наглядно отражает физические процессы происходящие в синхронной машине. Приведено сравнение с методом построения рабочих характеристик асинхронного двигателя посредством круговой диаграммы для асинхронной машины с предлагаемым методом с построением годографа для синхронной машины. Подробно описана методика определения центра и радиуса окружности годографа, последующим нахождением координат рабочей точки. Определены основные правила построения годографа по уравнению тока, имеющие существенные отличия от традиционных. Показаны особенности использования годографа тока для анализа рабочих характеристик синхронной машины с учетом изменяющейся нагрузки в случае двигательного режима

The equation of the current of a synchronous motor with current compounding, including a synchronous motor with a double armature winding, is considered and a mathematical justification is given that the hodograph of the current on the complex plane is a circle, which clearly reflects the physical processes occurring in a synchronous machine. A comparison is given with the method of constructing the performance characteristics of an asynchronous motor by means of a pie chart for an asynchronous machine with the proposed method of constructing a hodograph for a synchronous machine. The method of determining the center and radius of the circle of the hodograph, followed by finding the coordinates of the working point, is described in detail. The basic rules for constructing a hodograph according to the current equation, which have significant differences from the traditional ones, are determined. The features of using a current hodograph to analyze the performance characteristics of a synchronous machine, taking into account the changing angle of load in the case of a motor mode, are shown

Ключевые слова: СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ, ГОДОГРАФ ТОКА, УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Keywords: SYNCHRONOUS MACHINES, CURRENT HODOGRAPH, CIRCLE EQUATION

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-203-012>

**Введение.** Синхронные двигатели находят применение в сельскохозяйственном производстве главным образом на оросительных насосных станциях относительно большой мощности. Их отличительной особенностью является применение устройств автоматического регулирования возбуждения (АРВ). Изменяющийся ток возбуждения при изменении нагрузки призван оптимизировать электромагнитное состояние машины, в частности, минимизировать ток трехфазной обмотки доведением до максимума коэффициента мощности машины. Влияние АРВ на электромагнитное состояние машины должно учитываться математическим описанием машины.

В электромеханике как и в теоретической электротехнике при описании состояния электрических цепей переменного тока большая роль отводится так называемым годографам тока при изменяющихся параметрах электрической цепи. Годограф представляет собой геометрическое место концов изменяющегося вектора тока на комплексной плоскости. Годографы тока являются важной характеристикой рассматриваемой электрической цепи. В линейных цепях во многих случаях годографами на комплексной плоскости являются окружности [1]. Эти окружности описываются уравнением вида

$$\underline{V} = \frac{\underline{C}}{\underline{A} + p\underline{B}},$$

где  $\underline{A} = ae^{i\alpha} = const$ ,  $\underline{B} = be^{i\beta} = const$ ,  $\underline{C} = ce^{i\gamma} = const$ ,  $p$  – так называемый параметр или вещественное число, которое может принимать произвольные значения,  $i$  – мнимая единица в составе комплексного числа ( $i = \sqrt{-1}$ ). Такое уравнение получают в результате обращения в комплексной плоскости уравнения прямой и оно отражает годографы тока различных цепей переменного синусоидального тока различной конфигурации.

В теории асинхронных машин исключительно большая роль отводится так называемым круговым диаграммам, в наглядной форме пред-

ставляющим изменение основных переменных величин при изменении одной из них, например, скольжения. Круговая диаграмма асинхронной машины наиболее наглядно раскрывает основные свойства машины при переменной нагрузке. Уравнение окружности годографа тока там представляются в виде [2]

$$\underline{V} = \underline{A} + \underline{B}e^{i\theta},$$

где  $\underline{A}$  – вектор центра окружности;  $\underline{B}$  – радиус окружности;  $\theta$  – переменный угол, изменяющийся в пределах от 0 до  $2\pi$  радиан.

Это уравнение позволяет определять координаты центра окружности годографа и координаты радиус-вектора при  $\theta = 0$  простыми операциями с действительными числами.

В теории синхронных машин годографам токов также отводится значительная роль. Для неявнополюсных машин годографами тока во многих случаях выступают окружности; для явнополюсных машин годографы описываются кривыми более высоких порядков [2]. Синхронные машины, как правило, снабжаются устройствами автоматического регулирования тока возбуждения (АРВ) [3]. Для синхронных двигателей (СД) большая часть устройств АРВ основана на регулировании возбуждения в функции тока статора, так называемого токового компаундирования. Для синхронных двигателей с двойной якорной обмоткой (СДДЯ) [4-6] и некоторых других конструкций СД характерно изменение тока в ветвях якорной обмотки, описываемое уравнением вида

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + aIe^{i(\theta+\varphi)}, \quad (1)$$

где  $\underline{I}$  и  $I$  – вектор тока и его модуль;  $\underline{I}_1$  – постоянный вектор, не зависящий от переменного аргумента;  $a$  – действительное число (коэффициент);  $\theta$  – независимая переменная или аргумент (его роль в теории синхронных машин выполняет угол нагрузки);  $\varphi$  – угол постоянной величины, отражающий значение скобки при  $\theta = 0$ .

**Цель исследований.** Обоснование формы годографа вектора тока и определение особенностей его построения.

**Материалы и методы исследований.** Покажем, что уравнение (1) есть уравнение окружности на комплексной плоскости. Для доказательства этого обратимся к рисунку 1, на котором построен треугольник ABC, сторона AB которого равна длине вектора  $I_1$ , сторона AC равна длине вектора  $I$  при некотором произвольно выбранном значении угла  $\theta$  и сторона BC равна длине вектора  $aI$ . При этом построении в соответствии с уравнением (1)  $\angle ABC = \theta + \varphi = \varphi_1$ .

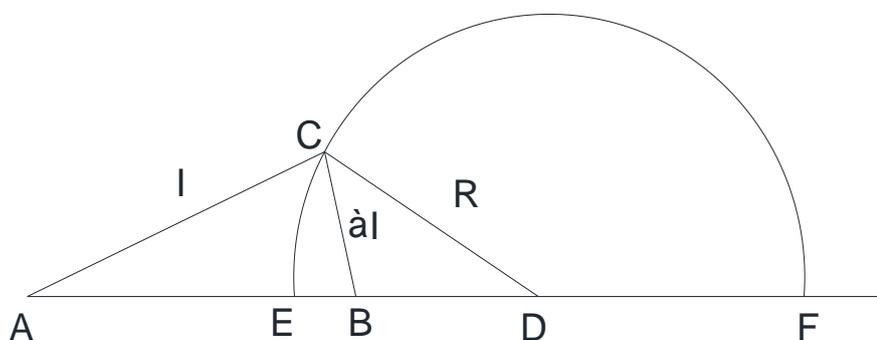


Рисунок 1 – К определению формы годографа тока  $I$

Требуется показать, что при изменении угла  $\theta$  точка C, согласно уравнению (1), описывает окружность на комплексной плоскости.

Для обоснования этого на луче, проходящем через точки A и B, отметим точки E и F, соответствующие двум возможным значениям вектора  $I$  при значениях  $\varphi_1$  равных нулю и  $\pi$  соответственно. Точка E разделит отрезок  $\overline{AB}$  в пропорции

$$\overline{EA}/\overline{EB} = \frac{I}{aI} = a^{-1}. \tag{2}$$

Поскольку  $\overline{AE} + \overline{EB} = I_1$ , получим

$$\overline{AE} = \frac{I_1}{1+a};$$

$$\overline{EB} = I_1 \left(1 - \frac{1}{1+a}\right) = \frac{aI_1}{1+a}.$$

Положение точки F на луче АВ соответствует пропорции  $\overline{AF}/\overline{BF} = \frac{l}{al} = a^{-1}$ .

При этом имеет место равенство  $\overline{AF} - \overline{BF} = I_1$ , откуда следует соотношение

$$\overline{AF} = \frac{I_1}{1-a}.$$

Длина отрезка  $\overline{EF}$

$$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} = \frac{I_1}{1-a} - \frac{I_1}{1+a} = \frac{2aI_1}{1-a^2}.$$

На линии AF отметим точку D, делящую отрезок  $\overline{EF}$  пополам. Тогда для  $\overline{ED}$  можно записать

$$\overline{ED} = \frac{\overline{EF}}{2} = \frac{aI_1}{1-a^2}. \quad (3)$$

Определим длину отрезка  $\overline{BD}$ , обозначив ее как M:  $\overline{BD} = M = \overline{ED} - \overline{EB}$ , что с учетом уравнений (3) и (2) дает

$$M = \frac{aI_1}{1-a^2} - \frac{aI_1}{1+a} = aI_1 \left( \frac{1}{1-a^2} - \frac{1}{1+a} \right) = I_1 \frac{a^2}{1-a^2}.$$

Соединим точки C и D отрезком прямой и обозначим длину отрезка  $\overline{CD}$  символом R. Рассмотрим треугольники  $\triangle ABC$  и  $\triangle BCD$ . Запишем соотношение длин сторон этих треугольников, используя теорему косинусов:

$$I^2 = I_1^2 + (aI)^2 - 2aII_1 \cos \varphi_1, \quad (5)$$

$$R^2 = (aI)^2 + M^2 + 2aIM \cos \varphi_1. \quad (6)$$

Преобразование уравнения (5) дает следующее соотношение

$$2aI \cos \varphi_1 = \frac{I_1^2 + I^2(a^2 - 1)}{I_1}. \quad (7)$$

Подстановкой уравнения (7) в (6), получим

$$R^2 = (aI)^2 + M^2 + \frac{M}{I_1} [I_1^2 + I^2(a^2 - 1)]$$

или после преобразования

$$R^2 = M^2 + I_1M + I^2 \left[ a^2 + \frac{M}{I_1} (a^2 - 1) \right]. \quad (8)$$

Покажем, что в уравнении (8) выражение в квадратных скобках тождественно равно нулю, для чего перепишем его с заменой  $M$  его выражением по уравнению (4)

$$a^2 + \frac{I_1}{I_1} \times \frac{a^2(a^2-1)}{1-a^2} = 0.$$

**Результаты исследований.** Равенство нулю квадратной скобки уравнения (8) позволяет переписать его в виде уравнения:

$$R^2 = M^2 + I_1 M,$$

показывающего, что величина  $R$  не зависит от переменной величины  $I$ , но зависима от  $I_1$  и  $M$ , которые, в свою очередь, не зависят от  $I$ . Это означает, что при изменении  $\angle ABC$  точка  $C$  описывает окружность радиусом  $R$  вокруг точки  $D$ .

Поскольку точка  $E$  является одной из точек годографа вектора  $\underline{I}$ , то радиус  $R = \overline{ED}$ . Таким образом, радиус окружности определяется выражением

$$R = \frac{aI_1}{1-a^2}. \tag{9}$$

Координаты центра окружности определяются выражением

$$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = \frac{I_1}{1+a} + \frac{aI_1}{1-a^2} = \frac{I_1}{1-a^2}. \tag{10}$$

Центр окружности лежит на линии вектора  $\underline{I}_1$ .

Для построения окружности можно использовать уравнение

$$I = \frac{I}{1-a^2} + \frac{aI_1}{1-a^2} e^{i\alpha},$$

где  $\alpha$  – угол, изменяющийся в диапазоне от 0 до  $2\pi$  радиан.

Использование описанного выше годографа для выявления свойств синхронной машины имеет свои особенности. Для определения тока  $I$  при заданном угле нагрузки  $\theta$  требуется выполнить дополнительные построения. При этом угол  $\theta$  откладывается не из центра круга (точки  $D$ ), а из точки  $B$  на конце вектора  $\underline{I}_1$ , отложенного из начала координат комплексной плоскости. Из точки  $B$  необходимо провести луч под углом  $\pi + \varphi$  к ве-

щественной оси. Точка пересечения этого луча с окружностью годографа тока  $\underline{I}$  дает координаты конца вектора тока  $\underline{I}$ , отложенного из точки А, при значении угла нагрузки  $\theta = 0$ . Для определения тока  $\underline{I}$  при заданном ненулевом значении угла  $\theta$ , необходимо из точки В провести другой луч под углом  $\theta$  к ранее отложенному нулевому лучу до нового пересечения луча с окружностью годографа тока  $\underline{I}$ . Найденная точка на годографе есть координаты конца вектора  $\underline{I}$ , построенного из начала координат.

**Выводы.** Уравнение вида (1) есть уравнение окружности представленное в нетрадиционной форме. Центр окружности на комплексной плоскости лежит в точке с координатами, определяемыми уравнением (9); радиус окружности определяется как модуль параметра  $R$  по уравнению (10).

Координаты расчетной точки на годографе согласно уравнению (1) определяются как точка пересечения окружности годографа лучом, направленным из точки В под углом  $\theta$  к лучу холостого хода ВС.

Применение годографа тока позволяет определять закономерности в изменении токов в трехфазной обмотке синхронного двигателя при изменяющемся угле нагрузки, а также и другие рабочие характеристики, например, активной и реактивной мощности. Однако, особенности такого анализа выходят за рамки настоящей статьи.

#### Библиографический список

1. Демирчан, К.С. Теоретические основы электротехники: 4-е изд. – Т. 2./ К.С. Демирчан [и др.]/М., 2003. – 413 с.
2. Костенко М.П. Электрические машины. Ч. 2 Машины переменного тока /М.П. Костенко, Л.М. Пиотровский // Изд. 3-е, перераб. Л., «Энергия», 1973.
3. Лищенко А.И. Бесконтактные синхронные машины с автоматическим регулированием возбуждения / А. И. Лищенко. - Киев : Наук. думка, 1980. - 223 с. : ил.; 20 см.; ISBN В пер. (В пер.).
4. Патент РФ 2272351 С1 Синхронный двигатель / Авт. Стрижков И.Г. и др. Оpubл. 20.03.2006 Бюл. № 8.
5. Патент РФ на полезную модель 194198 Устройство для форсирования возбуждения синхронного двигателя с двойной якорной обмоткой / Авт. Стрижков И.Г. и др. Оpubл. 03.12. 2019 Бюл. № 34.

6. Strizhkov I.G., Oskin, S.V., Sultanov G.A., Kurasov, B.S.& Pleshakov, V.N. Rational synchro-nous electric drive of agricultural pumps / Journal of Experimental Biology and Agricultural Sciences, 2017, 5(5), pp.684-689.

### References

1. Demirchan, K.S. Teoreticheskie osnovy jelectrotehniki: 4-e izd. – T. 2./ K.S. Demirchan [i dr.]/M., 2003. – 413 s.
2. Kostenko M.P. Jelektricheskie mashiny. Ch. 2 Mashiny peremennogo toka /M.P. Kostenko, L.M. Piotrovskij // Izd. 3-e, pererab. L., «Jenergija», 1973.
3. Lishhenko A.I. Beskontaktnye sinhronnye mashiny s avtomaticheskim regulirovaniem возбуждения / A. I. Lishhenko. - Kiev : Nauk. dumka, 1980. - 223 s. : il.; 20 sm.; ISBN V per. (V per.).
4. Patent RF 2272351 S1 Sinhronnyj dvigatel' / Avt. Strizhkov I.G. i dr. Opubl. 20.03.2006 Bjul. № 8.
5. Patent RF na poleznuju model' 194198 Ustrojstvo dlja forsirovaniya возбуждения sinhronnogo dvigatelja s dvojnoj jakornoj obmotkoj / Avt. Strizhkov I.G. i dr. Opubl. 03.12. 2019 Bjul. № 34.
6. Strizhkov I.G., Oskin, S.V., Sultanov G.A., Kurasov, B.S.& Pleshakov, V.N. Rational synchro-nous electric drive of agricultural pumps / Journal of Experimental Biology and Agricultural Sciences, 2017, 5(5), pp.684-689