УДК 622.011.43

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗМЕРОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ УСТОЙЧИВОСТЬ ПОДЗЕМНЫХ ПОЛОСТЕЙ В ВЯЗКОУПРУГИХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

Аршинов Г.А. – канд. физ.-мат. наук

Кубанский государственный аграрный университет

Методом конечных элементов определяется поле напряжений в окрестности осесимметричных полостей, сооружаемых в вязкоупругой среде. Для оценки их допустимых размеров используется статистическая теория хрупкого разрушения и полученные компоненты напряжений в массиве с полостью.

В основу исследования допустимых размеров подземных полостей положена статистическая теория хрупкого разрушения [1], согласно которой процесс разрушения материала зависит от местного напряжения в точке, где встречается наиболее опасный дефект структуры. Чем крупнее тело, тем больше вероятность обнаружить первичный элемент низкой прочности. Если n – среднее число дефектов в единице объема тела, F(σ) – функция распределения дефектов, равная вероятности выявить дефектный элемент, местный предел прочности которого меньше σ, и допускается, что разрушение произойдет в случае превышения напряжением σ минимального предела прочности в совокупности nV дефектов, то функция распределения пределов прочности тела представима в виде [1]:

$$F_v(\sigma_n) = 1 - \left[1 - F(\sigma_n)\right]^{nV} . \qquad (1)$$

Пусть σ есть некоторое приведенное напряжение, полученное по какой-нибудь теории прочности для однородного поля напряжений. Если число nV достаточно велико и функция $F_V(\sigma)$ удовлетворяет условиям:

а) $F_v(\sigma\} = 0$ при $\sigma \leq \sigma_n^0$, $F(\sigma)>0$ при $\sigma > \sigma_n^0$;

б) при достаточно малых величинах $\varepsilon > 0$ имеет место

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F_v(\sigma + \varepsilon)}{\varepsilon^{\alpha}} = c \ ,$$

где c и α – некоторые положительные числа,
то при больших значениях nV справедливо асимптотическое представление $F_V(\sigma)$ [1]:

$$F_v(\sigma) = P = 1 - \exp\left[-cnV\ (\sigma - \sigma_n^0)^{\alpha}\right], \qquad (2)$$

где σ_n^0 – минимальное значение прочности дефектного элемента, в предельном случае равное нулю. Если в (2) произвести замену $cn = 1/V_0\sigma_c^{\alpha}$, где V_0, например, объем стандартного образца, σ_c – константа с размерностью напряжения, то

$$P = 1 - \exp\left[\frac{V}{V_0}\left(\frac{у - у_n^0}{у_c}\right)^{б}\right]. \qquad (3)$$

В случае неоднородного напряженного состояния область V разбивается на микрообъемы $\Delta V_к$, в каждом из которых поле напряжений близко к однородному. Вероятность сохранения прочности тела в целом равна произведению вероятностей сохранения прочности каждого микрообъема $_{\Delta}V_k$, поэтому вероятность разрушения объема V вычисляется по формуле

$$P = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\sum_K \Delta V_k\left(\frac{\overline{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)^{\alpha}\right], \qquad (4)$$

где суммирование ведется по тем объемам $_{\Delta}V_k$, в которых $\sigma \geq \sigma_n^0$, т.е.
по области возможного разрушения.

Авторы работы [2] оценивают допустимые размеры выработок в горных породах, сравнивая вероятности разрушения проектируемой и не-которой успешно эксплуатируемой (эталонной) выработок, вычисляемые по формуле

$$P = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int\limits_{Vp}\left(\frac{\bar{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)^{\alpha} dV\right], \quad (5)$$

где $\bar{\sigma}$ – приведенное напряжение, определяемое по критерию прочности, а интеграл берется по области вероятного разрушения V_p ($\bar{\sigma} \geq \sigma_n^0$).

Предполагается, что проектируемая полость будет устойчивой, если вероятность ее разрушения не превысит вероятности разрушения эталонной емкости, т.е.

$$P \leq P_{'}. \quad (6)$$

В зависимости от геометрии полости величина интеграла в (5) пропорциональна квадрату или кубу ее характерного размера. С учетом (5), (6), получается отношение характерных размеров проектируемой и эталонной полостей

$$\frac{L}{L_э} = \left(\frac{\int\limits_{V_\rho}\left(\frac{\overline{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)_э^{\alpha} dv}{\int\limits_{V_\rho}\left(\frac{\overline{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)^{\alpha} dv}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (n=2,3), \quad (7)$$

где индексом э отмечены величины, соответствующие эталонной полости.

Зная параметры, входящие в (7), и размеры эталона, можно найти величину характерного размера проектируемой емкости. Авторы статьи [2] отмечают, что по косвенным признакам сложно оценить условия успешной эксплуатации, поэтому в качестве эталона проще выбирать устойчивые не эксплуатируемые выработки и желательно сопоставлять геометрически подобные хранилища, что накладывает ограничения на выбор эталона.

В работе [2] исследовались протяженные горизонтальные выработки, имеющие в поперечном сечении эллипс или квадрат. На основе линейной огибающей Мора и полей напряжений, полученных методами плоской задачи теории упругости, строятся зоны вероятного разрушения в окрестности выработок и для различных значений параметров σ_c, δ, σ_n^0, α табулируются интегральные функции в (5).

Методика определения допустимых размеров, предложенная в [2], применялась в исследовании прочных размеров осесимметричных полостей, сооружаемых в вязкоупругих массивах соляных пород. Экспериментальные исследования прочностных свойств соляных пород свидетельствуют о применимости критерия Мора к анализу прочности стенок подземных сооружений, возводимых в соляных отложениях. Поэтому в расчетах использовались:

линейный критерий Мора

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1 - \sin\delta}\left[\sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\delta\right], \tag{8}$$

где σ_1,σ_2 – главные напряжении ($\sigma_1 > \sigma_3$), δ – угол внутреннего трения породы,

и нелинейная огибающая Мора

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3\sigma_1'}{\sigma_1' + 1},\ \tau_{nt} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1')^{\frac{1}{2}}}{\sigma_1' + 1},\ \sigma_1' = \frac{b\sigma_c^a}{a\sigma_p\sigma_1^{a-1}}, \tag{9}$$

где σ_c, σ_p – напряжения разрушения при одноосных сжатии и растяжении, a,b – параметры, принимающие для одного из видов каменной соли числовые значения a =2, b =1, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения.

Предполагалось, что проектируемое хранилище будет возведено в соляной толще с такими же прочностными характеристиками, как и соль, в которой сооружена эталонная полость.

В расчетах зон разрушения использовались компоненты исходного поля линейно-упругих напряжений вблизи полостей исследуемых форм, определяемые методом конечных элементов. Релаксация напряжений, вызываемая вязкоупругостью каменной соли, не учитывалась, поскольку снижала их начальную максимальную концентрацию. Для аппроксимации массива с полостью применялись неравномерные сетки кольцевых конечных элементов треугольного поперечного сечения. После замены интегрирования суммированием по конечным элементам, соотношение (9) было преобразовано к виду:

$$\frac{L}{L_э} = \left(\frac{\sum\limits_K \Delta V_k (\overline{\sigma} - \sigma_n^0)_э^\alpha}{\sum\limits_K V_k (\overline{\sigma} - \sigma_n^0)^\alpha} \right)^{\frac{1}{3}} . \qquad (11)$$

В проведенных расчетах σ_n^0 изменялось в сегменте [0, σ_c] с шагом 0,25 σ_c (σ_c – средний предел прочности образцов каменной соли на одноосное сжатие), а α выбиралось из интервала (0,5) с шагом 1. Параметры δ и χ варьировались соответственно в промежутках (0,25°) с шагом 5° и в (0,1–0,5) с шагом 0,1.

Расчетные напряжения, зоны вероятного разрушения и соотношение (11) позволили оценить допустимые размеры полостей различной геметрии. Эталонной считалась шаровая полость радиуса R и предполагалось, что исследуемые полости будут сооружены на той же глубине и при тех же прочностных параметрах соляных пород, что и эталонная. Определялась величина отношения a/R, в котором *а* – радиус осесимметричной проектируемой полости.

В таблицах 1,2 представлены расчетные значения отношения a/R, полученные на основе вышеназванных критериев прочности для различных осесимметричных полостей. Из этих данных следует, что увеличение параметров α и σ_n^0 вызывает уменьшение объема полостей, равнопрочных шаровой, причем с возрастанием отношения характерных размеров *в/а* (*в* – половина высоты полости) увеличивается и объем хранилища, т.е. при прочих равных условиях емкости с отношением *в/а* = 0,4 более объемны в сравнении с подобными им, но более вытянутыми (*в/а* = 0,2). Среди расчетных равнопрочных конфигураций наибольшими объемами обладают шаровая и цилиндрическая с шаровыми торцами (*в/а* = 0,4) полости.

Таблица 1. Отношения *a/R* размеров полостей, соответствующие линейному критерию Мора (8)

α	Величина *a/R* при δ, равном				
	5^0	10^0	15^0	20^0	25^0
1	2	3	4	5	6
Эллипсоидальная полость, *в/а*=02					
$\sigma^0_n = \sigma_c$					
1	1,64	1,73	1,36	1,95	1,67
2	1,25	1,17	0,88	0,59	0,48
3	0,94	0,80	0,58	0,40	0,54
4	0,70	0,55	0,59	0,28	0,25
5	0,52	0,39	0,26	0,20	0,18
$\sigma^0_n = 0{,}75\ \sigma_c$					
1	1,62	1,68	1,95	2,11	1,72
2	1,47	1,54	1,66	1,58	1,29
3	1,31	1,35	1,55	1,21	0,91
4	1,15	1,14	1,09	0,95	0,78
5	*0,99*	0,95	0,87	0,75	0,62
$\sigma^0_n = 0{,}50\ \sigma_c$					
1	2,12	1,93	1,63	1,85	2,21
2	1,86	1,70	1,59	1,75	1,88
3	1,64	1,53	1,50	1,57	1,56
4	1,46	1,38	1,36	1,58	1,50
5	1,29	1,23	1,22	1,19	1,09
$\sigma^0_n = 0{,}25\ \sigma_c$					
1	2,15	2,15	2,18	1,85	1,84
2	1,99	1,98	1,95	1,74	1,80
3	1,85	1,81	1,75	1,64	1,69
4	1,70	1,65	1,57	1,52	1,55
5	1,55	1,50	1,45	1,40	1,39
$\sigma^0_n = 0{,}00\ \sigma_c$					
1	2,25	2,21	2,16	2,22	2,00
2	2,14	2,09	2,05	2,05	1,87

1	2	3	4	5	6
3	2,02	1,95	1,91	1,86	1,77
4	1,89	1,82	1,77	1,71	1,66
5	1,76	1,69	1,64	1,58	1,54
	Эллипсоидальная полость, *в/а* = 0,4				
		$\sigma^0_n = \sigma_c$			
1	1,49	1,45	1,16	0,85	1,74
2	1,22	1,10	0,85	0,64	0,61
3	0,99	0,84	0,64	0,50	0,49
4	0,80	0,65	0,49	0,40	0,40
5	0,65	0,52	0,59	0,55	0,55
		$\sigma^0_n = 0{,}75\ \sigma_c$			
1	1,50	1,45	1,65	1,58	1,33
2	1,27	1,57	1,44	1,55	1,15
3	1,21	1,26	1,26	1,12	1,00
4	1,12	1,14	1,09	0,97	0,88
5	1,05	1,01	0,95	0,84	0,78
		$\sigma^0_n = 0{,}50\ \sigma_c$			
1	1,61	1,46	1,28	1,50	1,68
2	1,48	1,56	1,52	1,47	1,51
3	1,37	1,50	1,31	1,58	1,36
4	1,28	1,24	1,25	1,28	1,22
5	1,20	Т,17	1,18	1,17	1,11
		$\sigma^0_n = 0{,}25\ \sigma_c$			
1	1,56	1,64	1,66	1,58	1,42
2	1,51	1,58	1,51	1,37	1,45
3	1,45	1,49	1,41	1,56	1,42
4	1,40	1,40	1,54	1,52	1,56
5	1,55	1,51	1,27	1,27	2,28
		$\sigma^0_n = 0$			
1	1,61	1,65	1,58	1,76	1,47
2	1,57	1,57	1,58	1,59	1,44
3	1,55	1,52	1,55	1,48	1,42
4	1,48	1,46	1,47	1,41	1,38

1	2	3	4	5	6
5	1,42	1,41	1,40	1,35	1,34
			$\sigma_n = \sigma_c$		
1	2,35	2,27	1,92	1,74	1,67
2	1,85	1,71	1,48	1,50	1,51
3	1,41	1,28	1,10	0,97	1,01
4	1,09	0,96	0,81	0,75	0,76
5	0,84	0,72	0,60	0,54	0,57
			$\sigma^0_n = 0{,}75\ \sigma_c$		
1	2,07	2,59	2,52	2,55	2,58
2	2,00	2,25	2,29	2,25	2,50
3	1,86	2,00	2,02	1,99	2,04
4	1,69	1,76	1,76	1,74	1,78
5	1,49	1,52	1,52	1,50	1,55
			$\sigma^0_n = 0{,}50\ \sigma_c$		
1	2,59	2,40	2,20	2,48	2,61
2	2,56	2,25	2,22	2,40	2,50
3	2,16	2,10	2,16	2,28	2,56
4	1,99	1,97	2,05	2,14	2,21
5	1,82	1,85	1,91	1,98	2,06
			$\sigma^0_n = 0{,}25\sigma_c$		
1	2,54	2,60	2,59	2,44	2,51
2	2,54	2,51	2,44	2,59	2,49
3	2,29	2,57	2,52	2,55	2,45
4	2,19	2,22	2,20	2,25	2,56
5	2,07	2,09	2,09	2,16	2,27
			$\sigma^0_n = 0$		
1	2,55	2,49	2,50	2,68	2,67
2	2,56	2,42	2,52	2,56	2,57
3	2,55	2,57	2,46	2,46	2,50
4	2,28	2,50	2,57	2,58	2,45
5	2,20	2,22	2,27	2,29	2,36

1	2	3	4	5	6
Цилиндрическая полость с шаровыми торцами, *в/а* = 0,4					
		$\sigma^0_n = \sigma^0_c$			
1	1,29	1,22	1,00	0,77	0,59
2	1,07	0,96	0,77	0,57	0,49
3	0,88	0,76	0,59	0,44	0,40
4	0,75	0,60	0,46	0,55	0,55
5	0,60	0,48	0,56	0,28	0,27
		$\sigma^0_n = 0{,}75\ \sigma_c$			
1	1,18	1,29	1,47		
2	1,14	1,21	1,29		
3	1,08	1,12	1,12	1,01	1,88
4	1,01	1,02	0,98	0,87	0,76
5	0,93	0,91	0,85	0,75	0,66
		$\sigma^0_n = 0{,}50\ \sigma^0_c$			
1	1,46	1,55	1,12	1,29	1,52
2	1,55	1,25	1,16	1,50	1,56
3	1,25	1,16	1,15	1,25	1,21
4	1,26	1,11	1,11	1,14	1,08
5	1,08	1,05	1,05	1,04	0,97
		$\sigma^0_n = 0{,}25\,\sigma^0_c$			
1	1,45	1,45	1,51	1,25	1,25
2	1,37	1,40	1,36	1,22	1,27
3	1,32	1,55	1,37	1,20	1,25
4	1,27	1,25	1,20	1,17	1,20
5	1,21	1,18	1,14	1,55	1,14
		$\sigma^0_n = 0$			
1	1,52	1,52	1,59	1,58	1,52
2	1,47	1,44	1,59	1,42	1,28
5	1,41	1,57	1,56	1,55	1,25
4	1,56	1,52	1,50	1,26	1,22
5	1,50	1,27	1,25	1,20	1,18

Таблица 2. Отношения *a/R* размеров полостей, соответствующие нелинейному критерию Мора (9)

α	Величина *a/R* при $\sigma^0{}_n$, равном				
	$\sigma^0{}_c$	$0{,}75\sigma^0{}_c$	$0{,}5\sigma^0{}_c$	$0{,}25\sigma^0{}_c$	$\sigma^0{}_c$
1	2	3	4	5	6
Эллипсоидальная полость, *в/а*=0,2					
1	1,91	1,87	1,87	1,85	1,95
2	1,86	1,84	1,82	1,79	1,79
3	1,74	1,75	1,72	1,70	1,67
4	1,59	1,59	1,59	1,58	1,55
5	1,42	1,44	1,45	1,45	1,43
Эллипсоидальная полость, *в/а*=0,4					
1	1,47	1,44	1,43	1,59	1,45
2	1,48	1,46	1,44	1,41	1,40
3	1,43	1,43	1,41	1,39	1,56
4	1,37	1,37	1,56	1,35	1,52
5	1,29	1,30	1,50	1,50	1,27
Цилиндрическая полость с шаровыми торцами, *в/а*=0,2					
1	2,54	2,55	2,55	2,49	2,54
2	2,52	2,51	2,51	2,46	2,41
3	2,47	2,46	2,44	2,40	2,51
4	2,40	2,39	2,57	2,55	2,22
5	2,32	2,31	2,29	2,24	2,15
Цилиндрическая полость с шаровыми торцами, в/а=0,4					
1	1,30	1,25	1,26	1,22	1,55
2	1,32	1,29	1,27	1,24	1,25
3	1,29	1,27	1,25	1,25	1,21
4	1,22	1,22	1,21	1,20	1,18
5	1,15	1,16	1,16	1,16	1,13

Список литературы

1. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. М., 1965.

2. Кислер Л.Н. Об оценке прочности подземных емкостей различной формы в соляных отложениях / Л.Н. Кислер, Н. М. Крюкова, В.А. Мазуров // Труды ВНИИ-промгаза. 1971. Вып. 5.