

УДК 636.085.5

05.00.00 Технические науки

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ФОККЕРА-ПЛАНКА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОБОСНОВАНИЯ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ В ШНЕКОВОМ СМЕСИТЕЛЕ**

Полякова Анастасия Анатольевна  
Ст. преподаватель

Каширин Дмитрий Евгеньевич  
д.т.н., доцент

Костенко Михаил Юрьевич  
д.т.н., профессор  
РИНЦ SPIN-код=2352-0690  
*Рязанский государственный агротехнологический университет имени П.А. Костычева, Рязань, Россия*

В современных экономических условиях особую актуальность приобретает развитие отрасли животноводства в нашей стране. Известно, что эффективно развить животноводство возможно путем увеличения поголовья высокопроизводительных животных. Многочисленные исследования показывают, что наибольшего эффекта в увеличении показателей животных позволяют добиться рационы, приготовленные на основе высококонцентрированных кормовых добавок (премиксов) [1, 2, 3]. Традиционно премиксы представляют собой порошкообразную массу, которую необходимо вводить в смесь зерновых компонентов. Точное соблюдение рецептуры приготавливаемых кормов позволяет максимально использовать кормовой потенциал компонентов концентратов [4, 5, 6, 7]. В связи с вышесказанным особую актуальность приобретают смесители-обогатители необходимые для приготовления высококачественных комбинированных кормов [8, 9, 10]. Применение систем дифференциальных уравнений Фоккера - Планка позволяет определить закономерности процесса смешивания различных сыпучих компонентов. В результате чего появляется возможность оптимизировать технологический процесс смесителя-обогатителя концентрированных кормов таким образом, чтобы получаемая корма-смесь имела высокие качественные и технологические характеристики при этом продолжительность работы смесителя-обогатителя, а как следствие и энергоёмкость технологического процесса принимали минимально возможные значения [11-16]. Предлагаемый теоретический подход основан на рассмотрении движения отдельной частицы, содержащейся в сыпучей зерновой массе (фазе). В связи с этим необходимо принять ряд допущений касательных приложения сил к частицам корма, а также учесть векторы скорости ее первоначального движения. Принимая во внимание сложность полученного математически дифференциального

UDC 636.085.5

Technical sciences

**THE USE OF FOKKER-PLANCK EQUATION FOR ANALYTICAL REASONING OF MIXING PROCESS IN THE SCREW MIXER**

Anastasia Polyakova Anatolyevna  
senior lecturer

Kashirin Dmitri Evgenievich  
Dr.Sci.Tech., associate Professor

Kostenko Mikhail Yurievich  
Dr.Sci.Tech., professor  
RSCI SPIN-code=2352-0690  
*Ryazan State Agrotechnological University named after P.A. Kostychev, Ryazan, Russia*

In the current economic situation, the developing of cattle breeding is taking on special significance. It is well known that the effective way to develop cattle breeding is to increase the total number of efficient livestock. The numerous researches show that the high concentrated fodder premix diet gives the highest effect in increasing animal indicators [1, 2, 3]. Traditionally, the premix is a powder mass, which should be added into the mixture of grain components. Exact following the recipe of prepared fodder allows the maximum usage of forage potential of the concentrate components [4, 5, 6, 7]. In view of the foregoing, food enrichers have special actuality in making high concentrated fodder [8, 9, 10]. The usage of differential Fokker – Planck equation systems allows determining the laws of the mixing process of various granulated products. As a result, it becomes possible to optimize the technological process of the mixer-enrichers of concentrated feed so that the resulting mixture of feed would have high quality and technological characteristics. At the same time the duration of sewer-enricher's work and, as a consequence, the energy intensity of the technological process would accept the minimum possible values [11-16]. The given theoretical approach is based on the consideration of the motion of an individual particle contained in a loose grain mass (phase). Concerning this, it is necessary to accept a number of assumptions about making effort to the feed particles, and the velocity vectors of its initial motion should be taken into account. Taking into account the complexity of the mathematically derived differential equation, its literal analytical solution seems very difficult. Therefore, the first step of the solution is aimed

уравнения буквальное его аналитическое решение представляется весьма затруднительным. Поэтому первый этап решения направлен на получение нестационарного уравнения диффузии Фоккера - Планка и граничных условия для выделения единственного решения. Второй этап решения выполняется путем табулирования в сеточных точках, то есть рассмотрение дифференциального уравнения не в произвольной точке области, а только в узлах сетки. Более того, в каждом узле следует применить аппроксимацию производных. Решение системы уравнений позволяет установить, модуль минимального, среднего и максимального значения движения частицы фазы в различных частях смесительной камеры соответственно. В связи с этим целью исследования заключается в обосновании процессов движения разных видов сыпучих компонентов

Ключевые слова: КОРМОСМЕСИ, ШНЕКОВЫЙ СМЕСИТЕЛЬ

at the obtaining the non-stationary diffusion equation of Fokker - Planck and the boundary conditions for isolating the only one solution. The second step of the solution is implemented by the tabulation at the grid-based points, that is, considering the differential equation not at a random point of the area, but only at the grid nodes. Moreover, it is necessary to apply the approximation of the derivatives at each node. The solution of the equation system allows determining the module of the minimum, average, and maximum values of the phase particle motion in different parts of the mixing chamber, respectively. In connection with this, the aim of the study is to substantiate the processes of motion of various types of granulated products

Keywords: FORAGE MIXTURE, SCREW MIXER

**Doi: 10.21515/1990-4665-128-073**

Рассмотрим движение частиц в различных фазах (видах сыпучих компонентов), транспортирующих шнеками, для этого применяют следующие допущения:

- взаимодействие сыпучих элементов фазы (В) маловероятны в сравнении элементов из разных фаз.
- увеличение объемов одного из сыпучих компонентов не приводит к изменению физики процессов смешивания.
- движение частиц обусловлено взаимодействием соседних элементов.

Так как распределение по импульсам броуновских частиц в этой временной шкале является в любой момент времени максвелловским, то нас будет интересовать только функция распределения по координатам  $\rho(\vec{r}, t)$  такая, что  $\rho(\vec{r}, t)d\vec{r}$  определяет вероятность обнаружить броуновскую частицу в объёме  $(\vec{r}, \vec{r} + d\vec{r})$  в момент времени  $t$ , причем

$$\iiint_V \rho(\vec{r}, t) d\vec{r} = 1 \quad (1.1)$$

Так как наши броуновские частицы стабильны, не исчезают, не рождаются вновь (нет их источников), то функция плотности  $f(\vec{r}, t)$  должна удовлетворять уравнению непрерывности

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (f\vec{v}) = \frac{\partial f}{\partial t} + \text{div} (f\vec{v}) = 0 \quad (1.2)$$

Введя грубую шкалу времени: время движения много больше времени между двумя последовательными соударениями, мы фактически лишили себя возможности использовать микроскопические соображения для превращения этого соотношения в уравнение для одной функции  $f(\vec{r}, t)$ . Оставаясь в рамках полуфеноменологического рассмотрения, представим поток плотности вероятности  $f\vec{v}$  как бы складывающимся из двух частей:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_{\text{случ}} \quad (1.3)$$

Первая из них  $\vec{v}_0$  обусловлена внешними силами, действующими на броуновскую частицу, вторая  $\vec{v}_{\text{случ}}$ , - случайными «флуктуирующими» воздействиями на неё со стороны частиц среды (с аналогичным разделением на «регулярную» и «случайную» части пользуются и в статистической физике).

Для регулярной части мы можем использовать представления макроскопической гидродинамики о движении тела в вязкой среде. Для малых скоростей и сферических частиц справедливо

$$\vec{F} = \gamma\vec{v}_0, \gamma = 6\pi R\eta \quad (1.4)$$

поэтому упорядоченный поток частиц можно записать как

$$f\vec{v}_0 = -\frac{1}{\gamma} f \frac{\partial V}{\partial \vec{r}} \quad (1.5)$$

где  $V$  — потенциал внешнего силового поля, например, силы тяжести. Случайное же блуждание с макроскопической точки зрения имеет

характер диффузионного процесса, поэтому диффузионный поток частиц мы запишем как (случай малых градиентов)

$$f\bar{v}_{\text{случ}} = -D \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} \quad (1.6)$$

где величина  $D$  по физическому смыслу является коэффициентом диффузии броуновских частиц данного размера, массы в среде с данной температурой, вязкостью и т.д.

Сопоставляя эти выражения, мы получаем, что коэффициент диффузии  $D$  довольно просто связан с температурой, вязкостью среды и размером броуновских частиц

$$D = \frac{\theta}{\gamma} \quad (1.7)$$

Подставляя это значение в выражение для потока  $f\bar{v}_{\text{случ}}$ , и собирая все члены вместе, мы приходим к уравнению Фоккера - Планка для функции плотности распределения вероятности нахождения частиц фазы Б в единичном объеме  $f(\bar{r}, t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\gamma} \text{div} (f \text{grad } V) - \frac{\theta}{\gamma} \Delta f = 0 \quad (1.8)$$

Уравнения (стационарные) движения вязкой жидкости и граничные условия для выделения единственного решения принимают вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho u \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \rho v \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{AC} = \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{DG} = 0, u \Big|_{CD+AG} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{CD} = \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{AG} = 0, v \Big|_{BC+DE+FG} = 0 \\ v \Big|_{AB} = v_0, v \Big|_{EF} = -v_0, \end{array} \right. \quad (1.9)$$

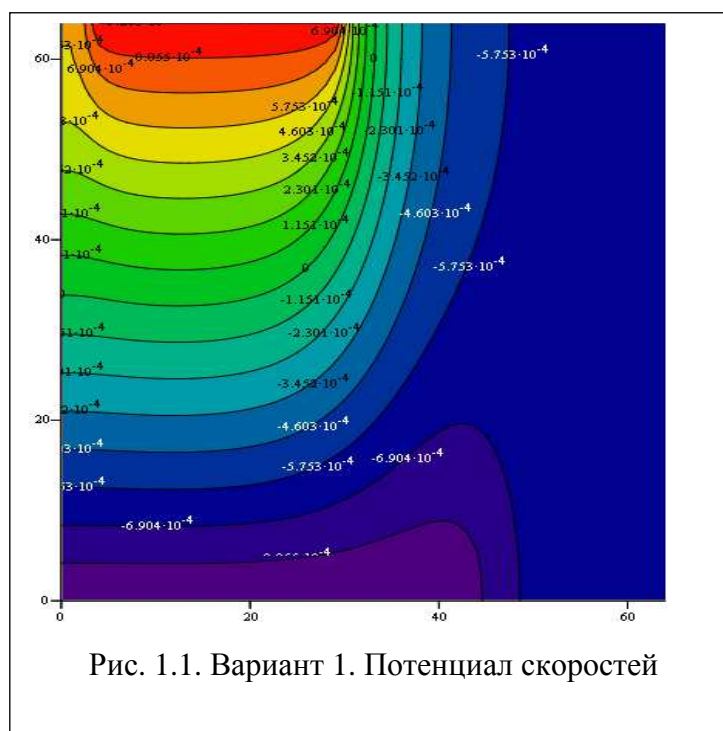
Это существенно более тяжёлая система двух уравнений. Поэтому в качестве начального приближения выбираем решение предыдущего уравнения.

Уравнения (нестационарные) диффузии Фоккера - Планка и граничные условия для выделения единственного решения принимают вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial t} = b_{11} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + b_{22} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( u \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial f}{\partial y} \right), \\ f \Big|_{t=0} = f_0 \\ f \Big|_{AB+BC+CD+DE+EG+GF+FA} = 0 \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Для применение численных методов, как уже было сказано необходимо аппроксимировать дифференциальные уравнения сеточными. Это значит, что следует рассматривать дифференциальные уравнения не в произвольной точке области, а только в узлах сетки. Более того, в каждом узле следует применить аппроксимацию производных. В результате получаем разностную систему линейных уравнений стационарного движения идеальной жидкости

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\varphi_{i+1j}}{hx^2} + \frac{\varphi_{i-1j}}{hx^2} + \frac{\varphi_{ij+1}}{hy^2} + \frac{\varphi_{ij-1}}{hy^2} - \left( \frac{2\varphi_{ij}}{hx^2} + \frac{2\varphi_{ij}}{hy^2} \right) = 0, \\ \quad i, j = 1, \dots, N-1 \\ \frac{\varphi_{iN} - \varphi_{iN-1}}{hy} hx \Big|_{(i,j) \in FE} = v_0, \\ \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i0}}{hy} hx \Big|_{(i,j) \in AB} = -v_0, \\ \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i0}}{hy} \Big|_{(i,j) \in BC} = 0, \frac{\varphi_{iN} - \varphi_{iN-1}}{hy} \Big|_{(i,j) \in DE+FG} = 0 \\ \frac{\varphi_{1j} - \varphi_{0j}}{hx} \Big|_{(i,j) \in GA} = 0, \frac{\varphi_{Nj} - \varphi_{N-1j}}{hx} \Big|_{(i,j) \in CDA} = 0, \end{array} \right. \quad (1.11)$$



Полученная система линейных алгебраических уравнение имеет единственное решение, которое может быть получено самыми разнообразными способами. Нами был использован аппарат математического пакета Mathcad. Результат решения приведён ниже

Выпишем сеточные уравнения движения вязкой жидкости

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{ij} \left( \frac{u_{i+1j} - u_{ij}}{hx} + \frac{u_{ij+1} - u_{ij}}{hy} \right) = \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{u_{i+1j} + u_{i-1j} + u_{ij+1} + u_{ij-1}}{hx^2} - \frac{2u_{ij}}{hx^2} - \frac{2u_{ij}}{hy^2} \right), \\ v_{ij} \left( \frac{v_{i+1j} - v_{ij}}{hx} + \frac{v_{ij+1} - v_{ij}}{hy} \right) = \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{v_{i+1j} + v_{i-1j} + v_{ij+1} + v_{ij-1}}{hx^2} - \frac{2v_{ij}}{hx^2} - \frac{2v_{ij}}{hy^2} \right), \\ g, \quad i, j = 1, \dots, N-1, \\ \frac{u_{i+1j} - u_{ij}}{hx} + \frac{v_{ij+1} - v_{ij}}{hy} = 0, i, j = 1, \dots, N-1, \\ \frac{u_{i1} - u_{i0}}{hy} \Big|_{i \in AC} = \frac{u_{iN} - u_{iN-1}}{hy} \Big|_{i \in DG} = 0, u_{Nj} = u_{0j} = 0, j = 1, \dots, N \\ \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{CD} = \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{AG} = 0, v|_{BC+DE+FG} = 0 \\ v|_{AB} = v_0, v|_{EF} = -v_0, \end{array} \right. \quad (1.12)$$

Эти сеточные уравнения уже являются нелинейными. Для поиска их решения следует применить какой-нибудь итерационный метод. Например, метод Зейделя или метод покоординатного спуска. Результат решения уравнений стационарного движения вязкой жидкости представлен на рис. 1.1-1.2 Первый рисунок (рис. 1.2) – поле скоростей по направлению

оси Oх.

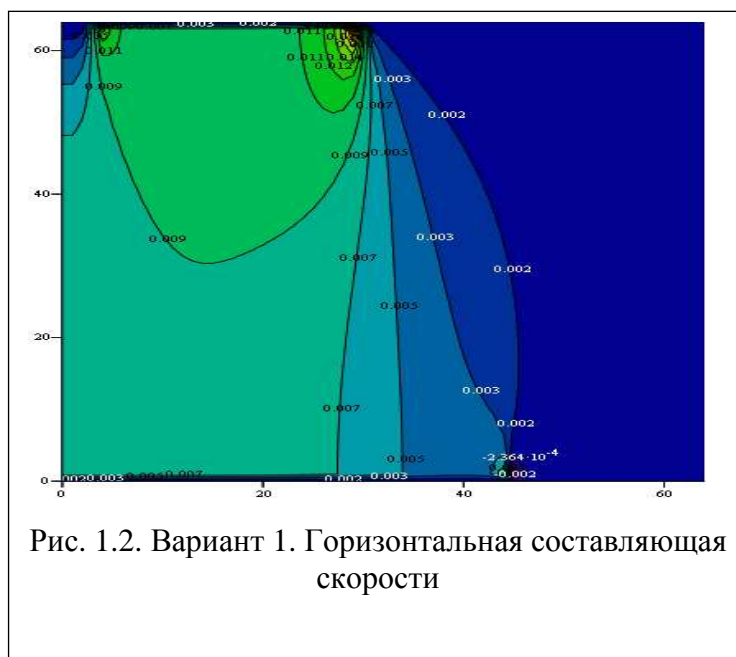


Рис. 1.2. Вариант 1. Горизонтальная составляющая скорости

То есть горизонтальная составляющая скорости. Характеристики этого поля: минимальное значение скорости  $-0.025 \frac{m}{c}$ , максимальное значение скорости  $0.004 \frac{m}{c}$ , среднее значение скорости  $-0.005 \frac{m}{c}$ . Левая часть рисунка показывает, что эта составляющая отрицательна (вспомним правила раскрашивания). Это значит, частицы в основном движутся к центру. Правый край, скорость положительна, направлена вправо. Это означает, что какая-то часть фазы Б будет мигрировать в правую часть области, тем самым увеличивая концентрацию в ней. Процесс этот очень медленный, на что указывает максимальная величина скорости и, следовательно, в правой части повышение концентрации фазы Б происходит достаточно медленно. Необходим большой интервал времени, чтобы концентрация в правой части увеличилась.

Решение системы уравнений позволяет установить, что модуль минимального значения движения частицы составляет примерно  $0,00001 \text{ м/с}^2$ . Максимальное значение модуля скорости  $0,027 \text{ м/с}^2$ . Среднее значение модуля скорости  $0,005 \text{ м/с}^2$ .

При установлении скорости механического взаимодействия частиц, перемещение их в нижнюю часть рабочей камеры минимизируется.

### Литературы

1. Полякова, А.А. Исследование влияния конструктивно-технологических параметров смесителя-обогапителя концентрированных кормов на энергоёмкость процесса смешивания/ Д.Е. Каширин//Вестник КрасГау. -2016. -С.107-113.

2. Полякова, А.А. Теоретические исследование конструктивно-технологических параметров шнековых смесителей концентрированных кормов/ Д.Е. Каширин//Вестник РГАТУ. -2016. -С.81-86.

3. Полякова А.А. Обзор современных технических средств для приготовления и раздачи кормов и пути их совершенствования /А.А. Полякова Д.Е. Каширин М.А., Милютин //Материалы международной научно-практической конференции молодых ученых. - Иркутск.2015г.-С.216-221.

4. Хмыров В.Д. Экспериментальные исследования по определению пористости компостируемой смеси/ В.В. Миронов//Естественные и технологические науки. –2003. - №1(4). С. 83-88.



5. Мельников, С.В. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов/С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Роцин. – Л.: Колос,1980. -168 с.

6. Полякова, А.А. Результаты лабораторных исследований смешивания дробленых компонентов кормосмесей в миксере с электроприводом/ Д.Е. Каширин//Вестник РГАТУ. -2015. -С.115-118.

7. Полякова, А.А. Конструктивно-технологические параметры спирального смесителя/ В.В. Утолин, Е.Е. Гришков, А.Н. Топильский //Сельский механизатор.-2015.- № 7. С. 28-29.

8. Полякова, А.А. Исследование производительности смесителя-обогапителя концентрированных кормов/А.А. Полякова//Инновационные направления развития технологий и технологических средств механизации сельского хозяйства. - Воронеж. - 2016. -С.263

9. Полякова, А.А. Проведение настроечных экспериментов на лабораторной установке вертикального миксера/Н.Г. Кипарисов, А.А. Полякова//Вестник РГАТУ. - 2013. -С.55-58.

10. Полякова, А.А. Использование акселерометров для определения технических параметров смесителя кормораздатчика/А.А. Полякова//Вестник РГАТУ. - 2015. -С.120-122.

11. Полякова, А.А. Результаты лабораторных исследований смешивания дробленых компонентов кормосмесей в миксере с электроприводом/ Д.Е. Каширин//Вестник РГАТУ. -2015. -С.115-118.

12. Полякова, А.А. Экспериментальное исследование электродвигателей привода кормораздатчика/Н.В. Бышов, А.А. Полякова, Н.Г. Кипарисов//Сб. научных трудов РГАТУ. -2011. -С.114-116.

13. Полякова, А.А. Проведение полнофакторного эксперимента по смешиванию дробленых компонентов кормовых смесей/Кущев И.Е, А.А. Полякова, Н.Г. Кипарисов//Сб. научных трудов РГАТУ. -2012. -С.130-134.

14. Коновалов, В.В. Смеситель концентрированных кормов непрерывного действия/ В.В. Коновалов, А.С. Кулиганов, В.П. Терюшков, А.В. Чупшев //Сельский механизатор. – 2011. - №8. С.30.

15. Костенко, М.Ю. Прутковый элеватор корнеклубнеуборочной машины/ В.Ф. Некрашевич, М.Ю. Костенко, А.Н. Шапошников, М.В. Орешкина, А.Н. Игумнов. патент на изобретение RUS 2212779 24.01.2001

16. Костенко, М.Ю. Устройство для очистки транспортных средств/ Латышенко М.Б., Тараканова Н.М., Костенко М.Ю., Астахова Е.М. патент на полезную модель RUS 79079 19.05.2008

### References

1. Poljakova, A.A. Issledovanie vlijaniya konstruktivno-tehnologicheskikh parametrov smesitelja-obogatitelja koncentrirovannykh kormov na yenergoemkost' processa smeshivaniya/ D.E. Kashirin//Vestnik KrasGau. -2016. -S.107-113.

2. Poljakova, A.A. Teoreticheskie issledovanie konstruktivno-tehnologicheskikh parametrov shnekovykh smesitelei koncentrirovannykh kormov/ D.E. Kashirin//Vestnik RGATU. -2016. -S.81-86.

3. Poljakova A.A. Obzor sovremennykh tehnicheskikh sredstv dlja prigotovleniya i razdachi kormov i puti ih sovershenstvovaniya /A.A. Poljakova D.E. Kashirin M.A., Milyutin //Materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferencii molodyh uchenykh. - Irkutsk.2015g.-S.216-221.

4. Hmyrov V.D. Yeksperimental'nye issledovaniya po opredeleniyu poristosti kompostiruemoi smesi/ V.V. Mironov//Estestvennye i tehnologicheskie nauki. –2003. - №1(4). S. 83-88.
5. Mel'nikov, S.V. Planirovanie yeksperimenta v issledovaniyah sel'skoho zjaistvennyh processov/S.V. Mel'nikov, V.R. Aleshkin, P.M. Roshin. – L.: Kolos,1980. -168 s.
6. Poljakova, A.A. Rezul'taty laboratornyh issledovaniy smeshivaniya drobnykh komponentov kormosmesi v mikserе s yelektroprivodom/ D.E. Kashirin//Vestnik RGATU. - 2015. -S.115-118.
7. Poljakova, A.A. Konstruktivno-tehnologicheskie parametry spiral'nogo smesitel'ya/ V.V. Utolin, E.E. Grishkov, A.N. Topil'skii //Sel'skii mehanizator.-2015.- № 7. S. 28-29.
8. Poljakova, A.A. Issledovanie proizvoditel'nosti smesitel'ya-obogatitel'ya koncentrirovannyh kormov/A.A. Poljakova//Innovacionnye napravleniya razvitiya tehnologii i tehnologicheskikh sredstv mehanizatsii sel'skogo hoz'yaistva. - Voronezh. -2016. -S.263
9. Poljakova, A.A. Provedenie nastroechnykh yeksperimentov na laboratornoi ustanovke vertikal'nogo miksera/N.G. Kiparisov, A.A. Poljakova//Vestnik RGATU. -2013. - S.55-58.
10. Poljakova, A.A. Ispol'zovanie akselerometrov dlja opredeleniya tehnikeskikh parametrov smesitel'ya kormorazdatchika/A.A. Poljakova//Vestnik RGATU. -2015. -S.120-122.
11. Poljakova, A.A. Rezul'taty laboratornyh issledovaniy smeshivaniya drobnykh komponentov kormosmesi v mikserе s yelektroprivodom/ D.E. Kashirin//Vestnik RGATU. - 2015. -S.115-118.
12. Poljakova, A.A. Yeksperimental'noe issledovanie yelektroprivoda kormorazdatchika/N.V. Byshov, A.A. Poljakova, N.G. Kiparisov//Sb. nauchnyh trudov RGATU. -2011. -S.114-116.
13. Poljakova, A.A. Provedenie polnofaktornogo yeksperimenta po smeshivaniyu drobnykh komponentov kormovyh smesei/Kushev I.E, A.A. Poljakova, N.G. Kiparisov//Sb. nauchnyh trudov RGATU. -2012. -S.130-134.
14. Konovalov, V.V. Smesitel' koncentrirovannyh kormov nepreryvnogo deistviya/ V.V. Konovalov, A.S. Kuliganov, V.P. Teryushkov, A.V. CHupshev //Sel'skii mehanizator. – 2011. - №8. S.30.
15. Kostenko, M., Y. Bar Elevator korneklubneplody machine/ V. F. Nekrashevich, M. Kostenko, A. N. Shaposhnikov, M. V. Oreshkina, A. N. Igumnov. the patent for invention RUS 2212779 24.01.2001
16. Kostenko, M. Y. Device for cleaning vehicles/ Latyshonok M. B., Tarakanov N. M. Kostenko M. Yu., Astakhov E. M. patent for useful model RUS 79079 19.05.2008