УДК 519.8

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)

МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ТОРГОВОЙ СЕТИ

Видовский Леонид Адольфович
д.т.н., профессор
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия

Литовка Наталья Васильевна
РИНЦ SPIN-код: 9446-1581
natabedakova@gmail.com
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар, Россия

В статье изложена идея методологии размещения распределительных центров пространственно-распределенного комплекса торговой сети без ограничений на территорию. В последние пятнадцать лет в России рентабельность офисов и торговых площадей была значительно выше логистических комплексов. В настоящее время можно говорить об изменении инвестиционной привлекательности сегмента распределительных центров, складских помещений. Метод заключается в решении трех задач: определение количества распределительных центров, которые необходимо разместить, с помощью метода сравнения вариантов; определение наилучших мест положения для размещения распределительных центров с помощью алгоритма муравьиной колонии; выявление наилучшего местоположения из ранее определенных алгоритмом муравьиной колонии с помощью метода штрафных функций. Данная методика оптимального размещения объектов пространственно-распределенного комплекса может быть применена не только для торговой сети, но и для любого транспортного предприятия с центрами распределения, например, логистическая компания, службы доставки и др.

Ключевые слова: АЛГОРИТМ МУРАВЬИНОЙ КОЛОНИИ, МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ, ОПТИМИЗАЦИЯ, РАЗМЕЩЕНИЕ, РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

DOI: http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-154-011

UDC 519.8

05.13.18 - Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences)

METHODOLOGY OF OPTIMAL PLACEMENT OF TRADE NETWORK OBJECTS

Vidovskiy Leonid Adolfovich
Dr.Sci.Tech., professor
FSEI HPE «Kuban State Technological University», Krasnodar, Russia

Litovka Natalia Vasilievna
RSCI SPIN-code: 9446-1581
natabedakova@gmail.com
FSEI HPE «Kuban State Technological University», Krasnodar, Russia

The article outlines the idea of a methodology for locating distribution centers of a spatially distributed distribution network without restrictions on the territory. In the past fifteen years in Russia, the profitability of offices and retail space has been significantly higher than logistic complexes. At present, it is possible to talk about a change in the investment attractiveness of the segment of distribution centers and storage facilities. The method consists in solving three problems: determining the number of distribution centers that need to be placed using the method of comparing options; determination of the best locations for placement of distribution centers using the ant colony algorithm; identification of the best location from the previously determined ant colony algorithm using the penalty function method. This method of optimal placement of objects of a spatially distributed complex can be applied not only to the distribution network, but also to any transport company with distribution centers, for example, a logistics company, delivery services, etc.

Keywords: ANALOG COOKING ALGORITHM, ANTIIN ALGORITHM, OPTIMIZATION, ACCOMMODATION, DISTRIBUTION CENTER

В последние пятнадцать лет в России рентабельность офисов и торговых площадей была значительно выше логистических комплексов. В результате, сегмент распределительных центров, складских помещений оказался наименее развитым. В настоящее время можно говорить об изменении инвестиционной привлекательности данного сектора. Сегодня развивающиеся компании сталкиваются с задачей размещения своих объектов на осваиваемой территории, построения логистического комплекса и процесса. Это обуславливает необходимость исследования системных связей и закономерностей функционирования и развития пространственно-распределенной компании с целью повышения эффективности управления логистическими процессами компании [1].

В современной пространственно-распределенной компании необходимо правильно разместить объекты (распределительные центры, склады, магазины, офисы), чтобы получать прибыль, а не убытки. Принятие правильного решения позволяет

- увеличить прибыль;
- высвободить финансовые средства на транспортные издержки;
- снизить уровень запасов продукции в снабжении и сбыте;
- ускорить оборачиваемость вложенного капитала
- обеспечить удовлетворение потребностей покупателей, которые в условиях рынка получают все больше возможностей для сравнения и выбора лучшего обслуживания.

Существующие методики, используемые компаниями для размещения распределительных центров, не позволяют учесть очень важные ограничения, связанные с открытием магазинов, офисов, территориальные ограничения. Сложность проблемы оптимального размещения связана с нехваткой информации о рынке, так же существует множество разнообразных, трудно формализуемых факторов, влияющих на выбор местоположения. Компании, планируя размещение распределительных центров, проводят свои действия в условиях неопределенности. Обычно, при разрешении подобных проблем менеджеры опираются на собственный опыт и интуицию, что не всегда приводит к верным решениям. Этим и обуславливается актуальность исследования.

Целью данной статьи является составление комплекса методов для оптимального размещения распределительных центров существующей сети объектов пространственно-распределенного комплекса. Исследование выполнено в рамках научно-исследовательского проекта РФФИ («Применение мэтаэвристических алгоритмов к решению прямых и обратных задач оптимизации управления пространственно-распределенными комплексами»), проект № 17- 2-00475-ОГН-А.

Пространственно распределенный комплекс – это компания, которая получила возможность развития и освоения новой территории – торговая сеть. Например, компания АО «Тандер» («Магнит»), одна из ведущих розничных сетей в стране.

В компании «Магнит» уже устоялась практика размещения различных объектов: сначала открываются магазины и после того как ближайший распределительный центр не справляется с полным обеспечением магазинов тогда ответственные ТОП-менеджеры планируют открытие нового распределительного центра, опираясь на накопленные аналитические данные и собственный опыт.

Так же в компании «Магнит» существует свое разделение территории на округа, в которых расположены объекты компании. Данное разделение не зависит от субъектов Российской Федерации. Один округ компании может включать несколько географических субъектов или наоборот (рисунок на слайде). Прежде всего для решения поставленной задачи необходимо определить границы территории, для которой будет выполняться поиск оптимальных местоположений, а также учесть ограничения:

- Между распределительными центрами выполняется перемещение некоторых товарных позиций. Таким образом, расстояние от распределительного центра до другого распределительного центра не более h1 часов пути (10 – 20ч).
- Отгрузка товаров на магазины производится ежедневно или через день, для удовлетворения покупательского спроса свежими продуктами. Таким образом, расстояние от распределительного центра до магазинов не более h2 часов пути (6 - 10ч).

Для решения поставленной задачи необходимо решить две задачи логистической системы, которые заключается в определении: оптимального количества объектов и мест их расположения.

Как разместить распределительный центр, чтобы избежать лишних транспортных издержек или издержек хранения. Один из вариантов решения:

1) определить границы территории, для которой будет проводиться расчет;

2) определить местоположения существующих магазинов на данной территории;

3) запланировать открытие новых магазинов, учитывая потребительский спрос. Выбрать места размещения этих магазинов на территории, определенной в пункте 1;

4) с помощью математической модели рассчитать количество распределительных центров, которые необходимо открыть на выбранной территории;

5) с помощью математических моделей рассчитать место положение распределительных центров;

6) в локациях рассчитанного местоположения распределительного центра выбрать подходящее место или строение для размещения центра.

Для решения поставленной задачи введем некоторые обозначения:

m – число мест (географически приемлемых точек) возможного размещения распределительного центра;

i – номер места возможного размещения распределительного центра, $i \in I$, $I = \{1,...,m\}$;

n – число магазинов;

j – номер магазина, $j \in J$, $J = \{1,...,n\}$;

t_{ij} – затраты на удовлетворение спроса магазина j распределительного центра, расположенным в месте i (транспортные затраты), $i \in I$, $j \in J$;

x_{ij} – затраты на удовлетворение спроса магазина j, который обеспечивает распределительный центр i, $i \in I$, $j \in J$;

c_i – затраты на размещение распределительного центра в месте i, $i \in I$;

$$z_i = \begin{cases} 1, \textit{если РЦ открыт в пункте } i \\ 0, \textit{в ином случае} \end{cases}; \; i \in I;$$

T_i - транспортные затраты на доставку товаров в распределительный центр в месте i с ближайшего распределительного цента, $i \in I$.

Будем придерживаемся обозначений: $z = (z_i)$, $X = (x_{ij})$ $i \in I$, $j \in J$, cz – скалярное произведение векторов c и z.

Сложным является вопрос количества распределительных центров - чем больше распределительных центров, тем быстрее обеспечивается доставка товаров к потребителям. Но в таком случае увеличиваются затраты на создание распределительных центров. И, наоборот, при закрытии и укрупнении распределительных центров, возрастают транспортные издержки на доставку товаров потребителям [2].

Решение о количестве распределительных центров принимается сравнением единовременных затрат по созданию распределительного центра и годовых издержек обращения, связанных с доставкой товаров потребителям, используя метод сравнения вариантов. Провести сравнение вариантов можно по минимуму приведенных затрат по формуле на слайде:

$$П_{зi} = K_i E_H + И_{ci} + И_{мi} \qquad (1)$$

где $П_{зi}$ – суммарные произведенные затраты по i-му варианту сооружения распределительного центра;

K_i – капитальные вложения на строительство/ремонт распределительного центра по тому же варианту;

E_H – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;

$И_{ci}$, $И_{мi}$ – годовые издержки на содержание распределительного центра и доставку товаров с распределительного центра по i-му варианту.

Алгоритм сравнения:

0. Определяем начальное количество распределительных центров $p = 1$,

1. Рассчитываем суммарные затраты для количества p и количества ($p + 1$) распределительных центров.

2. Сравниваем полученные результаты: если $П_p < П_{p+1}$, то необходимое количество равно p, работа алгоритма завершается;

иначе $p = p+1$, переходим к шагу 1.

В результате будет определено какое количество распределительных центров (p) необходимо разместить, а именно какое количество будет наиболее выгодно.

Дано множество I мест возможного размещения предприятий. Дана неотрицательная $(m \times n)$ матрица $T = (t_{ij})$ транспортных расходов на транспортировку товара от каждого местоположения распределительного центра до каждого магазина, $i \in I$, $j \in J$.

Необходимо открыть ровно p распределительных центров, где p – оптимальное количество распределительных центров для определенной территории. Получим задачу о p-медиане в целочисленной постановке или целевую функцию для вычисления множества оптимальных местоположений распределительного центра [3]:

$$F(z, X) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} t_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \; j \in J & (2) \\ t_{ij} \le sum & (3) \\ \sum_{i \in I} z_i = p & (4) \\ z_i \in \{0; 1\}, x_{ij} \ge 0, i \in I, \; j \in J & (5) \end{cases}$$

Условие (2) означает, что запросы каждого магазина должны быть удовлетворены. Условие (3) означает, что транспортные затраты на расстояние от распределительного центра до магазинов должны быть не более установленной суммы, то есть не более h_2 часов пути. Условие (4) проверка на количество открытых распределительных центров.

Проектирование нового пространственно-распределенного комплекса: а именно размещение распределительного центра, магазинов, офисов, обеспечиваемых товаром из этого распределительного центра – это прямая задача. Причинно-следственная связь величин обуславливает разделение задач на прямые и обратные.

Обратная задача является более сложной по сравнению с прямой и заключается в таком подборе исходных величин, который обеспечил бы заданное значение результирующей переменной. В статье рассматривается обратная транспортная задача – необходимо разместить распределительный центр, так чтобы издержки компании уменьшились.

Для определения оптимального местоположения РЦ воспользуемся алгоритмом муравьиной колонии, который имеет ряд преимуществ, по сравнению с другими методами:

- не имеет ограничений/привязке к географическим объектам
- при больших вычислениях, алгоритм работает быстрее.
- позволяет получить более точные решения.

Дана не отрицательная $m \times n$ матрица $T = (t_{ij})$ с множеством индексов строк I и множеством индексов столбцов J, а также натуральное число $p \le m$. Для всякого непустого подмножества $I' \subseteq I$ положим

$$F(I') = \sum_{j \in J} \min_{i \in I'} t_{ij} . \tag{6}$$

Задача состоит в отыскании такого множества I' мощности p, что значение $F(I')$ минимально, то есть

$$\min_{I' \subseteq I} \{F(I') : |I'| = p\} . \tag{7}$$

Решение s (допустимое решение) задачи будем называть булев вектор z размерности m такой, что $z_i = 1$, если $i \in I_s$, и 0 – в противном случае, где I_s – множество открытых в решении s распределительных центров.

Введем вектор $\alpha^k = (\alpha_i^k)\ i \in I$, с положительными координатами. Вектор α_i^k для задачи будет уровнем феромона для i-го распределительного цента на итерации k алгоритма муравьиной колонии, $i \in I$.

Алгоритм муравьиной колонии:

Пусть s^k – лучшее решение по значению целевой функции, найденное на итерации k, тогда z^k и f^k – булев вектор и значение целевой функции (рекорд на итерации k), соответственно. Параметр $\alpha_{\min}$ - вещественное положительное число, задающее минимальное возможное значение уровня феромона α_i^k для всех $i \in I$ [4].

0. Определяем начальный вектор феромона α^1; рекорд $\tilde{f}^1 := \infty$,

Итерация k, $k \geq 1$.

1. Строим L допустимых решений алгоритмом искусственного муравья.

* Алгоритм искусственного муравья определяет привлекательные возможные расположения методом исключения непривлекательных местоположений распределительного центра.

2. Среди этих решений выбираем l лучших по целевой функции с помощью локального поиска.

3. Находим значения α^{k+1}, $i \in I$.

Определяем вектор (уровень) феромона

4. Если $f^k < \tilde{f}^k$, то $\tilde{f}^{k+1} = f^k$; $\tilde{s}^{k+1} = s^k$;

для ненулевых компонент z^k полагаем $\alpha_i^{k+1} = \alpha_{\min}$.

Иначе $\tilde{f}^{k+1} = \tilde{f}^k$; $\tilde{s}^{k+1} = \tilde{s}^k$.

Проверяем затраты у найденного расположения распределительного центра.

5. Если выполнен критерий остановки, то работа завершается.

Переходим на следующую итерацию, $k := k + 1$.

Компоненты вектора α^{k+1} вычисляются:

$$\alpha_i^{k+1} = \frac{\alpha_{\min} + q^{\gamma_i^k}(\alpha_i^k - \alpha_{\min})}{\beta_k},\ i \in I, \tag{8}$$

где $\beta_k \in (0,1)$ – коэффициент затухания (испарение феромона) на итерации k; $\gamma_i^k \in [0,1]$ – частота появления распределительного центра i в l лучших решениях, выбираемых на шаге 2 итерации k; параметр $q \in (0,1)$. Таким образом, при данных значениях параметров β_k и q, чем чаще распределительный центр i попадает в l лучших решений по значению целевой функции, тем меньше становится соответствующее значение, α_i $i \in I$ [4].

Критерием остановки работы алгоритма может являться: точность к заданной нижней оценке целевой функции, один и тот же результат решения, который получают искусственные муравьи или определенное число итераций.

Алгоритм искусственного муравья ant-pm представляет собой вероятностную модификацию жадного алгоритма спуска и является шагом алгоритма муравьиной колонии. Пусть I_s^r – множество открытых распределительных центров; Δf_i^r – изменение целевой функции в результате закрытия распределительного центраi на шаге r. Так как при закрытии какого-либо распределительного центра значение целевой функции F не убывает, то $\Delta f_i^r \geq 0$ для всех $i \in I_s^r$.

Алгоритм ant-pm начинает работу с множества $I_s^1 = I$ и завершает ее при $|I_s^r| = p$. На каждой итерации r алгоритма ant-pm генерируется множество распределительных центров

$$W^r(\lambda) = \{i \in I_s^r \mid \Delta f_s^r < (1-\lambda)\min_{i \in I_s^r} \Delta f_i^r + \lambda \max_{i \in I_i^r} \Delta f_i^r\} \tag{9}$$

где λ – параметр алгоритма, $\lambda \in [0,1]$. Данное множества является множеством кандидатов для закрытия, т.е. только те предприятия, которые включены в множество $W^r(\lambda)$ имеют шанс быть закрытыми. Используя $W^r(\lambda)$, вычисляются значения привлекательности η_i^r каждого распределительного центра $i \in I_s^r$. Привлекательность вычисляется по формуле:

$$\eta_i^r = \begin{cases} \Delta f_{\max}^r - \Delta f_i^r, i \in W^r(\lambda), \\ \varepsilon, \quad i \in I_s^r \setminus W^r(\lambda) \end{cases} \tag{10}$$

где $\Delta f^r_{\max} = \max_{t \in W^r(\lambda)} \Delta f^r_i$, параметр $\varepsilon > 0$. Данный параметр необходим для того, чтобы всякий распределительный центр $i \in I^r_s$ имел шанс быть закрытым. Любой распределительный центр $i \in I^r_s$ имеет ненулевую вероятность закрытия. На каждом шаге r алгоритма ant-pm с распределением вероятностей закрытия *i* распределительного центра

$$p^r_i = \frac{\alpha^k_i * \eta^r_i}{\sum_{t \in I^r_s} \alpha^k_t \eta^r_t}, i \in I^r_s, \tag{11}$$

выбирается один распределительный центр i_0 из множества I^r_s, которое необходимо закрыть.

Из схемы алгоритма ant-pm, множество $W^r(\lambda)$ также состоит из кандидатов для закрытия на шаге r, но уже в вероятностном смысле, т.е. даже если распределительный центр $i \in I^r_s$ не попал во множество $W^r(\lambda)$, то он все равно имеет ненулевую вероятность быть закрытым.

0. Определяем начальное множество мест расположения распределительных центров $I^1_s = I$.

Шаг $r, r \geq 1$.

1. Если $|I^r_s| = p$, то определено заданное количество *p* местоположений распределительных центров и работа алгоритма завершается.

2. Формируется множество $W^r(\lambda)$ согласно (9).

3. Используя (11), случайно выбираем элемент $i \in I^r_s$.

4.Определяем $I^{r+1}_s, I^{r+1}_s := I^r_s \setminus \{i_0\}$.

Переходим на следующий шаг, $r := r + 1$.

При запуске k итераций алгоритма муравьиной колонии будет определено $k \times p$ мест размещения и одно или несколько из них будет с наименьшими транспортными затратами, т.е. значение целевой функции будет минимальным. Места размещения с наименьшими значениями целевой функции предположительно будут искомыми локациями размещения распределительного центра.

Следующим этапом определим наилучшее место положение из найденных на втором этапе с помощью метода штрафных функций. Метод позволяет учесть дополнительные ограничения и выявить наилучшее решение.

$$Q = F(z, X) + Sh(X) \to \min \tag{12}$$

где

Q – преобразованная, функция минимизации;

Sh(X) – штрафная функция.

При нарушении ограничений штрафная функция будет увеличивать значение функции *Q* [5].

Алгоритм метода штрафной функции: задача – минимизировать *F (z, X)* при ограничениях:

$c_i \le sum$ – стоимость открытия распределительного центра в месте *i* не должна быть больше установленной стоимости.

$T_i \le sum$ – стоимость транспортировки доставки товаров в распределительный центр в месте *i* с ближайшего распределительного цента.

0. *а-я итерация.*

1. При исходной точке x_i решить следующую задачу безусловной оптимизации:

$$Sh(X) = \sum_{i \in I} c_i + \sum_{i \in I} T_i \,. \tag{13}$$

Предположим x_{a+1} равным оптимальному решению задачи минимизации и перейти ко второму шагу.

Минимизация штрафной функцию может быть выполнена любым методом безусловной оптимизации, например, градиентным.

2. Переходим к следующей итерации $a = a+1$.

В результате применения метода штрафных функций будет найдено наилучшее месторасположение для размещения распределительного центра с учетом всех ограничений.

Рассмотренная методика предназначена для оптимального размещения распределительных центров на географически определенной территории. Широко используемые методы размещения торговых объектов используются максимум на территории региона. Для предложенной методики нет привязки к субъектам или ограничения по территории, что является необходимостью для крупной развирающейся компании. Также данная методика учитывает все поставленные ограничения.

Методика заключается в последовательном применении трех алгоритмов: алгоритм выбора оптимального количества объектов; алгоритм муравьиной колонии; алгоритм выбора наилучшего решения методом штрафных функций.

Исследования показали, что применение метода штрафных функций позволяет учесть дополнительные ограничения, обусловленные спецификой конкретной пространственно-распределённой системы, не ухудшая свойств сходимости предложенного алгоритма муравьиной колонии.

Данная методика оптимального размещения объектов пространственно-распределенного комплекса может быть применена не только для торговой сети, но и для любого транспортного предприятия с центрами распределения, например, логистическая компания, службы доставки и др.

Входящий в разработанную методологию комплекс алгоритмов позволяет производить расчеты необходимого количества объектов и оптимального местоположения для размещения распределительного центра с учетом уже существующих объектов компании без ограничений по территории, что позволяет:

- минимизировать транспортные издержки;
- минимизировать потери компании при дефиците товаров или просроченных товаров к продаже;
- оптимизировать транспортные перевозки;
- оптимизировать затраты компании на открытие, содержание распределительных центров и транспортных затрат.

Литература

1. Михайлов, Р.А. Модели оптимального размещения складских комплексов с учетом различного потребительского спроса населения в задаче логистического управления товародвижение: Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук – Воронеж, 2012. – 18 с.

2. Васильев Г.А. Маркетинг: учебник для вузов / Г.А. Васильев, В.Я. Горфинкель, Л.А. Ибрагимов, Н.А. Нагапетьянц, Л.В. Осипова, И.М. Синяева, Н.Г. Каменева. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 208 с.

3. Лореш М.А. Разработка и исследование алгоритмов муравьиной коло-нии для решения задач оптимального размещения предприятий: дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработ-ка информации; ОмГУ. Омск, 2006. 113 с.

4. Бедакова Н.В. (Литовка Н.В.) Алгоритм муравьиной колонии для решения задач оп-тимального размещения распределительных центров розничной торговой сети // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2016. № 119. С. 1025.

5. Урбан А.Р. Методы решения задачи линейного программирования с дополнительными ограничениями на переменные определенного типа: Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2015, том 2, - №2. С. 322-328.

References

1. Mihajlov, R.A. Modeli optimal'nogo razmeshhenija skladskih kompleksov s uchetom razlichnogo potrebitel'skogo sprosa naselenija v zadache logisticheskogo upravlenija tovarodvizhenie: Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tehnicheskih nauk – Voronezh, 2012. – 18 s.

2. Vasil'ev G.A. Marketing: uchebnik dlja vuzov / G.A. Vasil'ev, V.Ja. Gorfinkel', L.A. Ibragimov, N.A. Nagapet'janc, L.V. Osipova, I.M. Sinjaeva, N.G. Kameneva. — M.: JuNITI-DANA, 2005. — 208 s.

3. Loresh M.A. Razrabotka i issledovanie algoritmov murav'inoj kolo-nii dlja reshenija zadach optimal'nogo razmeshhenija predprijatij: dis. na soiskanie uch. stepeni kand. tehn. nauk: 05.13.01 – Sistemnyj analiz, upravlenie i obrabot-ka informacii; OmGU. Omsk, 2006. 113 s.

4. Bedakova N.V. (Litovka N.V.) Algoritm murav'inoj kolonii dlja reshenija zadach optimal'nogo razmeshhenija raspredelitel'nyh centrov roznichnoj torgovoj seti // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudar-stvennogo agrarnogo universiteta. 2016. № 119. S. 1025.

5. Urban A.R. Metody reshenija zadachi linejnogo programmirovanija s dopolnitel'nymi ogranichenijami na peremennye opredelennogo tipa: Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki. – 2015, tom 2, - №2. S. 322-328.