

УДК 537.2

UDC 537.2

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and Math

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАЗМОИДА И СТРИМЕРОВ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ****SIMULATION OF PLASMOID AND STRAIMERS IN CONDUCTING ENVIRONMENT**Трунев Александр Петрович  
к.ф.-м.н., Ph.D.Alexander Trunev  
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада**Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В настоящей работе развита модель, описывающая формирование плазмоида и стримеров в проводящей среде. Для описания вклада токов проводимости мы модифицировали стандартное уравнение электростатики с учетом вихревой составляющей электрического поля. В результате такого обобщения сформулирована модель стримера в форме системы нелинейных уравнений параболического типа. Как известно, в лабораториях удается создавать плазмоид со временем жизни 300-500 мс и диаметром 10-20 см, что интерпретируется как шаровая молния. При скоростной фотосъемке выявляется сложная структура, состоящая из плазмоида и окружающих его стримеров. В рамках предложенной модели поставлены задачи о формировании плазмоида и распространении стримеров во внешнем электрическом поле. В данной модели плазмоид рассматривается как долгоживущий стример. Указана область параметров, в которой формируется плазмоид сферической формы. Установлено, что существует три механизма ветвления стримера. Первый механизм связан с неустойчивостью фронта, что приводит к разделению головки стримера на две части. Второй механизм связан с неустойчивостью стримера в области основания, что приводит к ветвлению стримера с образованием большого числа боковых стримеров, замыкающих основной канал стримера на катод. В численных экспериментах обнаружен третий механизм ветвления, наблюдавшийся в опытах, связанный с ветвлением плазмоида в области катода с замыканием объемного заряда на анод через систему стримеров. Обсуждаются сходство шаровой молнии и плазмоида. Если это сходство подтвердится, то число теоретических гипотез относительно природы шаровой молнии, которых в настоящее время более 200, может резко сократиться до одной, изложенной в настоящей работе

In this work, a model is developed that describes the formation of a plasmoid and streamers in a conducting medium. To describe the contribution of the conductivity currents, we modified the standard electrostatic equation taking into account the vortex component of the electric field. As a result of this generalization, the streamer model is formulated in the form of a system of parabolic-type nonlinear equations. As is known, in laboratories it is possible to create a plasmoid with a lifetime of 300-500 ms and a diameter of 10-20 cm, which is interpreted as a ball lightning. With high-speed photography, a complex structure is detected, consisting of a plasmoid and surrounding streamers. Within the framework of the proposed model, problems are posed about the formation of a plasmoid and the propagation of streamers in an external electric field. In this model, the plasmoid is considered to be a long-lived streamer. The range of parameters in which a plasmoid of spherical shape is formed is indicated. It is established that there are three streamer branching mechanisms. The first mechanism is related to the instability of the front, which leads to the separation of the head of the streamer into two parts. The second mechanism is associated with the instability of the streamer in the base region, which leads to the branching of the streamer with the formation of a large number of lateral streamers closing the main channel of the streamer to the cathode. In numerical experiments, the third branching mechanism observed in experiments connected with the branching of the plasmoid in the cathode region with the closure of the space charge to the anode through the streamer system was observed. The similarity of ball lightning and plasmoid is discussed. If this similarity is confirmed, then the number of theoretical hypotheses concerning the nature of ball lightning, currently more than 200, can be drastically reduced to one described in this article

Ключевые слова: ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, СТРИМЕР, РАЗРЯД, ВЕТВЛЕНИЕ, ИОНИЗАЦИЯ, ПЛАЗМОИД, ШАРОВАЯ МОЛНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Keywords: ELECTRIC FIELD, STREAMER, PLASMOID, DISCHARGE, BRANCHING, IONIZATION, MATHEMATICAL MODELING, BALL LIGHTNING

Doi: 10.21515/1990-4665-129-041

## Введение

Шаровая молния является природным феноменом [1-2], который был воспроизведен в лабораториях в форме плазмоида диаметром 10-20 см и временем жизни 300-500 мс [3-8]. Плазмод такого типа возникает в результате газовом разряде над водной поверхностью, поэтому принято считать, что вода играет особую роль при формировании шаровой молнии [2-3].

Существуют теории шаровой молнии, в которых используются гипотезы двухтемпературной среды [9] и релятивистских электронов [10]. С другой стороны, скоростная фотосъемка демонстрирует особую роль стримеров при формировании плазмоида над водной поверхностью [8]. Как известно, стримеры относятся к числу макроскопических наблюдаемых явлений, которые легко могут быть зарегистрированы в экспериментах с газовыми разрядами, включая атмосферные разряды [11-20]. Обычно наблюдаются стримеры, вызванные распространением электронов в нейтральной среде, которая подвержена ионизации. Стандартный набор физических процессов, используемых в моделях стримеров – это ионизация, диффузия и движение зарядов в электрическом поле [11-20].

Предполагается, что высоковольтный разряд относится к электростатическим явлениям, следовательно, генерируемые электрические поля являются потенциальными [11-19]. В тоже время сам разряд является быстропротекающим процессом, что указывает на наличие вихревых полей. В работе [20] рассматривается модель стримера с учетом индуцированных вихревых полей, обусловленных токами проводимости, изучены аналитические и численные модели распространения и ветвления стримера в

проводящей среде в однородном внешнем электрическом поле. В численных расчетах было установлено два механизма ветвления стримера, один из которых связан с разделением головки стримера на две части, а второй механизм связан с замыканием основного канала стримера на катод через систему боковых стримеров.

В настоящей работе в рамках модели [20] поставлены задачи о формировании плазмоида и распространении стримеров во внешнем электрическом поле. Плазмоид в данной модели рассматривается как основной стример. В численных экспериментах обнаружен механизм ветвления стримера в области катода, связанный с разделением основного канала на несколько боковых ветвей, что согласуется с экспериментальными данными [8].

### **Модель распространения и ветвления стримера в проводящей среде**

Рассмотрим распространение стримера в газовой среде в однородном электрическом поле. Используем стандартную модель стримера в газовых разрядах [11-14], которую модифицируем с учетом диффузии электрического поля и ионов, имеем [20]

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_e}{\partial t} &= D_e \nabla^2 \rho_e + \nabla \cdot (\rho_e \mathbf{E}) + \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} &= D_i \nabla^2 \rho_i + k_i \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{E}) + \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= D_E (\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \rho_e - \nabla \rho_i)\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь обозначено  $\rho_e, \rho_i, \mathbf{E}$  – плотность электронов, ионов и электрического поля соответственно,  $D_e, D_i, D_E$  – коэффициенты диффузии,  $k_i$  – параметр подвижности ионов. В качестве параметра длины в модели (1) используется длина свободного пробега электронов в азоте при нормальном

давлении –  $L_s \approx 2.3 \cdot 10^{-6} m$  (2.3 мкм). Масштаб времени составляет 3 пикосекунды, а масштаб электрического поля –  $E_s = 200 kV / cm$  [14]. Характерный масштаб плотности электронов составляет в таком случае  $\rho_s = \frac{\epsilon_0 E_s}{e L_s} \approx 4.806 \cdot 10^{22} m^{-3}$ , масштаб скорости  $u_s = 0.76667 \cdot 10^3$  км/с.

Поясним происхождение третьего уравнения (3). Выражение в скобках в случае электростатического поля тождественно обращается в ноль. Однако при наличии вихревой составляющей поля в случае длинных волн, из уравнений Максвелла и закона Ома  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla \mathbf{A} / \partial t$  следует уравнение диффузии векторного потенциала

$$\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2)$$

Сравнивая (2) с третьим уравнением (1), находим  $D_E = 1 / \sigma \mu$ .

Модель (1) тестировалась на плоских и трехмерных задачах моделирования стримеров Саффмана-Тейлора в однородном электрическом поле [20].

Задача для системы (1) решалась численно, в прямоугольной области  $-L_x \leq x \leq L_x, -L_y \leq y \leq L_y, -L_z \leq z \leq L_z$ , с нулевыми начальными данными и с граничными условиями:

$$\begin{aligned} E_x(t, -L_x, y, z) = E_x(t, L_x, y, z) = E_0(1 - e^{-at}), E_y(t, -L_x, y, z) = E_y(t, L_x, y, z) = 0, \\ E_z(t, -L_x, y, z) = E_z(t, L_x, y, z) = 0, E_x(t, x, -L_y, z) = E_x(t, x, L_y, z) = E_0(1 - e^{-at}), \\ E_y(t, x, -L_y, z) = E_y(t, x, L_y, z) = 0, E_z(t, x, -L_y, z) = E_z(t, x, L_y, z) = 0, \\ E_x(t, x, y, -L_z) = E_x(t, x, y, L_z) = E_0, E_y(t, x, y, -L_z) = E_y(t, x, y, L_z) = 0, \\ E_z(t, x, y, -L_z) = E_z(t, x, y, L_z) = 0, \rho_e(t, -L_x, y, z) = \rho_i(t, -L_x, y, z) = 0, \\ \rho_e(t, L_x, y, z) = \rho_i(t, L_x, y, z) = S \exp[-b(y^2 + z^2)](1 - e^{-at}), \\ \rho_e(t, x, \pm L_y, z) = \rho_i(t, x, \pm L_y, z) = 0, \rho_e(t, x, y, \pm L_z) = \rho_i(t, x, y, \pm L_z) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

В случае решения плоской задачи полагаем в условиях (3)  $z = 0, E_z = 0$  и исключаем граничные условия при  $z = \pm L_z$ .

Основные результаты расчетов электронной плотности по модели (1), (3) были получены при следующих параметрах задачи:

$$\begin{aligned} a = 1, D_e = 0.1, D_i = 0.001, D_E = 1000, k_i = 0, L_y = L_z = 100, \\ E_0 = 0.1 \div 0.5, S = 10^{-4} \div 10^{-3}, b = 0.015 \div 0.15, L_x = 10^2 \div 10^3. \end{aligned} \quad (4)$$

Из полученных результатов следует, что распределение плотности электронов в 2D и 3D моделях отличается несущественно, что объясняется специфической геометрией стримера Саффмана-Тейлора.

Линия раздела плотности в теории [21] описывается уравнением:

$$\frac{x + ut}{L_y} = \frac{1 - \lambda}{\pi} \ln \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi y}{\lambda L_y} \right) \quad (5)$$

Как было установлено в экспериментах [21], параметр  $\lambda = 1/2$ , хотя в теории этот параметр может принимать любое значение в зависимости от скорости  $u = E_0 / \lambda$ .

Геометрия стримера в модели (1) не совпадает в деталях с геометрией стримера Саффмана-Тейлора [21] – рис. 1, при некоторых значениях параметров наблюдается практически идеальное совпадение кривой (5) с линиями уровня плотности электронов [20].

Отметим, что хотя выражение (5) используется в теории стримеров [14], модель «пальцев» [21], образующихся при вдувании воздуха в глицерин или при проникновении воды в масло математически не идентична модели (1). Поэтому необходимо пояснить, почему форма стримера в модели (1), которая выведена из модели [14] путем ее расширения с учетом вихревой составляющей электрического поля и диффузионных потоков ионов, совпадает с теорией Саффмана-Тейлора [21].

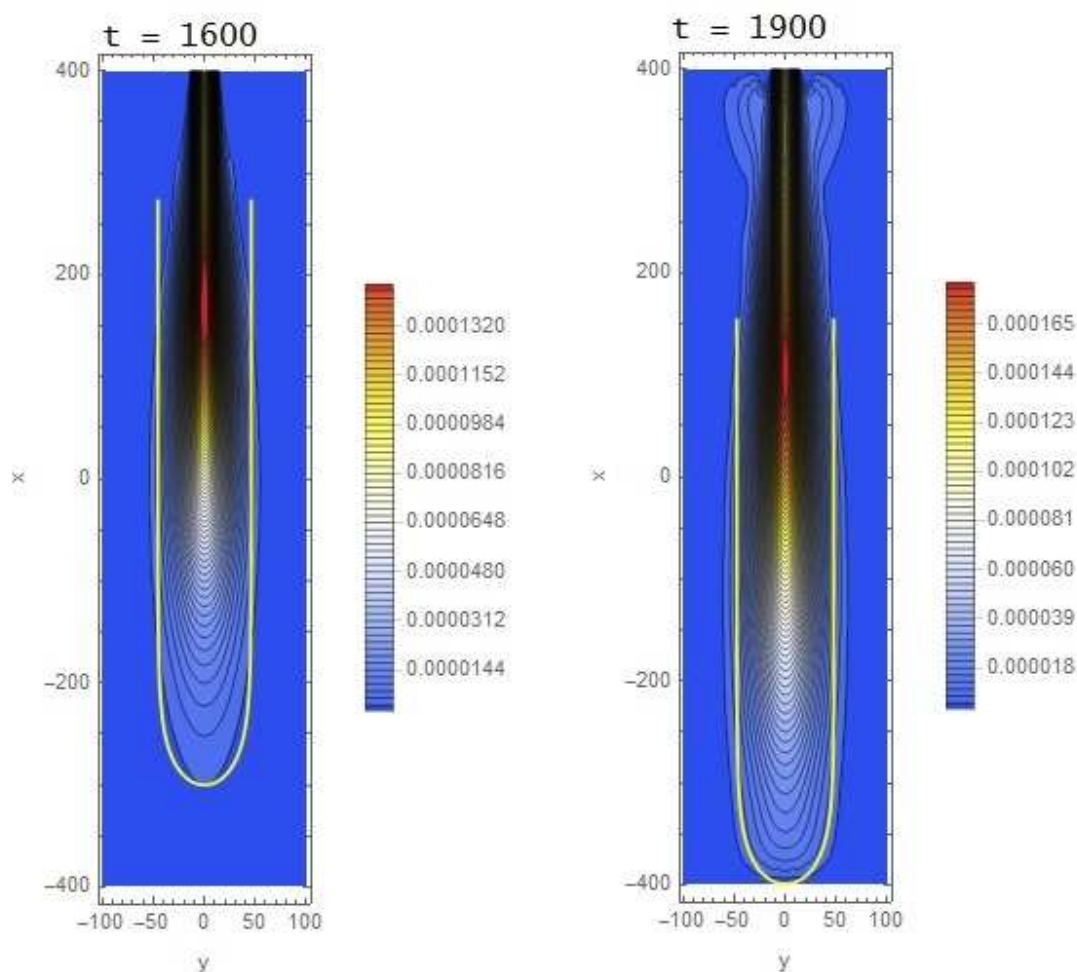


Рис. 1. Линии уровня плотности электронов при распространении стримера в длинном канале во внешнем поле  $E_0 = 0.2$ : желтая линия вычислена по уравнению (5) с параметром  $\lambda = 0.5$ .

Рассмотрим аналитическую модель распространения стримера в заданном внешнем поле. Положим в уравнениях (1) все величины зависящими от переменных  $\xi = x + ut, y, z$ , тогда система (1) приводится к виду

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial \rho_e}{\partial \xi} &= D_e \nabla^2 \rho_e + \nabla \cdot (\rho_e \mathbf{E}) + \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\
 u \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} &= D_i \nabla^2 \rho_i + k_i \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{E}) + \rho_i |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\
 u \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} &= D_E (\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \rho_e - \nabla \rho_i)
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Здесь оператор  $\nabla = (\partial/\partial \xi, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ . Стример Саффмана-Тейлора это плоское линейное решение первого уравнения (6). Полагая в этом уравнении электрическое поле постоянным  $\mathbf{E} = (E_0, 0, 0)$ , ищем решение в виде

$$\rho_e = \rho_0 \exp(k_x \xi) \cos(k_y y)
 \tag{7}$$

Подставляя (7) в первое уравнение (6), находим дисперсионное соотношение

$$k_x u = D_e (k_y^2 + k_x^2) + k_x E_0 + |E_0| \exp(-1/|E_0|)
 \tag{8}$$

Предполагая, что линия раздела электронной плотности определяется из уравнения  $\rho_e = \rho_0$ , находим из первого уравнения путем логарифмирования уравнения линии раздела плотности

$$x + ut = - \frac{\ln \cos(k_y y)}{k_x}
 \tag{9}$$

Выражение (9) только нормировкой отличается от выражения (5). Однако скорость стримера в модели (6) в общем случае не совпадает со скоростью «пальцев» в теории [21]. Из уравнения (8) следует, что скорость стримера зависит от параметра диффузии и от скорости ионизации. Ранее аналогичные результаты были получены в работе [14], в которой модель стримера Саффмана-Тейлора была использована для нахождения режимов движения с постоянной скоростью и ветвления в 2D. В работе [20] аналогичная задача была решена в трехмерном случае.

Рассмотрим стример как бегущую с постоянной скоростью волну. Положим в уравнениях (1) все величины зависящими от переменных

$\xi = x + ut, y, z$ , тогда справедлива система уравнений (6). Для решения системы уравнений (6) используем теорию пограничного слоя. Будем считать, что изменение параметров по сечению стримера значительно превосходит изменение параметров вдоль направления его распространения. Это условие заведомо не выполняется на головке стримера. В остальной же области для описания стримера имеем систему уравнений параболического типа

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \rho_e}{\partial \xi} &= D_e \nabla_{\perp}^2 \rho_e + \nabla \cdot (\rho_e \mathbf{E}) + \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\ u \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} &= D_i \nabla_{\perp}^2 \rho_i + k_i \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{E}) + \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-1/|\mathbf{E}|) \\ u \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} &= D_E (\nabla_{\perp}^2 \mathbf{E} + \nabla \rho_e - \nabla \rho_i) \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь операторы  $\nabla = (\partial/\partial \xi, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ ,  $\nabla_{\perp}^2 = (\partial^2/\partial y^2, \partial^2/\partial z^2)$ . В рамках модели (10) может быть поставлена и решена задача о ветвлении стримера в трехмерном случае. Для этого предположим, что в плоскости  $z = 0$  в интервале  $0 \leq \xi \leq \xi_b$  задано распределение плотности электронов вида (7), а в плоскости  $\xi = 0$  задано совместное с ним распределение, имеем

$$\begin{aligned} \xi = 0: \rho_e &= \rho_0 \cos(k_z z) \cos(k_y y), \quad |k_y y| \leq \pi/2, \quad |k_z z| \leq \pi/2 \\ z = 0: \rho_e &= \rho_0 \exp(k_x \xi) \cos(k_y y), \quad 0 \leq \xi \leq \xi_b, \quad |k_y y| \leq \pi/2 \end{aligned} \quad (11)$$

Во всей остальной области и на границах используем нулевые начальные данные. Тогда в области  $\xi > \xi_b$  имеем отрыв стримера от плоскости  $z = 0$  - рис. 2, что соответствует ветвлению, поскольку плоскость  $z = 0$  является плоскостью симметрии.



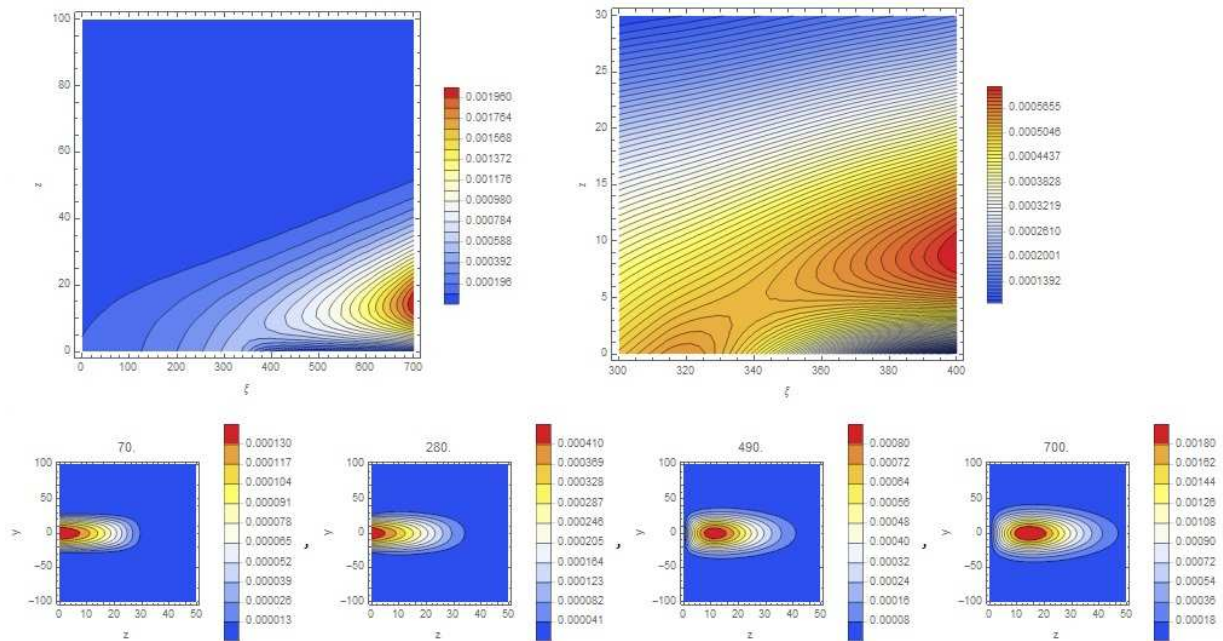


Рис. 2. Линии уровня плотности электронов при ветвлении стримера в плоскости  $(\xi, z)$  – сверху и в различных сечениях  $\xi = const$  (указаны над рисунками) – внизу.

На рис. 2 представлены данные по распределению плотности электронов при ветвлении стримера, рассчитанные по модели (10)-(11) при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned}
 D_e = 0.1, D_i = 0.001, D_E = 1000, k_i = 0, k_y = k_z = \pi/60, \\
 E_0 = 0.25, u = 1.2, S = 10^{-4}, L_y = L_z = 100, k_x = 0.00597
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Отметим, что волновые числа, коэффициент диффузии электронов, напряженность электрического поля и скорость стримера связаны уравнение (8). Разрешая уравнение (8), находим продольный масштаб стримера в зависимости от параметров модели в виде

$$L_b = \frac{1}{k_x} = \frac{u - E_0}{D_e(k_y^2 + k_x^2) + |E_0| \exp(-1/|E_0|)}
 \tag{13}$$

Из уравнения (13) следует, что при уменьшении скорости точка ветвления смещается к началу координат. Тот же эффект наблюдается при увеличении коэффициента диффузии или напряженности электрического поля.

Интересной особенностью данной постановки задачи является то, что рассматривается ветвление трехмерного стримера, а не плоского стримера или, что важно, не коническое раскрытие стримера, как в работах [12-14]. Ранее этот вопрос обсуждался в работе [22], где была выведена приближенная модель разделения головки стримера. Линейная теория устойчивости поверхности стримера с учетом токов смещения развита в [23]. Численные модели ветвления стримеров были развиты в работах [18-20] и других. Общий вид ветвления стримеров по механизму, описанному выше, приведен в работах [6-8, 24].

### **Ветвление стримера в области катода**

Рассмотрим вопрос о ветвлении стримера в рамках нестационарной модели (1). Такого типа ветвление стримера хорошо заметно в верхней части, примыкающей к катоду в момент соударения головки стримера с анодом – рис. 3. Размер ветвей и положение точки ветвления зависит в этом случае от времени, тогда как в модели (10), положение точки ветвления фиксировано в подвижных координатах. На рис. 3 представлены данные моделирования ветвления стримера для значений параметров

$$\begin{aligned} a = 1, D_e = 0.1, D_i = 0.001, D_E = 1000, k_i = 0 \\ S = 10^{-3}, b = 0.15, L_x = 200, L_y = L_z = 100, E_0 = 0.3 \end{aligned} \quad (14)$$

Из данных, приведенных на рис. 3 следует, что в области  $50 < x < 150$  стример распадается на отдельные каналы, число которых зависит от напряженности электрического поля и моды возбуждения.

Эти боковые стримеры начинаются и заканчиваются на основном канале. Отметим, что в обсуждаемой модели с прямоугольными ячейками возбуждаются моды с 4, 6, 8 и т.д. боковыми каналами. При этом центральный канал сохраняется, как основа, на которой замыкаются ветви боковых каналов [20].

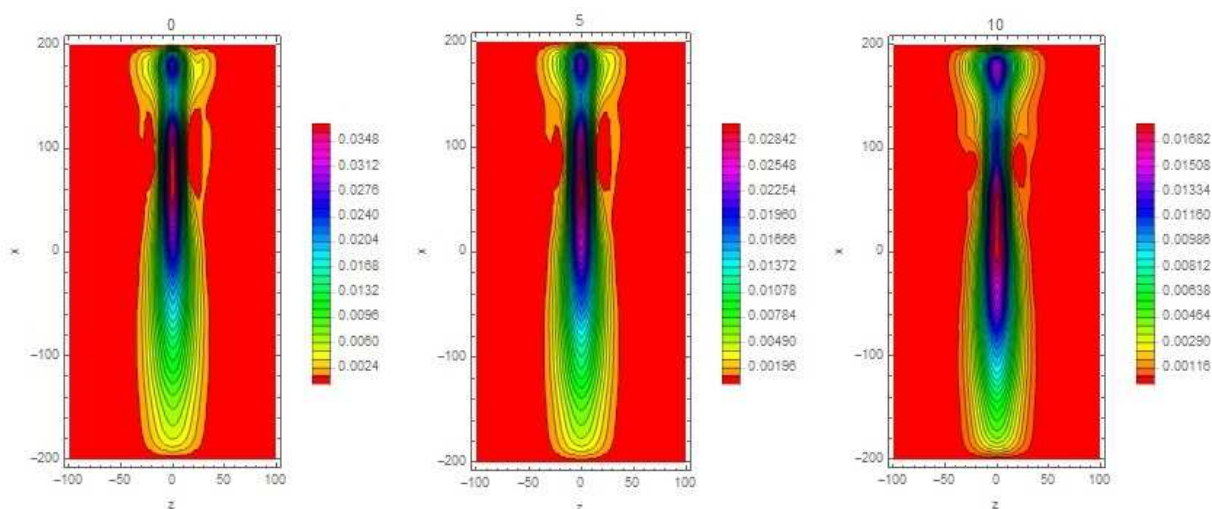


Рис. 3. Распределение плотности электронов в плоскости  $(x, z)$  в сечениях  $y=0; 5; 10$  в момент времени  $t=500$  при напряженности электрического поля  $E_0=0.30$ .

Стримеры такого типа, замыкающие головку основного стримера на катод можно видеть на рис. 5 из работы [24]. На указанном рисунке, представляющем собой высокоскоростную электронно-оптическую фотографию процесса развития стримера, хорошо просматривается геометрия канала, что качественно согласуется с расчетными данными, приведенными в [20].

Время процесса ветвления стримеров в области катода существенно зависит от напряженности внешнего электрического поля. Так, при

напряженности поля  $E_0 = 0.33$ , боковые стримеры возникают в интервале времени  $300 < t < 360$ . Тогда как при напряженности электрического поля  $E_0 = 0.27$  боковые стримеры возникают в интервале  $600 < t < 650$ . Данные же на рис. 3 получены в момент времени  $t = 500$ . Отметим, что выбранный масштаб времени составляет 3 пикосекунды.

Таким образом, в численных расчетах мы установили два механизма ветвления стримера, один из которых связан с разделением головки стримера на две части – рис. 2, а второй механизм связан с замыканием основного канала стримера на катод через систему боковых стримеров – рис. 3. Оба механизма ветвления стримера наблюдаются в экспериментах [24], однако в работах [12-15, 18-19, 22-23] и других рассматривается только неустойчивость фронта, как основной механизм ветвления.

В работе [8] обнаружен механизм ветвления, при котором плазмоид замыкается на анод через систему боковых стримеров. Этот механизм отличается от двух механизмов ветвления, обсуждаемых в нашей работе [20] и от механизма ветвления обусловленного неустойчивостью фронта [12-15, 18-19, 22-23]. Представляется интересным установить структуру плазмоида и механизм его ветвления на основе системы уравнений (1).

### **Модель плазмоида**

Мы предполагаем, что плазмоид типа [3-8], это разновидность стримера, возникающего в проводящей среде при электрическом разряде над водной поверхностью. Для его моделирования на основе системы уравнений (1) необходимо определить область параметров, в которой плазмоид может сформироваться. Прежде всего, это большое время формирования плазмоида, по сравнению с характерным временем модели (1) – 3 пикосекунды. Рассмотрим начальную стадию формирования плазмоида, в которой

наблюдается ветвление плазмоида в катодной области с образованием многочисленных стримеров. Согласно [8] длительность этой стадии составляет 17-33 мс, следовательно, в этом случае характерное время задачи  $t_0 \approx 10^{10}$ , а масштаб области моделирования составляет  $L_x = L_y = L_z \approx 5 \cdot 10^3$ .

Согласно данным [7], плазмоид достигает размера в диаметре 20 см через 150 мс, после чего начинается автономная стадия. Следовательно, характерное время задачи  $t_p \approx 0.5 \cdot 10^{11}$ . Сравнивая диаметр плазмоида 10-20 см с характерной длиной пробега электронов в азоте при атмосферном давлении - 2.3 мкм, находим, что масштаб области моделирования  $L_x = L_y = L_z \approx 5 \cdot 10^4$ . Скорость стримера типа плазмоида относительно мала в сравнении с характерной скоростью распространения стримера  $u_s = 0.76667 \cdot 10^3$  км/с.

Действительно, полагая  $u_p \approx 2L_x / t_p$ , находим, что скорость плазмоида составляет около  $2 \cdot 10^{-6} u_s \approx 1.54$  м/с. Отметим, что в экспериментах [8] скорость плазмоида в момент отрыва составляла 1.5 м/с, в экспериментах [3] измеренная скорость плазмоида составляла 0.6-0.8 м/с, тогда как в [7] сообщается о скорости в момент отделения 2 м/с.

Разброс данных по скорости отрыва, видимо, объясняется течением паровоздушной смеси, входящей в состав плазмоида, т.е. при условиях проведения экспериментов, описанных в [3,7,8] следует учитывать также поток пара, возникающий при испарении воды в области катода.

Сделаем замену переменных

$$t = \lambda^2 t', (x, y, z) = \lambda(x', y', z'), \mathbf{E}' = \lambda \mathbf{E}, \rho'_e = \lambda^2 \rho_e, \rho'_i = \lambda^2 \rho_i \quad (15)$$

Опуская штрихи, приведем систему уравнений (1) к виду

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_e}{\partial t} &= D_e \nabla^2 \rho_e + \nabla \cdot (\rho_e \mathbf{E}) + \lambda \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-\lambda / |\mathbf{E}|) \\
\frac{\partial \rho_i}{\partial t} &= D_i \nabla^2 \rho_i + k_i \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{E}) + \lambda \rho_e |\mathbf{E}| \exp(-\lambda / |\mathbf{E}|) \\
\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= D_E (\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \rho_e - \nabla \rho_i)
\end{aligned}
\tag{16}$$

Следовательно, изменение масштаба области формирования стримера не меняет вида системы уравнений (1) с точностью до слагаемого, описывающего скорость ионизации. Отметим, что для данных приведенных в [20], а также выше на рис. 1-3, вклад объемной ионизации сравнительно мал, а процесс формирования стримера обусловлен наличием нейтральной плазмы на катоде. В случае плазмоида при расширении с параметрами  $E_0 \leq 1, \lambda \gg 1$  вклад объемной ионизации микроскопически мал, поэтому им можно пренебречь.

Из выражений (15) следует, что напряженность поля и плотность электронов в области плазмоида меньше таковой для стримера в  $\lambda, \lambda^2$  соответственно. Так, для  $\lambda = 500$  характерная напряженность электрического поля составит в заданном масштабе электрического поля  $E_s / \lambda = 400 \text{ V / cm}$ . С другой стороны, по данным [3, 7-8] находим типичное значение напряженности поля – 300-350 В/см.

Вольтамперная характеристика разряда над поверхностью электролита (воды) с образованием плазмоида приведена в [6-7]. Используя эти данные, сформулируем задачу для системы уравнений (16), имеем

$$\begin{aligned}
 E_x(t, \pm Lx, y, z) &= F_x(t, \pm Lx, y, z); E_y(t, \pm Lx, y, z) = F_y(t, \pm Lx, y, z); \\
 E_z(t, \pm Lx, y, z) &= F_z(t, \pm Lx, y, z); E_x(t, x, \pm Ly, z) = F_x(t, x, \pm Ly, z); \\
 E_y(t, x, \pm Ly, z) &= F_y(t, x, \pm Ly, z); E_z(t, x, \pm Ly, z) = F_z(t, x, \pm Ly, z); \\
 E_x(t, x, y, \pm Lz) &= F_x(t, x, y, \pm Lz), E_y(t, x, y, \pm Lz) = F_y(t, x, y, \pm Lz); \\
 E_z(t, x, y, \pm Lz) &= F_z(t, x, y, \pm Lz) = 0, \rho_e(t, -L_x, y, z) = \rho_i(t, -L_x, y, z) = 0; \\
 \rho_e(t, L_x, y, z) &= \rho_i(t, L_x, y, z) = S \exp[-b(y^2 + z^2)]ate^{-at}; \\
 \rho_e(t, x, \pm L_y, z) &= \rho_i(t, x, \pm L_y, z) = 0; \rho_e(t, x, y, \pm L_z) = \rho_i(t, x, y, \pm L_z) = 0.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Здесь  $\mathbf{F}(t, x, y, z)$  – внешнее поле, которое в этой задаче является нестационарным и пространственно неоднородным – рис. 4-6. Изменение внешнего поля во времени обусловлено разрядом конденсатора, поэтому может быть представлено в форме произведения статического поля и функции, зависящей от времени,  $\mathbf{F}(t, x, y, z) = \mathbf{F}_0(x, y, z)f(t)$ . Без ограничения общности положим  $f(t) = at \exp(-at)$ . Статическое поле определяется путем решения задачи о распределении потенциала в системе с заданной геометрией [7].

Рассмотрим вопрос о моделировании электростатического потенциала в системе. На рис. 4 представлено распределение потенциала и электрического поля в установках, описанных в [3, 7]. Установка [3] представляет собой пластиковый сосуд, наполненный электролитом, на дно сосуда помещают электрод (анод) в форме кольца с широким отверстием, а по центру вдоль оси размещают второй электрод (катод), которые приподняты над дном сосуда – правый рис. 4. Дизайн установки [7] отличается несущественно – отверстие кольца является узким, а центральный электрод проходит через это отверстие – левый рис. 4. Отметим, что распределение потенциала, приведенное на левом рис. 4, качественно совпадает с тем, что приведено в работе [7].

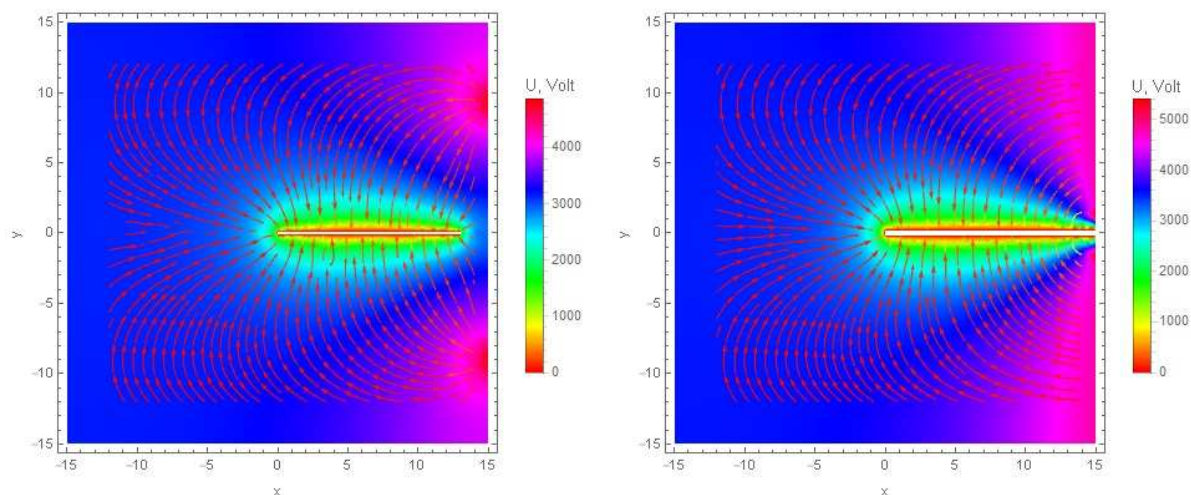


Рис. 4. Распределение потенциала и электрического поля в установках типа [3] (слева) и [7] (справа).

На рис. 5 представлены результаты расчетов формирования плазмоида по модели (16)-(17) при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} \lambda = 500, t_p = 10^{11} / \lambda^2, a/t_p = 0.1, b = 0.15, L_x = L_y = 200 \\ D_e = 0.1, D_i = 0.001, k_i = 0, D_E = 10^3, S = 10^{-5} \end{aligned} \quad (18)$$

В верхней части рис. 5 приведены осциллограммы модуля вектора напряженности электрического поля в области катода в различных сечениях  $x = 199, y = 0; 20; 40; 60$  (слева) и в различных сечениях  $x = 120; 140; 160; 180; 200, y = 0$  (справа). В нижней части рис. 5. приведены распределения плотности электронов в плоскости  $(x, y)$  в различные моменты реального времени в миллисекундах (указаны над рисунками).



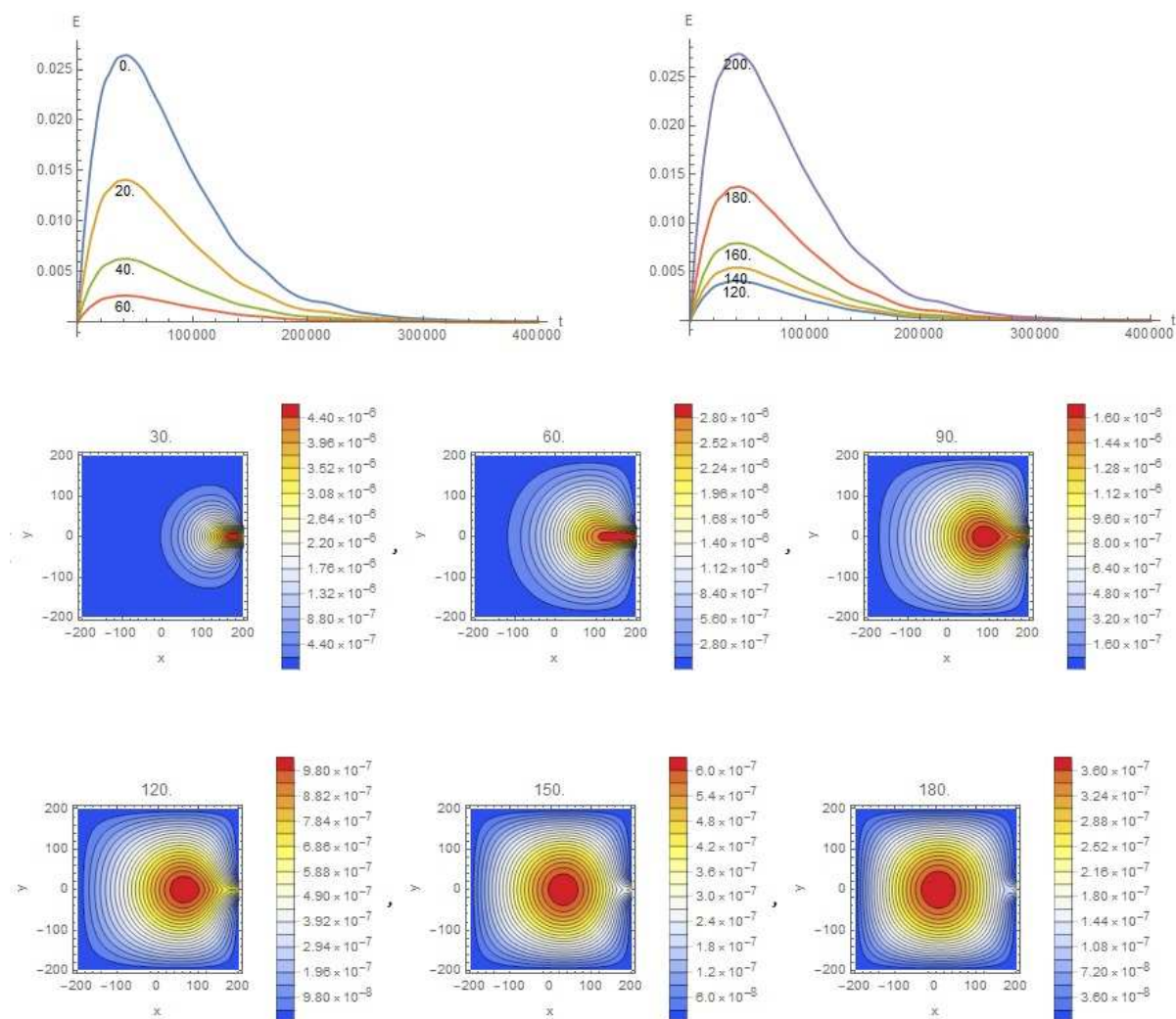


Рис. 5. Зависимости модуля вектора напряженности электрического поля в области катода от времени в различных сечениях  $x = 199, y = 0; 20; 40; 60$  (вверху, слева) и в различных сечениях  $x = 120; 140; 160; 180; 200, y = 0$  (вверху, справа). В нижней части приведены распределения плотности электронов в плоскости  $(x, y)$  в различные моменты реального времени в миллисекундах (указаны над рисунками).

Увеличение напряженности поля в 4.3 раза и концентрации электронов в области катода в 200 раз позволяет сформировать плазмод с более резкой

границей – рис. 6. Данные на рис 6 получены при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} \lambda = 500, t_p = 10^{11} / \lambda^2, a/t_p = 0.1, b = 0.15, L_x = L_y = 200 \\ D_e = 0.1, D_i = 0.001, k_i = 0, D_E = 10^3, S = 2 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (19)$$

Из приведенных на рис. 5-6 данных следует, что в области над катодом приблизительно за 150 мс сформировалось облако электронов сферической формы диаметром 15-20 см, в полном соответствии с данными [3-7]. Сравнивая данные на рис. 5-6 видим, что процесс формирования плазмоида в виде облака электронов не является чувствительным ни к изменению напряженности поля, ни к концентрации электронов в области катода. Однако физические эффекты свечения, обусловленные рекомбинацией зарядов, могут быть чувствительны к содержанию ионов в области электронного облака. Этим объясняются технологические ухищрения, к которым приходится прибегать для визуализации плазмоида в работах [3-8, 25-26] и других.

Так, в методе получения плазмоида [3] используется центральный электрод (катод), окруженный кварцевой трубкой. Трубка возвышается над поверхностью катода и электролита на основе воды на 3-5 мм. На центральный электрод наносят 1-2 капли воды. Анод изготовлен в виде медного кольца, помещенного на дно сосуда. При подаче напряжения с конденсатора, заряженного до 4.4-5.5 кВ, вода на катоде испаряется, что приводит к появлению светящегося плазмоида.

Отметим, что согласно приведенным выше расчетам плазмоид в форме электронного облака формируется при любых условиях даже в сухом воздухе. Однако для визуализации плазмоида необходимо над катодом создать область, насыщенную ионами, что достигается путем испарения воды с центрального электрода.

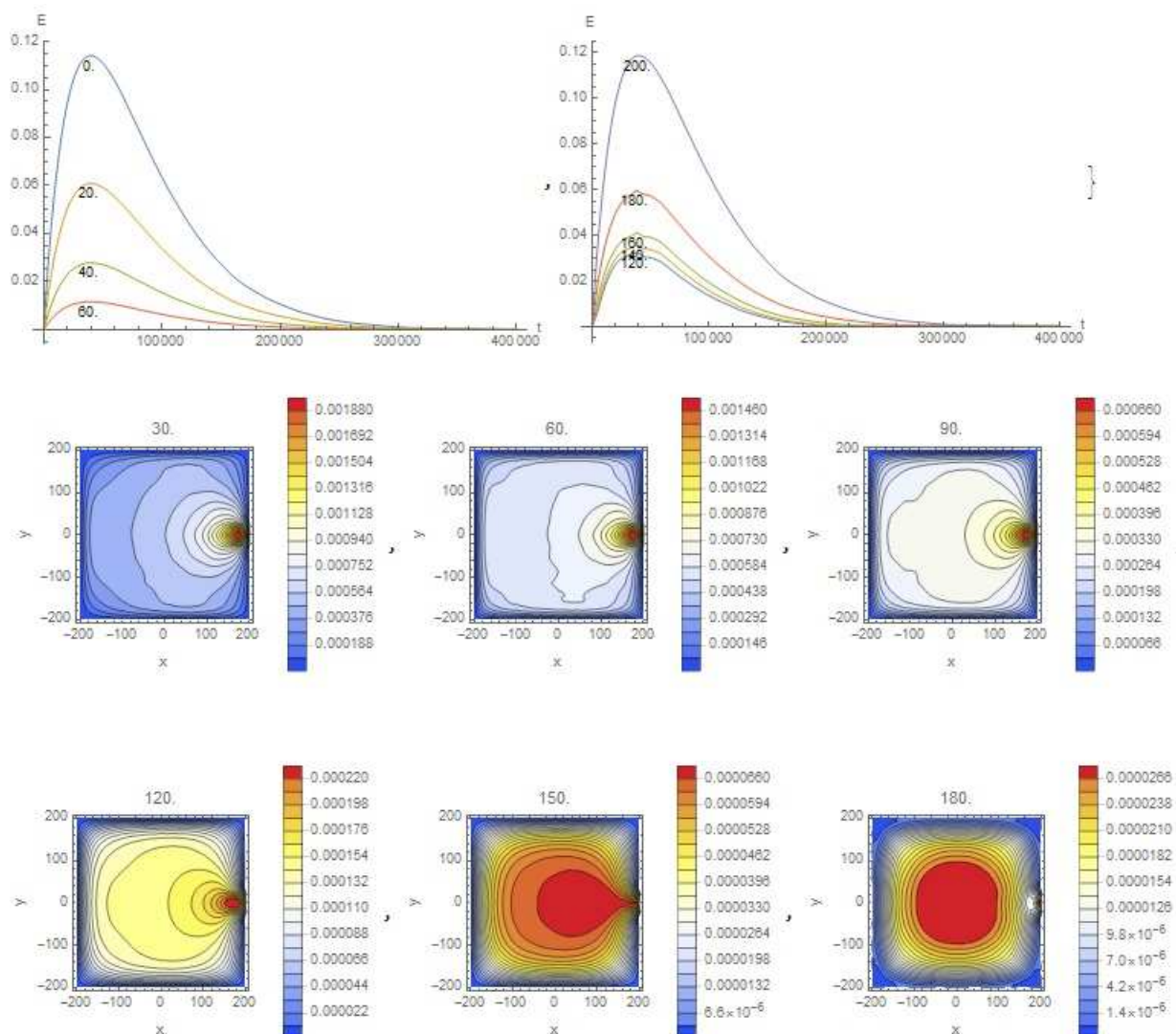


Рис. 6. Формирование плазмоида в сильном электрическом поле с данными (19). Обозначения те же, что на рис. 5.

Для моделирования процесса испарения воды при электрическом разряде с выходом струи пара в окружающую атмосферу мы использовали модель турбулентного течения, развитую в [27-30], модель турбулентной диффузии [31-32] и теорию многофазных течений [33]. На рис. 7 представлены распределения примеси водяного пара при испарении воды на

катоде в плоскости  $(x, y)$  в сечении  $z = 5$  и в плоскости  $(y, z)$  в сечении  $x = 6$  (внизу справа) в различные моменты времени (указаны над рисунками). Расчетная область  $L_x L_y L_z = 10 \times 10 \times 10$ . Предполагается, что процесс испарения воды на катоде происходит синхронно с увеличением напряжения и тока, пропорционально мощности джоулевых потерь.

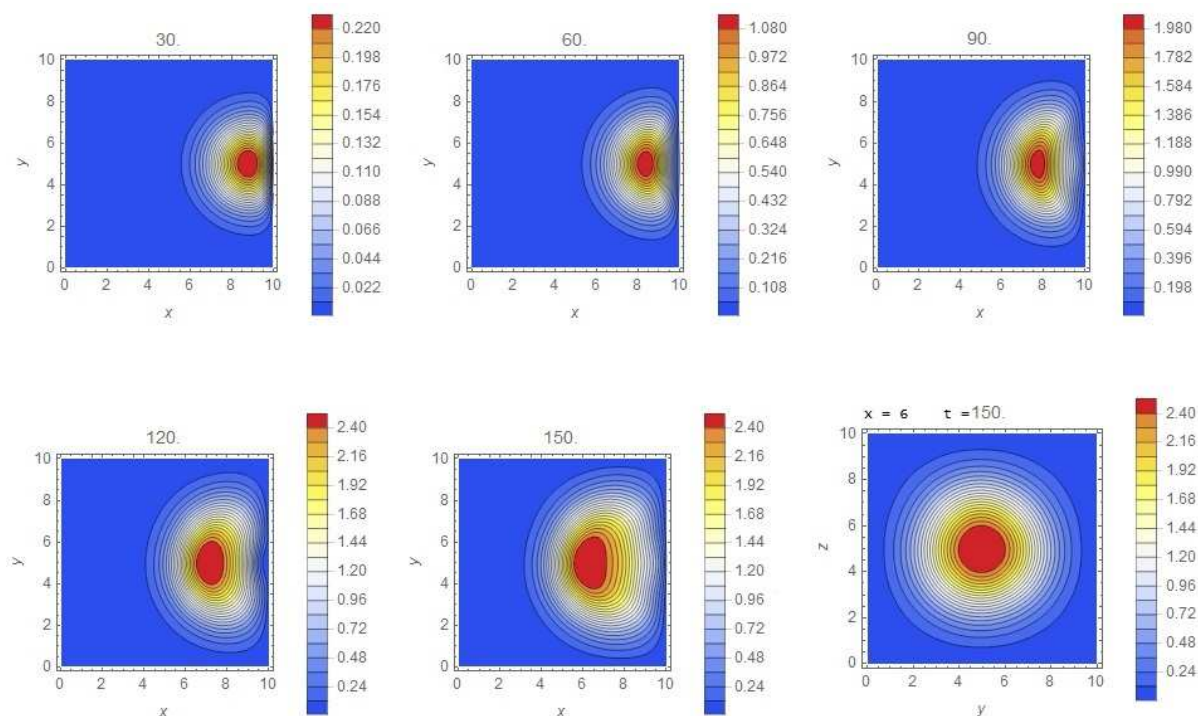


Рис. 7. Концентрация примеси водяного пара при испарении воды на катоде в плоскости  $(x, y)$  в сечении  $z = 5$  и в плоскости  $(y, z)$  в сечении  $x = 6$  (внизу справа) в различные моменты времени (указаны над рисунками). Расчетная область  $L_x L_y L_z = 10 \times 10 \times 10$ .

Далее заметим, что параметры турбулентного переноса и параметры стримера могут существенно различаться между собой. Плазмоид с требуемыми свойствами светимости возникает только при согласовании процессов переноса электронов и водяного пара, что достигается путем

подбора геометрии, проводимости электролита, напряжения и других параметров установок [3-8, 25-26]. В природе шаровая молния тоже возникает не часто, в сравнении с обычной молнией, а ее регистрация представляет собой уникальное событие [1-2, 34].

Наконец, рассмотрим механизм ветвления плазмоида путем замыкания его основания через систему стримеров на анод. Эти стримеры хорошо просматриваются на фотографиях, приведенных в работах [6-8]. Для моделирования эффекта используем систему уравнений (16) с граничными условиями (17), которые теперь включают область анода. Следовательно, предполагаем, что в области анода существует источник нейтральной плазмы с плотностью  $S \exp[-b(y^2 + z^2)]ate^{-at}$ . Второй объемный источник плазмы с интенсивностью  $S_1 \exp[-b_2(x - L_c)^2 - b_1(y^2 + z^2)]ate^{-at}$  помещаем в области катода, т.е. добавляем это слагаемое в правые части первого и второго уравнений (16). Здесь  $L_c$  - координата катода. При соответствующем подборе параметров в основании плазмоида возникает система боковых стримеров, замыкающих объемный заряд на анод – рис. 8. Для получения данных мы использовали следующие параметры

$$\begin{aligned} \lambda = 500, t_p = 10^{11} / \lambda^2, a/t_p = 0.1, b = 10^{-4}, b_1 = 1/6, b_2 = 1/2, L_0 = 80, \\ D_e = 0.1, D_i = 0.001, k_i = 0, D_E = 10^4, S = 10^{-5}, S_1 = 5 \cdot 10^{-4}, L_x = L_y = 120. \end{aligned} \quad (20)$$

Кроме того, считаем, что в области электролита  $D_E = 50$ . Электрическое поле по амплитуде задаем в два раза больше, чем для данных на рис. 6. В результате в области над катодом возникает плазмоид, объемный заряд которого соединен стримерами с анодом – рис. 8.

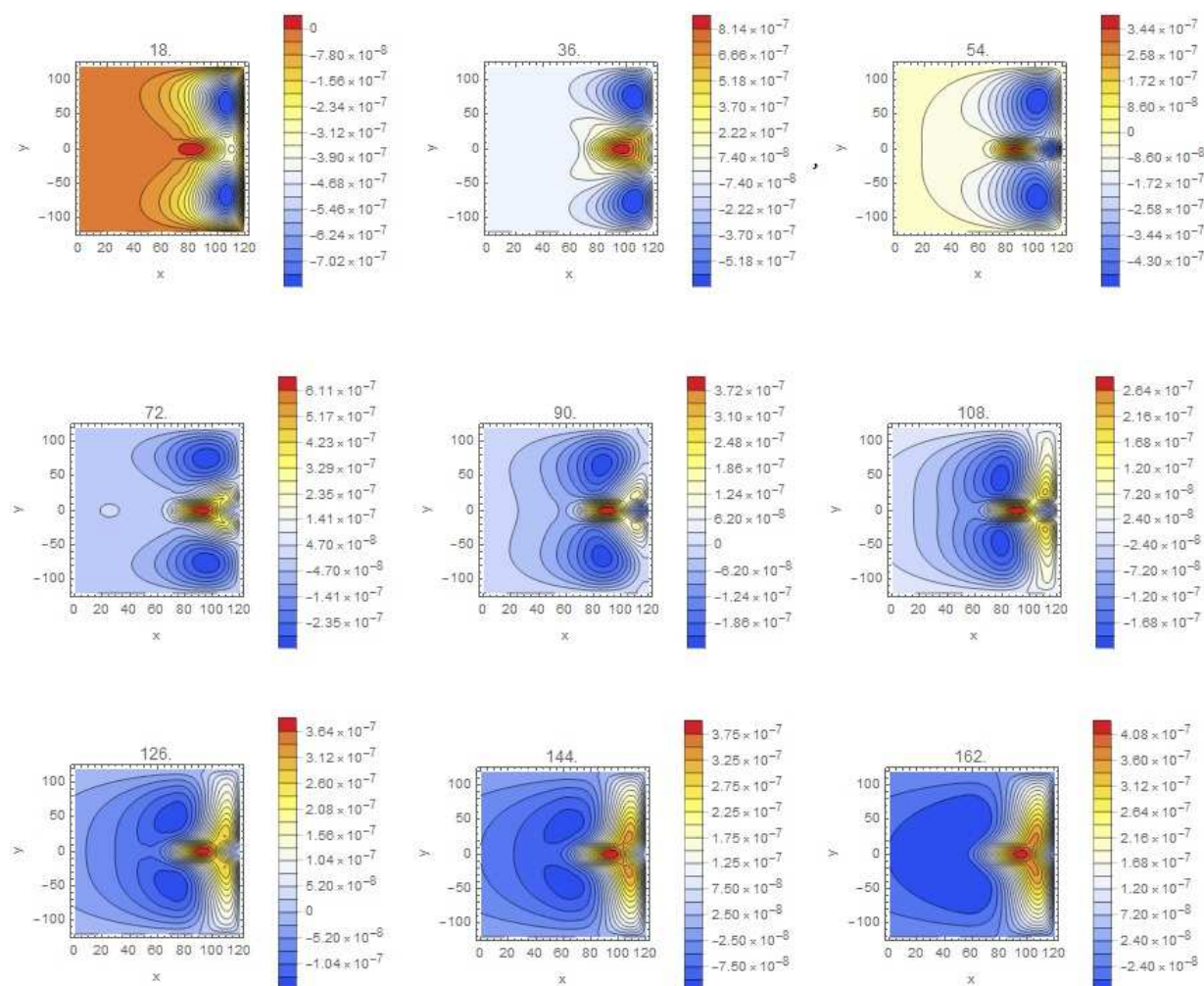


Рис. 8. Распределения плотности заряда  $\rho_i - \rho_e$  в плоскости  $(x, y)$  в различные моменты реального времени в миллисекундах (указаны над рисунками). Анод находится справа в сечении  $x=120$ , плоскость катода находится в сечении  $x=80$ . В области между катодом и анодом видны боковые стримеры, замыкающие объемный заряд плазмоида на анод.

Таким образом, мы показали, что плазмоид типа [3-8, 25-26] можно описать системой уравнений (1) при соответствующем выборе параметров. В данной модели плазмоид рассматривается как долгоживущий стример.

Указана область параметров, в которой формируется плазмоид сферической формы. Установлено, что существует три механизма ветвления стримера.

Первый механизм связан с неустойчивостью фронта, что приводит к разделению головки стримера на две части – рис. 2. Вторым механизмом связан с неустойчивостью стримера в области основания, что приводит к ветвлению стримера с образованием большого числа боковых стримеров [20], замыкающих канал стримера на катод – рис.3. В настоящей работе численно подтвержден и третий механизм ветвления, наблюдавшийся экспериментально в работах [6, 8], связанный с ветвлением плазмоида в области катода с замыканием объемного заряда на анод через систему стримеров – рис. 8.

Наконец, заметим, что имеется сходство шаровой молнии [1-2] и плазмоида [1-8, 25-26]. Если это сходство подтвердится, то число теоретических гипотез относительно природы шаровой молнии, которых в настоящее время более 200 [35-36], может резко сократиться до одной, изложенной в настоящей работе.

#### **Библиографический список**

1. Singer S. The nature of ball lightning. - Plenum, NY, 1971.
2. Стаханов И.П. О физической природе шаровой молнии. – М., Энергоатомиздат, 1985, 208 с.
3. Egorov A. E., Stepanov S. I., Shabanov G. D. Laboratory demonstration of ball lightning// Phys. Uspekhi, vol. 47, no. 1, pp. 99–101, 2004.
4. Oreshko A.G. Generation of Laboratory Ball Lightning//J. of Physics, 44, 2006, pp. 127-132.
5. Versteegh A., Behringer K., Fantz U., Fussmann G., Juttner B., Noack S. Long-living plasmoids from an atmospheric water discharge//Plasma Source Sci. Technol., vol. 17, no. 2, pp. 024014-1–024014-8, 2008.
6. Emelin S.E., Astafiev A.M., Prizorski A.L. Investigation of Space-Time Structure of the Discharge with an Electrolytic Anode and Face-Type, Air Half-Space Directed Cathode (Gatchina's Discharge)//arXiv:0804.0981v1, 7 Apr 2008.

7. Fantz U., Kalafat S., Friedl R., Briefi S. Generation of an atmospheric plasmoid from a water discharge: An analysis of the dissipated energy// *J. Appl. Phys.* 114, 043302, 2013; doi: 10.1063/1.4816311
8. Ursel Fantz, Stefan Briefi, Roland Friedl, Martin Kammerloher, Johannes Kolbinger, and Alexander Oswald. Initial Phase of a Large Atmospheric Plasmoid Generated Above a Water Surface//*IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE, VOL. 42, NO. 10, 2014.*
9. БАРАНОВ М. И. Электродинамическая модель шаровой молнии//*ЭЛЕКТРИЧЕСТВО, №8, 2013.*
10. H.-C. Wu. Theory of ball lightning//arXiv:1411.4784v2 [physics.plasm-ph] 21 Dec 2015.
11. Wu C., Kunhardt E. E. Formation and propagation of streamers in N<sub>2</sub> and N<sub>2</sub>-SF<sub>6</sub> mixtures//*Physical Review A (General Physics), Volume 37, Issue 11, June 1, 1988, pp.4396-4406.*
12. Pasko V.P., Inan U.S., Bell T.F. Spatial structure of sprites// *Geophysical Research Letter, V. 25. No.12. pp. 2123-2126. 1998.*
13. Montijn C., Ebert U.M., Hansdorfer W. Numerical convergence of the branching time of negative streamers//*Phys. Rev. E., 73(6), 65401-1/4. 2006.*
14. Alejandro Luque, Fabian Brau, Ute Ebert. Saffman-Taylor streamers: mutual finger interaction in an electric breakdown//*Phys. Rev. E 78, 016206, 2008.*
15. Баирханова М.Г., Гаджиев М.Х., Курбанисмаилов В.С., Омаров О.А., Рагимханов Г.Б., Катаа А.Д. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТА ВОЛНЫ ИОНИЗАЦИИ КАТОДО НАПРАВЛЕННОГО СТРИМЕРА В ГЕЛИИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ//*Прикладная физика. 2009. № 5. С. 62-66.*
16. Chao Li, Ute Ebert, Willem Hansdorfer. 3D hybrid computations for streamer discharges and production of run-away electrons// arXiv:0907.0555v2, 14 Jul, 2009.
17. Papageorgiou L., Metaxas A.C., Georghiou G.E. Three-dimensional numerical modeling of gas discharges at atmospheric pressure incorporating photo ionization phenomena// *J. App. Phys.* 44, 2011, 045203.
18. Белогловский А.А., Верещагин И.П., Хренов С.И. ТРЕХМЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРИМЕРНОГО РАЗРЯДА В ВОЗДУХЕ С УЧЕТОМ ВЕТВЛЕНИЯ И ФОТОИОНИЗАЦИИ// *Вестник МЭИ. 2011. № 3. С. 49-51.*
19. Белогловский А.А., Рушальщикова А.В. ИЗУЧЕНИЕ ВЕТВЛЕНИЯ КАТОДОНАПРАВЛЕННОГО СТРИМЕРА В ВОЗДУХЕ ПОСРЕДСТВОМ ТРЕХМЕРНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ//*Электричество. 2016. № 7. С. 16-23.*
20. Трунев А.П. Распространение и ветвление стримеров в проводящих средах// *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №04(128). Doi: 10.21515/1990-4665-128-080*
21. Saffman P. G., Geoffrey Taylor. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liquid//*Proc. R. Soc. Lond. A, 245, 1958.*
22. Савельева Л.А., Самусенко А.В., Стишков Ю.К. Причины ветвления положительного стримера в неоднородном поле// *Электронная обработка материалов, 49(2), 36-47, 2013.*
23. Синкевич О.А. Ветвление анодонаправленного стримера// *ТВТ, Т. 41, №5, 2003.*
24. Карпов М.А., Нефедов В.И., Сигов А.С., Трефилов Н.А., Мамаева О.Ю., Железнова С.Е.. Исследование быстропротекающих процессов электронно-оптическими



камерами//Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения, Т. 10. № 1-1. С. 178-189, 2010.

25. Фурув Л.В. Получение автономных долгоживущих плазменных образований в свободной атмосфере//ЖТФ, 75, 3, 2005.

26. Егоров А.И., Степанов С.И. Шаровая молния в лаборатории// Природа, №7, 2011.

27. Трунев А.П. Моделирование турбулентного течения в полости на основе уравнений Навье-Стокса / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №05(119). С. 1111 – 1133. – IDA [article ID]: 1191605079. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/05/pdf/79.pdf>.

28. Трунев А.П. Моделирование турбулентного МГД течения в прямоугольной полости во вращающемся магнитном поле / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №10(124). С. 1244 – 1269. – IDA [article ID]: 1241610079. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/10/pdf/79.pdf>.

29. Трунев А.П. Моделирование гексагонального турбулентного течения в северной полярной области Сатурна / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №01(125). С. 738 – 759. – IDA [article ID]: 1251701050. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2017/01/pdf/50.pdf>.

30. Трунев А.П. Моделирование атмосферных вихревых течений на Юпитере и Сатурне / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №02(126). С. 697 – 721. – IDA [article ID]: 1261702050. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2017/02/pdf/50.pdf>.

31. Trunev A. P. Similarity theory and model of diffusion in turbulent atmosphere at large scale/ Air Pollution V. Modelling, Monitoring and Management, eds. H. Power, T. Tirabassi & C.A. Brebbia, CMP, Southampton-Boston, pp. 109-118, 1997.

32. Трунев А.П. Теория турбулентности и моделирование диффузии примесей в приземном слое атмосферы. – Сочинский научно-исследовательский центр РАН, Сочи, 160 с., 1999.

33. Киселев С.П., Руев Г.А., Трунев А.П., Фомин В.М., Шавалиев М.Ш. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. – Новосибирск, Наука, 1992, ISBN 5-02-030196-5.

34. Stefano Sello, Paolo Viviani, Enrico Paganini. Ball lightning observation: an objective video-camera analysis report// arXiv:1102.2829v2 18 Feb 2011.

35. Шабанов Г.Д. Гипотезы и эксперименты по созданию шаровой молнии//УФН, 180, 2, 2010.

36. Григорьев А.И. Шаровая молния. – Ярославль: ЯрГУ, 2006. – 200 с.

## References

1. Singer S. The nature of ball lightning. - Plenum, NY, 1971.
2. Stahanov I.P. O fizicheskoy prirode sharovoj molnii. – M., Jenergoatomizdat, 1985, 208 s.

3. Egorov A. E., Stepanov S. I., Shabanov G. D. Laboratory demonstration of ball lightning// *Phys. Uspekhi*, vol. 47, no. 1, pp. 99–101, 2004.
4. Oreshko A.G. Generation of Laboratory Ball Lightning//*J. of Physics*, 44, 2006, pp. 127-132.
5. Versteegh A., Behringer K., Fantz U., Fussmann G., Juttner B., Noack S. Long-living plasmoids from an atmospheric water discharge//*Plasma Source Sci. Technol.*, vol. 17, no. 2, pp. 024014-1–024014-8, 2008.
6. Emelin S.E., Astafiev A.M., Priezorski A.L. Investigation of Space-Time Structure of the Discharge with an Electrolytic Anode and Face-Type, Air Half-Space Directed Cathode (Gatchina's Discharge)//*arXiv:0804.0981v1*, 7 Apr 2008.
7. Fantz U., Kalafat S., Friedl R., Briefi S. Generation of an atmospheric plasmoid from a water discharge: An analysis of the dissipated energy// *J. Appl. Phys.* 114, 043302, 2013; doi: 10.1063/1.4816311
8. Ursel Fantz, Stefan Briefi, Roland Friedl, Martin Kammerloher, Johannes Kolbinger, and Alexander Oswald. Initial Phase of a Large Atmospheric Plasmoid Generated Above a Water Surface//*IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE*, VOL. 42, NO. 10, 2014.
9. BARANOV M. I. Jelektrodinamicheskaja model' sharovoj molnii//*JeLEKTRICHESTVO*, №8, 2013.
10. H.-C. Wu. Theory of ball lightning//*arXiv:1411.4784v2 [physics.plasm-ph]* 21 Dec 2015.
11. Wu C., Kunhardt E. E. Formation and propagation of streamers in N<sub>2</sub> and N<sub>2</sub>-SF<sub>6</sub> mixtures//*Physical Review A (General Physics)*, Volume 37, Issue 11, June 1, 1988, pp.4396-4406.
12. Pasko V.P., Inan U.S., Bell T.F. Spatial structure of sprites// *Geophysical Research Letter*, V. 25. No.12. pp. 2123-2126. 1998.
13. Montijn C., Ebert U.M., Hansdorfer W. Numerical convergence of the branching time of negative streamers//*Phys. Rev. E.*, 73(6), 65401-1/4. 2006.
14. Alejandro Luque, Fabian Brau, Ute Ebert. Saffman-Taylor streamers: mutual finger interaction in an electric breakdown//*Phys. Rev. E* 78, 016206, 2008.
15. Bairhanova M.G., Gadzhiev M.X., Kurbanismailov V.S., Omarov O.A., Ragimhanov G.B., Kataa A.D. NEUSTOJChIVOST" FRONTA VOLNY IONIZACII KATODO NAPRAVLENNOGO STRIMERA V GELII VYSOKOGO DAVLENIJa//*Prikladnaja fizika*. 2009. № 5. S. 62-66.
16. Chao Li, Ute Ebert, Willem Hansdorfer. 3D hybrid computations for streamer discharges and production of run-away electrons// *arXiv:0907.0555v2*, 14 Jul, 2009.
17. Papageorgiou L., Metaxas A.C., Georghiou G.E. Three-dimensional numerical modeling of gas discharges at atmospheric pressure incorporating photo ionization phenomena// *J. App. Phys.* 44, 2011, 045203.
18. Beloglovskij A.A., Vereshhagin I.P., Hrenov S.I. TREHMERNAJA MATEMATICHESKAJa MODEL" STRIMERNOGO RAZRJaDA V VOZDUHE S UChETOM VETVLENIJa I FOTOIONIZACII// *Vestnik MJeI*. 2011. № 3. S. 49-51.
19. Beloglovskij A.A., Rushal'shhikova A.V. IZUCHENIE VETVLENIJa KATODONAPRAVLENNOGO STRIMERA V VOZDUHE POSREDSTVOM TRJoHMERNOJ MATEMATICHESKOJ MODELI//*Jelektrichestvo*. 2016. № 7. S. 16-23.
20. Trunev A.P. Rasprostranenie i vetvlenie strimerov v provodjashhijh sredah// *Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo*

agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №04(128). Doi: 10.21515/1990-4665-128-080

21. Saffman P. G., Geoffrey Taylor. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liquid//Proc. R. Soc. Lond. A, 245, 1958.

22. Savell'eva L.A., Samusenko A.V., Stishkov Ju.K. Prichiny vetvlenija polozhitel'nogo strimera v neodnorodnom pole// Jelektronnaja obrabotka materialov, 49(2), 36-47, 2013.

23. Sinkevich O.A. Vetvlenie anodonapravlenogo strimera// TVT, T. 41, №5, 2003.

24. Karpov M.A., Nefedov V.I., Sigov A.S., Trefilov N.A., Mamaeva O.Ju., Zheleznova S.E.. Issledovanie bystroprotekajushhix processov jelektronno-opticheskimi kamerami//Fundamental'nye problemy radiojelektronnogo priborostroenija, T. 10. № 1-1. S. 178-189, 2010.

25. Furov L.V. Poluchenie avtonomnyh dolgozhivushhix plazmennyh obrazovanij v svobodnoj atmosfere//ZhTF, 75, 3, 2005.

26. Egorov A.I., Stepanov S.I. Sharovaja molnija v laboratorii// Priroda, №7, 2011.

27. Trunев A.P. Modelirovanie turbulentnogo techenija v polosti na osnove uravnenij Nav'e-Stoksa / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №05(119). S. 1111 – 1133. – IDA [article ID]: 1191605079. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/05/pdf/79.pdf>.

28. Trunев A.P. Modelirovanie turbulentnogo MGD techenija v prjamougol'noj polosti vo vrashhajushhemsja magnitnom pole / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №10(124). S. 1244 – 1269. – IDA [article ID]: 1241610079. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/10/pdf/79.pdf>.

29. Trunев A.P. Modelirovanie geksagonal'nogo turbulentnogo techenija v severnoj poljarnoj oblasti Saturna / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №01(125). S. 738 – 759. – IDA [article ID]: 1251701050. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2017/01/pdf/50.pdf>.

30. Trunев A.P. Modelirovanie atmosferyh vihrevyh techenij na Jupiterе i Saturne / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №02(126). S. 697 – 721. – IDA [article ID]: 1261702050. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2017/02/pdf/50.pdf>.

31. Trunев A. P. Similarity theory and model of diffusion in turbulent atmosphere at large scale/ Air Pollution V. Modelling, Monitoring and Management, eds. H. Power, T. Tirabassi & C.A. Brebbia, CMP, Southampton-Boston, pp. 109-118, 1997.

32. Trunев A.P. Teorija turbulentnosti i modelirovanie diffuzii primesej v prizemnom sloe atmosfery. – Sochinskij nauchno-issledovatel'skij centr RAN, Sochi, 160 s., 1999.

33. Kiselev S.P., Ruev G.A., Trunев A.P., Fomin V.M., Shavaliev M.Sh. Udarno-volnovye processy v dvuhkomponentnyh i dvuhfaznyh sredah. – Novosibirsk, Nauka, 1992, ISBN 5-02-030196-5.

34. Stefano Sello, Paolo Viviani, Enrico Paganini. Ball lightning observation: an objective video-camera analysis report// arXiv:1102.2829v2 18 Feb 2011.

35. Shabanov G.D. Gipotezy i jeksperimenty po sozdaniju sharovoj molnii//UFN, 180, 2, 2010.

36. Grigor'ev A.I. Sharovaja molnija. – Jaroslavl': JarGU, 2006. – 200 s.