УДК 303.732.4

НЕФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА И ОБСУЖДЕНИЕ ЗАДАЧ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ СИСТЕМНОМ ОБОБЩЕНИИ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ НА ОСНОВЕ СИСТЕМНОЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ
(Часть 1-я: задачи 1–3)

Луценко Евгений Вениаминович
д. э. н., к. т. н., профессор

Кубанский государственный аграрный Университет, Краснодар, Россия

Ранее автором была обоснована идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант системной теории информации. В данной статье осуществлена попытка сделать второй шаг в этом же направлении: на концептуальном уровне рассматривается один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации. Предполагается, что этот подход может стать основой для системного обобщения теории множеств.

Ключевые слова: МНОЖЕСТВО, ТОЧКА, ПОДМНОЖЕСТВО, СИСТЕМА, ПОДСИСТЕМА, СПЛАЙН, ИНФОРМАЦИЯ, ИЕРАРХИЯ, СТРУКТУРА, ЭЛЕМЕНТ, ПОЛИНОМ, ВЕЙВЛЕТ, ПРОСТРАНСТВО

UDC 303.732.4

INFORMAL STATEMENT AND DISCUSSION OF PROBLEMS, COMING OUT UNDER SYSTEMIC SET THEORY GENERALIZATION ON THE BASIS OF SYSTEMIC INFORMATION THEORY

Lutsenko Evgeny Veniaminovich
Dr. Sci. Econ., Cand. Tech. Sci., professor

Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

The idea of systemic generalization of mathematics was substantiated by the author and the first step on its realization was done: variant of systemic information theory was proposed. There was done an attempt to do the second step in the same way: one of the possible approaches to the systemic generalization of mathematic understanding of set on the conceptual level, namely the approach, based on systemic information theory. It is supposed that this approach can become the basic one for systemic generalization of set theory and creation of mathematic theory of systems.

Key words: SET, POINT, SUBSET, SYSTEM, SUBSYSTEM, SPLINE, INFORMATION, HIERARCHY, STRUCTURE, ELEMENT, POLYNOM, WAVELET, SPACE.

Данная статья является продолжением работы [19], в которой была обоснована перспективная программная идея системного обобщения математики и сделан первый шаг по ее реализации: предложен вариант системной теории информации. Необходимо отметить, что впервые эта идея в явной форме была сформулирована автором в 2005 году в работе [16], а системная теория информации (СТИ) предложена в 2002 году [9], сами же идеи и математические модели развивались и ранее [1–8] с 1981 года.

В статье поставлена ***цель*** – сделать второй шаг в том же направлении: на концептуальном уровне (без разработки математического формализма) ***рассмотреть один из возможных подходов к системному обобщению математического понятия множества, а именно – подход, основанный на системной теории информации.*** Предполагается, что этот или подобный подход может способствовать *созданию математической теории систем как системного обобщения теории множеств*, что является весьма актуальным как для самой математики, так и для наук, использующих математику.

Для достижения данной цели осуществим ее декомпозицию в последовательность ***задач***, являющихся этапами ее достижения:

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Задача 2: сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Задача 3: обосновать принципы геометрической интерпретации понятий: "элемент системы" и "система".

Задача 4: предложить способы аналитического описания (задания) подсистем как элементов системы.

Задача 5: описать системное семантическое пространство для отображения систем в форме эйдосов (эйдос-пространство, термин автора).

Задача 6: описать принцип формирования эйдосов (включая зеркальные части).

Задача 7: показать, что базовая когнитивная концепция [9] формализуется многослойной системой эйдос-пространств различных размерностей.

Задача 8: показать, что системная теория информации позволяет непосредственно на основе эмпирических данных определять вид функций принадлежности, т.е. решать одну из основных задач теории нечетких множеств.

Задача 9: сформулировать перспективы, в т.ч. подходы к разработке операций с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по сложению систем.

Кратко, *на концептуальном уровне, т.е. на уровне идей, без разработки соответствующего математического формализма* рассмотрим предлагаемый вариант решения этих задач.

Задача 1: найти способ представления системы как совокупности взаимосвязанных множеств.

Для того чтобы получить системное обобщение теории множеств, необходимо найти способ представления системы как совокупности *взаимосвязанных* множеств. Ожидается, что это позволит с минимальными доработками применить прекрасно разработанный аппарат теории множеств для описания систем.

Определение 1:

1. Система есть иерархическая структура подсистем.

2. В каждой системе существует нулевой наиболее фундаментальный уровень иерархии, представляющий собой классическое множество базисных элементов, не имеющих никаких свойств.

3. Каждая подсистема относится к определенному уровню иерархии системы, который определяется только количеством базисных элементов в данной подсистеме.

4. Элементами подсистем каждого уровня иерархии являются как подсистемы предыдущих более фундаментальных уровней иерархии, так и базисные элементы.

Таким образом, будем считать, что система отличается от множества базисных элементов, из которых она состоит, тем, что эти элементы образуют *подсистемы различной структуры и сложности* (рисунок 1).

В *простейшем* случае можно считать, что элементы системы (подсистемы) не имеют внутренней структуры, т.е. не включают в себя подсистем, а являются *подмножествами базисного множества*, состоящими непосредственно из базисных элементов. На рисунке 2 показаны как элементы-подмножества базисного уровня (23, 456 78910: отмечены зеленым цветом), так и элементы-подсистемы, включающие не только непосредственно элементы базисного уровня, но и их подмножества или подсистемы (123, 23456, 45678910: отмечены желтым цветом).

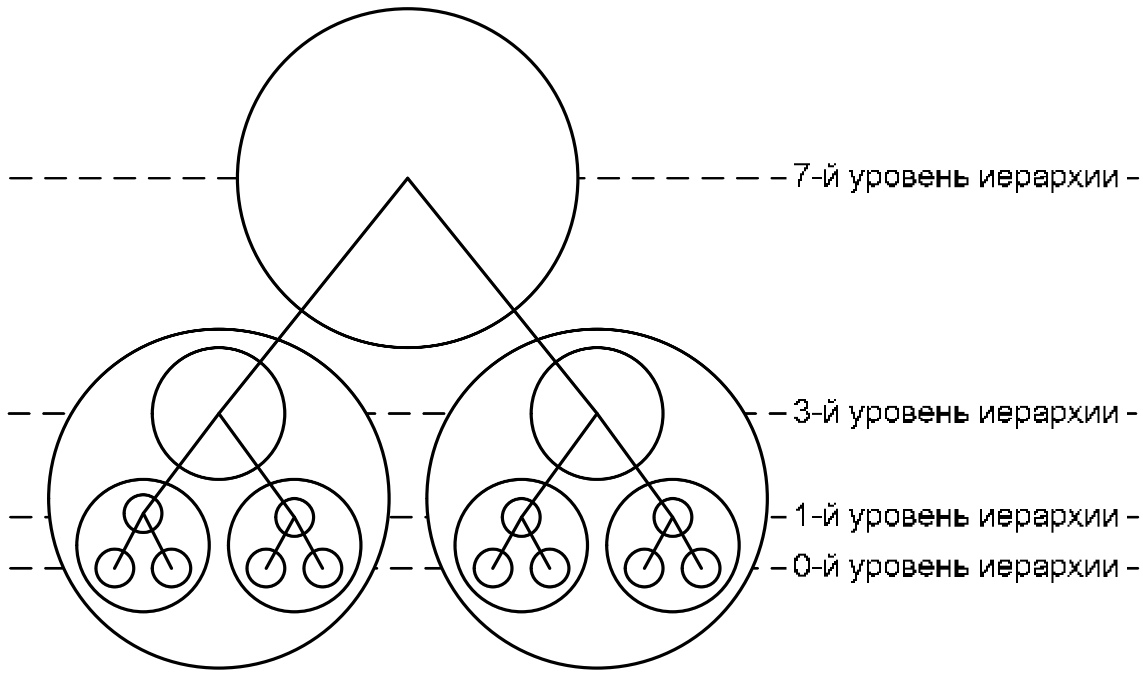

Рисунок 1 – Элементы-подсистемы различных уровней иерархии системы

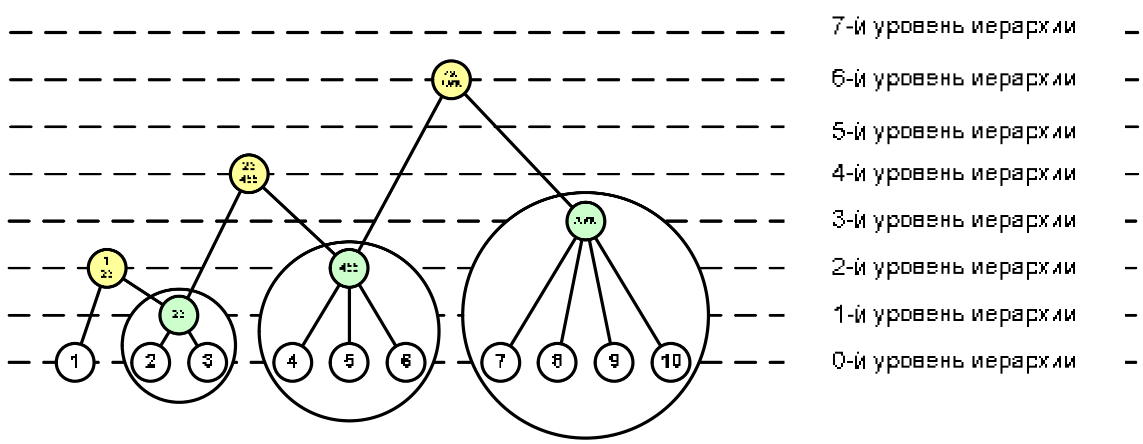

Рисунок 2 – Элементы-подмножества и элементы-подсистемы различных уровней иерархии системы

Из рисунка 2 также видно, что различие между элементами-подмножествами и элементами-подсистемами возникает только для элементов, начиная со 2-го уровня иерархии, т.к. только для этих элементов возможен *уровень сложности*, достаточный для существования этого различия [17], основанного на наличии *подсистем*. Например, видно, что элемент-подсистема 123 *отличается* от элемента-подмножества 456 наличием внутренней структуры, т.е. тем, что включает не только базисный элемент 1, но и подсистему 23, при этом и оба элемента: и 123, и 456 относятся ко 2-му уровню иерархии системы.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что *два элемента <u>тождественны</u>, если они состоят из одних и тех же базисных элементов и у них тождественна <u>структура</u>*. Отметим, что поскольку у множеств нет структуры, то для тождества множеств достаточно тождества входящих в них элементов.

Для системы, состоящей из элементов-множеств, можно применять термин "аморфная система" (например: газ или жидкость), а из элементов-систем – "структурированная система" (например: кристалл, фрактал). *Аморфные и структурированные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов, можно считать различными <u>фазовыми</u> состояниями одной системы, отличающимися уровнем системности* [17, 18].

<u>Задача 2:</u> сформулировать, чем отличаются друг от друга различные системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов.

Для того чтобы решить эту задачу, сформулируем несколько определений.

<u>Определение 2:</u>

<u>Полной или максимальной системой</u> будем называть такую систему, в которой реализуются все формально возможные сочетания базисных элементов.

Таким образом, если в системе имеется n базисных элементов, то полная система включает C_n^m подсистем, представляющих собой сочетания базисных элементов по m, где m={1, 2, 3, ..., n}. Подсистемы полной системы можно классифицировать различными способами, но одним из наиболее простых и естественных является классификация по их *мощности* (в смысле теории множеств), т.е. по *количеству* ***<u>входящих</u>*** в них *базисных* элементов.

<u>Определение 3:</u>

<u>Мощностью подсистемы</u> будем называть <u>количество</u> входящих в нее <u>базисных</u> элементов.

<u>Определение 4:</u>

<u>k-й уровень иерархии системы</u> состоит из всех ее подсистем мощности $(k+1)$.

Из определений 3 и 4 следует, что:

1-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих 2 базисных элемента;

2-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих 3 базисных элемента;

....

k-й уровень иерархии системы состоит из подсистем, включающих $(k+1)$ базисных элемента.

Из этих определений следует также, что базисный уровень является 0-м (нулевым) уровнем иерархии системы и состоит из подсистем мощности 1. Это означает, что сами базисные элементы можно рассматривать как *подсистемы*, имеющие мощность, равную 1, т.е. в определенном смысле можно считать, что базисный элемент состоит из самого себя, в отличие от элементов других иерархических уровней системы, которые включают базисные элементы, <u>но сами себя не включают</u>. Необходимо отметить, что если бы элементы различных иерархических уровней системы включали не только базисные элементы, но и самих себя, то мощность подсистем различных уровней изменялась бы следующим образом:

– элементы 0-го уровня иерархии, т.е. базисные элементы: мощность 1;

– элементы 1-го уровня иерархии: мощность 3 (2 базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя);

– элементы 2-го уровня иерархии: мощность 4 (3 базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя);

....

– элементы k-го уровня иерархии: мощность (k+2) ((k+1) базисных элемента + 1, т.к. элемент включает сам себя),

что, как мы считаем, *неприемлемым*, т.к. это нарушает простую и очевидную логическую последовательность между 0-м и 1-м уровнями иерархии.

Определение 5:

Реальной системой будем называть систему, в которой реализуются не все формально-возможные сочетания базисных элементов, а лишь некоторые из них.

В этом случае возникает естественный и закономерный вопрос: "По какой *причине* получается так, что в реальной системе реализуются не все, а лишь некоторые сочетания базисных элементов?" Для ответа на этот вопрос введем понятие "правила запрета".

Определение 6:

Правилами запрета будем называть механизм или способ, с помощью которого обеспечивается формирование различной структуры систем, состоящих из одних и тех же базисных элементов.

Таким образом, *правила запрета* являются *средством* получения конкретных реальных систем из максимальной, включающей все возможные сочетания базисных элементов.

Определение 7:

n-тождественными системами (т.е. системами, тождественными на n-м уровне иерархии) будем называть системы, состоящие из одних и тех же элементов на n-м уровне иерархии. Два элемента-подсистемы тождественны, если они состоят из одних и тех же базисных элементов

и у них тождественна <u>структура</u>, т.е. <u>связи</u> между базисными элементами.

В частности, 0-тождественными являются системы, состоящие из одних и тех же базисных элементов, независимо от того, отличаются ли они друг от друга <u>связями</u> между этими элементами, т.е. своей <u>структурой</u>.

Из определений 2 и 7 *следует*, что:

– реальные 0-тождественные системы являются *подмножествами* одной и той же полной системы;

– полная система является *объединением или суперпозицией* всех возможных 0-тождественных реальных систем.

Отметим, что поскольку у множеств нет структуры, то для тождества множеств достаточно тождества входящих в них элементов.

<u>Задача 3:</u> обосновать принципы геометрической интерпретации понятий "элемент системы" и "система".

Основываясь на аналогии между базисными элементами и геометрическими точками (и первые и вторые не имеют никаких свойств, кроме свойства отличаться друг от друга), ***припишем базисным элементам смысл, аналогичный смыслу геометрической точки***. Тогда элементы-подмножества различных иерархических уровней системы, отличающиеся друг от друга лишь количеством базисных элементов, можно представить в виде ***геометрических систем*** из соответствующего количества точек. Однако как геометрически интерпретировать эти системы?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, обратим внимание на то, что:

– пространство 0-й размерности представляет собой одну точку 0-й размерности, т.е. классическую точку, известная в математике (в частности, в геометрии, дифференциальном и интегральном исчислении), а также в основанной на них физике;

– пространство 1-й размерности – это ***прямая линия***, которая однозначно определяется системой из ***двух*** точек 0-й размерности;

– пространство 2-й размерности – это ***плоскость*** и однозначно определяется системой из ***трех*** точек 0-й размерности;

– пространство 3-й размерности – это ***пространство***, однозначно определяемое системой из ***четырех*** точек 0-й размерности;

....

– пространство ***i***-й размерности однозначно определяется системой из ***(i+1)*** точек 0-й размерности.

Однако различным количеством точек однозначно определяется не только положение пространства или гиперплоскости соответствующей размерности в многомерном пространстве, но и определенный тип **геометрической фигуры**:

– одна точка 0-й размерности задает точку;

– система из ***двух*** точек 0-й размерности задает ***отрезок*** прямой линии;

– система из ***трех*** точек 0-й размерности задает ***треугольник***;

– система из ***четырех*** точек 0-й размерности задает ***тетраэдр*** (одно из пяти 3-мерных многогранников *Платона*);

....

– система из ***i*** точек 0-й размерности задает многомерную фигуру, называемую ***i-мерный симплекс*** (i-мерный аналог тетраэдра).

В этой связи возникает один очень существенный вопрос: "***Каким образом получается так, что геометрические фигуры, образованные из точек <u>нулевой</u> размерности, вдруг приобретают <u>новое качество</u>, а именно <u>ненулевую размерность</u>, которого ни в какой форме не было у базисных элементов, из которых они состоят?***"

По мнению автора, ответ на поставленный вопрос самым непосредственным образом связан с понятием системных или эмерджентных свойств [17, 18, 1–20], т.е. с тем, что *система имеет качественно новые системные или эмерджентные свойства, которых не было у ее элементов (т.е. свойства, не сводящиеся к сумме свойств ее элементов)*. Кроме системного анализа, проблемами изучения системных свойств занимаются практически все науки, в частности: химия, биология, физика, синергетика и математика (особенно теория фракталов).

Таким образом, новые свойства возникают у системы, когда количество переходит в качество (один из законов диалектики). Но здесь возникает известная "проблема кучи", состоящая в том, что очень сложно или даже невозможно уловить этот момент возникновения нового качества. Проиллюстрируем "проблему кучи" следующим образом: "Одно зерно – это явно еще не куча, два – тоже, и три, и четыре и пять – тоже, а вот 10 – это уже вроде как маленькая кучка, а вот "куча" – это, наверное, где-то от 1531 до 73568 зерен и более". В контексте данной статьи и решаемой задачи "проблему кучи" можно переформулировать следующим образом: "***Какой <u>минимальный</u> по количеству 0-точек элемент пространства или геометрической фигуры некоторой размерности можно считать обладающим той же размерностью, что и само пространство или фигура?***"

В химии аналогичный вопрос звучит примерно так: "Какой минимальный объем *вещества* (химического *соединения*) обладает теми же химическими свойствами, что и макроколичество этого вещества". В химии ответ известен: это ***молекула*** данного вещества. Если молекулу любого вещества расщепить на элементы (атомы), перечисленные в таблице Д.И. Менделеева, из которых она состоит, то свойства этого вещества исчезнут, хотя элементы останутся. Однако что же при этом исчезает такое, что приводит к исчезновению свойств вещества? Ответ вполне очевиден: при расщеплении молекулы исчезают *взаимосвязи* между элементами (атомами), благодаря которым они и образовывали минимальную *систему* данного вещества, обладающую его химическим свойствами, т.е. его молекулу. Необходимо отметить, что приведенный пример имеет несколько упрощенный характер, т.к. элементы таблицы Д.И. Менделеева также образуют вещества, т.е. простейшей молекулой является сам элемент (атом). С другой стороны, макрообъект не всегда состоит из молекул, он может быть, например, ионным *кристаллом* как NaCl (поваренная соль). Кроме того у макроколичества некоторого вещества могут возникать новые свойства, отсутствующие у отдельной молекулы или нескольких молекул, за счет статистических и термодинамических эффектов.

В информационной теории систем (ИТС), идеи которой мы пытаемся развивать в данной статье, предлагается считать, что ***минимальным элементом пространства или геометрической фигуры некоторой размерности, обладающим той же размерностью, что и само пространство или фигура, является*** ***<u>точка</u>*** ***этого пространства".***

Получается, что *пространства и геометрические фигуры различной размерности состоят из различных точек, т.е.* ***точек также различной размерности***. Поэтому геометрические фигуры можно рассматривать как системы, состоящие из точек различной размерности и имеющие различную структуру взаимосвязей между этими точками. Таким образом, ***геометрическим аналогом системы в рамках информационной теории систем является многомерная геометрическая фигура, состоящая из точек различной размерности и структуры, взаимосвязанных между собой в определенную структуру.***

<u>Определение 8:</u>

точкой пространства i-й размерности будем называть систему, состоящую из ***минимального*** *количества точек 0-й размерности, имеющую размерность i.*

Отметим, что в рамках данной статьи мы не рассматриваем вопросы топологической целостности (связности) элементов фигур и наличия у них некоторой сплошной гиперповерхности, ограничивающей некоторый гиперобъем. Вопрос, связанный с метрикой пространства, будет конкретизирован при рассмотрении следующих задач. Отметим, что вообще понятие "геометрическая фигура" связано с понятиями "топологическое пространство" и "геометрическое место точек", кроме того, фигура может быть определена операционально, например, в форме некоторой начальной фигуры и ***алгоритма*** ее ***преобразования*** для получения элементов фигуры, как это делается в теории фракталов.

Итак, ***системы можно представить как многомерные геометрические фигуры, состоящие из точек различной размерности и структуры, взаимосвязанных между собой в определенную структуру***. При этом i-мерные точки, ***как системы,*** имеют ***эмерджентные*** свойства (***i-гиперобъем***), которых не было у точек меньших размерностей, из которых они состоят [18]:

– 0-мерная точка не имеет никаких качеств (9-мера: S^0);

– 1-мерная точка имеет длину (1-мера: S^1);

– 2-мерная точка имеет площадь (2-мера: S^2);

– 3-мерная точка имеет объем (3-мера: S^3);

....

– i-мерная точка имеет i-гиперобъем (i-мера: S^i).

Предлагаем называвать ***"<u>Системной геометрией</u>" часть математики, изучающую многомерные пространства и геометрические фигуры в этих пространствах как <u>системы, состоящие из точек различной размерности и структуры, взаимосвязанных между собой в различные структуры</u>.***

"Проблему кучи" в системной геометрии предлагается решать следующим образом: будем считать, что *новая размерность может возникать (но не обязательно возникает) у системы точек при добавлении* ***одной-единственной*** *точки*. Для того, чтобы возникала новая размерность необходимо не просто добавить точку, но и чтобы положение этой новой точки было *независимым* от предыдущих, т.е. *никак не связанным* с положением *всех* уже имеющихся точек или их систем (чтобы ее положение было невозможно вычислить и предсказать на основе информации о расположении уже имеющихся точек).

Например:

– для получения 2-мерной точки (точки плоскости) необходимо, чтобы третья точки *не лежала на прямой линии*, образованной двумя уже имеющимися точками, входящими в состав 1-мерной точки;

– для получения 3-мерной точки (точки объема) необходимо, чтобы четвертая точка *не лежала на плоскости*, образованной тремя уже имеющимися точками, входящими в состав 2-мерной точки, и т.д.

Аналогично, при *получении каких-то знаний наше знание изменяется* ***качественно*** *лишь в том случае, если эти полученные знания* ***в принципе не могут быть получены из уже имеющихся знаний путем логических операций***. *Обычно подобные знания получаются из* ***опыта***, но в некоторых случаях новые более общие теории, содержащие новые знания, могут быть получены из старых теорий путем удаления из системы аксиом одной или нескольких них, т.е. путем ослабления ограничений, накладываемых на содержание теории, системой ее аксиом (так была получена геометрия Лобачевского).

Смысл размерности пространства состоит в том, что она количественно показывает, во сколько раз возрастает "содержимое" тела при увеличении его линейных размеров или при уменьшении линейных размеров объектов, "заполняющих" это тело.

Одним из наиболее распространенных и общепринятых способов определения размерности многомерной геометрической фигуры является применение известной формулы *Хаусдорфа [21, 22]*:

$$D = Log(S)/Log(L), \tag{1}$$

где

D – размерность многомерной геометрической фигуры;

S – *обобщенный объем* многомерной геометрической фигуры: S^1 – длина, S^2 – площадь, S^3 – объем, ..., S^i – i-гиперобъем;

L – линейный размер многомерной геометрической фигуры.

В соответствии с выражением (1), получаем:

– для линии (S^1): $D = Log(2)/Log(2) = 1$,

– для плоскости (S^2): $D = Log(4)/Log(2) = 2$,

– для объема (S^3): $D = Log(8)/Log(2) = 3$.

Обращает на себя внимание следующая закономерность:

– при увеличении линейных размеров геометрической фигуры в 2 раза ее i-гиперобъем возрастает в 2^i раз;

– при размерности пространства, равной i, минимальное количество i-мерных шаров, заполняющих i-мерный куб, равно $N=2^i$ (рисунок 3).

Эта закономерность формально *точно совпадает* с комбинаторной мерой Хартли для количества информации:

$$\begin{aligned} N &= 2^i : \\ i &= Log_2 N, \end{aligned} \tag{2}$$

где

i – количество информации (в битах);

N – количество элементов в множестве.

В соответствии с представлением о *кубической размерности* фракталов (*box dimension*) [21, 22], будем оценивать размерность "i" пространства по тому, как возрастает количество i-*мерных* объектов, помещающихся в какое-либо i-*мерное* тело при увеличении его размеров или при уменьшении размеров объектов. Примем, в качестве множества "А" i-мерный куб (i-куб), а в качестве элементов множества – i-*мерные шары* (i-*шар)*. Пусть $N(r)$ – минимальное количество i-шаров радиуса r, заполняющих (покрывающих) "А" *в* i-*мерной кубической укладке*.

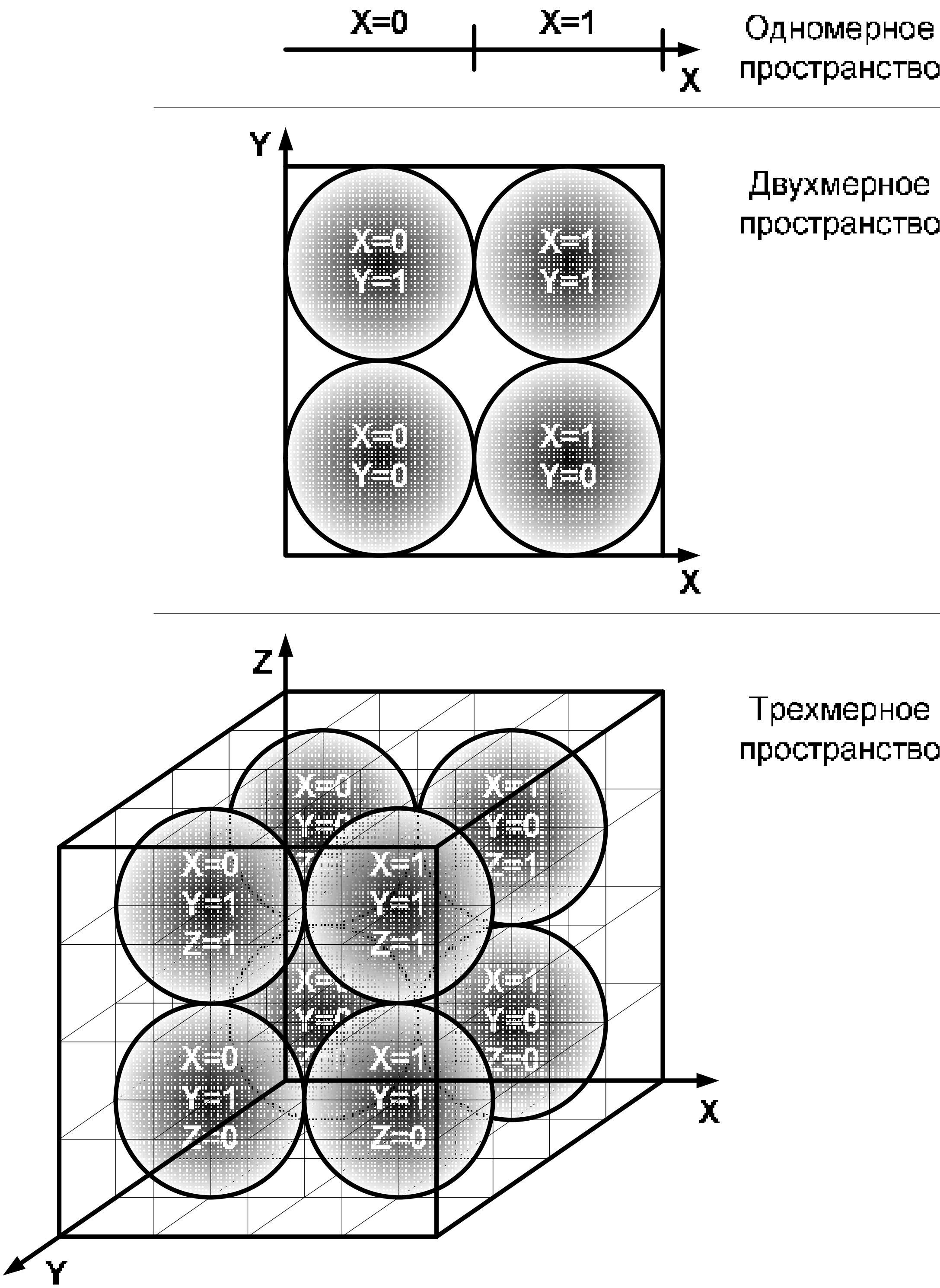

Рисунок 3 – Примеры плотной упаковки шаров в кубе, сторона которого в два раза превышает диаметр шара, при различных размерностях пространства и шаров (размерности: 1, 2 и 3)

Если ***i***-шары имеют очень большой диаметр, сопоставимый с длиной ребра ***i***-куба, то ясно, что в ***i***-кубе всегда, *независимо* от размерности пространства, будет помещаться только один ***i***-шар. Поэтому диаметр ***i***-шара нужно взять таким, чтобы в ***i***-кубе поместилось ***несколько*** ***i***-шаров. Например, достаточно взять начальный диаметр в ***два*** раза меньше длины ребра.

Отметим, что это минимальная разница между диаметров шара и длиной ребра куба, которая вообще возможна и приемлема для наших целей. Если взять большее различие, то принципиально ничего не изменится, но расчеты и иллюстрации немного усложнятся. Поэтому остановимся на этом варианте.

При уменьшении диаметра ***i***-шаров их будет помещаться в ***i***-кубе все больше и больше, и мы *все точнее* сможем определить размерность пространства, которая, как ясно из вышесказанного, является *пределом* ***D***:

$$D = \underset{r \to 0}{Lim}\left(\frac{LogN[r]}{Log(1/r)} \right), \qquad (3)$$

при ***r***, стремящемся к нулю. Этот предел, *<u>если он существует</u>* [21], и называется *кубической размерностью* пространства. Известно, что Хаусдорфова размерность *не превосходит* кубическую, а для самоподобных фракталов они *совпадают*. Определение фракталов, как самоподобных множеств, дано Дж. Хатчинсоном [22]. **Самоподобным называется множество, части которого образованы из целого множества путем таких его *преобразований*, как: *масштабирование, отражение, перенос и поворот*.** Отметим, что не все фракталы являются самоподобными множествами.

Таким образом, *размерность пространства* можно рассматривать или интерпретировать как *минимальное* количество осей координат, которого необходимо и достаточно для однозначного ***определения положения*** объектов в этом пространстве. Это понятие тесно связано с понятием конфигуратора [9].

Казалось бы, в этом утверждении нет ничего нового. Однако не будем спешить с выводами, т.к. совершенно очевидно, что в этом определении речь идет об *информации*. Дело в том, что каждое значение координат несет некоторое количество ***информации***, необходимой для ***идентификации*** ***i***-объекта, путем определения его *положения* в ***i***-пространстве, причем *это количество информации тем больше, чем выше размерность* ***i****-пространства*.

Примечание: важно отметить, что согласно *соотношению или принципу неопределенностей Гейзенберга* невозможно одновременно точно измерить координаты и скорость квантового объекта. Это означает, что существует некий физический предел на объем информации, который мы можем получить об объекте, находящийся в том или ином состоянии. В этой связи предлагается следующая ***информационная формулировка принципа неопределенностей Гейзенберга:*** ***существует физический предел на количество информации, получаемой о физическом объекте, причем увеличение количества информации о положении объекта в пространстве возможно только за счет соответствующего по величине уменьшения количества информации о его скорости, и наоборот, увеличение количества информации о скорости объекта возможно только за счет уменьшения количества информации о его положении.***

Таким образом, координаты ***i***-объекта в ***i***-пространстве вполне обоснованно можно рассматривать как ***признаки*** этого объекта, с помощью которых он идентифицируется, т.е. которыми он отличается от остальных объектов. Причем эти признаки можно рассматривать как *градации* описательных шкал, в качестве которых выступают оси координат, а сами шкалы могут быть номинальные, порядковые (интервальные) или числовые (шкалы отношений) [9]. По эти признакам и необходимо идентифицировать объект. Это уже формулировка задачи идентификации или распознавания, которую можно решать, в том числе с применением теории информации. Таким образом, ***появляется возможность исследования информационных свойств не только геометрического, но и физического пространства.***

Таким образом, мы видим важную аналогию между понятиями геометрии и теории информации, представленную в приведенной ниже таблице:

Аналогия между геометрией и теорией информации

№	Геометрия		Теория информации	
	S^i – i-гиперобъем	i – размерность пространства	N – количество элементов в множестве	i – количество информации (по Хартли)
1	2	1	2	1
2	4	2	4	2
3	8	3	8	3
4	16	4	16	4
5	32	5	32	5
6	64	6	64	6
7	128	7	128	7
8	256	8	256	8
...	...	...	...	...
i	$S^i = 2^i$	$i = Log_2 S^i$	$N = 2^i$	$i = Log_2 N$

Отметим также, что известна [21, 22] так называемая "фрактальная размерность" d_1 (4), которую часто называют ***<u>информационной размерностью</u>***, *т.к. она показывает*, ***какое количество информации необходимо для определения местоположения точки в многомерном пространстве.***

$$d_1 = \lim_{e \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(e)} p_i(e) \ln p_i(e)}{\ln e}. \tag{4}$$

В выражении (4) обозначено:

$e << 1$ – сторона гиперкубической ячейки i-пространства объемом: e^{d_1};

$N(e)$ – количество занятых ячеек, в которых содержится хотя бы одна точка;

$p_i(e) = \lim\limits_{N(e)\to\infty} \frac{n_i(e)}{N(e)}$ – вероятность того, что некоторая точка содержится в i-й ячейке, при этом: $\sum\limits_{i=1}^{N(e)} p_i(e) = 1$;

$n_i(e)$ – количество точек в i-й ячейке.

Из данных таблицы, выражения (4) видно, что *Хаусдорфа* размерность пространства и информационная размерность соотносятся как комбинаторная мера Хартли для количества информации и статистическая мера информации Шеннона для неравновероятных событий.

Здесь необходимо отметить, что впервые в истории современной науки физическое явление было описано с помощью геометрии в общей теории относительности (ОТО), т.е. теории гравитации Альберта Эйнштейна, в которой гравитация описывается как искривление пространства. Таким образом им было положено начало рассмотрению физических явлений как геометрических феноменов. В последующем этот подход, получивший название "программа геометризации физики" получил развитие в работах Дж. Уиллера, который писал, что "в мире нет ничего, кроме пустого искривленного пространства. Материя, заряд, электромагнетизм и другие поля являются лишь проявлением искривленного пространства. Физика есть геометрия". Эту программу Дж. Уиллер воплотил в теорию, названную им "геометродинамикой". Однако оказалось, что ОТО позволяет геометризовать лишь одно гравитационное поле и одной из причин этого, по-видимому, явилось то, что геометрические свойства классического искривленного пространства оказались слишком бедными, недостаточными для того, чтобы геометризовать другие поля, в первую очередь, электромагнитное поле. Понимание этого учеными привело к появлению различных обобщений римановой геометрии: геометрия Вейля, геометрия с кручением Картана и др. Ранее представление о субстанциональной роли пространства высказывали и выдающийся философ Б.Спиноза, и английский математик В.Клиффорд, а в древней индийской философии за тысячи лет до названных авторов были написаны строки: "Поистине, из этого Атмана возникло *пространство*, из пространства – ветер, из ветра – огонь, из огня – воды, из вод – земля, из земли – травы, из трав – пища, из пищи – человек" (Тайттирия упанишада, II.1.1).

Мы предлагаем гипотезу, по-видимому являющуюся системным обобщением программы геометризации и состоящую в следующем предположении: ***физические*** *свойства самого пространства, полей, элементарных частиц, атомов, молекул и в конечном счете и макрообъектов, являются эмерджентными свойствами лежащих в их фундаменте* ***геометрических*** *систем, состоящих из точек различной размерности и структуры, т.е****. физические свойства микро- и макрообъектов являются эмерджентными свойствами геометрических систем.***

Основываясь на существенной аналогии между координатами в информацией, представленной в представленной выше таблице, можно сделать некоторые **выводы и *предположения*, в том числе об информационных свойствах пространства и перемещающихся в них объектах**:

1. ***Размерность пространства можно определить как его информационную емкость***.

2. Поскольку *информация связана с энтропией*: численно равна ей, но имеет противоположный знак, то можно предположить, что ***чем выше размерность пространства, тем выше его антиэнтропийные свойства***.

3. *Энтропия связана как с энергией, так и с информацией, поэтому возможно получить количественное соотношение между энергией и информацией, а значит и между массой и информацией.* Для конкретных систем вывод подобных соотношений не представляет труда, но в общем виде они пока в науке не сформулированы:

– при сообщении энергии системе ее энтропия повышается, информационное содержание и уровень системности (организованности) уменьшается (вплоть до распада структуры системы), а при передаче энергии от системы (охлаждение) ее энтропия уменьшается, информационное содержание и уровень системности (организованности) возрастает;

– в замкнутых системах вектор потока энергии всегда направлен в сторону уменьшения ее плотности (закон возрастания энтропии);

– физические объекты представляют собой сложные *системы*, различные структурные уровни организации которых локализуются в пространствах различных размерностей: более глубокие (высокие) и фундаментальные (сущностные) структурные уровни локализуются в пространствах больших размерностей, а менее фундаментальные, внешние уровни (форма) – в пространствах меньших размерностей;

– объекты представляют собой каналы информационного и энергетического взаимодействия тех структурных уровней организации материи, на которых они локализованы (отличаются от окружающей среды), при этом при передаче информации осуществляется преобразование языковой формы ее представления;

– поток информации в объектах направлен из пространств высшей размерности в пространства низшей размерности, от сущности к форме, что придает антиэнтропийные свойства форме и позволяет ей сохранять устойчивость во внешней среде;

– согласно квантовой теории поля (КТП) одни объекты *взаимодействуют* с помощью других объектов (подобъектов), при этом подобъекты являются *квантами поля*, с помощью которого осуществляется взаимодействие объектов, а объекты – источниками этого поля (*зарядами*); мы предполагаем, что *заряды локализуются в пространстве с большей размерностью, чем порождаемое ими поле*, с помощью которого они взаимодействуют, т.е. не поле порождается зарядами, а наоборот, заряды являются сингулярностями поля, *поле является более фундаментальным, чем заряды и является эмерджентной основой зарядов* [18]. Взаимодействующие объекты (заряды) могут рассматриваться как *пересечение* полевых систем, т.е. систем более низкой размерности, т.е. как сингулярности поля. Например, точки пересечения линий можно рассматривать как взаимодействующие объекты (заряды), а сами линии, как квантовые поля, с помощью которых они взаимодействуют, так что возможно *диаграммы Фейнмана* – это нечто большее, чем просто исключительно удачное графическое изображение квантовых процессов.

Любой объект, в т.ч. человек, является системой, которую можно представить себе в качестве ***i***-точки некоторого ***i***-пространства, причем не только абстрактного (фазового, семантического или иного), но и вполне "физического", в смысле реально "объективно" существующего.

Развитие любого объекта, в т. ч. человека, можно представить себе как движение в некотором пространстве, которое осуществляется путем чередования состояний двух типов: локализованного в пространстве, но с неопределенным направлением перемещения (бифуркационное состояние), и с определенным направлением перемещения, но с неопределенной локализацией (детерминистское состояние).

Для особого класса геометрических фигур-фракталов получаются не только целые, но и *дробные* значения размерности, причем обычно *превосходящие* размерность элементов, из которых строится фрактал. Это означает, что *фрактал обладает качественно новыми* ***эмерджентными****, системными свойствами по сравнению со своими элементами, т.е. свойствами, которыми эти элементы не обладали, и, таким образом, является* ***системой*** *составляющих его элементов****.***

На этом даже может быть основано одно из определений фракталов: ***фракталом называется геометрическая фигура, размерность которой <u>превосходит</u> размерность геометрических объектов, из которых он со-***

стоит. На основании этого определения и вышесказанного мы можем высказать ***гипотезу*** о том, что *все геометрические фигуры являются фракталами*, а классические фигуры, для которых ранее считалось, что они не фракталы, также являются особым видом и *частным случаем* фракталов.

По аналогии с введенным автором понятием "антисистемы" [16], можно предложить и определение "антифрактала": ***это геометрическая фигура, размерность которой меньше размерности геометрических объектов, из которых он состоит.***

Остается лишь добавить, что, по-видимому, классическая геометрия от Евклида до Римана изучает геометрические фигуры, размерность которых *строго равна* размерности геометрических объектов, из которых они состоят, т.е. фигуры, являющиеся не системами, а множествами. Однако ***множество является частным случаем системы*** [16]. Это означает, что в рамках классической геометрии все виды ***i***-мерных точек "по умолчанию" *ошибочно* считались 0-точками, т.е. точками нулевой размерности, но обнаружить это возможно только в рамках более общей *системной геометрии*, являющейся системным обобщением классической геометрии. Это наводит на мысль о том, что, по-видимому, ***фрактальная геометрия по-видимому является одним из первых разработанных разделов системной геометрии***. Так предлагается называть системное обобщение классической геометрии, изучающую геометрические системы. В этой связи можно высказать геометрическую гипотезу о том, что ***геометрические фигуры классической геометрии являются фракталами с одним уровнем самоподобия, состоящими из системных точек, подобных фигуре в целом и той же размерности: "точка" – "фигура-в-целом" (по Дж. Хатчинсону)***. Это определение по смыслу совпадает с определением так называемой "истинной бесконечности" Г.В.Ф. Гегеля, согласно которому ***истинно бесконечной является система, подобная каждой своей части***. Подобные системы, по Шеннону, обладают максимальной взаимной информацией и минимальной энтропией, к подобным системам относятся и фракталы (Дж. Хатчинсон), и живые организмы, состоящие из клеток, в каждой из которых находится полный геном, содержащий информацию о всем организме. Возможно, даже во Вселенной нет ни одного объекта, не являющегося истинно-бесконечным и не содержащего в своей сущности полной информации о всей Вселенной. Поэтому древние утверждали равенство или даже тождество "микро- и макрокосма".

Бенуа Мандельброт в своей основополагающей работе [22] пишет, что "***размерность есть локальное свойство пространства***". В связи с этим возникает ***физическая гипотеза*** о том, что, возможно, наше *физическое пространство* имеет размерность, *не точно* равную 3, а просто очень близкую к 3 (например, больше основания натурального логарифма **e**, но меньше отношения длины окружности к ее радиусу p), причем эта размерность (и *статистическое распределение i-мерных точек – систем разного типа*) в принципе может изменяться с течением времени и в разных областях пространства в зависимости от тех или иных *физических* условий, и совершенно не обязательно связанных только с гравитацией и гравитационной массой (вдруг, например, окажется, что размерность пространства изменяется во время ударов молний, землетрясений, ядерных взрывов, вблизи торнадо, а также в аномальных зонах). В этой связи возникает ***идея*** о *разработке метода и прецизионной **мобильной** технологии измерения **текущей** фактической размерности пространства в различных его точках, и, если такая технология будет создана, то, возможно, также и о создании службы мониторинга и прогнозирования динамики размерности пространства*. Мы уже не говорим о том, какие возможные перспективы открываются, если удастся теоретически найти и практически реализовать способы управления размерностью пространства.

Выше уже отмечалось, что смысл размерности пространства состоит в том, что она количественно показывает: во сколько раз возрастает "содержимое" тела при увеличении его линейных размеров или при уменьшении линейных размеров объектов, "заполняющих" тело. В рамках системной теории информации автором получены выражения для коэффициентов эмерджентности Хартли и Харкевича [1, 1–20], *названные так автором в честь этих выдающихся ученых*:

$$j = \frac{Log_2 \sum_{m=1}^{M} C_W^m}{Log_2 W}, \qquad (5)$$

где

M – максимальная сложность элементов-подсистем (максимальная мощность базисного множества);

W – количество чистых (классических) состояний системы, т.е. количество базисных элементов;

j – коэффициент эмерджентности Хартли (уровень системной организации объекта, имеющего W чистых состояний).

Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (5) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации в системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности, ***т.е. этот коэффициент отражает уровень системности объекта.***

Таким образом, ***коэффициент эмерджентности Хартли отражает <u>уровень системности</u> объекта и изменяется от 1 (системность минимальна, т.е. отсутствует) до W/Log_2W (системность максимальна).***

Здесь учтено известное из статистики соотношение, при $M=W$:

$$\sum_{m=1}^{M} C_W^m = 2^W - 1 \qquad (6)$$

Очевидно, ***<u>для каждого количества базисных элементов системы</u> существует свой <u>максимальный</u> уровень системности***, который никогда реально не достигается из-за действия ***правил запрета*** на реализацию в системе ряда подсистем различных уровней иерархии. Таким образом, коэффициент эмерджентности Хартли дает *верхнюю оценку* уровня системности ***i***-точки из *W* базисных элементов.

Из сравнения ***коэффициент эмерджентности Хартли (5)*** с мерой Хаусдорфа (1) и *кубической размерностью* (3) видно, что ***коэффициент эмерджентности Хартли, отражающий "уровень системности", можно интерпретировать как своего рода <u>информационную размерность системы, т.е. скорость возрастания ее системных (эмерджентных) свойств при линейном количественном увеличении мощности базисного множества системы.</u>*** При этом числитель в формуле (5) можно считать ***максимальной информационной емкостью системы*** из W базисных элементов, а знаменатель, т.е. классическую меру Хартли для количества информации – ***минимальной*** информационной емкостью такой системы, т.е. ее базисного множества.

Упрощенно можно считать, что:

– пространство 0-й размерности есть одна точка 0-й размерности, т.е. классическая точка, известная в математике (в частности в геометрии, дифференциальном и интегральном исчислении), а также в основанной на них физике;

– пространство 1-й размерности – это прямая линия, состоит из точек 1-й размерности, представляющих собой системы из 2-х точек 0-й размерности, т.е. ***отрезков***, ***имеющих*** <u>бесконечно малую длину</u> (не нулевую);

– пространство 2-й размерности – это плоскость, состоит из точек 2-й размерности, представляющих собой системы из 3-х точек 0-й размерности, или точки 1-й размерности и точки 0-й размерности, т.е. ***треугольников, имеющих*** бесконечно малую площадь (не нулевую);

– пространство 3-й размерности – это пространство, состоит из точек 3-й размерности, представляющих собой системы из 4-х точек 0-й размерности, или точки 3-й размерности и точки 0-й размерности т.е. ***тетраэдров, имеющих*** бесконечно малый объем (не нулевой);

.....

– пространство i-й размерности состоит из точек i-й размерности, представляющих собой системы из (i+1)-х точек 0-й размерности, или точки i-й размерности и точки 0-й размерности, т.е. i-мерных ***симплексов***, ***имеющих*** бесконечно малый i-гиперобъем (i-мера: S^{i}) (не нулевую).

На основе вышеизложенного можно сделать следующие предварительные **выводы**:

1. Сама программная идея системного обобщения математики выглядит перспективной и обоснованной.

2. Реализация этой программной идеи в семантической теории информации Харкевича позволило обобщить его формулу для семантической меры информации таким образом, что для обобщенной формулы стал выполняться обязательный для общей теории принцип соответствия с формулой Хартли в *равновероятном детерминистском случае,* которому удовлетворяет выражение Шеннона для количества информации. Кроме того в обобщенную формулу Харкевича входит слагаемое, аналогичное плотности информации по Шеннону. Этим самым семантическая теория информации Харкевича формально *объединилась* с теорией Хартли и Шеннона, от которой ранее она стояла несколько особняком. Полученная в результате этого обобщенная теория информации получила название "Системная (эмерджентная) теория информации" (СТИ), которая и явилась первым результатом реализации программной идеи системного обобщения математики.

3. Следовательно программная идея системного обобщения математики плодотворна как *метатеоретическая* идея, позволяющая получать более общие математические теории.

4. Вторым шагом реализации программной идеи системного обобщения математики является системное обобщение теории множеств, которая лежит в основаниях многих фундаментальных понятий и разделов математики. При обсуждении ряда задач, возникающих при попытке системного обобщения теории множеств было обнаружено, что в математике уже давно существуют математические теории, которые можно считать реализацией программной идеи системного обобщения математики и одной из таких теорий является *математическая теория фракталов*. Забегая вперед скажем, что, по-видимому, другой подобной теорией является *теория нечетких множеств*. Вполне возможно, что этим список подобных теорий не ограничивается. Сам факт существования подобных теорий может рассматриваться как подтверждение правильности программной идеи системного обобщения математики, т.к. именно в рамках этой идеи создание этих и других подобных теорий выглядит не как результат случайного озарения их авторов, а как закономерный шаг в развитии математики, который рано или поздно но неизбежно должен был быть *осознанно* совершен.

5. Предложены некоторые базовые понятия ***системной геометрии***:

– введено новое научное понятие "*геометрической системы*", под которыми понимается не просто *множество* точек, но и *взаимосвязи* между ними различных уровней иерархии, т.е. структура;

– предложено считать, что свойства геометрических систем являются эмерджентными свойствами, возникающими за счет системного эффекта;

– в частности такое свойство как размерность пространства и геометрических систем является эмерджентным свойством, возникающим у геометрических систем определенной сложности, т.е. включающих в себя определенное количество точек;

– предложено понятие многомерной геометрической точки (i-точки), которая представляет собой систему из *минимального* количества точек, имеющую заданную размерность; i-точка имеет меру S^{i} и является бесконечно малой, но не нулевой величиной меры S^{i};

– геометрические системы и пространства различной размерности могут состоять из точек различной размерности, статистическое распределение которых может изменяться от точки к точке;

– классические геометрические тела различной размерности могут рассматриваться как частный случай фракталов в том смысле, что могут рассматриваться как состоящие i-из точек, подобных системе в целом.

6. Предложено системное обобщение программы геометризации физики Дж. Уиллира: между геометрией и физикой нет четкой грани, и все физические свойства микро- и макро-объектов можно рассматривать как эмерджентные свойства сложных геометрических систем, являющихся их субстанциональным фундаментом. Более того, в конечном итоге также можно рассматривать и химические, биологические, психологические и социальные свойства объектов.

7. Размерность пространства является прежде всего его информационной характеристикой и отражает минимальное количество информации, которого необходимо и достаточно для идентификации *положения* объекта в пространстве или его скорости (согласно соотношению неопределенной Гейзенберга). Дана информационная формулировка принципа неопределенности Гейзенберга, которая является примером возможности применения теории информации и методов теории управления в физике для моделирования и физических объектов и управления ими, в т.ч. на квантовом уровне.

8. *Перспективным является применение теории информации в физике, как для описания фундаментальных свойств пространства и времени, так и для моделирования физических объектов и управления ими*, в т.ч. на

квантовом уровне. В этой связи хотелось бы заметить, что об атомах, как *системах* автор писал еще в 1973 году [26], информационной сущности пространства – в 1975 [27], информационной теории времени в 1980 и 1994 годах [28, 29], а также в ряде более поздних работ.

В заключение хотелось бы особо отметить, что автор вполне осознает всю мягко сказать "неоднозначность" высказанных в данной работе мыслей и положений, поэтому необходимо подчеркнуть, что эти мысли положения приводятся *исключительно* в порядке обсуждения и ни в коей мере не претендуют на какую-либо полноту и завершенность. Задачи 4–8 планируется поставить и обсудить на неформальном уровне во второй части данной статьи, которая находится в стадии подготовки к печати.

Литература

1. Луценко Е.В. Автоматизированная система распознавания образов, математическая модель и опыт применения // В.И. Вернадский и современность (к 130-летию со дня рождения)": Сборник. Тезисы научно-практической конференции. – Краснодар: КНА, 1993. – С. 37–42.
2. Луценко Е.В. Автоматизация когнитивных операций системного анализа // Проблемы совершенствования систем защиты информации, энергоснабжения военных объектов и образовательных технологий подготовки специалистов // Материалы II межвузовской научно-технической конференции. – Краснодар: КВИ, 2001. – С. 131–133.
3. Луценко Е.В. Автоматизированный когнитивный системный анализ фондового рынка // Проблемы экономического и социального развития России: Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Пенза: ПГУ, 2001. – С. 206–209.
4. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ детерминистско-бифуркационной динамики активных систем // Проблемы совершенствования систем защиты информации, образовательного процесса и электроснабжения военных объектов: Межвузовский сборник научных работ. – 2002. – № 3. – С. 50–53.
5. Луценко Е.В. Исследование адекватности, сходимости и семантической устойчивости системно-когнитивной модели активных объектов // Проблемы совершенствования систем защиты информации, образовательного процесса и электроснабжения военных объектов: Межвузовский сборник научных работ. – 2002. – №3. – С. 64–70.
6. Луценко Е.В. Интерференция последствия выбора в результате одновременного осуществления альтернатив и необходимость разработки системной (эмерджентной) теории информации // Проблемы совершенствования систем защиты информации, образовательного процесса и электроснабжения военных объектов: Межвузовский сборник научных работ. – 2002. – №3. – С. 72–74.
7. Луценко Е.В. Теоретические основы системной (эмерджентной) теории информации // Проблемы совершенствования систем защиты информации, образовательно-

го процесса и электроснабжения военных объектов: Межвузовский сборник научных работ. – 2002. – №3 . – С. 84–93.

8. Lutsenko E.V. Conceptual principles of the system (emergent) information theory & its application for the cognitive modelling of the active objects (entities). 2002 IEEE International Conference on Artificial Intelligence System (ICAIS 2002). –Computer society, IEEE, Los Alamos, California, Washington-Brussels-Tokyo, p. 268-269. http://csdl2.computer.org/comp/proceedings/icais/2002/1733/00/17330268.pdf
9. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ, 2002. – 605 с.
10. Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учеб. пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп.– Краснодар: КубГАУ, 2006. – 615 с.
11. Луценко Е.В. Расчет эластичности объектов информационной безопасности на основе системной теории информации // Безопасность информационных технологий. – М.: МИФИ, 2003. – № 2. – С. 82–90.
12. Луценко Е.В. Концептуальные основы системной (эмерджентной) теории информации и ее применение для когнитивного моделирования активных объектов // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. – 2003. – № 1. – Таганрог: ТГРТУ, 2003. – С. 23–27. – Режим доступа: http://pitis.tsure.ru/files13/5.pdf.
13. Луценко Е.В. Нелокальные интерпретируемые нейронные сети прямого счета, как инструмент системно-когнитивного анализа // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. Приложение №3. – 2003. – С. 3–12.
14. Луценко Е.В. Математический метод СК-анализа в свете идей интервальной бутстрепной робастной статистики объектов нечисловой природы // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №01(3). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/01/13/p13.asp.
15. Луценко Е.В. Системно-когнитивный анализ как развитие концепции смысла Шенка – Абельсона // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №03(5). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/03/04/p04.asp.
16. Луценко Е.В. АСК-анализ как метод выявления когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – № 03(11). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/03/19/p19.asp.
17. Луценко Е.В. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации) // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – № 05(21). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf.
18. Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем. Квантовая Магия, 2008. – Т. 5. Вып. 1. – С. 1215–1239 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html.
19. Луценко Е.В. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации // Научный журнал КубГАУ

[Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – № 2(36). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf.
20. Луценко Е.В. Семантическая информационная модель СК-анализа // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – № 2(36). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/12.pdf.
21. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы, фракталы. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://sceptic-ratio.narod.ru/ma/dm4-3.htm.
22. Мандельброт Бенуа. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002, – 656 с.
23. Н. ДЖ. А. СЛОЭН. Scientific American · Издание на русском языке. № 3 · МАРТ 1984 · С. 72–82. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ega-math.narod.ru/Nquant/Spheres.htm.
24. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем; Перев. с английского. – М.: Мир, 1971. – 400 с.
25. Шилейко, А.В. Введение в информационную теорию систем / А.В. Шилейко, В.Ф. Кочнев, Ф.Ф. Химушин. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.
26. Луценко Е.В. Индийский атомизм и единство мира. / Е.В. Луценко // Высшие формы сознания – высшие технологии [Электронный ресурс]. – Краснодар: 1973. – Режим доступа: http://lc.kubagro.ru/History/Atomizm/page_01.htm
27. Луценко Е.В. Единство мира. / Е.В. Луценко // Высшие формы сознания – высшие технологии [Электронный ресурс]. – Краснодар: 1975. – Режим доступа: http://lc.kubagro.ru/History/EdMira-2/EdMira-2.htm
28. Луценко Е.В. О некоторых мировоззренческих аспектах постановки проблемы "Человек – природа"./ Е.В. Луценко // Высшие формы сознания – высшие технологии [Электронный ресурс]. – Краснодар: 1980. – Режим доступа: http://lc.kubagro.ru/History/shn-2shv/page_01.htm
29. Луценко Е.В. Мастеру, звезда которого светит из будущего (опыт исследования высших форм сознания) / Е.В. Луценко // Высшие формы сознания – высшие технологии [Электронный ресурс]. – Краснодар: 1994. – Режим доступа: http://lc.kubagro.ru/master/index.htm

Для удобства читателей некоторые из этих работ размещены по адресу: http://lc.kubagro.ru/aidos/Eidos.htm.