УДК 519.211

1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика (физико-математические науки)

# СТРУКТУРА ЭЛЕМЕНТАРНОГО СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

Байчорова Сапият Кадыевна
старший преподаватель
РИНЦ SPIN-код: 5640-2705

Бостанова Фатима Ахмедовна
к.ф.-м.н., доцент
РИНЦ SPIN-код: 2064-0597

Лайпанова Мариям Срапиловна
старший преподаватель
РИНЦ SPIN-код: 7883-6792

Лайпанова Зульфа Мисаровна
к.ф.-м.н., доцент
РИНЦ SPIN-код: 8820-9253
ORCID: 0000-0001-5189-8947
*Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, Карачаевск, Россия*

В статье устанавливается зависимость структуры элементарного случайного события, соответствующего заданному эксперименту, от числа опытов, проводимых в данном испытании от его начала и до завершения. Также устанавливается зависимость пространства элементарных исходов, соответствующих эксперименту, от структуры элементарного исхода. Для этого вводятся понятия базового эксперимента, в котором проводится только один опыт и эксперимента с двукратным опытом, с $n$-кратным опытом. Показывается зависимость структуры элементарного случайного события от кратности опыта проводимого в эксперименте

Ключевые слова: БАЗОВЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, БАЗОВОЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЕ СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ, БАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ИСХОДОВ, СТРУКТУРА БАЗОВОГО СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ, СТРУКТУРА ЭЛЕМЕНТАРНОГО СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТА С ДВУКРАТНЫМ ОПЫТОМ

UDC 519.211

1.1.4. Probability theory and mathematical statistics (physical and mathematical sciences)

# STRUCTURE OF AN ELEMENTARY RANDOM EVENT

Baichorova Sapiyat Kadyevna
senior lecturer
RSCI SPIN-code: 5640-2705

Bostanova Fatima Akhmedovna
Cand.Phys.-Math.Sci., associate Professor
RSCI SPIN-code: 2064-0597

Laipanova Mariam Srapilovna
senior lecturer
RSCI SPIN-code: 7883-6792

Laipanova Zulfa Misarovna
Cand.Phys.-Math.Sci., associate Professor
RSCI SPIN-code: 8820-9253
ORCID: 0000-0001-5189-8947
*Karachay-Cherkess State University named after U.D. Aliyev, Karachayevsk, Russia*

The article establishes the dependence of the structure of an elementary random event corresponding to a given experiment on the number of experiments conducted in this test from its beginning to completion. The dependence of the space of elementary outcomes corresponding to the experiment on the structure of the elementary outcome is also established. To do this, we introduce the concepts of a basic experiment in which only one experiment is conducted and an experiment with two-fold experience, with n-fold experience. The article shows dependence of the structure of an elementary random event on the multiplicity of the experiment conducted in the experiment

Keywords: BASIC RANDOM EXPERIMENT, BASIC ELEMENTARY RANDOM EVENT, BASIC SPACE OF ELEMENTARY OUTCOMES, STRUCTURE OF BASIC RANDOM EVENT, STRUCTURE OF ELEMENTARY RANDOM EVENT FOR EXPERIMENT WITH TWO-FOLD EXPERIENCE

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-188-003

При решении вероятностных задач, необходимо установить, что является причиной неопределенности (случайности) рассматриваемого явления (процесса) и случайный эксперимент, соответствующий условию задачи. Выделить комплекс условий S, при котором рассматривается и фиксируется тот или иной результат эксперимента.

Одним из основных условий эксперимента рассматриваемых при решении вероятностных задач является возможность его повторения бесконечное число раз при неизменных условиях. Второе важное условие - неизменность числа возможных результатов при одном опыте, проводимом в данном эксперименте.

После определения эксперимента, соответствующего условию задачи, необходимо построить ее вероятностную модель $(\Omega, U, P(A))$, где $\Omega$ – пространство элементарных исходов, соответствующее данному эксперименту, $U = \{A: A \subseteq \Omega\}$ - совокупность всех (включая и пустое множество $\emptyset$) подмножеств $\Omega$. $P(A) = \sum_{\{i:\omega_i \in A\}} p(\omega_i)$ - вероятность наступления любого события $A \in U$, $p(\omega_i)$ - вероятности исходов $\omega_i \in \Omega$. [1]

Считается, что при составлении этой совокупности самым сложным является нахождение вероятности наступления случайного события $A$, который может произойти в данных условиях. Для ее определения одним из ключевых моментов является правильное построение пространства элементарных исходов $\Omega$, соответствующее данному эксперименту и определение структуры элементарных случайных событий, являющихся элементами множества $\Omega$. Знание структуры элементарного случайного исхода эксперимента и их числа, позволяет правильно определить элементы произвольного случайного события $A$, который принадлежит совокупности $U$.

Рассмотрим случайный эксперимент $E$, для которого пространство элементарных исходов $\Omega$ является дискретным и конечным множеством. Вероятность наступления случайного события $A$ определяется при помощи классического определения вероятности $P(A) = {}^{m_A}/_{n}$, где $m_A$ число элементарных событий, благоприятствующих $A$, $n$ - общее число элементов $\Omega$, если элементы $\Omega$ являются равновозможными. Число элементов системы $U$ в этом случае определяется формулой $N(U) = 2^n$, $n = |\Omega|$ [1].

Для определения структуры элементарного случайного события и построения пространство элементарных исходов, введем различие между экспериментом и опытом (испытанием), проводимом для реализации данного эксперимента. Например, стрельба по мишени – эксперимент. Один выстрел, проведенный в данном эксперименте - опыт №1, второй выстрел-опыт №2 и т.д. Число опытов, проводимых от начала и до завершения эксперимента зависит от условий задачи.

Эксперимент, в котором проводится один опыт, фиксируется результат и считается завершенным, назовем экспериментом с одним опытом или базовым и обозначим $E_1 = E_б$.

Для построения вероятностной модели случайного эксперимента $E_б$, все возможные исходы которого дискретны и составляют конечное множество, в первую очередь необходимо определить пространство элементарных случайных событий. Обозначим это множество $\Omega_б$.

Базовое пространство элементарных исходов $\Omega_б$ – множество, элементами которого являются все единственно возможные и несовместные элементарные случайные события, которые могут наступить при проведении одного базового эксперимента.

Построим базовое пространство $\Omega_б$ для эксперимента $E_б$. Обязательным условием эксперимента $E_б$ является возможность бесконечного множества повторений в одних и тех же условиях и то, что число всех единственно возможных и несовместных исходов остается постоянным и известным.

Пусть число всех единственно возможных, несовместных и различных результатов одного опыта в данном эксперименте равно $n$. Обозначим их как множество $O_1 = O_б = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n\}$, где : $a_1$ - первый результат; $a_2$ - второй результат и т.д. $a_i$ - $i$ -й результат, $i = \overline{1, n}$.

Определим структуру элементарного случайного события эксперимента с одним опытом. Возможные случайные исходы одного эксперимента совпадают с результатами одного опыта.

Назовем случайные элементарные события, которые могут наступить при проведении эксперимента с одним опытом, базовыми и обозначим: $\omega_i^б = \{a_i\}, i = \overline{1,n},$ где $\omega_i^б$- случайное элементарное событие, которое наступит, если реализуется $a_i$- $i$-й результат одного опыта. Теперь можно записать формально $\Omega_б$ - базовое пространство элементарных исходов.

$$\Omega_б = \{\omega_1^б, \omega_2^б, \cdots, \omega_i^б, \cdots, \omega_n^б\} = \{\omega_i^б : \omega_i^б = \{a_i\}, i = \overline{1,n}\}, \text{где } \omega_i^б = \{a_i\}, \quad i = \overline{1,n} \qquad (1)$$

Полученное множество является дискретным и конечным, согласно приведенному выше условию эксперимента.

Базовый элементарный случайный исход $\omega_i^б = \{a_i\}, i = \overline{1,n}$ является одноэлементным множеством, где элементом является $a_i$- $i$-й результат опыта.

Между точками числовой прямой и элементарными случайными событиями эксперимента $E_б$ можно установить взаимно-однозначное соответствие, если индексу $i$ элементарного случайного события поставить в соответствие точку числовой прямой $R$, с натуральной координатой $i$: $\omega_i^б = \{a_i\}$, которому соответствует точка $M_i(i) \in R, i = \overline{1,n}$. Таким образом, геометрическим образом элементарного случайного события базового эксперимента является точка прямой.

**Пример 1.** Игральный кубик подбрасывается один раз. Построить пространство элементарных исходов.

Решение. В эксперименте проводится один опыт- игральный кубик подбрасывается один раз, фиксируется результат и один эксперимент завершен. Так как в задаче нет никаких дополнительных условий, то при подбрасывании кубика может выпасть только одна грань.

Следовательно, возможными результатами одного опыта будет множество $O_б = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_6\}$ , где $a_i$ - $i$ -й результат появление грани с номером $i$, $i = \overline{1,6}$. Запишем множество всех возможных исходов опыта 1: $O_б = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_6\}$. Исходы одного опыта являются единственно возможными, несовместными и равновозможными и какой из них произойдет заранее неизвестно.

Определим структуру элементарного случайного события базового эксперимента. Базовый элементарный случайный исход $\omega_i^б = \{a_i\}, i = \overline{1,6},$ является одноэлементным множеством.

Базовое пространство имеет вид:

$$\Omega_б = \{\omega_1^б, \omega_2^б, \cdots, \omega_i^б, \cdots, \omega_6^б\}, \text{где } \omega_i^б = \{a_i\}, \qquad i = \overline{1,6}.$$

Геометрическими образами соответствующих атомарных событий $\omega_i^б = \{a_i\}$, $i = \overline{1,6}$ являются точки $M_i(i)$ числовой прямой.

Рассмотрим эксперименты, в которых число проводимых опытов больше одного.

Эксперимент, в котором проводится два опыта подряд, назовем экспериментом с двукратным опытом (испытанием) и обозначим $E_2$.

В таком эксперименте, сперва проводится первый опыт, затем проводится второй опыт и фиксируются, соответствующие результаты. Только после этого эксперимент считается завершенным. Для определения структуры элементарного случайного события эксперимента $E_2$, необходимо записать множество исходов первого и второго опытов.

Пусть число всех единственно возможных, несовместных и различных результатов первого опыта в данном эксперименте равно $n$, $a_i$ - $i$ -й результат, $i = \overline{1,n}$.

Обозначим их как множество $O_1 = O_б = \{a_{1_1}, a_{2_1}, \cdots, a_{i_1}, \cdots, a_{n_1}\}$, где $a_{i_1} = a_i$ - $i$ -й результат при проведении первого опыта, $i_1$, нижний индекс показывает номер опыта. Множество $O_1 = O_б$ можно записать в следующем виде:

$$O_1 = O_6 = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n\}.$$

Запишем множество $O_2$. Его структура определяется условиями эксперимента. Рассмотрим следующие случаи.

**Первый случай.** Пусть по условию эксперимента множество возможных результатов второго опыта $O_2$ совпадает с множеством возможных результатов первого опыта $O_1$ и порядок в полученной двойке результатов важен.

$$O_1 = \{a_{1_1}, a_{2_1}, \cdots, a_{i_1}, \cdots, a_{n_1}\}, O_2 = \{a_{1_2}, a_{2_2}, \cdots, a_{i_2}, \cdots, a_{n_2}\}, \; i_1 = \overline{1,n}; \; i_2 = \overline{1,n},$$

где нижние индексы показывают номер опыта, в котором может быть получен данный результат. $O_1 = O_2$.

Чтобы получить все единственно возможные случайные события эксперимента $E_2$, найдем прямое произведение множеств $O_1$ и $O_2$.

$$O_1 \times O_2 = \{a_{1_1}, a_{2_1}, \cdots, a_{i_1}, \cdots, a_{n_1}\} \times \{a_{1_2}, a_{2_2}, \cdots, a_{i_2}, \cdots, a_{n_2}\} =$$
$$= \{(a_{i_1}, a_{i_2}), i = \overline{1,n}; \; \}.$$

Случайные элементарные события обозначим через $\omega_k^2$, где верхний индекс показывает кратность опыта в эксперименте. Эти исходы примут вид:

$$\omega_k^2 = \{(a_{i_1}, a_{i_2})\}, i = \overline{1,n},$$

где $a_{i_1}$-исходы первого опыта, $a_{i_2}$- исходы второго опыта, $k$- номер возможного элементарного случайного исхода эксперимента $E_2$.

Из элементов множества $O_1 \times O_2$ составим матрицу исходов $\underset{n \times n}{I_2}$, чтобы определить число и структуру случайных элементарных событий эксперимента $E_2$. Заполним эту матрицу: результат $a_{i_1}$ первого опыта будет первым элементом, всех упорядоченных двоек строки $i_1, i = \overline{1,n};$ а результат $a_{i_2}$ второго опыта вторым элементом всех упорядоченных двоек столбца $i_2, i = \overline{1,n}.$ Номер строки совпадает с номером результата первого опыта, а номером столбца совпадает с номером результата второго опыта.

Так как множества $O_1$ и $O_2$ равны, и совпадают $O_б$, то для удобства заполнения матрицы $\underset{n\times n}{I_2}$, переобазначим $i_1$и $i_2$: $i_1 = i = \overline{1,n};\ i_2 = j = \overline{1,n}$. Тогда $a_{i_1} = a_i,\ a_{i_2} = a_j,\ (a_{i_1}, a_{i_2}) = (a_i, a_j)$.

Число элементов матрицы $\underset{n\times n}{I_2}$ равно произведению $n \times n = n^2$. Пронумеруем число ее строк и столбцов. Получаем:

$$\underset{n\times n}{I_2} = \begin{pmatrix} & 1 & 2 & \cdots & j & \cdots & n \\ 1 & (a_1, a_1) & (a_1, a_2) & \cdots & (a_1, a_j) & \cdots & (a_1, a_n) \\ 2 & (a_2, a_1) & (a_2, a_2) & \cdots & (a_2, a_j) & \cdots & (a_2, a_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ i & (a_i, a_1) & (a_i, a_2) & \cdots & (a_i, a_j) & \cdots & (a_i, a_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & (a_n, a_1) & (a_n, a_2) & \cdots & (a_n, a_j) & \cdots & (a_n, a_n) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Используя таблицу (2), можно определить структуру любого элементарного случайного события, а также любого случайного события $A$ эксперимента $E_2$.

Число элементов матрицы $\underset{n\times n}{I_2}$ совпадает с числом единственно возможных и несовместных элементарных случайных событий эксперимента $E_2$ и равно

$$|\Omega_2| = N_1 = n \times n = n^2. \qquad (3)$$

Формула (3) совпадает с формулой числа размещений с повторениями из $n$ элементов по 2.

$$\hat{A}_n^2 = n^2 \qquad (3')$$

Тогда $\Omega_2$ принимает вид:

$$\Omega_2 = \{\omega_k^2 \colon \omega_k^2 = (a_{i_1}, a_{i_2}), i_1 = \overline{1,n};\ i_2 = \overline{1,n}, k = \overline{1,n^2}\ \}.$$

В базовом эксперименте и в эксперименте $E_2$ случайные элементарные события являются одноэлементными множествами, а сам элемент случайного события $E_2$ является двухэлементным множеством.

Геометрическим образом события $\omega_k^2 = (a_i, a_j)$ является точка числовой плоскости $R \times R = R^2$, первая координата которой совпадает с индексом $i$ первого элемента $a_i$, а вторая координата совпадает с индексом второго элемента $a_j$ упорядоченной двойки $(a_i, a_j)$.

Таким образом, можно установить однозначное соответствие между элементарными случайными событиями эксперимента $E_2$ и точками числовой плоскости:

$\omega_k^2 = (a_i, a_j)$ - соответствует точка $M_k(i,j) \in R^2, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}, k = \overline{1,n^2}$.

На плоскости $R^2$ получаем квадрат с параметром $a = n$, площадь квадрата равна $S = n^2$. Поверхность квадрата протыкана точками $M_k(i,j) \in R^2, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}, k = \overline{1,n^2}$. По диагонали этого квадрата, проведенного от точки $M_1(1,1)$ до точки $M_n(n,n)$, расположены точки с равными координатами $M_k(i,j), i = j$. В матрице исходов им соответствуют диагональные элементы $(a_i, a_j)$, $i = j$.

Диагональ делит квадрат на два равных треугольника. На плоскости каждого из них расположено одинаковое число точек, причем каждая точка, расположенная на плоскости одного из треугольников, имеет симметричную точку на плоскости второго треугольника. То есть число точек $K_1$, расположенных в одном из треугольников, совпадает с числом точек $K_2$, расположенных на другом треугольнике. В это число не входят диагональные точки. Тогда можно найти число точек:

$$K_1 = K_2 = \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (4)$$

Рассмотрим второй случай с измененным условием эксперимента.

**Второй случай.** Пусть условие упорядоченности результатов сохраняется, но они не повторяются, такой эксперимент обозначим через $E_2'$.

Множество $O_1 = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n\}, i = \overline{1,n}$ не равен множеству $O_2$.

Если в первом опыте зафиксирован результат $a_i$, то во втором опыте этот результат получить невозможно. Тогда

$$O_2 = \{a_1, a_2, \cdots, a_{i-1}, a_{i+1}, \cdots, a_{n-1}\}, i = \overline{1, n-1}$$

или $O_2 = \{a_1, a_2, \cdots, a_j, \cdots, a_{n-1}\}, i = \overline{1,n}\,, j = \overline{1, n-1}\,, i \neq j.$

В эксперименте $E_2'$ невозможны элементарные случайные события

$$\omega_k^2 = (a_i, a_j), \qquad i = j.$$

Матрицу исходов $\underset{n\times n}{I_2'}$ для второго случая можно получить из матрицы $\underset{n\times n}{I_2}$ убрав из нее диагональные элементы, то есть, заменяя их нулями.

Матрица исходов $\underset{n\times n}{I_2'}$ примет вид:

$$\underset{n\times n}{I_2'} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & \cdots & j & \cdots & n \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \cdots \\ i \\ \cdots \\ n \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & (a_1, a_2) & \cdots & (a_1, a_j) & \cdots & (a_1, a_n) \\ (a_2, a_1) & 0 & \cdots & (a_2, a_j) & \cdots & (a_2, a_n) \\ \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ (a_i, a_1) & (a_i, a_2) & \cdots & 0 & \cdots & (a_i, a_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \cdots \\ (a_n, a_1) & (a_n, a_2) & \cdots & (a_n, a_j) & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{5}$$

Число не нулевых элементов этой матрицы совпадает с числом элементарных случайных событий эксперимента $E_2'$ и равно

$$|\Omega_2'| = N_2 = n^2 - n = n \cdot (n-1) \tag{6}$$

Формула (6) совпадает с формулой числа размещений без повторений из $n$ элементов по 2.

$$A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = (n-1) \cdot n \tag{6′}$$

**Третий случай.** Пусть по условию эксперимента множество возможных результатов второго опыта $O_2$ совпадают с множеством возможных результатов первого опыта, но порядок в полученной двойке результатов неважен. Обозначим этот эксперимент через $E_2''$.

Тогда множество возможных результатов первого опыта и множество возможных результатов второго опыта $O_2$ совпадаю. Введенное изменение, о неважности порядка в полученной двойке результатов, меняет структуру элементарного случайного события эксперимента $E_2''$ и оно принимает вид

$$\omega_k^2 = [a_i, a_j] = [a_j, a_i], i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}$$

Матрицу исходов $\underset{n\times n}{I_2''}$ для второго случая можно получить из матрицы $\underset{n\times n}{I_2}$ заменив на нули все элементы расположенные выше главной диагонали. Упорядоченную пару $(a_i, a_j)$ заменяем на неупорядоченную $[a_i, a_j]$.

Матрица исходов $\underset{n\times n}{I_2''}$ примет вид:

$$\underset{n\times n}{I_2''} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \cdots \\ i \\ \cdots \\ n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & \cdots & j & \cdots & n \end{array} \\ \begin{pmatrix} [a_1, a_1] & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ [a_2, a_1] & [a_2, a_2] & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [a_i, a_1] & [a_i, a_2] & \cdots & [a_i, a_j] & \cdots & 0 \\ \cdots\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [a_n, a_1] & [a_n, a_2] & \cdots & [a_n, a_j] & \cdots & [a_n, a_n] \end{pmatrix} \end{array} \tag{7}$$

Число ненулевых элементов матрицы $\underset{n\times n}{I_2''}$ совпадает с числом элементарных случайных событий эксперимента $E_2''$ и равно

$$|\Omega_2''| = N_3 = \frac{n^2-n}{2} + n = \frac{n^2+n}{2} = \frac{n\cdot(n+1)}{2}. \tag{8}$$

Формула (8) совпадает с формулой числа сочетаний с повторениями из $n$ элементов по 2.

$$\hat{C}_n^2 = C_{n+2-1}^2 = \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = \frac{n\cdot(n+1)}{2} \tag{8'}$$

**Четвертый случай.** Пусть по условию эксперимента порядок в полученной двойке результатов неважен и множество $O_2$ не совпадают с множеством $O_1$. Результат первого опыта во втором опыте не повторяется.

В эксперименте $E_2'''$ невозможны элементарные случайные события $\omega_k^2 = [a_i, a_j],\ i = j$.

Матрицу исходов $\underset{n\times n}{I_2'''}$ для этого эксперимента $E_2'''$ можно получить из матрицы $\underset{n\times n}{I_2''}$ заменяя элементы главной диагонали нулями.

$$\underset{n\times n}{I_2''} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \cdots \\ i \\ \cdots \\ n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & \cdots & j & \cdots & n \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ [a_2, a_1] & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [a_i, a_1] & [a_i, a_2] & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ [a_n, a_1] & [a_n, a_2] & \cdots & [a_n, a_j] & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{9}$$

И используя полученную матрицу можно определить число элементов пространства элементарных исходов $|\Omega_2'''|$.

$$|\Omega_2'''| = N_4 = \frac{n^2-n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{10}$$

Формула (9) совпадает с формулой числа сочетаний без повторений из $n$ элементов по 2.

$$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{10′}$$

Мы определили структуру элементарных случайных событий рассмотренных экспериментов и число элементов, соответствующих им пространств элементарных исходов.

Рассмотрим пример 1 с измененным условием эксперимента.

Пусть игральная кость подбрасывается два раза. Это эксперимент с двукратным опытом. Подбрасывание игральной кости - это эксперимент. Опыт №1 - игральная кость подбрасывается первый раз, фиксируется результат. Опыт №2 - игральная кость подбрасывается второй раз, фиксируется результат, один эксперимент завершен. И опять эксперимент повторяется сколько угодно раз.

Используя результат решения примера 1, запишем множество всех возможных результатов опыта 1: $O_1 = O_6 = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_6\}$. Множество возможных результатов второго опыта $O_2$ совпадают с множеством возможных результатов первого опыта $O_1 = O_2 = \{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_6\} = \{a_1, a_2, \cdots, a_j, \cdots, a_6\}, i = \overline{1{,}6};\ j = \overline{1{,}6}$. Порядок в полученной двойке результатов важен. Построим матрицу исходов $\underset{6\times6}{I_2}$, и определим число элементарных исходов пространства $\Omega_2$.

$$\underset{6\times6}{I_2} = \begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \quad 1 \quad & \quad 2 \quad & \quad 3 \quad & \quad 4 \quad & \quad 5 \quad & \quad 6 \quad \end{array} \\ \begin{pmatrix} (a_1,a_1) & (a_1,a_2) & (a_1,a_3) & (a_1,a_4) & (a_1,a_5) & (a_1,a_6) \\ (a_2,a_1) & (a_2,a_2) & (a_2,a_3) & (a_2,a_4) & (a_2,a_5) & (a_2,a_6) \\ (a_3,a_1) & (a_3,a_2) & (a_3,a_3) & (a_3,a_4) & (a_3,a_5) & (a_3,a_6) \\ (a_4,a_1) & (a_4,a_2) & (a_4,a_3) & (a_4,a_4) & (a_4,a_5) & (a_4,a_6) \\ (a_5,a_1) & (a_5,a_2) & (a_5,a_3) & (a_5,a_4) & (a_5,a_5) & (a_5,a_6) \\ (a_6,a_1) & (a_6,a_2) & (a_6,a_3) & (a_6,a_4) & (a_6,a_5) & (a_6,a_6) \end{pmatrix} \end{array}$$

Число элементов матрицы $\underset{6\times6}{I_2}$ совпадает с числом единственно возможных и несовместных элементарных случайных событий эксперимента $E_2$ и равно

$|\Omega_2| = N_1 = 6 \times 6 = 36.$

Таким образом: $\omega_k^2 = \left\{\left\{\left(a_i, a_j\right)\right\}\right\}, i = \overline{1,6};\ j = \overline{1,6}, k = \overline{1,36}$, где $a_i$ - исходы первого опыта, $a_j$ - исходы второго опыта, $k$ - номер возможного элементарного случайного исхода эксперимента $E_2$. Пространство элементарных событий $\Omega_2$ эксперимента $E_2$ совпадает с множеством $O_1 \times O_2$ и принимает вид:

$$\Omega_2 = \left\{\omega_k^2 : \omega_k^2 = \left(a_i, a_j\right), i = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}, k = \overline{1,36}\ \right\}.$$

Эксперимент, в котором проводится $n$ опыта подряд, назовем экспериментом с $n$- кратным опытом и обозначим $E_n$. В таком эксперименте от начала и до завершения его проводится $n$ опытов подряд, каждый раз фиксируется результат. Только после проведения -го опыта эксперимент считается завершенным. В эксперименте $E_n$ возможные элементарные случайные события являются одноэлементными множествами, где его элемент сам является $n$ - элементным множествам.

Мы показали, что при решении вероятностных задач важным моментом является правильное определение комплекса условий S эксперимента, кратности опытов в ней, так как от них зависит структура элементарного случайного события и пространства элементарны исходов. Для эксперимента с двукратным опытом $E_2$, необходимо построить матрицу исходов $\underset{n\times n}{I_2}$. Используя ее можно получить матрицы исходов для эксперимента $E_2$ с измененными условиями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Вероятность: В 2-х кн. – 4-е изд., переработ. и доп. - М.: МЦНМО, 2007.
2. Вентцель Е.С. В Теория вероятностей: Учеб. пособие для вузов.- 6-е изд. стер.- М.: Высш. шк., 1999.
3. Трофимова Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв; [под общ. ред. Е. А. Трофимовой]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. - Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018.
4. Губарь Л. Н., Ермоленко А.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Л. Н. Губарь, А. В. Ермоленко. – Сыктывкар: Изд-во СГУ имени Питирима Сорокина, 2015. – 120 с.
5. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. - 2-е изд. –- М.: Наука, 1973

## REFERENCES

1. Shirjaev A. N. Verojatnost': V 2-h kn. – 4-e izd., pererabot. i dop. - M.: MCNMO, 2007.
2. Ventcel' E.S. V Teorija verojatnostej: Ucheb. posobie dlja vuzov.- 6-e izd. ster.- M.: Vyssh. shk., 1999.
3. Trofimova E. A. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika: ucheb. posobie / E. A. Trofimova, N. V. Kisljak, D. V. Giljov; [pod obshh. red. E. A. Trofimovoj]; M-vo obrazovanija i nauki Ros. Federacii, Ural. feder. un-t. - Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta, 2018.
4. Gubar' L. N., Ermolenko A.V. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika: uchebnoe posobie / L. N. Gubar', A. V. Ermolenko. – Syktyvkar: Izd-vo SGU imeni Pitirima Sorokina, 2015. – 120 s.
5. Prohorov Ju.V., Rozanov Ju.A. Teorija verojatnostej. - 2-e izd. –- M.: Nauka, 1973