

УДК 631.33.024

UDC 631.33.02

05.20.01 – Технологии и средства механизации сельского хозяйства (технические науки)

05.20.01 - Technologies and means of agricultural mechanization (technical sciences)

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ТЯГОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЛУГА И ОБОСНОВАНИЕ ЕГО МОДЕЛИ****ANALYTICAL DETERMINATION OF THE LAW OF CHANGING THE DRIVING RESISTANCE OF THE PLOW AND THE SUBSTANTIATION OF ITS MODEL**

Цыбулевский Валерий Викторович  
к.т.н., доцент  
[valera-1913@mail.ru](mailto:valera-1913@mail.ru)

Tsybulevsky Valery Viktorovich  
Cand.Tech.Sci., Associate Professor  
[valera-1913@mail.ru](mailto:valera-1913@mail.ru)

Руднев Сергей Георгиевич  
старший преподаватель  
[donsergio38@gmail.com](mailto:donsergio38@gmail.com)

Rudnev Sergey Georgievich  
Senior Lecturer  
[donsergio38@gmail.com](mailto:donsergio38@gmail.com)

Полуэктв Александр Александрович  
ассистент  
[aleksandr.poluektov2000@yandex.ru](mailto:aleksandr.poluektov2000@yandex.ru)  
*Кубанский Государственный Аграрный университет имени И.Т.Трубилина, Краснодар, Россия*

Poluektov Aleksander Aleksandrovich  
assistant  
[aleksandr.poluektov2000@yandex.ru](mailto:aleksandr.poluektov2000@yandex.ru)  
*Kuban State Agrarian University named after I.T.Trubilin, Krasnodar, Russia*

Предложено аналитическое определение закона изменения тягового сопротивления плуга, а также обоснована его математическая модель. Для подтверждения данных теоретических исследований были проведены эксперименты в почвенном канале СКЗНИИСиВ. По специально разработанной программе решения в числовой форме проводили на ПЭВМ. Для решения данной задачи использовались уравнения Фурье, Штурма-Ливиулла преобразованных из полярной системы в декартовую систему. Полученные результаты для первых восьми гармоник обрабатывались программой сплайн-аппроксимацией, а затем проводился регрессионный анализ. Рассчитали коэффициент парной корреляции. По полученным значениям был построен график зависимости перемещения пласта почвы в поперечной плоскости от поступательного движения. Перечисленные критерии подобия позволили создать установку с параметрами, близкими к реальному агрегату, и в результате испытаний определить оптимальную геометрию как плуга, так и узлов навески

The article proposes an analytical definition of the law of change in the traction resistance of the plow; its mathematical model has been substantiated as well. To confirm the data of theoretical studies, experiments were carried out in the soil channel of the SKZNIISiV. Numerical solutions were carried out on a PC using a specially developed program. To solve this problem, we used the Fourier and Sturm-Liuvull equations, converted from the polar system to the Cartesian one. The results obtained for the first eight harmonics were processed by the spline approximation program, and then regression analysis was carried out. The pairwise correlation coefficient was calculated. Based on the obtained values, a graph of the dependence of the displacement of the soil layer in the transverse plane on the translational displacement was plotted. The listed similarity criteria made it possible to create an installation with parameters close to the real unit, and as a result of tests to determine the optimal geometry of both the plow and the hitch units

Ключевые слова: СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЛУГА, УРАВНЕНИЕ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ГЛУБИНА ОБРАБОТКИ, СКОРОСТЬ

Keywords: PLOW RESISTANCE, EQUATION, MATHEMATICAL MODEL, WORKING DEPTH, SPEED

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-185-007>

В нынешних реалиях при большом стремлении повысить урожайность и качество получаемой сельскохозяйственной продукции обойтись без вспашки почвы практически не возможно, т.к. на данный момент вре-

мени занимает лидирующую позицию в качестве глубокой обработки почвы. Процесс изучения теории обработки пласта почвы плугом становится все более востребованным, с целью создания поверхности отвала с минимальным удельным сопротивлением, для уменьшения затрат энергии на вспашку. В настоящее время при использовании плугов общего назначения лишь 20% поверхности поля удовлетворяют агротехническим требованиям крошения пласта, а сам процесс протекает с использованием тяжелых энергонасыщенных тракторов мощностью 200...250 кВт, в результате неоднократного проходы тяжелой техники по поверхности поля происходит ее переуплотнение и деградации. Опытным путем было установлено, что при изменении плотности на  $0,1...0,2 \text{ г/см}^2$  от соответствующей агротехническим требованиям, урожайность сельскохозяйственных культур снижается на 15...35%.

В результате эксперименты было выявлено что степень крошения пласта почвы плугами составляет всего 35...60%. Так как вспашка является наиболее энергоемкой операцией, то ее зачастую заменяют другими технологическими операциями – культивацией, дискованием и др. Следовательно не происходит должного рыхления на глубину пахотного горизонта, что способствует переуплотнению нижерасположенных почвенных слоев, в результате чего нарушается водно-воздушный режим питания корневого слоя растений, что приводит к значительным потерям урожайности и приводит к большим экономическим убыткам.

Для решения полученного ранее уравнения движения [1] определяли обобщенную силу  $Q$ :

$$Q = P_T \cos \beta - P_K - f P_n - P_{qx} \sin \alpha \quad (1)$$

где  $P_T$  – тяговое усилие;

$P_K$  – реакция возникающая в результате действия сил сопротивления на полевое колесо;

$P_n$  – реакция почвы возникающая в результате действия полевой доски на стенку борозды;

$P_{qx}$  – равнодействующей сил сопротивления в плоскости ХОУ возникающая в результате давлению пласта;

$f$  – коэффициент трения почвы.

Для определения составляющих правой части уравнения (1) был подготовлен и проведен эксперимент с целью определения энергозатрат по приведенным показателям. Однако сила  $P_{qx}$  зависит от параметров как рабочего органа, так и поднимаемого почвенного пласта. Поэтому была поставлена задача составить уравнение движения пласта по поверхности отвала с тем, чтобы выявить связь параметров пласта почвы с геометрией рабочего органа [2].

Для решения задачи составлено уравнение движения пласта по поверхности отвала в плоскости ХОУ, поскольку, согласно работе М.Л. Гусяцкого [3], колебание глубины обработки при свободно-радиальной навески и одном рабочем органе минимальны, т.е.  $\Delta\alpha \rightarrow 0$ . На рисунке 1 представлена схема действия сил, позволяющая определить характер движения пласта почвы по поверхности корпуса плуга.

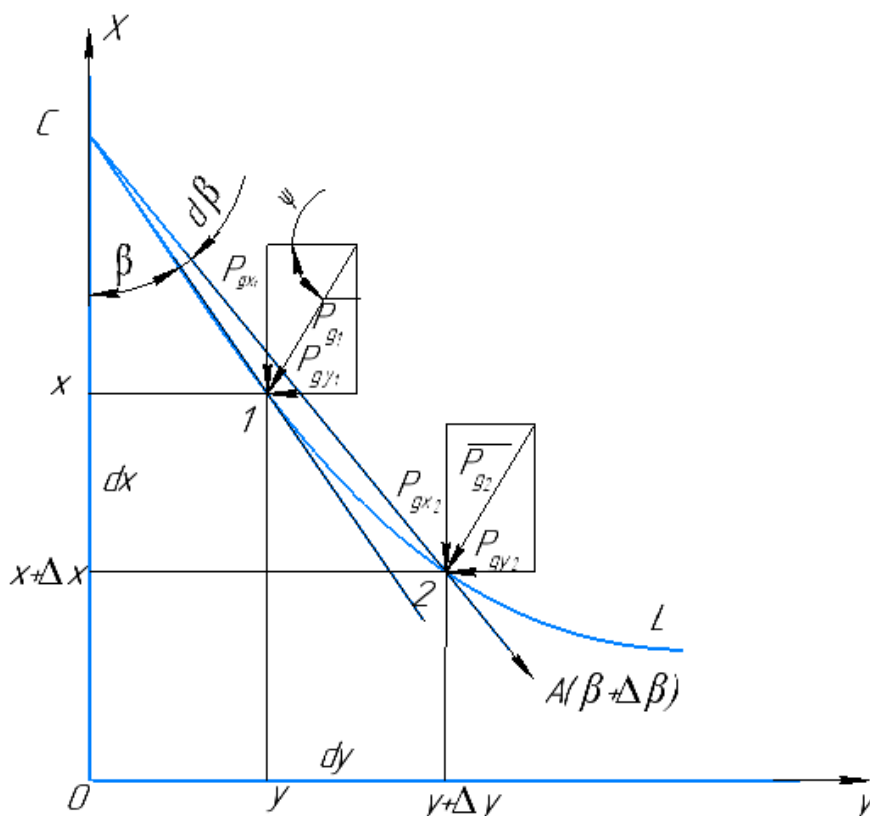


Рисунок 1 – Схема сил действующих на корпус плуга.

Если корпуса плуга представляет собой лемешно-отвальную поверхность, то в плоскости XOY пласт почвы будет двигаться по циклоиде [4,5].

Для решения данной задачи применим следующие обозначения.:

$\beta$  – угол наклона касательной из точки начала траектории С,

$\Psi$  – угол приложения результирующей,

$\rho$  – плотность обработки пласта почвы,

$a$  – глубина вспашки,

$b$  – ширина захвата пахотного агрегата.

$$L = \int_0^{\alpha} \sqrt{r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \cos \alpha} d\alpha \quad (2)$$

где  $r$  – радиус циклоиды;

$\sigma$  – коэффициент сжатия циклоиды;

$\alpha$  – угол на который обернулся пласт почвы;

Элементарный отрезок дуги  $dL$  находится по формуле:

$$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (3)$$

Силы, перемещающие пласт из точки 1 в точку 2 будут представлять собой следующие уравнение (рис.1):

$$\sum x_2 = -A(\beta + \Delta\beta)\cos(\beta + \Delta\beta) + A(\beta + \Delta\beta)\frac{\sin(\beta + \Delta\beta)}{\cos(\beta + \Delta\beta)} \quad (4)$$

После соответствующих преобразований и дифференцирования уравнение примет следующий вид:

$$\sum x_2 = -\frac{A\beta}{\cos\beta}d\beta \quad (5)$$

Составим уравнение движения пласта в плоскости X.

Масса перемещаемого пласта будет равна:

$$m = \rho abdx \quad (6)$$

после преобразования

$$(\rho abdx)x_1 = -\frac{A\beta}{\cos\beta}d\beta \quad (7)$$

зная, что

$$\frac{A\beta}{\cos\beta}d\beta = P_{qx}$$

то

$$(\rho abdx)x_1 = -P_{qx}d\beta \quad (8)$$

Разделив левую и правую части выражения (8) на  $d\beta$ , получим:

$$\rho ab \frac{d^2x}{dt^2} = -P_{qx} \frac{d\beta}{dx} \quad (9)$$

Аналогично составим уравнение движения пласта относительно оси Y:

$$\rho ab \frac{d^2y}{dt^2} = P_{qx}(\cos\beta\sin\beta - ctgx) \frac{d\beta}{dx} \quad (10)$$

Ускорение движения пласта почвы по траектории L будет иметь вид:

$$\frac{d^2L}{dt^2} = \sqrt{\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2y}{dt^2}} \quad (11)$$

Дважды продифференцировав выражение (2), найдем ускорение движения по траектории L:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = 2rcos \frac{\alpha}{2} \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad (12)$$

После подстановки выражений (9),(10),(12) в выражение (11) и проделав необходимые преобразования, найдем уравнение движения пласта по поверхности корпуса плуга:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{P_{qx}}{\rho ab} \sqrt{1 + (\cos\beta\sin\beta - ctgx)^2} \cos^2\beta \cos\varphi \frac{d^2y}{dx^2} \quad (13)$$

В результате преобразования было получено уравнение второго порядка с частными производными.

При известных начальных условиях:

$$y(x, 0) = f(x); \frac{dy(x, 0)}{dt} = A(x) \quad (14)$$

данные условия показывают реальное положение пласта почвы в пространстве относительно начала координат, где  $f(x)$  и  $A(x)$  – известные функции и переменные.

Пограничные условия показывают, что почвенный пласт движется в горизонтальной плоскости.

$$y(0, t) = y(k, t) = 0 \quad (15)$$

При помощи метода Фурье, решим вспомогательную задачу.

$$y(x, t) \neq 0 \quad (16)$$

или произведение

$$y(x, t) = Q(x)N(t) \quad (17)$$

которое удовлетворяет заданным условиям

$$\begin{cases} Q(0)N(t) = 0 \\ Q(l)N(t) = 0 \text{ для всех } t > 0 \end{cases} \quad (18)$$

После чего подставив выражение (17) в выражение (13) получим

$$\frac{P_{qx}}{\rho ab} \sqrt{1 + (\cos\beta\sin\beta - ctgx)^2} \cos^2\beta \cos\alpha = a^2 \quad (19)$$

В следствии преобразования:

$$XQ'' + \gamma Q = 0 \quad (20)$$

$$N'' + E^2\gamma N = 0 \quad (21)$$

В результате решения проблемы Штурма-Лиувилля найден коэффициент  $\gamma$ , а так же нетривиальные функции:

$$Q_k(x) = O \sin \tau x \quad (\tau = 1, 2 \dots n) \quad (22)$$

где  $x = l \cos \alpha$  по условию (15).

$$M_\tau(t) = C_\tau \cos \Psi \tau t + Z_\tau \sin \Psi \tau t \quad (\tau = 1, 2 \dots n) \quad (23)$$

Следовательно, общее решение уравнения (13) будет:

$$y(x, t) = \sum_{\tau=1}^n (C_\tau \cos \Psi \tau t + B_\tau \sin \Psi \tau t) \sin \tau x \quad (24)$$

После решения данного выражения было получено уравнение гармонических колебаний, которые образуются при подъеме пласта почвы [6]. Так как колебания пласта является суммой свободных и вынужденных колебаний, то уравнение примет следующий вид.

$$y = j(x) + i(x) \quad (25)$$

где  $j(x)$  – вынужденные колебания образующиеся от движущей силы,  $i(x)$  – свободные колебания.

Пласт в горизонтальной плоскости движется по циклоиде, тогда

$$f(x) = r \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} \quad (26)$$

Преобразовав (26) из полярной системы в декартовую систему координат, подставив (24) и (26) в (25) и после ряда преобразований получим:

$$\begin{aligned} (x) = & 2 \left( \frac{P_{qx}}{an\pi} \int_0^b \sin^2 \frac{an\pi}{l} \sin \frac{\pi x}{l} dx \right. \\ & \left. + \frac{1}{l} \int_0^l - \frac{x}{\sqrt{32r^2 - x^2}} \sin \frac{\pi x}{l} ds \sin \frac{an\pi}{l} \right) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$a = \sqrt{\frac{P_{qx}}{\rho ab} \sqrt{1 + (\cos\beta \sin\beta - ctg\Psi)^2 \cos^2\beta \cos\alpha}} \quad (28)$$

Выражение (27) представляет собой частное решение уравнения (13), которое было разложено в ряд Фурье. Зная, что функция  $f(x)$  нечетная, то есть  $f(x) \neq f(-x)$ .

Так как полное решение выражения (13) является очень громоздким, то его в числовой форме производится на ПЭВМ по специально составленной программе [7]. Полученный ряд парных зависимостей  $y$  и  $x$  для первых 8 гармоник затем был обработан на ПЭВМ специально разработанными программами сплайн-аппроксимации и далее был проведен регрессивный анализ. На ПЭВМ был проведен анализ 16 зависимостей. В результате проведения эксперимента было найдено уравнение регрессии:

$$y = \frac{x}{0,0272x - 0,0904} \quad (29)$$

Далее проведя анализ, была получена формула для нахождения коэффициента парной корреляции:

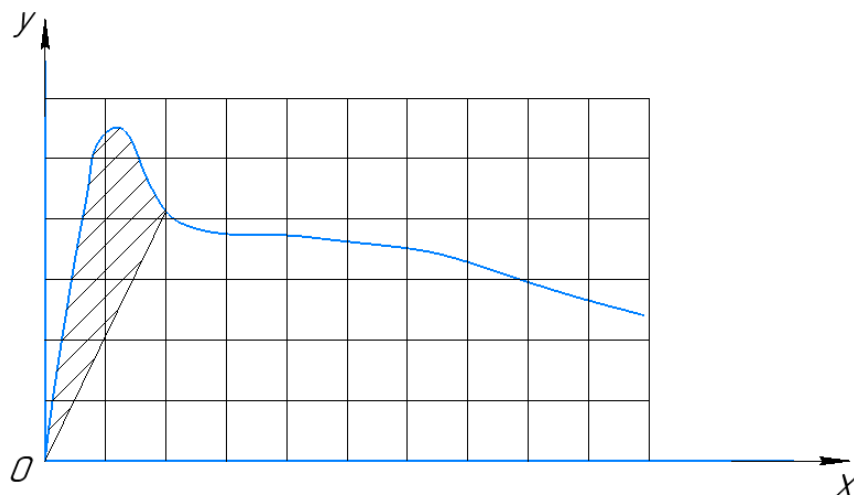
$$R = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i)}{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} - \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}}} \quad (30)$$

Численно его значение было определено после расчетов на ПЭВМ:

$$R = -0,925207$$

По полученным значениям был построен график (рис.2), показывающий зависимость перемещения пласта в поперечной плоскости от поступательного движения.



Рисунок 2 – Зависимость  $y=f(x)$ .

Заштрихованный участок кривой показывает действие 5 – 8 гармоник вынужденных колебаний. Следовательно, можно сделать следующий вывод: уменьшение тягового сопротивления корпуса плуга возможно путем сокращения числа высших гармонических составляющих, что может быть обеспечено выбором оптимальной конструкции отвальной поверхности и связанной с этим рациональной траекторией движения пласта.

Для определения числовых значений силовых параметров в уравнении (1) был подготовлен и проведен эксперимент в почвенном канале СКЗНИИСиВ. Длина канал 15м, ширина 1,2м не позволили поводить испытания рабочего органа в натуральную величину, поэтому была разработана модель плантажного плуга со свободной навеской.

При моделировании учитывались следующие параметры [8...9].

$D$  – геометрические размеры корпуса плуга;

$V$  – скорость поступательного движения пахотного агрегата;

$\rho$  – плотность почвенного слоя;

$S$  – площадь поперечного сечения пласта;

Определим масштабный показатель по следующей формуле:

$$g = \frac{u_{\text{п}}}{u_{\text{м}}} \quad (31)$$

где  $u_{\text{п}}$  – пространственные размеры натурального плуга;

$u_m$  – пространственные размеры модели.

Тогда, согласно теории подобия и размерностей, если принять соотношение плотностей почв:

$$\frac{\rho_H}{\rho_M} = \eta \quad (32)$$

можно записать следующие выражение для модели:

Скорость:

$$V_M = \frac{V_H}{\sqrt{g}} \quad (33)$$

площадь поперечного сечения пласта:

$$S_M = \frac{S_H}{g^2} \quad (34)$$

масса рабочего органа (орудия):

$$m_M = \frac{m_H}{sg^3} \quad (35)$$

тяговое сопротивление:

$$M = \frac{R}{\beta l^2 V^2} \quad (36)$$

или с учетом (33):

$$R_M = \frac{R_H}{sg^3} \quad (37)$$

Перечисленные критерии подобия позволили создать установку с параметрами, близкими к реальному агрегату, и в результате испытаний определить оптимальную геометрию как плуга, так и узлов навески.

### Список литературы

1. Пейсахович Ю.А. К обоснованию модели усовершенствованного плантажного агрегата со свободной навеской [Текст]/ А.Ю. Пейсахович // Совершенствование использования и обслуживания машинно-тракторного парка. Тематич. сб. научн. тр. / КСХИ. Краснодар 1987. Вып. 272 (300).
2. Johnson N., Myun F. Statistics and experiment planning in technology and science. – М.: Mir.

3. Гусяцкий М.Л. // Основы теории колесных агрегатов [Текст] / М.Л. Гусяцкий // Труды ВИМ. Т. 46. М. 1970.
4. Выгодский М.Я. // Справочник по высшей математике [Текст] / М.Я. Выгодский // М. Наука. 1973.
5. Dlin A. M. Mathematical statistics in technology. - М.: Sov.nauka, 1958. - 466 p..
6. Degtyarev Yu.I. Operations research. - М.: Higher School, 1981. - 320 p.
7. Дьяконов, В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet [Текст] / В. П. Дьяконов, И. В. Абраменкова. – М.: «Нолидж», 1999. – 352 с., ил.
8. Адлер, В. А. Введение в планирование эксперимента [Текст] / В. А. Адлер. – М. : Metallurgija, 1999. – 159 с.
9. Новик, Ф. С., Арсов, А. Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов [Текст] / Ф. С. Новик, А. Б. Арсов. – М. : Машиностроение, 1980.

### References

1. Pejsahovich Ju.A. K obosnovaniju modeli usovershenstvovannogo plantazhnogo agregata so svobodnoj naveskoj [Tekst]/ A.Ju. Pejsahovich // Sovershenstvovanie ispol'zovanija i obsluzhivaniya mashinno-traktornogo parka. Tematich. sb. nauchn. tr. / KSHI. Krasnodar 1987. Вып. 272 (300).
2. Johnson N., Myun F. Statistics and experiment planning in technology and science. – М.: Mir.
3. Gusjackij M.L. // Osnovy teorii kolesnyh agregatov [Tekst] / M.L. Gusjackij // Trudy VIM. T. 46. M. 1970.
4. Vygodskij M.Ja. // Spravochnik po vysshej matematike [Tekst] / M.Ja. Vygodskij // M. Nauka. 1973.
5. Dlin A. M. Mathematical statistics in technology. - М.: Sov.nauka, 1958. - 466 p..
6. Degtyarev Yu.I. Operations research. - М.: Higher School, 1981. - 320 p.
7. D'jakonov, V.P., Abramenkova I.V. MathCAD 7.0 v matematike, fizike i v Internet [Tekst] / V. P. D'jakonov, I. V. Abramenkova. – М.: «Nolidzh», 1999. – 352 s., il.
8. Adler, V. A. Vvedenie v planirovanie jeksperimenta [Tekst] / V. A. Adler. – М. : Metallurgija, 1999. – 159 s.
9. Novik, F. S., Arsov, A. B. Optimizacija processov tehnologii metallov meto-dami planirovaniya jeksperimentov [Tekst] / F. S. Novik, A. B. Arsov. – М. : Mashino-stroenie, 1980.