

УДК 636.2.034:577.121.3

06.02.10 – Частная зоотехния, технология производства продуктов животноводства (сельскохозяйственные науки)

### **НОВАЯ ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ РОСТА И РАЗВИТИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ЖИВОТНЫХ**

Григулецкий Владимир Георгиевич  
д. тех.-н. профессор

Комлацкий Василий Иванович  
д. с. х.-н., профессор  
РИНЦ SPIN-код= 9376-7299

Еременко Ольга Николаевна  
к. с.-х. н.  
РИНЦ SPIN-код= 9249-6987  
*ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина», Краснодар, Россия*

Краснодарский край является лидером среди субъектов РФ по темпам трансформации агропромышленного комплекса. Диджитализация в сельском хозяйстве является не просто трендом, а стратегической задачей, без которой не удастся решить важнейшие для страны хозяйственные вопросы. Повышение эффективности производства - это путь к обеспечению продовольственной безопасности страны и наращиванию экспорта сельхозпродукции. Применение новой системы разделения семени быков по полу позволило на Кубани с поголовьем коров более 220 тыс. голов получить 8,9 тыс. кг молока от одной особи. Использование «умных технологий» в отрасли молочного скотоводства позволит увеличить в два и более чем раза продуктивность сельскохозяйственных животных и за счет использования роботов в обеспечении кормления снизить затраты труда на единицу продукции. Таким образом будет использоваться генетически детерминированный потенциал высокой продуктивности животных в состоянии устойчивого его развития в течение всего онтогенеза. В этой связи сотрудниками Кубанского государственного аграрного университета была разработана и проанализирована новая методика исследования роста на бычках голштинской породы различных линий. Данная модель включает в себя известные модели роста и развития Т.Б. Робертсона и С. Броди. Это позволяет проводить изучение в постэмбриональный период ритмичности роста и развития животных, исследовать особенности деления клеток и дифференцировки, обмена веществ в организме, а также определять рациональные приемы кормления животных

Ключевые слова: РОСТ, РАЗВИТИЕ, ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ, ЖИВАЯ МАССА, БЫЧКИ, ПРИРОСТ

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-178-004>

<http://ej.kubagro.ru/2022/04/pdf/04.pdf>

UDC 636.2.034:577.121.3

06.02.10 – Private animal husbandry, technology of animal products production (agricultural sciences)

### **A NEW DIGITAL MODEL FOR THE GROWTH AND DEVELOPMENT OF FARM ANIMALS**

Griguletsky Vladimir Georgievich  
Dr.Sci.Tech., professor

Komlatsky Vasily Ivanovich  
Dr.Sci.Agr., professor  
RSCI SPIN-code=9376-7299

Eremenko Olga Nikolaevna  
Cand.Agr.Sci.  
RSCI SPIN-code=9249-6987  
*Kuban State Agrarian University named after I.T. Trubilin", Krasnodar, Russia*

The Krasnodar region is a leader among the constituent entities of the Russian Federation in terms of the pace of transformation of the agro-industrial complex. Digitalization in agriculture is not just a trend, but a strategic task, without which it is impossible to solve the most important economic issues for the country. Increasing the efficiency of production is the way to ensure the country's food security and increase the export of agricultural products. The use of a new system for dividing the semen of bulls by sex made it possible in the Kuban region with a population of more than 220 thousand cows to obtain 8.9 thousand kg of milk from one individual. The use of "smart technologies" in the dairy cattle industry will increase the productivity of farm animals by two or more times and, through the use of robots in feeding, reduce labor costs per unit of output. Thus, the genetically determined potential of high productivity of animals in the state of its sustainable development during the entire ontogenesis will be used. In this regard, the staff of the Kuban State Agrarian University developed and analyzed a new method for studying growth on Holstein bulls of various lines. This model includes well-known models of growth and development of T.B. Robertson and S. Brody. This makes it possible to study in the postembryonic period the rhythm of growth and development of animals, to study the features of cell division and differentiation, metabolism in the body, and also to determine rational methods of feeding animals

Keywords: GROWTH, DEVELOPMENT, DIGITAL MODEL, LIVE WEIGHT, BULLS, GROWTH

### **Актуальность темы**

Актуальность проблемы исследования роста животных хорошо и ясно отмечается в фундаментальной монографии проф. В.И. Федорова [8]: «Едва ли среди биологических проблем найдется более разносторонняя, более обширная и глубокая, чем проблема роста и развития животных, и растительных организмов, имеющая одинаково большое значение, как для практической деятельности человека, так и для теоретической разработки целого ряда биологических вопросов» [8].

Повышение продуктивности сельскохозяйственных животных требует изучения разных вопросов индивидуального роста и динамики развития. Исследованию разных вопросов роста и развития животных посвящены работы многих известных (и неизвестных) ученых в монографии [8], в частности, указано более 400 научных работ, посвященных изучению проблемы роста и развития животных.

Однако до середины текущего столетия большинство вопросов индивидуального развития животных представителями разных биологических наук изучалось изолировано и с узких позиций, специфичных для данной науки. В результате накоплен огромный, но разрозненный материал, охватывающий многочисленные стороны этой общей проблемы, но дающий, однако, фундаментальной основы для построения единой теории биологии развития [2-4]. К настоящему времени познаны только самые основные закономерности роста и развития организмов, глубокая сущность, которой наукой до конца еще не раскрыта [8].

Одним из первых математическую модель роста животных предложил в 1908 г. проф. Т.Б. Робертсон (Т.В. Robertson) [15-17]. Краткий анализ математической модели Т.Б. Робертсона приведен в монографии Ж. Лёба (Jacques Loeb, 1909 г.) [13], где отмечается следующее, что для описания нормального роста животных Т.Б. Робертсон использует

решение известного уравнения П.Ф. Ферхюльста (Par P.-F. Verhulst, 1838 г., [14]):

$$\frac{dx}{dt} = k_1(a - x)x \quad (1)$$

(уравнение (1), стр. 228, [13]),

а,  $k_1$  – постоянные коэффициенты ( $k_1$  – константа роста;  $a$  – максимальное (предельное) значение веса (или высоты) животного).

Уравнение (1) допускает простую физиологическую интерпретацию: прирост веса животного пропорционален значению, которое должно образоваться, прежде чем животное достигнет максимального веса ( $a$ ) и количеству уже образовавшегося веса ( $x$ ). Учитывая дополнительный эффект торможения роста от задерживающих факторов, проф. Робертсон Т.Б. дополняет уравнение (1) еще одним слагаемым и получает следующее уравнение:

$$\frac{dx}{dt} = k_1x(a - x) - k_2x^2 \quad (2)$$

(уравнение (2), стр. 228, [13]),

$k_2$  – постоянный коэффициент, определяющий действие тормозящих (задерживающих) факторов роста.

Уравнение (2) можно записать в виде:

$$\frac{dx}{dt} = (k_1 + k_2) \left[ \left( \frac{k_1}{k_1 + k_2} \right) a - x \right] x \quad (3)$$

(уравнение (3), стр. 228, [13]),

или в виде:

$$\frac{dx}{dt} = K(A - x)x \quad (4)$$

(уравнение (4), стр. 228, [13]).

Таким образом, уравнение (2) приведено к известному дифференциальному уравнению П.Ф. Ферхюльста (1) [5], где  $a$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $A$  – постоянные коэффициенты.

Частное решение уравнения (4), удовлетворяющее условию:

$$x(t_1) = 0 \quad (5)$$

представляется в виде:

$$\log\left(\frac{x}{A-x}\right) = AK(t-t_1) \quad (6)$$

(соотношение (6), стр. 229, [13]),

$A$ ,  $K$  – постоянные коэффициенты, определяющие вес (или рост) животного ( $K = k_1 + k_2$ ;  $ak_1 = A(k_1 + k_2)$ );  $t_1$  – время, при котором достигается половина конечного (максимального) веса животного.

В монографии Ж. Лёба [13] приведены примеры применения методики проф. Т.Б. Робертсона для расчета, например, нормального веса человека по уравнениям (3)–(6). Краткое изложение работы проф. Т.Б. Робертсона дано в статье академика П.П. Лазарева [5].

Академик И.И. Шмальгаузен в 1927–1929 гг. для описания закономерности изменения прироста живой массы животных предложил использовать [18,11,12] следующую формулу:

$$v = mt^k, \quad (7)$$

$m$  – постоянный положительный коэффициент, численно равный начальной массе животного:  $v(1) = m$ ;  $k$  – постоянный положительный коэффициент (константа роста), характеризующий интенсивность процесса роста животного, значение которого рекомендуется находить по формуле:

$$k = \frac{\log v_2 - \log v_1}{\log t_2 - \log t_1}, \quad (8)$$

$v_1$ ,  $v_2$  – численные значения веса животного в моменты времени  $t = t_1$  и  $t = t_2$ , т. е.  $v_1 = v(t_1)$  и  $v_2 = v(t_2)$  соответственно.

В первых работах акад. И.И. Шмальгаузена [18,11] и статье [12] для анализа процесса роста животных предлагается использовать значение «истинной скорости роста животного»:

$$C_v = \left( \frac{dv}{dt} \right) \left( \frac{1}{v} \right), \quad (9)$$

или:

$$C_v = \frac{k}{t}. \quad (10)$$

По мнению академика Шмальгаузена И.И. «закон параболического роста» имеет общее значение для всего процесса роста у высших животных ([18], стр. 39). Характеризуя решение Т.Б. Робертсона [15], академик Шмальгаузен И.И. отмечает [11] следующее: теоретический фундамент, который пытался подвести под свою формулу Т.Б. Робертсон, не выдерживает критики; необходимо отметить, что эта формула, дающая для постэмбрионального роста иногда недурное приближение, для эмбрионального, – совершенно непригодна ([12], стр. 24). По С. Броди, наиболее неутомимому американскому исследователю роста домашних животных, процесс роста высшего животного распадается на две качественно разные фазы [12]. Во время первой фазы мы имеем самоускорение роста, во второй, – самозамедление роста.

Первая фаза роста происходит с постоянной удельной скоростью роста по формуле:

$$v = v_0 e^{ct}, \quad (11)$$

или по уравнению:

$$\frac{dv}{dt} = cv, \quad (12)$$

$c$  – постоянный коэффициент.

Во время второй фазы роста происходит самозамедление процесса с переменной удельной скоростью роста по формуле:

$$v = A - Be^{kt}, \quad (13)$$

или по уравнению:

$$\frac{dv}{dt} = k(A - v). \quad (14)$$

Уравнение (14) допускает простую физиологическую интерпретацию: прирост веса животного увеличивается пропорционально значению, которое должно образовываться, прежде чем животное достигнет максимального веса ( $A$ );  $k$  – постоянный коэффициент (константа роста животного). Соотношения (13) и (14) хорошо описывают процесс роста животных во второй фазе роста, когда происходит самозамедление процесса.

В монографии проф. В.И. Федорова [8] приводится формула Лэрда (Laird), который в 1965 г. предложил описывать изменение веса животных следующим соотношением:

$$v = v_0 \exp\left[\left(\frac{A}{\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha t})\right], \quad (15)$$

$\alpha$ ,  $A$ ,  $v_0$  – постоянные коэффициенты, определяемые по экспериментальным данным ( $\alpha$  – константа роста);  $v$  – скорость роста живой массы.

По мнению академика И.И. Шмальгаузена, пока не существует математической модели роста животных, потому что в процессе роста по мере развития организма происходят изменения, которые имеют характер более или менее резких скачков и никакая формула не может охватить закономерности биологического порядка, представляющей результат чрезвычайно сложной цепи взаимодействий (акад. И.И. Шмальгаузен, [11], стр. 19).

### **Цель и задачи исследований**

В этой связи целью работы являлось разработать и проанализировать новую методику роста животных на бычках голшинской породы разной линейной принадлежности.

Согласно существующим представлениям о механизме роста животных (Т.В. Robertson, 1908 г.; М. Rubner, 1908 г.; А. Pütter, 1922 г.; S. Brody, 1923 г.; R. Pearl, 1924 г.; И.И. Шмальгаузен, 1927 г. и др.), рост животных определяется, прежде всего, процессом деления клеток, который происходит, как правило, через равные интервалы времени и характеризует экспоненциальный рост организма в начале жизни, что отмечается в работах Т.В. Робертсона, М. Рубнера, С. Броди (анализ проведен выше) и механизмом прямого деления ядра и клеток в последующем периоде [6,1]. Процесс деления ослабевает в процессе роста организма и нарастает процесс дифференцировки, который носит, в основном, непрерывный характер, что отмечается в работах И.И. Шмальгаузена, К. Перла, А. Пюттера, С. Броди; процесс деления клеток, их рост и развитие происходят в организме непрерывно в течение всего жизненного цикла организма; уменьшение скорости роста обусловлено совместным действием внутренних и внешних факторов развития животных. В общем, процесс роста животных представляет совокупность двух основных фаз развития: во время первой фазы наблюдается самоускорение прироста живой массы, а во время второй фазы происходит самозамедление прироста живой массы, на которые накладываются определенные неравномерные периодические циклы скорости прироста, являющиеся отражением конкретных непрерывных периодов дифференцировки роста организма. Отметим, что похожий механизм роста животных кратко описан в монографии проф. В.И. Федорова [8]: в основе роста организма лежат два главных процесса; размножение клеток и их рост; рост организма осуществляется путем

увеличения массы межклеточного вещества, но его образование представляет вторичной жизнедеятельностью клеток. Из указанных двух главных процессов, ведущим является рост клеток: деление клеток, их последующее развитие и рост до определенных размеров можно назвать истинным или активным ростом. Деление клетки является необходимым и завершающим этапом развития живого организма и его роста; процесс деления клеток и рост животных (и птиц) является неравномерным процессом, что должно учитываться в математической модели роста и развития животных. В статьях [9,10] в этом направлении получена приближенная эволюционная математическая модель роста, основанная на экстремальном принципе. Результаты, полученные в работах [9,10] нуждаются в дальнейшем развитии.

Учитывая отмеченные особенности роста и развития животных принимаем справедливость следующего утверждения: прирост живой массы животного ( $M$ ) пропорционален значению веса, которое должно образоваться, прежде чем животное достигнет максимального веса ( $M_{\max} - M$ ) и количеству уже образовавшегося веса ( $M_{\min} + M$ ), выше некоторого начального (минимального) веса ( $M_{\min}$ ), т. е. можно записать основное дифференциальное уравнение в обыкновенных производных:

$$\frac{dM}{dt} = k(M_{\max} - M)(M + M_{\min}), \quad (16)$$

$t$  – время (возраст животного);  $M$  – масса (вес) животного;  $k$  – постоянный коэффициент пропорциональности (константа роста);  $M_{\max}$  – максимальный (предельный) вес животного;  $M_{\min}$  – минимальный вес животного (вес животного при рождении; вес цыпленка при вылуплении).

Запишем уравнение (16) в виде:

$$\frac{dM}{dt} = k(M_{\max} - M)M + kM_{\min}(M_{\max} - M). \quad (17)$$



Из структуры уравнения (17) видно, что первое слагаемое в правой части соответствует модели Т.Б. Робертсона (уравнение (1)), а второе слагаемое в правой части соответствует модели С. Броди (уравнение (14)).

Для решения дифференциального уравнения (16) принимаем начальные условия вида:

$$M(t_0) = M_0, \quad (18)$$

$t_0, M_0$  – постоянные, определяемые «начальное» время ( $t_0$ ) и начальный вес животного ( $M_0$ ); в качестве значения  $M_0$  можно принимать вес при рождении животного (или вес цыпленка при вылуплении); в частном случае  $t_0$  и  $M_0$  могут принимать значения  $t_0 = 0, M_0 = M_{\min}$ .

Решение основного дифференциального уравнения (16), удовлетворяющее начальным условиям (18), можно записать в виде:

$$M(t) = \frac{M_{\max} (M_{\min} + M_0) \exp[k(M_{\min} + M_{\max})(t - t_0)] - M_{\min} (M_{\max} - M_0)}{(M_{\min} + M_0) \exp[k(M_{\min} + M_{\max})(t - t_0)] + (M_{\max} - M_0)}. \quad (19)$$

Значение константа роста ( $k$ ) можно находить по формуле:

$$k = \frac{\ln[(M_{\max} - M_0)(M_{\min} + M)] - \ln[(M_{\min} + M_0)(M_{\max} - M)]}{(M_{\min} + M_{\max})(t - t_0)}. \quad (20)$$

Соотношения (19) и (20) являются основными в новой аналитической цифровой модели роста животных; эта математическая модель является более общей, чем известные модели Т.Б. Робертсона [15-17] и С. Броди [13,12].

Значения постоянных  $M_0, M_{\min}, M_{\max}$  и  $t_0$  (можно принять  $t_0 = 0$ , тогда значение  $M_0$  равно весу животного при рождении и положить  $M_0 = M_{\min}$ ) определяются на основе фактических (опытных) данных; значение константы роста ( $k$ ) определяется по формуле (20), а величина живой массы животного определяется по формуле (19).

Значение максимально возможного (предельного) веса животного ( $M_{\max}$ ) можно находить по приближенной формуле:

$$M_{\min} + M_{\max} = \frac{2(M_1 + M_{\min})(M_2 + M_{\min})(M_3 + M_{\min}) - (M_2 + M_{\min})^2(M_1 + M_3 + 2M_{\min})}{(M_1 + M_{\min})(M_3 + M_{\min}) - (M_2 + M_{\min})^2}, \quad (21)$$

$M_1, M_2, M_3$  – значения веса животного, полученные через равные интервалы времени, т. е.  $t_3 - t_2 = t_2 - t_1$  и соответственно  $M_1 = M(t_1), M_2 = M(t_2), M_3 = M(t_3)$ .

В опытах по изучению роста и развития животных, как правило, исследуется рост живой массы на определенном конкретном интервале времени, поэтому основные формулы (19) и (20) удобнее использовать на определенном дискретном отрезке  $[t_i, t_{i+1}]$  и записать в виде:

$$k_i = \frac{\ln[(M_{\max} - M_{i-1})(M_{\min} + M_i)] - \ln[(M_{\min} + M_{i-1})(M_{\max} - M_i)]}{(M_{\min} + M_{\max})(t_i - t_{i-1})}. \quad (22)$$

$$M(t_i) = \frac{M_{\max}(M_{\min} + M_{i-1})\exp[k_i(t_i - t_{i-1})(M_{\min} + M_{\max})] - M_{\min}(M_{\max} - M_{i-1})}{(M_{\min} + M_{i-1})\exp[k_i(t_i - t_{i-1})(M_{\min} + M_{\max})] + (M_{\max} - M_{i-1})} \quad (23)$$

( $i = 1, 2, 3 \dots$ )

Соотношения (19)–(23) являются основными в новой математической модели роста животных.

### Реализация результатов исследований

Экспериментальные данные [7] по росту и развитию голштинских бычков разных линий, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Динамика живой массы бычков линии Рефлексии Соверинга

Возраст, t (мес)	при рождении	3	6	9	12	15	18
Живая масса, M(t) (кг)	30,9±0,44	102,1±1,3	187,7±2,6	265,3±2,8	331,6±3,9	413,6±3,5	491,5±2,8
Валовый прирост живой массы (кг)	–	71,2	85,6	77,6	66,4	82,0	77,9

Из данных таблицы 1 можно использовать следующие значения:  $t = t_0 = 0$  (изменение живой массы бычка отсчитывается от момента рождения);  $M_0 = M(0) = 30,9$  кг – масса бычка при рождении равна 30,9 кг, поэтому можно принять  $M_{\min} = M_0 = M(0) = 30,9$  кг;  $M = M_{\max} = M(18) + \Delta M(18)$ , значение максимальной живой массы приближенно равно опытному значению массы бычка плюс валовый прирост живой массы при  $t = 18$  мес.

По формуле (20) находим константу роста ( $k$ ) на интервале  $[0, 3]$ :

$$k_1 = \frac{\ln[(569,4 - 30,9)(30,9 + 102,1)] - \ln[(30,9 + 30,9)(569,4 - 102,1)]}{(569,4 + 30,9)(3 - 0)} = 0,000504.$$

Зависимость живой массы бычков определяется при этом по формуле (19) в виде:

$$M(t) = \frac{569,4(61,8)\exp(0,302753 \cdot x) - 16639,65}{(61,8)\exp(0,302753 \cdot x) + 538,5}.$$

По этой формуле находим значения живой массы бычков при  $t = 0$  (при рождении),  $t = 3$  мес,  $t = 6$  мес:

$$M(0) = 30,900; \quad M(3) = 102,099; \quad M(6) = 217,491.$$

По формуле (20) находим константу роста ( $k$ ) на интервале  $[3, 6]$ :

$$k_2 = \frac{\ln[(569,4 - 102,1)(30,9 + 187,7)] - \ln[(30,9 + 102,1)(569,4 - 187,7)]}{(569,4 + 30,9)(6 - 3)} = 0,000388$$

Зависимость живой массы бычков определяется при этом по формуле (19) в виде:

$$M(t) = \frac{569,4(133,0)\exp[0,233077(t - 3)] - 14439,57}{(133,0)\exp[0,233077(t - 3)] + 467,3}.$$

По этой формуле находим значения живой массы бычков при  $t = 3$ ,  $t = 6$  мес,  $t = 9$  мес:

$$M(3) = 102,100; \quad M(6) = 187,700; \quad M(9) = 290,501.$$

По формуле (20) находим константу роста ( $k$ ) на интервале  $[6, 9]$ :

$$k = \frac{\ln[(569,4 - 187,7)(30,9 + 265,3)] - \ln[(30,9 + 187,7)(569,4 - 265,3)]}{(569,4 + 30,9)(9 - 6)} = 0,000295$$

Зависимость живой массы бычков определяется при этом по формуле (19) в виде:

$$M(t) = \frac{569,4(218,6)\exp[0,177023(t - 6)] - 11794,53}{(218,6)\exp[0,177023(t - 6)] + 381,70}.$$

По этой формуле находим значения живой массы бычков при  $t = 6$ ,  $t = 9$  мес,  $t = 12$  мес:

$$M(6) = 187,700; \quad M(9) = 265,299; \quad M(12) = 343,432.$$

По формуле (20) находим константу роста ( $k$ ) на интервале [9, 12]:

$$k = \frac{\ln[(569,4 - 265,3)(30,9 + 331,6)] - \ln[(30,9 + 265,3)(569,4 - 331,6)]}{(569,4 + 30,9)(12 - 9)} = 0,000249$$

Зависимость живой массы бычков определяется при этом по формуле (19) в виде:

$$M(t) = \frac{569,4(296,2)\exp[0,149305(t - 9)] - 9396,69}{(296,2)\exp[0,149305(t - 9)] + 304,10}.$$

По этой формуле находим значения живой массы бычков при  $t = 9$ ,  $t = 12$  мес,  $t = 15$  мес:

$$M(9) = 265,299; \quad M(12) = 331,600; \quad M(15) = 392,097.$$

По формуле (20) находим константу роста ( $k$ ) на интервале [12, 15]:

$$k = \frac{\ln[(569,4 - 331,6)(30,9 + 413,6)] - \ln[(30,9 + 331,6)(569,4 - 413,6)]}{(569,4 + 30,9)(15 - 12)} = 0,000348$$

Зависимость живой массы бычков определяется при этом по формуле (19) в виде:

$$M(t) = \frac{569,4(362,5)\exp[0,208927(t - 12)] - 7348,02}{(362,5)\exp[0,208927(t - 12)] + 237,80}.$$

По этой формуле находим значения живой массы бычков при  $t = 12$ ,  $t = 15$  мес,  $t = 18$  мес:

$$M(12) = 331,599; \quad M(15) = 413,600; \quad M(18) = 474,710.$$

Отметим, что по последней формуле определено прогнозное (расчетное) значение живой массы бычка при возрасте  $t = 18$  сем, равное 474,71 ег, а фактическое значение массы равно 491,5 кг, т. е. отличается от расчетного значения на 3,5 %.

В таблице 2 приведены фактические и расчетные значения средней живой массы бычков линии Рефлексии Соверинга, а также значения константы роста и скорости роста живой массы по новой цифровой модели.

Таблица 2 – Фактические и расчетные значения живой массы бычков, константы роста и скорости роста живой массы

№№ п. п.	Возраст, $t$ (мес)	Живая масса (факт), $M$ (кг)	Живая масса (расчет), $M_i$ (кг)	Константа роста $k_i$ (кг·мес) <sup>-1</sup>	Скорость роста массы $M_i'$ (кг/мес)
1	при рождении	30,9±0,44	30,900	–	–
2	3	102,1±1,30	102,099	0,000504	31,324
3	6	187,7±2,60	217,491	0,000388	32,375
4	9	265,3±2,80	290,501	0,000295	26,572
5	12	331,6±3,90	343,432	0,000249	21,464
6	15	413,6±3,50	392,097	0,000348	24,100
7	18	491,5±2,80	474,710	0,000475	19,312

Данные таблицы 2 показывают, что рост живой массы бычков является неравномерным и обладает периодичностью. За время 18 месяцев наблюдаются два периода роста живой массы бычков, что отмечается изменениями константы роста ( $k$ ) и скоростью роста массы  $M'(t)$ , которая определяется по основному уравнению (16).

Именно периодичность роста живой массы представляет по утверждению проф. В.И. Федорова [8] тот феномен, который входит

неотделимой составной частью в общий процесс роста, составляя одну из наиболее характерных его сущностей и закономерностей ([8], стр. 115).

### **Выводы**

В качестве основных выводов по работе можно отметить следующие положения.

1. Предложена новая цифровая математическая модель роста животных, обобщающая известные модели Т.Б. Робертсона и С. Броди.
2. Новая математическая модель позволяет проводить изучение роста и развития животных, а также периодичность физиологической деятельности организмов животных.

### **Список литературы**

1. Бродский В.Я. Прямое деление ядра / В.Я. Бродский // Успехи современной биологии. 1973.- Т 34.- № 2.- С. 294–304.
2. Еременко О.Н. Выпаивание молодняка молозивом / О.Н. Еременко // Животноводство России. 2010. - №5. – С. 43
3. Еременко О.Н. Новые индивидуальные домики для телят / О.Н. Еременко // Молочное и мясное скотоводство. 2011.- №4. – С. 27
4. Еременко О.Н. Разработка способа выращивания телят в молочный период / О.Н. Еременко // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата с.х. наук КубГАУ. Краснодар, 2009. – С. 25.
5. Лазарев П.П. О весе тела живых существ, в связи с теорией борьбы за существование Вито Вольтерра / П.П. Лазарев // Доклады АН СССР. 1933. - № 5. - С. 60–63.
6. Сент-Илер К. Гистология роста / К. Сент-Илер // Успехи современной биологии. 1935. - Т IV. - Вып. 6. - С. 455–468.
7. Тузов И.Н. Рост, развитие и мясная продуктивность голштинских бычков разных линий / И.Н. Тузов // Труды КубГАУ. 2012. - № 3(36). - С. 228–231.
8. Федоров В.И. Рост, развитие и продуктивность животных / В. И. Федоров. – М.: Колос, 1973. – 272 с.
9. Ханин М.А. Эволюционная математическая теория роста / М.А. Ханин // Журнал общей биологии. 1973.- Т 34.- № 2.- С. 294–304.
10. Ханин М.А. Математическая модель роста, основанная на эволюционном экстремальном принципе / М.А. Ханин // Доклады АН СССР. 1973.- Т 212.- № 3.- С. 743–746.
11. Шмальгаузен И.И. О закономерностях роста у животных / И.И. Шмальгаузен // Природа. 1928. - № 12. - С. 3–8.

12. Шмальгаузен И.И. Определение основных понятий и методика исследования роста / И.И. Шмальгаузен // Сборник работ «Рост животных». – М.-Л.: Госиздат биологической и медицинской литературы, 1935. - С. 8–60.

13. Loeb. Die chemische Entwicklungserregung des tierischen Eies. – Berlin: Springer, 1909. – 260 s.

14. Par P.-F. Verhulst. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement // Correspondance Mathematique et Physique. Paris, Leipzig, 1838. Vol. X, pp. 113–121.

15. Robertson T.B. Further Remarks on the Normal Rate of Growth and Its Biochemical Significance // Arch. für Entwicklungsmech. der Organismen, 1908. vol. XXV, pp. 581–620.

16. Robertson T.B. Further Remarks on the Normal Rate of Growth of an Individual and Its Biochemical Significance // Arch. für Entwicklungsmech. der Organismen, 1908. vol. XXVI. - pp. 108–134.

17. Robertson T.B. The Chemical Basis of Growth and Senescence. Monographs on experimental biology. – Philadelphia and London: J.B. Lippincott Company, 1923. – 399 s.

18. Schmalhausen I. Die embryonale Wachstumskurve des Hühnchens // Roux Archiv für Entw. – Mech., 1926, st. 108–128.

## References

1. Brodskij V.Ja. Prjamoe delenie jadra / V.Ja. Brodskij // Uspehi sovremennoj biologii. 1973.- T 34.- № 2.- S. 294–304.

2. Eremenko O.N. Vypaivanie molodnjaka molozivom / O.N. Eremenko // Zhivotnovodstvo Rossii. 2010. - №5. – S. 43

3. Eremenko O.N. Novye individual'nye domiki dlja teljat / O.N. Eremenko // Molochnoe i mjasnoe skotovodstvo. 2011.- №4. – S. 27

4. Eremenko O.N. Razrabotka sposoba vyrashhivaniya teljat v molochnyj period / O.N. Eremenko // Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni kandidata s.h. nauk KubGAU. Krasnodar, 2009. – S. 25.

5. Lazarev P.P. O vese tela zhivyh sushhestv, v svjazi s teoriej bor'by za sushhestvovanie Vito Vol'terra / P.P. Lazarev // Doklady AN SSSR. 1933. - № 5. - S. 60–63.

6. Sent-Iler K. Gistologija rosta / K. Sent-Iler // Uspehi sovremennoj biologii. 1935. - T IV. - Vyp. 6. - S. 455–468.

7. Tuzov I.N. Rost, razvitie i mjasnaja produktivnost' golshtinskih bychkov raznyh linij / I.N. Tuzov // Trudy KubGAU. 2012. - № 3(36). - S. 228–231.

8. Fedorov V.I. Rost, razvitie i produktivnost' zhivotnyh / V. I. Fedorov. – M.: Kolos, 1973. – 272 s.

9. Hanin M.A. Jevoljucionnaja matematicheskaja teorija rosta / M.A. Hanin // Zhurnal obshhej biologii. 1973.- T 34.- № 2.- S. 294–304.

10. Hanin M.A. Matematicheskaja model' rosta, osnovannaja na jevoljucionnom jekstremal'nom principe / M.A. Hanin // Doklady AN SSSR. 1973.- T 212.- № 3.- S. 743–746.

11. Shmal'gauzen I.I. O zakonomernostjah rosta u zhivotnyh / I.I. Shmal'gauzen // Priroda. 1928. - № 12. - S. 3–8.

12. Shmal'gauzen I.I. Opredelenie osnovnyh ponjatij i metodika issledovanija rosta / I.I. Shmal'gauzen // Sbornik rabot «Rost zhivotnyh». – M.-L.: Gosizdat biologicheskoi i medicinskoj literatury, 1935. - S. 8–60.

13. Loeb. Die chemische Entwicklungserregung des tierischen Eies. – Berlin: Springer, 1909. – 260 s.

14. . Par P.-F. Verhulst. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement // Correspondance Mathematique et Phisique. Paris, Leipzig, 1838. Vol. X, pp. 113–121.

15. Robertson T.B. Further Remarks on the Normal Rate of Growth and Its Biochemical Significance // Arch. für Entwicklungsmech. der Organismen, 1908. vol. XXV, pp. 581–620.

16. Robertson T.B. Further Remarks on the Normal Rate of Growth of an Individual and Its Biochemical Significance // Arch. für Entwicklungsmech. der Organismen, 1908. vol. XXVI. - pp. 108–134.

17. Robertson T.B. The Chemical Basis of Growth and Senescence. Monographs on experimental biology. – Philadelphia and London: J.B. Lippincott Company, 1923. – 399 s.

18. Schmalhausen I. Die embryonale Wachstumskurve des Hühnchens // Roux Archiv für Entw. – Mech., 1926, st. 108–128.