

УДК 621.316.1.05

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)

К ВОПРОСУ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА СИМПЛЕКС - ПЛАНИРОВАНИЯ В ОПРЕДЕЛЕННОЙ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Степанов Владимир Васильевич
д.т.н., профессор
Кубанский государственный технологический университет, Россия г. Краснодар

Лаптев Владимир Николаевич
к.т.н., доцент
Кубанский государственный аграрный университет, Россия г. Краснодар

Лаптев Сергей Владимирович
к.ф.-м.н., доцент
Кубанский государственный аграрный университет, Россия г. Краснодар

Степанова Марина Валерьевна
старший преподаватель
Кубанский государственный технологический университет, Россия г. Краснодар

Нефедовский Виктор Анатольевич
Доцент
mvs4967@mail.ru
Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков им. А.К. Серова, г. Краснодар, Россия

Работа выполнена не только в научном, но и практическом направлениях, ключевой частью которой явилось симплекс-планирование эксперимента. В связи с целенаправленным назначением предложенной статьи, значительная часть которой посвящена рассмотрению планов дисперсного анализа, направленного на изучение рассеяния выходных факторных переменных в условиях неоднородности, которые наиболее представительны при организации выборных данных, позволяет в дальнейшем выделить источники неоднородностей в исследуемой предметной области, то есть выявить эффект одного фактора на фоне случайных ошибок проводимого эксперимента, рандомизировать процесс исследования на основе однофакторного анализа сориентированного на обработку результатов статистического контроля без постановки факторного эксперимента. В данной статье рассмотрены простые и в тоже время эффективные методы оптимизации, широко применяемые на практике – симплексный метод и метод крутого восхождения. Оба рассматриваемых метода

UDC 621.316.1.05

05.13.18 Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences)

ON THE USE OF THE SIMPLEX PLANNING METHOD IN A SPECIFIC SUBJECT AREA

Stepanov Vladimir Vasilievich
Dr.Sci.Tech., professor
Kuban State Technological University, Russia Krasnodar

Laptev Vladimir Nikolaevich
Cand.Tech.Sci., Associate Professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar

Laptev Sergey Vladimirovich
Cand.Phys.-Math.Sci., Associate Professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar

Stepanova Marina Valerievna
senior lecturer
Kuban State Technological University, Russia, Krasnodar

Nevedovsky Victor Anatolievich
associate Professor
mvs4967@mail.ru
Krasnodar Higher Military Aviation School A.K.Serov, Krasnodar, Russia

The work was carried out not only in scientific, but also in practical areas, the key part of which was the simplex planning of the experiment. In connection with the deliberate purpose of the proposed article, much of which is devoted to the consideration of the plans of the disperse analysis aimed at studying the scattering factor of the output variables in terms of heterogeneity, which are the most representative in the organization of electoral data, allows further highlight the sources of heterogeneity in the studied subject area, that is, to identify the effect of one factor on the background of the random errors of this experiment, randomize the research process based on a single-factor analysis focused on processing the results of statistical control without setting up a factor experiment. This article discusses simple and at the same time effective optimization methods that are widely used in practice – the simplex method and the steep ascent method. Both considered methods of optimizing the response function relate the input and output variables of the object, a system of equations, the parameters of which are determined experimentally. For example, when constructing deterministic models, it is necessary to

оптимизации функции отклика связывают входные и выходные переменные объекта, системой уравнений, параметры которых определяются экспериментально. Например, при построении детерминированных моделей необходимо детально знать сущность процесса и математический аппарат, связывающий их. Это не всегда возможно, чаще для этого используют статистические модели, ориентированные на принцип «черного ящика», когда известны входные и выходные факторы, а механизм взаимодействия их описывается статистическими зависимостями. Основным допущением в этом случае является то, что выходные факторы – случайные величины, подчиняющиеся закону нормального распределения, вероятностный характер которых обусловлен случайными неконтролируемыми факторами. Исходя из описанного, задача оптимизации состоит в нахождении точки факторного пространства входных переменных, в которой значение выходной переменной принимает минимальное значение [2, 3]. Кроме того, в работе отмечается, что в определении оптимальных условий протекания процесса и в соответствии с этим нахождение наилучшего состава компонентов системы целесообразно использовать пошаговый способ или метод исследования поверхности отклика. Более точно выражаясь, по этапам пользуясь полиномами первого порядка, двигаясь по поверхности в направлении градиента линейного приближения. В случае, если этого оказывается недостаточно, то используются полиномы второго и третьего порядка. Так продолжается до того момента, пока исследователь не попадет в ту область, где линейные приближения поверхности отклика не работают, то есть возникает необходимость использования приближений более высокого порядка

Ключевые слова: СИМПЛЕКС МЕТОД, ИССЛЕДОВАНИЕ, СИМПЛЕКС-ПЛАНИРОВАНИЕ, ОПЫТ, АНАЛИЗ, ПОЛНОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, ОПТИМИЗАЦИЯ, ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ, СИММЕТРИЯ И НОРМИРОВКА МАТРИЦЫ

DOI: <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-172-008>

know in detail the essence of the process and the mathematical apparatus that connects them. This is not always possible; more often, statistical models based on the "black box" principle are used for this purpose, when the input and output factors are known, and the mechanism of their interaction is described by statistical dependencies. The main assumption in this case is that the output factors are random variables obeying the law of normal distribution, the probabilistic nature of which is due to random uncontrolled factors. Based on the above, the optimization problem consists in finding the point in the factor space of the input variables where the value of the output variable takes the minimum value [2, 3]. In addition, it is noted that in determining the optimal conditions for the process and, in accordance with this, finding the best composition of the system components, it is advisable to use a step-by-step method for studying the response surface. Gradually using first-order polynomials, moving along it in the direction of the gradient of the linear approximation. If this is not enough, then use second- and third-order polynomials. This continues until the experimenter gets to a region where linear approximations of the response surface do not work, that is, there is a need to use higher-order approximations

Keywords: SIMPLEX METHOD, RESEARCH, SIMPLEX PLANNING, EXPERIENCE, ANALYSIS, FULL-FACTOR EXPERIMENT, OPTIMIZATION, ORTHOGONALITY, SYMMETRY AND MATRIX NORMALIZATION

При современном научном подходе к проблемам оптимизации процесса необходимым и основным условием является построение его математической модели на основе двух различных по своей сущности подходов – теоретического и экспериментального. Первый предполагает

представление изучаемого объекта (процесса) на основе использования существующих в настоящее время различных теоретических разработок.

Эмпирический метод базируется на обработке полученных экспериментальных данных. Очевидными трудностями, с которыми встречается исследователь, при изучении объекта (процесса) на основе теоретического подхода - сложность процесса и изменение свойств его составляющих (частей, элементов и т.д.). Как следствие, решение задачи по оптимизации теоретическим путем не всегда возможно, поэтому с увеличением сложности объекта исследования возрастает роль организации эксперимента для поиска оптимальных условий.

С целью обеспечения более точного построения модели объекта и ее последующего исследования применяют наиболее эффективные методы планирования эксперимента на основе планов обработки выборных данных, которые и обеспечивают быстрое и точное достижение поставленной цели.

Основной задачей при идентификации недетерминированных объектов в условиях проведения активного эксперимента связанного с выбором тестовых сигналов или плана проводимого исследования является задание координат точек факторного пространства, в которых производится опыт и количество опытов в выбранных точках. Очевидно, что в недетерминированных объектах, имеющих огромное количество случайных входных данных, ценность эксперимента не может быть высокой. Если математическое описание модели не может быть получено по каким-либо причинам, то осуществляется эксперимент для поиска области оптимизации.

Для задания экспериментальной области исследования достаточно часто используются выше приведенные геометрические фигуры, применяемые в ортогональных планах. В симплекс-планировании размещение экспериментальных точек задаются в вершинах регулярного

(правильного) симплекса, где симплекс представляет собой $k+1$ независимых точек, образующих выпуклую фигуру в k -мерном пространстве [1].

Например, в пространстве двух измерений это равносторонний треугольник, а в пространстве трех измерений – тетраэдр.

Важнейшим свойством Симплекса, используемым при оптимизации, является то, что из абсолютно каждого симплекса можно получить новый симплекс, если одну из его вершин переместить в точку, которая является зеркально симметричной относительно противолежащей грани.

Например, симплекс ABC , в $CB \rightarrow A_1$ - отражение вершины A относительно грани BC (рисунок1).

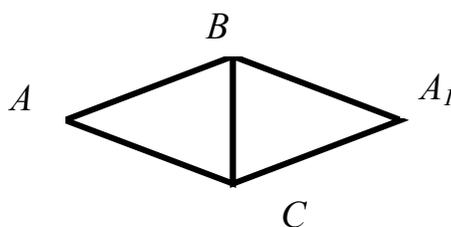


Рисунок 1

Точка, с которой начинается процесс оптимизации, выбирается из априорных соображений, замеры отклика в каждой вершине в последовательном отбрасывании вершин с минимальными значениями параметров оптимизации (отклика). Опыт производится в точках факторного пространства соответствующего вершинам симплекса. При этом (длина стороны треугольника) определяется допустимым интервалом варьирования.

В процессе симплекс планирования при передвижении к экстремуму, необходимо от начального симплекса перейти к симплексу, который размещен в области повышенных значений поверхности отклика. Данный процесс реализуется сравнением значений поверхности отклика в вершинах треугольника, так как в этой точке отклик имеет наименьшее (минимальное) значение. Следующий опыт производится далее в точке,

которая зеркально симметрична данной вершине. Процесс продолжается до того момента, пока симплекс не начнет процесс вращения вокруг определенной точки, которую затем будут принимать за оптимальную. В этой точке достигается экстремум.

Последовательность действий, реализующих описываемый симплекс-метод, следующая:

1. Разработка плана перехода к канонической форме. Здесь вводятся дополнительные базисные переменные. Это исходный или опорный план. По сути, данный этап является переводом поставленной задачи к задаче линейного программирования. Без данного плана проводить какие-либо дальнейшие действия не представляется возможным. Все дальнейшие действия представляется возможным производить с использованием методов линейного решения задач линейного программирования.
2. После проведенных преобразований можно проводить проверку исходного плана на оптимальность. С большой вероятностью возможен случай, когда будет один или несколько коэффициентов индексной строки со значениями меньше нуля. При таком результате план перестает быть оптимальным. Данный план требует улучшения (оптимизации).
3. Производится улучшение исходного плана. В данном процессе вначале находятся ведущие столбцы или строки. Выбор производится из отрицательных коэффициентов индексной строки, имеющих по абсолютной величине самое большое значение. После проведенных действий производится деление элементов, взятых из столбца свободных членов таблицы на элементы ведущего столбца, у которых точно такой же знак.
4. После улучшения исходного плана методом, описанным в пункте 3, строится новый опорный план. Для его построения уже будет использована вновь полученная симплексная таблица (точнее, данные

новой таблицы). Для данной работы используется метод Жордана-Гаусса [3].

Последний этап более детально можно представить на следующем примере: рассмотрим две не зависимые друг от друга переменные X_1 и X_2 , и плоскости, содержащей эти переменные, равносторонний треугольник. Условия расположения этого треугольника следующие: вектор столбцов, элементами которого будут координаты вершин, строится с обязательным выполнением условий симметричности и ортогональности:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ -a & b \\ 0 & -2b \end{bmatrix} \quad (*)$$

Для вычисления значений компонентов вектор-столбцов a и b используем условие нормировки ($k=2$):

$$\sum_{i=1}^N X_{i=1}^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 = N, \quad (**)$$

в данном условии нормировки оценки коэффициентов b_j , линейной модели (линейной полиномиальной модели $y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+\dots+b_jX_j+\dots+b_kX_k$), имеют одинаковые дисперсии.

Тогда, для вектор-столбцов матрицы (*), с учетом выше представленных условий, получим:

$$2a^2=6b^2=3,$$

после проведения вычислений матрица примет вид, представленный ниже:

$$\begin{bmatrix} 1,228 & 0,707 \\ -1,228 & 0,707 \\ 0 & -1,414 \end{bmatrix}$$

Для получения правильного симплекса, который будет вписан в окружность единичного радиуса, все элементы матрицы поделим на число 1,414. Матрица симплекс-планирования, которая преобразована в таблицу 1 (X_0 – это фиктивная переменная и во всех случаях $X_0=+1$), представлена ниже

Таблица 1

Номер опыта	Матрица симплекс-плана			Выход y_i
	X_0	X_1	X_2	
1	+1	+0.866	0.500	y_1
2	+1	-0,866	0,500	y_2
3	+1	0	-1,000	y_3

Описанный выше процесс называется масштабированием.

Полученный симплекс, точнее, его геометрическая модель, изображена на рисунке 2.

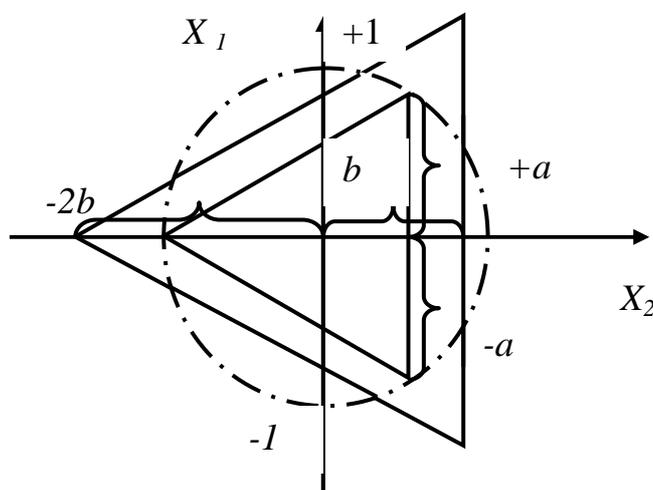


Рисунок 2

Для четырех переменных исходная матрица симплекса имеет вид:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ -a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & -2a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & -3a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & -4a_4 \end{bmatrix}$$

Из условия $\sum_{i=1}^N X_{ij}^2 = N$, получим следующее:

$$2a_1^2 = 6a_2^2 = 12a_3^2 = 20a_4^2 = 5.$$

Тогда, $a_1=1,580$; $a_2=0,912$; $a_3=0,644$; $a_4=0,500$.

Определив значения a_1, a_2, a_3, a_4 , после масштабирования делением всех элементов на 2,00, получим матрицу планирования, приведенную в таблице 2.

Таблица 2

Номер опыта	Матрица симплекс-плана					Выход y_i
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
1	+1	0,790	0,456	0,322	0,250	y_1
2	+1	-0,790	0,456	0,322	0,250	y_2
3	+1	0	-0,912	0,322	0,250	y_3
4	-1	0	0	-0,966	0,250	y_4
5	+1	0	0	0	-1,00	y_5

Матрица центрированного k -симплекса, вписанного в сферу единичного радиуса, может быть записана в общем виде [4]:

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \dots & a_k \\ -a_2 & a_2 & a_3 \dots & a_k \\ 0 & 0 & -3a_3 \dots & a_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \dots & -ka_k \end{bmatrix},$$

где $a_i = \sqrt{\frac{k+1}{ik(i+1)}}$, $i \leq k$.

В таблице 3 приводятся численные значения величин ia_i , в зависимости от i и k .

Таблица 3

$k \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1							
2	0,8660	1						
3	0,8165	0,9428	1					
4	0,7906	0,9129	0,9682	1				
5	0,7746	0,8944	0,9487	0,9798	1			
6	0,7638	0,8819	0,9354	0,9661	0,9860	1		
7	0,7559	0,8729	0,9258	0,9562	0,9759	0,9897	1	
8	0,7500	0,8650	0,9186	0,9487	0,9382	0,9820	0,9922	1

По свойствам ортогональности, симметричности и нормировки матрицы симплекс-плана, расчет коэффициентов линейной регрессионной

модели, анализ ее пригодности для описания результатов эксперимента производится по аналогии с полнофакторным экспериментом.

Дисперсии оценок коэффициентов в симплекс-планах и планах 2^h одинаковы, и определяются как $\sigma^2(b_j) = \frac{\sigma^2(y)}{\sum_{i=1}^N x_{ij}^2} = \frac{\sigma^2(y)}{N}$. Вместе с тем симплекс-планы имеют большую дисперсию предсказания значений зависимой переменной y . Так, например, для линейной модели плана 2^{4-1} :

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 \quad (***)$$

Дисперсия предсказания значений \hat{y} равна:

$$\sigma^2(\hat{y}) = \sigma^2(b_0) + x_1^2\sigma^2(b_1) + x_2^2\sigma^2(b_2) + x_3^2\sigma^2(b_3) + x_4^2\sigma^2(b_4),$$

если принять $\sigma^2(y) = 1$, то

$$\sigma^2(b_j) = 1/8 \text{ и } \sigma^2(\hat{y}) = 0,125(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2).$$

Дисперсия предсказания может быть вычислена для линейной модели, получаемой при реализации симплекс-плана, показана в таблице 4.

Таблица 4

Тип планов	$\sigma^2(\hat{y})$ при числе входных переменных			
	2	4	5	6
Планы 2^{hp}	0,75	0,62	0,75	0,87
Симплекс-планы	1,67	3,40	4,33	5,28

С учетом примененного масштабного уменьшения в два раза всех элементов матрицы симплекс-плана, линейную модель для сравнения ее с (***) следует записывать в виде:

$$y = b_0 + 2b_1x_1 + 2b_2x_2 + 2b_3x_3 + 2b_4x_4$$

Дисперсию предсказания $\sigma^2(\hat{y})$ найдем из уравнения:

$$\sigma^2(\hat{y}) = \sigma^2(b_0) + 4x_1^2\sigma^2(b_1) + 4x_2^2\sigma^2(b_2) + 4x_3^2\sigma^2(b_3) + 4x_4^2\sigma^2(b_4),$$

если $\sigma^2(y) = 1$, то $\sigma^2(b_j) = 1/5$, а

$$\sigma^2(\hat{y}) = 0,200(1 + 4x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_4^2)$$

Максимальные значение $\sigma^2(\hat{y})$ достигаются на границе области эксперимента.

Задачи оптимизации довольно часто эффективно решаются с использованием симплекс-планов. Здесь правильные симплексы позволяют организовать формализованную процедуру, которая основана на процедуре движения. Происходит так называемое перемещение к экстремуму.

Симплекс-процедура движения представляет собой набор описанных ниже трех повторяющихся этапов:

1. Проведение опытов. Здесь эксперименты проводятся на основе матрицы симплекс-плана;
2. Вершина симплекса с наименьшим значением не рассматривается. Здесь имеется в виду отбрасывание минимального значения выходной переменной. Ее также называют параметром оптимизации;
3. Новый симплекс строится на оставшейся грани. При этом производится замена отброшенной вершины на зеркальное отображение.

В связи с тем, что в такой процедуре не требуется вычисления и оценивания коэффициентов линейной модели, выбор правильного симплекса можно делать без учета свойств ортогональности и нормировки. В практических задачах во многих случаях нужно выбирать симплекс с минимальным количеством дробных уровней варьирования, вписанный в геометрическую фигуру.

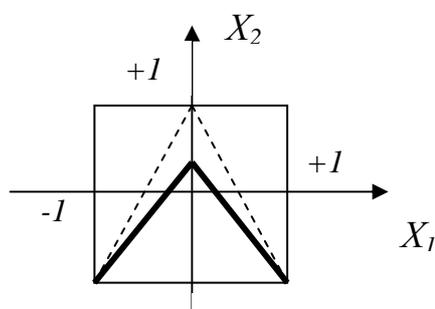


Рисунок 3

Например, в выбранном квадрате кодированных переменных правильный симплекс может быть вписан в квадрат, показанный на рисунке 3.

Матрица такого симплекса имеет вид:

№ опыта	X_1	X_2
1	-1	-1
2	+1	-1
3	0	+0.73

Для трех переменных симплекс совпадает с планом 2^{4-1} и матрица не имеет дробных уравнений:

№ опыта	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

Если входных переменных больше, то примерами могут быть симплексы, описанные ниже:

Для $k=4$

№ опыта	X_1	X_2	X_3	X_4
1	-1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	-1
5	-0,618	0,618	-0,618	-0,168

Для $k=5$

№ опыта	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	-1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1
5	+1	+1	+1	+1	-1
6	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38

В общем виде почти целочисленная матрица правильного k -симплекс-плана может быть записана:

$$\begin{pmatrix} -1 & +1 & +1 & \dots & +1 \\ +1 & -1 & +1 & \dots & +1 \\ +1 & +1 & -1 & \dots & +1 \\ +1 & +1 & +1 & \dots & \\ +1 & +1 & +1 & \dots & -1 \\ \delta_k & \delta_k & \delta_k & \dots & \delta_k \end{pmatrix}$$

где $\delta^2 = 1 - \frac{2}{k}(\sqrt{k+1} + 1)$

Численные значения δ_k приведены ниже:

k	2	3	4	5	6	7	8
δ_k	-1,7300	-1,0000	-0,6180	-0,3798	-0,2153	-0,0938	0

Приведенные симплекс-планы записаны в кодированных переменных, чтобы перейти от кодированных значений x_j к натуральным X_j необходимо применить известное преобразование:

$$x_j = \frac{x_j - x_{j0}}{\Delta X_j}$$

Откуда,

$$X_j = X_{j0} + \Delta X_j x_j,$$

где X_{j0} – основной уровень j -ой переменной;

ΔX_j – интервал варьирования j -ой переменной.

Движение в пространстве входных переменных, например в направлении максимума функции отклика, происходит путем зеркального отображения вершины \vec{X}_1 симплекса с наименьшим значением $y(\vec{X}_1)$ и построения нового симплекса. Координаты новой вершины симплекса определяются следующим образом:

$$x_{ij}^* = \frac{2}{k} (x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{(i-1)j} + \dots + x_{(k+1)j}) - x_{ij}$$

x_{ij}^* – j -ая координата новой i -ой вершины;

$j=1, 2, \dots, k$ – число входных переменных;

$i=1, 2, \dots, N$ – число вершин симплекса $N=k+1$.

Формула справедлива и для натуральных значений координат вершин симплекса.

В качестве примера рассмотрим симплекс-план для $k=4$, где в третьем опыте получено минимальное значение u_3 .

При движении к максимуму производится минимальное отражение третьей вершины. Координаты новой вершины вычисляются по последней формуле:

$$x_{31}^* = \frac{2}{4}(x_{11} + x_{21} + x_{41} + x_{51}) - x_{31} = \frac{2}{4}(-1 + 1 + 1 - 0,618) - 1$$

$$x_{32}^* = \frac{2}{4}(x_{12} + x_{22} + x_{42} + x_{52}) - x_{32} = \frac{2}{4}(+1 - 1 + 1 - 0,618) - 1$$

$$x_{33}^* = \frac{2}{4}(x_{13} + x_{23} + x_{43} + x_{53}) - x_{33} = \frac{2}{4}(+1 + 1 + 1 - 0,618) + 1$$

$$x_{34}^* = \frac{2}{4}(x_{14} + x_{24} + x_{44} + x_{54}) - x_{33} = \frac{2}{4}(+1 + 1 - 1 - 0,618) - 1$$

Решение задач с помощью симплексов может давать положительные и эффективные результаты. Тем не менее, когда происходит реализация симплекс-процедуры, могут возникать определенные сложности.

При проведении опытов и экспериментов никогда нельзя исключать возможность ошибок, данный факт нужно обязательно учитывать;

При вводе данных в конкретных задачах входная информация может иметь определенные ограничения;

Поверхности отклика может быть весьма специфична, обладать определенными особенностями.

Для решения данных проблем можно использовать следующие особенности при решении конкретных задач:

- Если система симплексов перемещается вокруг одной точки (вершина симплекса), то отражение нужно перестать делать (после $k+1$ опыта). Затем опыт вновь повторить в данной точке. При таком подходе либо будет достижение экстремума, в этом случае нужно осуществлять планирование второго порядка, либо будет выявлена ошибка ранее достигнутого результата.

- В случае наименьшего результата отклика в новой точке при кантовании симплекса необходимо сделать возврат к исходному симплексу. Процесс отражения нужно применить ко второй точке.

Рассмотренные в статье примеры показывают, что симплекс-планирование довольно является эффективным способом нахождения

областей экстремума. Кроме этого, выявлены очевидные положительные особенности метода планирования, который реализуется с помощью симплексов:

1. Легкость решения практических задач. Примечательно, что есть возможность проводить минимальное число опытов для того, чтобы выявить направление движения. Если вводится новый фактор, то требуется всего один дополнительный опыт.

2. В области изменения переменных легко учитываются ограничения.

3. Имеется возможность изменения наборов переменных. Направление движения выбирается только из соотношения значений функции отклика в вершинах симплекса, а не значениями абсолютных величин. В ситуациях дрейфа характеристик объекта метод работает с довольно высокой эффективностью.

Наряду с изложенным выше следует отметить, что использование рассматриваемого метода находит широкое применение в научных исследованиях студентов, в подготовке и проведении эксперимента в лабораторных условиях, решения конкретных поставленных задач, проведение и планирование полнофакторного эксперимента, а также позволяет отработать навыки обработки результатов изысканий. Последнее дает возможность направить студентов на расширение творческих возможностей.

Литература:

1. В.Н. Опрышко, В.В. Степанов. Н.В. Юдаев. Основы теории планирования и анализа методов обработки экспериментальных данных.-Учебник. Саратов. Издательский центр «Наука», 2010-127с.

2. Нелинейная математическая модель ценообразования продукции перерабатывающего предприятия / В. В. Степанов, Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев, И. А. Мануйлов // Автоматизированные информационные и электроэнергетические системы : Материалы II Межвузовской научно-практической конференции, Краснодар, 07–09 сентября 2012 года / ФГБОУ ВПО КубГТУ. – Краснодар: Общество с ограниченной ответственностью "Издательский Дом - Юг", 2012. – С. 38-40.

3. Лаптев, С. В. Постановка курса "Web-технологии в идентификации систем" / С. В. Лаптев // Качество современных образовательных услуг - основа конкурентоспособности вуза : сборник статей по материалам межфакультетской учебно-методической конференции / Ответственный за выпуск М. В. Шаталова : Кубанский государственный аграрный университет, 2016. – С. 298-300.

4. Аршинов, Г. А. Математическое моделирование экономической деятельности перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции, Краснодар, 21–22 июня 2013 года / редколлегия: И.Н. Старостенко ответственный редактор, С.А. Вызулин, Е.В. Михайленко, Ю.Н. Сопильняк. – Краснодар: Федеральное государственное казенное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Краснодарский университет Министерства внутренних дел Российской Федерации", 2013. – С. 24-27.

5. Математическое моделирование отношений партнеров в современных формах интеграции сельскохозяйственных товаропроизводителей и перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов [и др.] // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2017. – № 130. – С. 1137-1159. – DOI 10.21515/1990-4665-130-083.

6. Аршинов, В. Г. Функция скорости спроса и оборот вложенного капитала в интеграционных структурах АПК / В. Г. Аршинов, С.В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : II ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ, Краснодар, 23 июня 2006 года. – Краснодар: Федеральное государственное казенное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Краснодарский университет Министерства внутренних дел Российской Федерации", 2006. – С. 7-9

7. Аршинов, В. Г. Математическое моделирование интеграционных процессов в АПК / В. Г. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : II ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ, Краснодар, 23 июня 2006 года. – Краснодар: Федеральное государственное казенное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Краснодарский университет Министерства внутренних дел Российской Федерации", 2006. – С. 5-6.

References

1. V.N. Opry`shko, V.V. Stepanov. N.V. Yudaev. Osnovy` teorii planirovaniya i analiza metodov obrabotki e`ksperimental`ny`x danny`x.-Uchebnik. Saratov. Izdatel`skij centr «Nauka», 2010-127s.

2. Nelinejnaya matematicheskaya model` cenoobrazovaniya produkcii pererabaty`vayushhego predpriyatiya / V. V. Stepanov, G. A. Arshinov, S. V. Laptev, I. A. Manujlov // Avtomatizirovanny`e informacionny`e i e`lektroe`nergeticheskie sistemy` : Materialy` II Mezhvuzovskoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Krasnodar, 07–09 sentyabrya 2012 goda / FGBOU VPO KubGTU. – Krasnodar: Obshhestvo s ogranichennoj otvetstvennost`yu "Izdatel`skij Dom - Yug", 2012. – S. 38-40.

3. Laptev, S. V. Postanovka kursa "Web-texnologii v identifikacii sistem" / S. V. Laptev // Kachestvo sovremenny`x obrazovatel`ny`x uslug - osnova konkurentosposobnosti vuza : sbornik statej po materialam mezhfakul`tetskoj uchebno-metodicheskoj konferencii / Otvetstvenny`j za vy`pusk M. V. Shatalova : Kubanskij gosudarstvenny`j agrarny`j universitet, 2016. – S. 298-300.

4. Arshinov, G. A. Matematicheskoe modelirovanie e`konomicheskoy deyatel`nosti pererabaty`vayushhix predpriyatij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody`

i informacionno-texnicheskie sredstva : materialy` IX Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Krasnodar, 21–22 iyunya 2013 goda / redkollegiya: I.N. Starostenko otvetstvenny`j redaktor, S.A. Vy`zulin, E.V. Mixajlenko, Yu.N. Sopil`nyak. – Krasnodar: Federal`noe gosudarstvennoe kazennoe obrazovatel`noe uchrezhdenie vy`sshego professional`nogo obrazovaniya "Krasnodarskij universitet Ministerstva vnutrennix del Rossijskoj Federacii", 2013. – S. 24-27.

5. Matematicheskoe modelirovanie otnoshenij partnerov v sovremenny`x formax integracii sel`skoxozyajstvenny`x tovaroproizvoditelej i pererabaty`vayushhix predpriyatij / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov [i dr.] // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2017. – № 130. – S. 1137-1159. – DOI 10.21515/1990-4665-130-083.

6. Arshinov, V. G. Funkciya skorosti sprosa i oborot vlozhennogo kapitala v integracionny`x strukturax APK / V. G. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskije metody` i informacionno-texnicheskie sredstva : II VSEROSIJSKAYa NAUChNO-PRAKTICHESKAYa KONFERENCIYa, Krasnodar, 23 iyunya 2006 goda. – Krasnodar: Federal`noe gosudarstvennoe kazennoe obrazovatel`noe uchrezhdenie vy`sshego professional`nogo obrazovaniya "Krasnodarskij universitet Ministerstva vnutrennix del Rossijskoj Federacii", 2006. – S. 7-9

7. Arshinov, V. G. Matematicheskoe modelirovanie integracionny`x processov v APK / V. G. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskije metody` i informacionno-texnicheskie sredstva : II VSEROSIJSKAYa NAUChNO-PRAKTICHESKAYa KONFERENCIYa, Krasnodar, 23 iyunya 2006 goda. – Krasnodar: Federal`noe gosudarstvennoe kazennoe obrazovatel`noe uchrezhdenie vy`sshego professional`nogo obrazovaniya "Krasnodarskij universitet Ministerstva vnutrennix del Rossijskoj Federacii", 2006. – S. 5-6..