УДК 65.012.122 : 519.17

08.00.13 - Математические и инструментальные методы экономики (экономические науки)

МИНИМИЗАЦИЯ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ СТРУКТУРЫ ПРЕДПРИЯТИЯ[1]

Павлов Дмитрий Алексеевич
к.ф.-м.н., доцент
РИНЦ SPIN-код, 8822-5089
dp.logic@gmail.com

Ефанова Наталья Владимировна
к.э.н., доцент
РИНЦ SPIN-код: 9977-2499

Грубич Татьяна Юрьевна
ст.преподаватель
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Проблема оптимального распределения производственных задач, является одной из важных проблем эффективного планирования процессов, связанных с производством на предприятии. Однако классический подход к решению этой задачи становится малопригодным, когда отдельные этапы производственного процесса выполняются последовательно и в случае, когда необходимо учитывать структурные особенности технологических процессов предприятия. Цель работы: разработать методику минимизации затрат при распределении производственных задач с учетом структурных особенностей технологических процессов предприятия. В работе строится многокритериальная дискретная оптимизационная модель распределения производственных задач по структуре производственных элементов. Предложена одна из методик основанная на предлагаемой модели, позволяющая выделять группы, состоящие из четырех элементов в производственной структуре предприятия. Модель построена с помощью сетевой конструкции – предфрактальных графов. Применение предфрактальных графов позволяет естественным образом представить структуру производственно-технологических связей элементов производственной системы крупных предприятий. Результатами работы является разработанная эффективная методика решения проблемы сетевого распределения производственных задач, учитывающая структурные особенности технологических процессов на предприятии, экономическим

UDC 65.012.122 : 519.17

08.00.13 - Mathematical and instrumental methods of Economics (economic sciences)

MINIMIZATION OF RESOURCE COSTS IN THE DISTRIBUTION OF PRODUCTION TASKS OF A COMPANY TAKING INTO ACCOUNT ITS STRUCTURE

Pavlov Dmitriy Alexeevich
Cand.Phys.-Math.Sci., associate professor
RSCI SPIN-code, 8822-5089
dp.logic@gmail.com

Efanova Natalia Vladimirovna
Cand.Econ.Sci., associate professor
RSCI SPIN-code: 9977-2499

Grubich Tatyana Yurevna
Senior Lecturer
Kuban State Agricultural University, Krasnodar, Russia

The problem of the optimal distribution of production tasks is one of the important problems of effective planning of processes associated with production at the enterprise. However, the classical approach to solving this problem becomes of little use when the individual stages of the production process are performed sequentially and in the case when it is necessary to take into account the structural features of the technological processes of the enterprise. Purpose of work: to develop a methodology for minimizing costs in the distribution of production tasks, taking into account the structural features of the technological processes of the enterprise. We built a multicriteria discrete optimization model for the distribution of production tasks according to the structure of production elements. One of the methods based on the proposed model is proposed, which allows to identify groups consisting of four elements in the production structure of the enterprise. The model is built using a network design which are pre-fractal graphs. The use of pre-fractal graphs allows you to naturally represent the structure of production and technological links of the elements of the production system of large enterprises. The results of the work is the developed effective methodology for solving the problem of the network distribution of production tasks, taking into account the structural features of technological processes at the enterprise, the economic effect of which is to minimize resource costs. Based on the constructed model, we can develop automated means of monitoring and managing the production processes of a company

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта 18-010-00891 А

эффектом которого является минимизация затрат ресурсов. На основе построенной модели могут быть разработаны автоматизированные средства контроля и управления производственными процессами предприятия

Ключевые слова: ПЛАНИРОВАНИЕ ЗАТРАТ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ, СТРУКТУРА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ, МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ДИСКРЕТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Keywords: PLANNING OF COSTS, DISTRIBUTION OF PRODUCTION TASKS, STRUCTURE OF PRODUCTION PROCESSES, MULTI-CRITERIAL DISCRETE OPTIMIZATION

DOI: http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-154-030

Введение

Проблема оптимального распределения производственных задач, является одной из важных проблем эффективного планирования процессов, связанных с производством на предприятии. Эта задача хорошо известна и изучена в рамках теории исследования операций [1]. Однако классический подход к решению этой задачи становится малопригодным, когда отдельные этапы производственного процесса выполняются последовательно и в случае, когда необходимо учитывать структурные особенности технологических процессов предприятия. В связи с этим, возникает необходимость разработки новой модели, учитывающей эти особенности. Результат разработки адекватной модели позволит минимизировать затраты при распределении ресурсов и сократить издержки производства. На основе этой модели могут быть разработаны автоматизированные средства контроля и управления производственными процессами предприятия. В работе предлагается многокритериальная дискретная модель, позволяющая оптимальным образом распределять производственные задачи (ресурсы) по производственным элементам, учитывая структурные особенности построения технологических процессов предприятия. В работе [2] использован многокритериальный подход, как для планирования, так и для контроля производственного процесса, однако там не учитывается структура технологических процессов производства. В качестве производственных элементов могут рассматриваться персонал, рабочие места, станки, оборудование, участки. Распределение задач производится по группам технологически связанных производственных элементов с целью решения некоторой общей производственной задачи. От системы требуется найти наиболее выгодную структуру распределения производственных задач по элементам, представляющих собой производственную сеть с единым центром принятия решений, чтобы минимизировать общие затраты на производство.

Представим структуру отношений производственной системы в виде графа, где вершинам соответствуют производственные элементы (рабочие места, станки, оборудование, и т.п.), а ребрам – производственно-технологические связи между ее соответствующими элементами. Каждому ребру ставится в соответствие некоторое число, называемое весом ребра. Применительно к исследуемой задаче, в качестве веса ребра используется численная оценка трудозатрат между соответствующими элементами производственных процессов. Распределению производственной задачи между ее элементами будет соответствовать простая цепь определенной длины на графе. В качестве простой цепи выступает группа элементов, последовательно выполняющих производственную задачу. В качестве длины цепи рассматривается количество ребер в них входящих. Покрытие графа простыми непересекающимися цепями есть распределение производственной задачи в структуре взаимосвязей элементов производственных процессов. При планировании производственных процессов требуется распределить производственные задачи по группам элементов системы таким образом, чтобы затраты ресурсов были минимальными. Причем каждый элемент, входящий в производственную сеть, должен быть задействован в решении производственной задачи. Стоит отметить, что данная задача является проблемой комбинаторного выбора и при большом числе производственных элементов в системе, найти оптимальное распределение перебором не представляется возможным.

В работе [3] рассматривался случай оптимального распределения производственных задач по группам, состоящих из двух производственных элементов (покрытие цепями длины один). В данной работе исследуется алгоритм оптимального распределения производственных задач среди производственных групп, состоящих из четырех элементов (покрытие цепями длины три).

Структуру отношений производственной системы крупного предприятия, можно представить в виде некоторой иерархической сетевой структуры [4]. Процесс построения, в зависимости от масштаба предприятия, начнем с рассмотрения наиболее крупных подразделений: производств, цехов, которые отнесем к первому уровню иерархии [5]. На втором уровне иерархии будем рассматривать разделение производственных подразделений, входящих в состав первого уровня (например, цеха можно разбить на участки). В зависимости от масштаба рассматриваемого предприятия и специфики производства, разбиение может иметь определенное количество уровней иерархии.

В качестве модели отношений производственных элементов предприятия, предлагается использовать особого рода сетевые конструкции - предфрактальные графы [6], которые позволяют учитывать структурную динамику и естественным образом описывать внутреннюю структуру иерархии связей между элементами. Уровень иерархии производственной структуры в этой модели соответствует рангу этого графа.

Теоретико-графовая постановка задачи

Оговоримся заранее, что недостающие термины теории графов и предфрактальных графов, можно найти в работах [6, 7].

Пусть задан взвешенный предфрактальный граф $G_L = (V_L, E_L)$ ранга L, порожденный множеством затравок $\mathrm{H} = \{H_1, H_2, ..., H_T\}, T \geq 1$ [6]. Каждому ребру $e^{(l)} \in E_L$ графа G_L зададим определенное число, из интервала $w(e^{(l)}) \in (\theta^{l-1}a, \theta^{l-1}b)$, где $l = \overline{1, L}$ - ранг ребра, $a, b > 0$ и $\theta < \frac{a}{b}$, называемое весом ребра. Ребра L-го ранга имеют самые минимальные веса – трудозатраты (технологическое соединение двух производственных элементов одного участка потребует меньше ресурсов).

Выделение непересекающихся цепей на графе G_L, называется *покрытием* $y = (V_L, E_y)$, в котором $E_y \subseteq E_L$, а множество всех вершин $V_y = V_L$ совпадает с множеством вершин в исходном графе G_L. В состав покрытия y, должны быть включены все вершины G_L, причем каждая вершина входит в состав всего одной лишь цепи из y. Совокупность различных вариантов покрытия $\{y\}$ графа G_L, в котором каждый элемент покрытия является простой непересекающейся цепью, назовем множеством допустимых решений $Y = Y(G_L) = \{y\}$.

Структура покрытия y графа G_L, определяющее его качество, задается векторно-целевой функцией:

$$F(y) = (F_1(y), F_2(y), F_3(y)) \quad (1)$$

$$F_1(y) = \sum_{C \in y} \sum_{e \in C} w(e) \to \min, \quad (2)$$

где $\sum_{C \in y} \sum_{e \in C} w(e)$ – общий вес y;

$$F_2(y) = |y| \to \min, \quad (3)$$

где $|y|$ – количество цепей, входящих в покрытие y;

$$F_3(y) = \hbar \to \min, \quad (4)$$

где – $\hbar$ количество одинаковых цепей покрытия y.

Приведенные критерии (1)–(4) из векторно-целевой функции (1) применительно к рассматриваемой задаче имеют разную экономическую интерпретацию. Критерий (2) позволяет минимизировать общие затраты ресурсов при распределении производственных задач предприятия. Другими словами, найти соответствующую структуру распределения задачу по группам производственных элементов, позволяющую минимизировать расходы на производство. Критерий (3) отвечает за уменьшение общего времени обработки задачи. Критерий (4) позволяет равномерно распределить задачу среди производственных элементов.

Вкратце опишем основную идею работы алгоритма, выделяющего цепи длины три. Суть алгоритма заключается в выделении совершенного паросочетания минимального веса (СПМВ), с помощью алгоритма Эдмондса [7], на каждой подграф затравке $z_s^{(L)}$, $s=\overline{1,n^{L-1}}$, графа G_L.

При покрытии предфрактального графа цепями длины три многократно используется процедура Выделения покрытия цепями длины три (ВПЦДТ) на каждой подграф-затравке $z_s^{(L)}$, $s=\overline{1,n^{L-1}}$, графа G_L. Опишем суть работы этой процедуры для взвешенного графа $G=(V,\ E)$. Сначала на G строится СПМВ M_1, после чего элементы $m_i \in M_1$ стягиваются в вершину, предварительно запомнив исходную структуру G. При операции стягивания в графе выбираются ребра с минимальным весом. Далее, повторно строится СПМВ M_2. Далее, восстанавливается исходная структура графа G, и выделенные СПМВ M_1 и M_2 будут образовывать цепь длины три.

Процедура ВПЦДТ.

Вход: взвешенный граф $G=(V,\ E)$.

Выход: покрытие M простыми цепями длины три ребра.

Алгоритм решения

АЛГОРИТМ α_3

Шаг 1. Применить на каждой подграф-затравке $z_s^{(L)}$, $s=\overline{1,n^{L-1}}$ для заданного графа $G_L=(V_L,E_L)$ процедуру ВППЦДТ.

Шаг 2. Объединить результаты выполнения шага 1 в покрытие $y_3=(V,\ E_{y_3})$ для заданного графа G_L.

Вход: взвешенный предфрактальный граф $G_L=(V_L,E_L)$.

Выход: покрытие $y_3=(V,\ E_{y_3})$ простыми цепями длины три.

Результаты

Предложена эффективная по времени вычисления методика решения задачи сетевого распределения производственных задач, на основе которой могут быть разработаны автоматизированные средства контроля и управления производственными процессами предприятия. Результатом работы алгоритма являются следующие теоремы:

Теорема 1. Вычислительная сложность работы алгоритма α_3 на графе $G_L=(V_L,E_L)$, с затравкой $H=(W,Q)$, где $|W|=n$, $|V_L|=N=n^L$, равна $O(N\cdot 2n^2)$.

Теорема 2. В случае, если покрытие существует, то алгоритм α_3 строит покрытие $y_3=(V,\ E_{y_3})$ цепями длины три на предфрактальном графе $G_L=(V_L,\ E_L)$, порожденного n-вершинной затравкой $H=(W,\ Q)$.

Теорема 3. Алгоритм α_3 выделяет покрытие $y_3=(V,\ E_{y_3})$ цепями длины три (три ребра) на предфрактальном графе $G_L=(V_L,\ E_L)$, порожденном n-вершинной затравкой $H=(W,\ Q)$, оптимальное по критерию $F_3(y_3)$ и оцениваемое по критериям, $F_1(y_3)\le\dfrac{3n^L}{4}\theta^{L-1}b$, $F_2(y_3)=\dfrac{n^L}{4}$, если $\theta<\dfrac{a}{b}$.

Доказательством теоремы 1 служит схема работы алгоритма α_3, которая использует на каждой из n^{L-1} подграф-затравке две операций нахождения СПМВ с вычислительной сложностью равной $O(n^3)$. В результате, $O(n^{L-1}2n^3)=O(2n^L n^2)=O(2Nn^2)$. Доказательство теорем 2 и 3 вытекает из особенностей построения алгоритма α_3 и конструкции построения предфрактального графа $G_L=(V_L,\ E_L)$.

Применительно к изучаемой проблеме, на основании теоремы 3, алгоритм α_3 находит оптимальное решение по критерию $F_3(y_3)$, отвечающему за равномерное распределение производственной задачи среди групп производственных элементов, а по критериям $F_1(y_3)$ (экономический эффект от распределения ресурсов по элементам) и $F_2(y_3)$ (количество групп элементов) даются соответствующие оценки.

Заключение

Представлена методика, основанная на многокритериальной дискретной оптимизационной модели, позволяющая минимизировать ресурсы при распределении производственных задач с учетом структурных особенностей технологических процессов предприятия. Модель построена с помощью сетевой конструкции – предфрактальных графов. Применение предфрактальных графов позволяет естественным образом представить структуру производственно-технологических связей элементов производственной системы и в разы снизить вычислительную сложность [8] работы алгоритмов на них в сравнении с классическими графами. Многокритериальный подход позволяет оценивать качество не одним показателем, а несколькими (минимизация трудозатрат, времени выполнения задачи, вида группировки элементов), которые часто являются противоречащими друг другу.

Работа алгоритма, для простоты подачи, проводилась на предфрактальных графах, порожденных единственной затравкой, называемых каноническими. Однако при моделировании реальных задач используются более общие предфрактальные графы, порожденные множеством затравок $\mathbf{H} = \{H_1, H_2, ..., H_T\}$, $T \geq 1$. Стоит отметить, что приведенные алгоритмы и оценки их вычислительной сложности, также применимы для общего случая.

Предлагаемую в работе методику можно легко адаптировать для широкого круга социально-экономических задач, связанных с организацией и управлением в сложных системах.

Литература

1. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. – М. : Издательсктй дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
2. Loukil, T., Teghem, J., Tuyttens, D. (2005). Solving multi-objective production scheduling problems using metaheuristics. European Journal of Operational Research, 161 (1), 42–61.
3. Барановская Т. П. Метод оптимального сетевого распределения производственных задач с учетом сокращения издержек / Т. П. Барановская, Д. А. Павлов, К. А. Ковалева // Современная экономика: проблемы и решения. – 2018. – № 12 (108). – С. 130–137.
4. Павлов Д. А. Математическая модель задачи сетевого планирования производственных задач на предприятии / Д. А. Павлов, И. М. Яхонтова // Новые Технологии. Выпуск 3/2018. – Майкоп: изд-во ФГБОУ ВО «МГТУ», 2018. – с. 140-145.
5. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир, 1973.
6. Кочкаров А. М. Распознавание фрактальных графов. Алгоритмический подход. – Нижний Архыз : Изд. центр «CYGNUS», 1998. – 170 с.
7. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.
8. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982.

References

1. Taha Hemdi A. Vvedenie v issledovanie operacij, 7-e izdanie.: Per. s angl. – M. : Izdatel'sktj dom «Vil'jams», 2005. – 912 s.
2. Loukil, T., Teghem, J., Tuyttens, D. (2005). Solving multi-objective production scheduling problems using metaheuristics. European Journal of Operational Research, 161 (1), 42–61.
3. Baranovskaja T. P. Metod optimal'nogo setevogo raspredelenija proizvodstvennyh zadach s uchetom sokrashhenija izderzhek / T. P. Baranovskaja, D. A. Pavlov, K. A.

Kovaleva // Sovremennaja jekonomika: problemy i reshenija. – 2018. – № 12 (108). – S. 130–137.

4. Pavlov D. A. Matematicheskaja model' zadachi setevogo planirovanija proizvodstvennyh zadach na predprijatii / D. A. Pavlov, I. M. Jahontova // Novye Tehnologii. Vypusk 3/2018. – Majkop: izd-vo FGBOU VO «MGTU», 2018. – s. 140-145.

5. Mesarovich M., Mako D., Takahara I. Teorija ierarhicheskih mnogourovnevyh sistem. – M.: Mir, 1973.

6. Kochkarov A. M. Raspoznavanie fraktal'nyh grafov. Algoritmicheskij podhod. – Nizhnij Arhyz : Izd. centr «CYGNUS», 1998. – 170 c.

7. Kristofides N. Teorija grafov. Algoritmicheskij podhod. / N. Kristofides. – M. : Mir, 1978. – 432 s.

8. Gjeri M., Dzhonson D. Vychislitel'nye mashiny i trudnoreshaemye zadachi. – M.: Mir, 1982.