

УДК 621.396

UDC 621.396

05.13.19 - Методы и системы защиты информации, информационная безопасность (технические науки)

Methods and systems of information protection, information security

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА  
ВЕРОЯТНОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ ПСП  
ПРИ ЖЕСТКИХ ВРЕМЕННЫХ  
ОГРАНИЧЕНИЯХ**

**MATHEMATICAL ESTIMATION OF THE  
PROBABILITY OF SYNCHRONIZATION OF  
THE PSP AT RIGID TIME LIMITATIONS**

Ажмухамедов И.М.  
д.т.н., профессор, Заведующий кафедрой  
информационной безопасности  
АГУ, г.Астрахань, Россия

Azhmukhamedov IM,  
Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of  
Information Security Department  
ASU, Astrakhan, Russia

Мельников Е.В.  
соискатель  
Кубанский институт информзащиты,  
г.Краснодар, Россия

Melnikov E.V.  
Applicant  
Kuban Institute of Information Protection, Krasnodar,  
Russia

Целью данной работы является оценка вероятности синхронизации ПСП при первоначальном вхождении в синхронизм в условиях РЭП, обусловленных интервалом времени, когда злоумышленник не начал создавать помехи

The purpose of this work is to estimate the probability of synchronization of the memory bandwidth during the initial synchronization occurrence in REB conditions, due to the time interval when the attacker did not begin to interfere

Ключевые слова: СИНХРОНИЗАЦИЯ,  
ПСЕВДОСЛУЧАЙНАЯ  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, СИСТЕМЫ  
СПЕЦИАЛЬНОЙ СВЯЗИ

Keywords: SYNCHRONIZATION, PSEUDO-  
RANDOM SEQUENCE, SPECIAL  
COMMUNICATION SYSTEMS

DOI: <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-153-008>

## Введение

При организации связи в условиях радиоэлектронного подавления (РЭП) первоначальная синхронизация псевдослучайных последовательностей (ПСП) всегда будет происходить при отсутствии организованных помех [1,2,3,4,5]. Это обусловлено инерционностью средств подавления противника. В связи с этим важно оценить возможность синхронизации ПСП до постановки помех противником [6].

Математическая оценка вероятности синхронизации ПСП до  
постановки помех противником

Процесс фазирования ПСП является случайным, поэтому время фазирования  $T_{\phi}$  может характеризоваться функцией плотности распределения вероятности того, что время фазирования лежит в пределах от  $t$  до  $t_{доп}$  [7,8,9].

$$f(t) = P\{t < T_{\phi} \leq t_{доп}\}. \quad (1)$$

Если время выделения синхропосылки на приеме обозначить как  $t_{сн}$ , а время запаздывания в канале как  $t_{зк}$ , то при идеальном канале, фазирование возможно за время [4]:

$$t_c = t_{зк} + t_{сн}. \quad (2)$$

При наличии ошибок это время возрастает, причем для различных каналов и схем синхронизации по разному. Оценкой систем синхронизации по времени вхождения в синхронизм может служить, как отмечалось ранее, среднее время синхронизации  $\bar{t}_c$ , определяемое как математическое ожидание функции  $f(t)$ . Предположим, что ошибки в канале взаимно независимы и распределены по биномиальному закону, тогда представив поток ошибок двоичной последовательностью, в которой единицы будут соответствовать появлению ошибки, а нули - их отсутствию, среднее время синхронизации можно оценить, как время возвращения серии успехов [8,9]:

$$\bar{t}_b = \frac{1 - q^n}{pq^n} \quad (2)$$

где:  $n$ -число успехов (длина “зачетного отрезка”);

$P$ - вероятность ошибки в канале;

$q = 1 - P$ .

С учетом скорости передачи (2) переписывается как:

$$\bar{t}_c = \frac{1-q^n}{pq^n U} \quad (3)$$

где  $U$ -скорость передачи в канале.

Из (3) видно, что среднее время синхронизации зависит от вероятности ошибки в канале  $P$ , скорости передачи  $U$  и длины зачетного отрезка  $n$ . Причем, при увеличении скорости передачи  $U$ , среднее время синхронизации  $t_c$  будет убывать медленнее, чем при уменьшении длины зачетного отрезка (ЗОТ) “ $n$ ”, так как “ $n$ ” стоит в показателе степени. Расчеты показали, что при ухудшении качества канала даже незначительное увеличение “ $n$ ” приводит к резкому увеличению  $t_c$ . Так, например, если при  $P=10^{-2}$  и скорости передачи 50 Кбод увеличение ЗОТ от 20 до 30 увеличивает среднее время синхронизации примерно в 1.5 раза, то на каналах с  $P=10^{-1}$  при аналогичных условиях среднее время синхронизации увеличивается более чем в 3.5 раза.

Для дисперсии времени синхронизации можем записать:

$$D[T_\Phi] = \frac{\sigma^2}{U^2} = \frac{1}{(pq^n U)^2} - \frac{2n+1}{pq^n U^2} - \frac{q}{(pU)^2}. \quad (4)$$

Известно, что при достаточно большом периоде « $N$ » число серий длины « $n$ », полученных в « $Z$ » испытаниях имеет приблизительно нормальное распределение. Это относится и ко времени возвращения указанных серий, то есть и среднему времени синхронизации. Тогда, используя функцию Лапласа, можем приближенно определить вероятность правильного приема ПСП за допустимое время  $t_{дон}$  как:

$$P_{mn} = P(|T_\Phi - \bar{t}_c| < t_{дон} / 2) = F\left(\frac{t_{дон}}{2\sigma\sqrt{2}}\right), \quad (5)$$

где:  $F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  - нормированная функция Лапласа;

$\sigma$  — среднеквадратическое отклонение времени синхронизации, как корень квадратный из дисперсии (4);

$t_{доп}$  — допустимый интервал времени для вхождения в синхронизм, который определяется от момента излучения передатчика до постановки помех противником.

Тогда подставив (4) в (5) окончательно получим:

$$P_{пп} = P(|T_{\Phi} - \bar{t}_c| < t_{доп}/2) = F \left( \frac{t_{доп}}{\sqrt{\frac{8}{(Pq^n U)^2} - \frac{16n+8}{Pq^n U^2} - \frac{8q}{(PU)^2}}} \right). \quad (6)$$

Расчеты с использованием, полученных формул (3) и (6) показали, что в каналах низкого качества при  $P=10^{-1}$  с высокой вероятностью обеспечивается синхронизация ПСП за время меньшее времени инерционности средств подавления противника, а именно менее чем 1с. В частности, при  $n=30$  с вероятностью  $P_{пп}=0.999$  можно установить синхронизацию по методу ЗОТ за время равное  $2.7 \cdot 10^{-2}$  или 27мс. При увеличении ЗОТ до 50, допустимое время синхронизации  $t_{доп}$  увеличивается до 210 мс, если сохранить вероятность правильной синхронизации на уровне  $P_{пп}=0.999$ . То есть при увеличении ЗОТ в 1.6 раза, допустимое время синхронизации  $t_{доп}$  увеличивается примерно на порядок при сохранении вероятности правильного приема на прежнем уровне.

На каналах с памятью, как показали сравнительные расчеты, следует ожидать еще большего уменьшения времени вхождения в связь. Таким образом, при первоначальном установлении связи всегда будет иметься возможность синхронизации датчиков ПСП при отсутствии оптимизированных помех со стороны противника.

Легко заметить, что полученная формула (6) будет давать нижнюю оценку для вероятности правильного приема  $P_{пп}$ , поскольку здесь, в отличие от известных формул, вычисляется вероятность правильного

приема на интервале между двумя сериями успехов. Поэтому для вероятности неприема ПСП будет справедлива оценка:

$$P_H(N) \leq 1 - F(x), \quad (7)$$

где:

$$x = \frac{N - 2n}{\sqrt{\frac{8}{(Pq^n)^2} - \frac{16n + 8}{Pq^n} - \frac{8q}{P^2}}}.$$

Анализ, полученных результатов показал, что наиболее хорошее приближение оценка (7) дает на каналах низкого качества ( $P > 0.1$ ). То есть, если при  $N=63$  и  $n=12$  на каналах с вероятностью ошибки до  $P \leq 0.1$  оценка (7) дает погрешность на один десятичный порядок, то при  $P > 0.1$  эта погрешность убывает практически до нуля.

### Заключение

Таким образом, разработанная математическая оценка (7) позволяет оценить вероятность синхронизации ПСП при жестких временных ограничениях в условиях РЭП. Найденная оценка имеет важное преимущество перед известными формулами, а именно: позволяет просто определять вероятность неприема ПСП ( $P_H$ ) при любом как угодно большом периоде  $N$ . При этом расчеты можно выполнять даже без использования ЭВМ.

### Использованная литература

1. Хисамов Ф.Г., Исследование временных характеристик подоптимального метода синхронизации для ПСП-ориентированных протоколов множественного доступа / А.Д.Золотуев, Ю.В.Чернуха // III-я Всероссийская научно-техническая конференция «Системы связи и радионавигации: сб. тезисов / науч. Ред. В.Ф. Шабанов, отв. за вып. А.Ю. Строкова. - Красноярск: АО «НПП. «Радиосвязь», 2016. – 472 с., С. 367-369

2. Шахтарин Б.И., Черныш А.В., Анализ среднего времени поиска шумоподобных сигналов для систем с одним поглощающим состоянием, Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение», № 3, 2009, с. 114-123.
3. Золотуев А.Д. Исследование временных характеристик метода синхронизации ПСП для систем связи военного и гражданского назначения на основе MC-DS-CDMA / Лойко В.И., Хисамов Ф.Г., Золотуев А.Д. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №09(113). – IDA [article ID]: 1131509015. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/09/pdf/15.pdf>
4. Stiffler, J. J. Theory of Synchronous Communications, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971.
5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. -1104 с. : ил. – Парал. тит. англ.
6. Frangis Hisamov. On the Application of Pseudo-Accidental Sequences in the Information Protection Systems Proceedings 2002 IEEE International Conference on Artificial Intelligence Systems (ICAIS 2002). - Computer Society. IEEE. Los Alamitos, California: Washington, Brussels, Tokyo.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. тт. 1-2, -М.: Мир, 1984
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учебник для студ. Вузов / Елена Сергеевна Вентцель. – 9-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 576 с.
9. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. - М.: Наука, 1973 г.