

УДК 621. 9.048.604

UDC 621.9.048.604

05.00.00 Технические науки

Technical science

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ СИЛ ПРИ ДВИЖЕНИИ КОМПОНЕНТОВ КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ КОРМОВ В РЕЛЯТИВНЫХ ВИНТОВЫХ БАРАБАНАХ****MODELING OF CONTACT FORCES IN THE CONCENTRATED FORAGES COMPONENTS' MOVEMENT IN RELATIVE SCREW DRUMS**

Марченко Алексей Юрьевич  
к.т.н., доцент

Marchenko Aleksey Yurievich  
Candidate in techniques, associate professor

Серга Георгий Васильевич  
д.т.н., профессор  
*Кубанский государственный аграрный университет*

Serga Georgiy Vasilievich  
Dr. of technical sciences, professor  
*Kuban State Agrarian University*

Представлены результаты аналитического исследования контактных сил взаимодействия частиц компонентов концентрированных кормов при их движении в релятивных винтовых барабанах. Показано что контактные силы – наиболее сложные по своей природе силы, возникают в результате стохатического (вероятного) столкновение частиц сыпучих материалов и в частности частиц компонентов концентрированных кормов. Поэтому основная цель данного моделирования – описать стохатические явления так называемых условных контактов частиц, для которых приняты некоторые допущения, например, при увлечении массы частиц компонентов концентрированных кормов стенками вращающегося релятивного винтового барабана в радиальном направлении будут одновременно возникать контакты, обусловленные геометрией винтового барабана, т.е. свойством его стенок является передача давления по отношению к массам частиц в направлении моделируемого движения. Показаны: схемы контактирования частиц компонентов концентрированных кормов в релятивном винтовом барабанае, вероятный график изменения величин скоростей скольжения при последовательных их контактированиях, распределение их плотности

Analytical research results of contact forces of interaction of concentrated forages components' particles in their movement in relative screw drums are presented. It is shown that contact forces – the most difficult forces by their nature; result from stochastic (probable) collision of bulks particles and in particular of concentrated forages components' particles. Therefore the main objective of this modeling – to describe the stochastic phenomena of the so-called conditional contacts of particles for which some assumptions are accepted, for example, in forcing of mass of concentrated forages components' particles by the walls of the rotating relative screw drum in the radial direction there will simultaneously arise contacts caused by geometry of a screw drum, i.e. the property of its walls is pressure transfer in relation to the mass of particles in the direction of the modeled movement. Schemes of engagement of concentrated forages components' particles contacting in the relative screw drum, the probable schedule of sliding speeds values change in their consecutive contacting, their density distribution are demonstrated

Ключевые слова: ЧАСТИЦЫ, СТОХАТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ, РЕЛЯТИВНЫЙ ВИНТОВОЙ БАРАБАН

Keywords: PARTICLES, STOCHASTIC PHENOMENA, RELATIVE SCREW DRUM

**Doi: 10.21515/1990-4665-125-026**

Контактные силы – наиболее сложные по своей природе силы, возникающие в результате стохатического (вероятного) столкновение частиц сыпучих материалов и в частности частиц компонентов концентрированных кормов [1–17]. Поэтому основная цель данного

моделирования – описать стохастические явления так называемых «условных» контактов частиц, для которых целесообразно принять следующие допущения:

– пусть каждая частица компонентов концентрированных кормов массы  $m_1$  – материальный шар испытывает серию последовательных контактов только с каждой одной с частицей компонентов концентрированных кормов массой  $m_2$  где контактирование происходит равномерно по мере движения частиц  $m_2$  и частиц  $m_1$  по всей траектории, но с учетом разности давлений в нижней и верхней частях вращающегося релятивного винтового барабана;

– контактирование частиц компонентов концентрированных кормов между собой ( $m_1$  с  $m_1$ ,  $m_2$  с  $m_2$ ) если и происходит, то это не приводит к изменению характера движения (условного моделируемого совместного движения совокупности масс  $m_1$ ,  $m_2$ );

– шар  $m_1$  своей поверхностью (каждый шар) поодиночке контактирует с каждой из поверхностей шара  $m_2$  только в плоскостях поперечных сечений релятивного винтового барабана (в плоскости XOY);

– каждый из последовательных контактов между  $m_1$  и  $m_2$  происходит в среднем за промежуток  $\tau$ , а среднее время между контактами  $t_{i\text{ ср.}}$  (вероятность одновременного контактирования с двумя и более контактируемыми массами  $m_2$ ) пренебрежимо мало;

– по всей траектории движения массы  $m_1$ , массы  $m_2$  независимо друг от друга буквально «бомбардируют» шар  $m_1$ , и возможное количество соударений  $n$  может быть подсчитано как  $n = \frac{T}{2 \cdot (\tau + t_{i\text{ ср.}})}$  на пути движения (в плоскости XOY) из нижней части релятивного винтового барабана в верхнюю, т.е. при  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ , где  $t = \frac{T}{2}$  – полупериод одного оборота релятивного винтового барабана;

– с физической точки зрения каждый контакт пусть будет представлять полупругий удар (соударение с обкатыванием поверхностей  $m_1$ ,  $m_2$  и проскальзыванием относительно друг друга, можно рассматривать как один из вариантов данного моделируемого стохастического явления), где переходом механической энергии в теплоту следует пренебречь в силу тех соображений, что при контактировании частиц компонентов концентрированных кормов массы  $m_1$  и  $m_2$  будут в данном случае подвержены незначительной деформации, а поэтому в процессе контактирования может быть использована теория полупругого удара для определения контактных сил как сил трения;

– несмотря на контактирование пары  $m_1$ ,  $m_2$  движутся по окружностям  $r \approx r_{cp}$ . Исходя из данных допущений, мы находимся в условиях Пуассоновского распределения потока контактирования [14,15], где каждое контактирование практически достоверно, но далеко не все контакты нас будут интересовать.

Нас будут интересовать направленные контакты, т.е. такие которые вызывают возникновение сил трения в направлении  $\varphi$  при соприкосновении поверхностей  $m_1$  и  $m_2$ , а это означает, что появление такого одного контакта практически уже не будет являться достоверной величиной, хотя она так же будет достаточно высока. Число таких контактов будет уже меньшим, и пусть равно  $K < n$ , где в свою очередь число ожидаемых интересующих контактов  $m$  может оказаться еще меньшим  $m \leq K$ .

Очевидно, для моделирования контактных сил трения  $F_\varphi$  необходимо, чтобы точки контактирования располагались в направлении  $r$ , образуя нормальные составляющие реакции давлений в данном направлении между контактируемыми поверхностями  $S_{m_1}$ ,  $S_{m_2}$  шаров  $m_1$  и  $m_2$ .

Этот постулат исходит из сущности реального процесса: при увлечении массы частиц компонентов концентрированных кормов

стенками вращающегося релятивного винтового барабана в радиальном направлении будут одновременно возникать контакты, обусловленные геометрией релятивного винтового барабана (профилем сечения в плоскости  $XOY$ ), т.е. свойством его стенок передавать давление по отношению  $m_1, m_2$  в направлении моделируемого движения  $r$ . Что касается направления  $\varphi$ , то там происходит, в основном, явление захвата масс  $m_1$  и  $m_2$  и увлечение их стенками релятивного винтового барабана.

Итак, пусть происходит интересующих, направленных, возможных контактов  $K$  распределенных по закону Пуассона, где  $m \leq K$  – число реально происходящих (могущих произойти из общего числа  $K$ ). Необходимо найти вероятность их появления.

Тогда вероятность хотя бы одного контакта, согласно данному распределению, равна [14,17]  $P_1 = 1 - e^{-L(\varphi)}$ , где среднее ожидаемое число контактов  $L(\varphi)$  в направлении  $K$  (математическое ожидание числа интересующих нас контактов в направлении  $r$ ) в зависимости от поворота  $\varphi$  будет рассмотрено ниже. Если считать достаточно высокий  $P_1$ , то вероятность противоположного события  $q = 1 - p_1$  следует считать достаточно малой. Число  $K$  следует в этой связи считать достаточно большим числом, и характеристика будет  $K \cdot q$  представлять математическое ожидание среднего числа неконтактов. Непоявление контактов  $K$  равно представленному в данной случае число ожидаемых неоявлений  $m$ .

Вероятность неоявления  $m$  выразится из предельных свойств биномиального распределения при большом числе опытов  $m$  к распределению Пуассона и будет равна [14]:

$$P_{k,m} = \frac{(k \cdot q)^m}{m!} \cdot e^{-k \cdot q}. \quad (1)$$

Очевидно, вероятность числа появлений опытов  $m$  расценивается как противоположное событие:

$$\bar{P}_{k,m} = 1 - P_{k,m}, \quad (2)$$

где  $q = e^{-\lambda(\varphi)}$ .

Зависимость (2) отражает только вероятностное появление направленных  $m$ , прошедших контактирований  $m$  без учета направленности возможных контактирований  $K$  из общего числа  $n$  и случайности их разброса стенками релятивного винтового барабана в направлении  $r$ . Поэтому, рассматривая эти случайные явления как независимые, правая часть выражения (2) должна быть до умножена еще на два вероятностных коэффициента.

Итак, нас интересует закон образования вероятностного коэффициента контактирований  $K$  из общего числа  $n$ , а следовательно, и принцип формирования контактных сил. Заодно обратимся к некоторым основным положениям теории полупругого удара с абсолютно шероховатыми контактирующими поверхностями (в нашем случае это допущение более соответствует процессу соударений частиц компонентов концентрированных кормов, хотя, в принципе, следует рассматривать промежуточное положение между абсолютно гладкими и абсолютно шероховатыми явлениями контактов). Так, например, в зависимости от скорости относительного скольжения  $u_\tau$  между поверхностями соприкосновения шаров  $m_1$  и  $m_2$ , ее знака и величины формируется та или иная модель трения скольжения. Если  $u_\tau < 0$ , то соответственно направление силы трения [16].

$$R = \bar{\mu} \cdot N, \quad (3)$$

где  $N$  и  $R$  – нормальная и тангенциальная составляющие соответственно, и сила трения характеризуется данной формулой,  $\mu$  – в общем случае может быть коэффициент трения скольжения при контактировании шаров  $m_1$  и  $m_2$  или, например, при контактировании шаров  $m_1$  и  $m_2$  со стенками релятивного винтового барабана.

Если  $u_\tau = 0$ , то, в общем-то  $R_{0,\tau} = \mp \mu \cdot N_{0,\tau}$  вытекает из предыдущей формы записи (3), но вычисления по этой формуле происходят гораздо сложнее, так как

$$N_{0,\tau} = \int_0^\tau N \cdot dt,$$

$$R_{0,\tau} = \int_0^\tau R \cdot dt$$

представляют уже импульсы от сил  $R, N$ , где в свою очередь выражения  $N = m_1 \cdot \frac{du_\tau}{dt}$ ;  $R = m_1 \frac{du_\tau}{dt}$  через изменение нормальной  $u_\tau$  и  $u_t$  – тангенциальной составляющей скоростей общей скорости движения в момент соударения. Поэтому, с этой точки зрения,  $R_{0,\tau}, N_{0,\tau}$  представляют законы изменения количества движений в данных направлениях (например, для массы  $m_1$ ). Решая системы уравнений движения соударяющихся тел с учетом их вращений относительно осей, проходящих через центры их тяжести, можно представить уравнение вида [16,17]:

$$u_\tau = A_0 - A_1 \cdot N_{0,\tau} - A_2 \cdot R_{0,\tau}, \tag{4}$$

где  $A_0$  – const;

$A_1, A_2$  – функции параметров от  $m_1, m_2, r_1, r_2, u_1, u_2, \omega_1, \omega_2$  (в нашем случае шаров  $m_1$  и  $m_2$  центры которых движутся в направлении  $\phi$  соответственно со скоростями  $u_1$  и  $u_2$ ); их угловые скорости вращений  $\omega_1, \omega_2$  относительно центров в плоскости XOY).

И здесь следует разграничить при  $u_\tau = 0$  дополнительно еще два случая:

- в случае малого трения из зависимости (4) находят  $\frac{R_{0,\tau}}{N_{0,\tau}} > \mu$  (если окажется), то пользуется зависимостью:

$$R_{0,\tau} = \mp \mu \cdot N_{0,\tau}, \tag{5}$$

если  $\frac{R_{0,\tau}}{N_{0,\tau}} \leq \mu$  ( $\mu$  – в роли коэффициента трения скольжения, например, в нашем случае  $0,07 \leq \mu \leq 0,15$ , то полагают),

$$R_{0,\tau} = \frac{A_0 - A_1 \cdot N_{0,\tau}}{A_2}, \quad (6)$$

Вычисление импульса трения более сложной зависимостью возможно графическими методами (заметим, что  $u_\tau=0$  принимает значение в конце момента окончания контакта  $\tau$ ).

В общем случае вместо зависимости (4) есть смысл рассмотреть для  $U_\tau$  кинематические зависимости, т.е. возможные случаи образования относительной скорости скольжения при возможных направлениях вращения шаров  $m_1, m_2$  в момент соударения (рисунок 1).

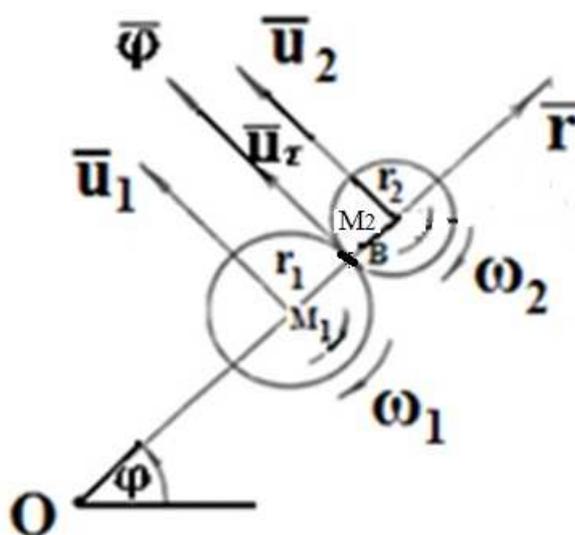


Рисунок 1 – Схема контактирования частиц компонентов концентрированных кормов в релятивном винтовом барабане

1) шар  $m_1$  вращается (относительно своей оси  $M_1$  в плоскости  $XOY$ ) по ходу, а шар  $m_2$  вращается против хода часовой стрелки относительно оси  $M_2$ ; оси  $M_1, M_2$  перпендикулярны к плоскости  $XOY$ . Тогда величина относительной скорости скольжения в точке контакта  $B$  может быть представлена:  $u_\tau = (u_1 + \omega_1 \cdot r_1) - (u_2 - \omega_2 \cdot r_2)$

2) шар  $m_1$  вращается против хода, а шар  $m_2$  вращается против хода часовой стрелки относительно оси  $M_2$ , тогда величина относительной скорости скольжения в точке контакта  $B$  может быть представлена:

$$u_\tau = (u_1 - \omega_1 \cdot r_1) - (u_2 - \omega_2 \cdot r_2);$$

3) шар  $m_1$  вращается по ходу, а шар  $m_2$  вращается по ходу часовой стрелки относительно оси  $M_2$ , тогда величина относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена:  $u_\tau = (u_1 + \omega_1 \cdot r_1) - (u_2 + \omega_2 \cdot r_2)$ ;

4) шар вращается  $m_1$  - против хода, а шар  $m_2$  вращается по ходу часовой стрелки относительно оси  $M_2$ , тогда величина относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена:  $u_\tau = (u_1 - \omega_1 \cdot r_1) - (u_2 + \omega_2 \cdot r_2)$ .

В зависимости от возможных случаев образования  $u_\tau$  в момент контакта необходимо для расчета сил трения скольжения пользоваться зависимостями (3), (5) или (6).

С другой стороны, в принципе,  $u_{\tau\min} \leq u_\tau \leq u_{\tau\max}$  может определенным образом влиять в каждый из моментов контактирования  $\tau$  на изменение количества движения масс  $m_1$  и  $m_2$  в направлении  $\varphi$ . В самом деле, в нашем случае можно положить  $r_1$  и  $r_2 \ll r = r_{cp}$  из условия движения  $m_1, m_2$  по окружности  $r = r_{cp}$  и тогда  $u_1 \approx u_2 \approx r \cdot \dot{\varphi}$ . Формулы для  $u_\tau$  значительно упрощаются, где уже будут оказывать влияние в общем случае  $\omega_1, \omega_2 \neq \text{const}$ . Пусть, в частности,  $\omega_1, \omega_2 = \text{const}$ , то в этом случае  $u_\tau = \text{const}$  представляет кусочно-прерывную функцию, значение которой меняется стохастическим образом в зависимости от четырех возможных вариантов ее образования (1-4), от контактирования к контактированию например, в течение  $t = \frac{T}{2}$  (при изменении  $(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2})$ ).

На рисунке 2 показан вероятный график изменения величин скоростей скольжения при последовательных контактированиях шаров  $m_1, m_2$ .



Рисунок 2 – График изменения величин скоростей скольжения при последовательных контактированиях частиц компонентов концентрированных кормов

Заметим, что мы пока не ставим вопрос направленного контактирования, где при контактах  $K \leq n$  скорости  $u_{\tau}(t)$  могут как совпадать с направлением  $\varphi$  в общем случае (рисунок 1), так и не совпадать с ним. Но несмотря на это, в принципе,  $u_{\tau}(t)$  или их проекции на направление  $\varphi$  должны как-то сказываться, суммируясь с  $r \cdot \dot{\varphi} \mp u_{\tau}(t) \cos \alpha_i$  в каждый из моментов  $\tau$ , т.е. должны как-то влиять на изменение угла поворота  $\varphi$  в конечном итоге.

В случае, если контакт происходит на линии направления  $r$  (точка В – см. рисунок 1), то угловая скорость поворота  $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi} + \dot{\varphi}_{\tau} = \dot{\varphi} + \frac{1}{r} u_{\tau}$  суммируется в результате обкатывания с проскальзыванием, если  $u_{\tau} \neq 0$  (в данном случае  $\cos \alpha_i = 1$ ). Число контактов  $n$  таких суммирований равно:

$$\frac{1}{r} \sum_{i=1}^n u_{\tau_i} \cdot \cos \alpha_i,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $u_{\tau_i}$  и направлением  $\varphi$  (на рисунке 3, в частности,  $\alpha_i = 0 = \alpha$ ) и в общем случае, т.е. представляет случайную, величину или даже можно оказать функцию, если иметь в виду  $u_{\tau}(t)$ . Поэтому дополнительное, стохастическое изменение угла поворота за время  $t$ , можно представить в виде:

$$\varphi_{\tau} = \int_0^{\tau} u_{\tau}(t) \cdot \cos \alpha_{(t)} \cdot dt.$$

если считать  $\tau$  промежутки  $t \rightarrow 0^0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

С учетом этого «скорректированный угол поворота» в результате массового числа контактирований

$$\tilde{\varphi} = \varphi + \varphi_{\tau}, \quad (7)$$

где зависимость  $\varphi$  будет получена в результате интегрирования второго уравнения системы в полярной системе координат  $(\rho, \varphi)$  при моделировании сил  $F_{\varphi}$ , которая имеет вид:

$$\begin{aligned} m(\ddot{\rho} - \rho \cdot \dot{\varphi}^2) &= F_{\rho} \\ m(\rho \cdot \ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}) &= F_{\varphi} \end{aligned} \quad (8)$$

Как уже отмечалось, определение величины  $u_{\tau}(t)$  в зависимости (6) будет, в свою очередь, зависеть от знания значений  $\omega_1, \omega_2 = \text{const}$  и определение этих значений – наиболее сложная вероятностная задача. Можно лишь строить какие-то упрощенные типы моделей для установления границ оценок для значений  $\omega_1, \omega_2$ . Для этих целей, например, можно привлечь как называемое условное уравнение энергетического баланса:

$$\frac{J_{в.б.}}{2} \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{V_0^2}{2} + N_1 \cdot \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} + N_2 \cdot \frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2} + Q_H, \quad (9)$$

где  $J_{в.б.} \approx m_{в.б.} \cdot \frac{R_H^2 + r_{ср}^2}{2} \approx m_{в.б.} \cdot r^2$  - момент инерции релятивного винтового барабана при условии осреднения геометрии его стенок, рассматриваемый как полный цилиндр радиуса  $R_H \approx r_{ср} \approx r$ , описывающего условные движения точек  $m_1, m_2$  в отдельности и всей массы  $m = N_1 \cdot m_1 + N_2 \cdot m_2$  в целом;  $\omega_2$  – угловая скорость вращения  $m_2$ ;  $\omega_1$  – угловая скорость вращения шара  $m_1$ ;  $\omega$  – угловая скорость вращения релятивного винтового барабана;  $N_1$ - количество частиц компонентов кормов  $m_1$ ;  $N_2$  – количество частиц компонентов кормов  $m_2$ ;  $V_0 = \omega \cdot r$  – скорость «захвата» всей массы  $m$  вращающегося релятивного винтового барабана в момент  $t = t_0$  ( $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ );  $J_1 = 0,4 m_i \cdot r_i^2$  ( $i = 1, 2$ ) - моменты инерции шаров  $m_1, m_2$ ;  $Q_H$  - неучтенные

виды энергии (типа частичного перехода в теплоту при рассмотрении полуупругих контактов  $m_1$ ,  $m_2$ , «увлечения массы  $m_1$  и  $m_2$ » стенками релятивного винтового барабана и какой-то другой природы).

Если считать, что распределение энергии на вращение  $m_1$  и  $m_2$  прямо пропорционально отношению их масс (возможно, на самом деле происходит какой-то другой вероятностный закон распределения, например, кинетическую теорию газов), т.е.

$$\frac{I_1}{2} \cdot \omega_1^2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{I_2}{2} \cdot \omega_2^2,$$

то отсюда следует

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \quad (10)$$

(что является условием) для оценки величин скоростей  $u_\tau$  в четырех 1) -4) возможных рассмотренных выше случаях.

Если пренебречь в выражении (9) слагаемым  $Q_H$ , то с учетом (10) получим верхнюю границу для оценки

$$r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2 \leq \frac{\omega \cdot r}{2} \cdot \sqrt{5 \cdot \left(\frac{m_{в.б.}}{m} - 1\right)}, \quad (11)$$

где должно выполняться очевидное условие  $m_{в.б.} \geq m$ .

Заметим, что при необходимости величины  $N_1 \cdot m_1$ ,  $N_2 \cdot m_2$ ,  $m$ ,  $m_{в.б.}$  могут быть выражены через соотношение объемов засыпки  $V_m / V_{в.б.}$ , удельный вес материалов  $m_1$ ,  $m_2$  и геометрические характеристики реальной рабочей камеры релятивного винтового барабана, объем засыпки массы частиц компонентов концентрированных кормов  $V_m$ . Пусть согласно возможных 1)–4), рассмотренных выше случаев образования скоростей относительно скольжения  $\gamma_\tau$  (с учетом зависимости (11) для оценки границ характеристик  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ) в процессе контактирования каждой из пар  $m_1$  и  $m_2$  имеем следующие всевозможные исходы, образующие полную группу событий:

$A_{11}$ - событие контакта, где вращение против хода часовой стрелки  $m_1$  и  $m_2$ ;

$A_{12}$ - событие контакта, где вращение против хода  $m_1$ , а  $m_2$  по ходу часовой стрелки.

$A_{21}$ - событие контакта, где вращения  $m_1$ ,  $m_2$  противоположны вращениям события  $A_{12}$ ;

$A_{22}$  – событие контакта, где вращения  $m_1$ ,  $m_2$  противоположны вращениям события  $A_{11}$ .

Тем не менее, из всех событий (с учетом реального процесса движения частиц компонентов концентрированных кормов и моделируемого движения материальных точек  $m_1$ ,  $m_2$ ) вероятнее всего будет происходить событие  $A_{12}$ , вызывающее возникновение контактных сил в направлении, противоположном движению  $m_1$ ,  $m_2$  (противоположном направлению  $\varphi$ ).

Пусть в каждом из контактов вероятность появления  $P(A_{12})= p$  – событие  $A_{12}$ . Вероятность не появления  $P(A_{12})= 1-p$  (с учетом появления остальных  $A_{11}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{22}$  - событий). И пусть нас интересует число появлений событий  $A_{12}$  не менее число контактов  $K \leq n$  – раз из всего всевозможного их числа  $n$ . Можно сказать, что мы находимся в условиях биномиального распределения (при значительных  $K$ ,  $n$  в условиях распределения Пуассона), а поэтому искомая вероятность.

$$R_{kn} = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} p_{i,n}; \quad p_{i,n} = C_n^i \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \quad (12)$$

где  $C_n^i$  – число сочетаний из  $n$  – элементов по  $i$ .

Наконец, определим последний коэффициент, учитывающий разброс потоков частиц геометрией профиля (реального профиля) стенок релятивного винтового барабана  $m_2$  в плоскости сечения  $XOY$  от моделируемого направления  $r$ . Можно сказать, что при достаточно большом количестве движущихся частиц  $m_2$  в направлении  $r$  относительно

поверхности  $S_{m_1}$  шара  $m_1$  (отраженные шары  $m_2$  стенками реального релятивного винтового барабана), все ранее рассмотренные вероятностные законы контактирования (биномиальный и Пуассона), как зачастую бывает в практике, переходят в нормальный закон. Распределение плотности вероятности этого закона показано на рисунке 3.

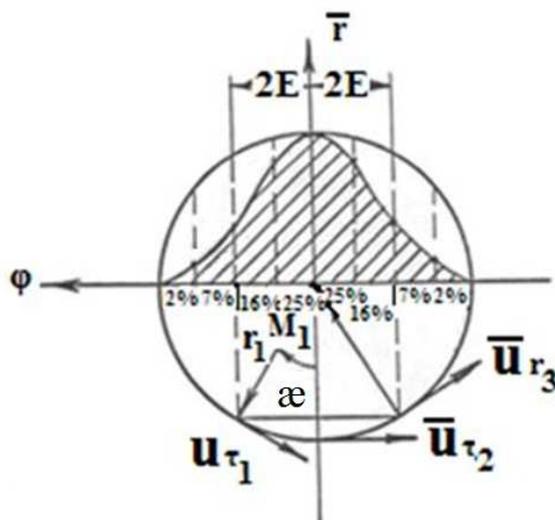


Рисунок 3 - Распределение плотности контактирования частиц компонентов концентрированных кормов

Если ввести некоторую характеристику - срединное отклонение  $E = 0,25r_1$ , то в контактируемой ширине, равной шаровому поясу  $\pm 2E$  сферы  $r_1$ , ожидаемое число контактов составляет 82% (по всей площади пояса) от всего потока шаров  $m_2$ , идущих в направлении  $r$ , подавляющее большинство, как это следует из заштрихованной области (вероятности на интервале  $\pm 2E$ ). Чем же примечательны точки контактирования, лежащие на поверхности шарового пояса? Они характеризуются углами  $\alpha_i \leq \alpha_{\max} = 30^\circ$ .

А это означает, что  $0,87 \leq \cos \alpha_i \leq 1$  находятся в довольно жестком интервале, и можно сказать, что направление скоростей проскальзывания  $u_{\tau i}$  «почти совпадает» с направлением  $\phi$  - (если говорить точнее, то они почти противоположны  $\phi$  направлению  $\phi$ , так как оно нас больше

интересует в силу события  $A_{12}$ , как рассматривалось выше). Данные типы контактов и будут образовывать интересующие контактные силы трения.

Таким образом, общий вероятностный коэффициент  $P_m$  интересующих контактов  $m - (m \leq K \leq n)$  с учетом зависимостей (2), (11) и данного коэффициента, равного 0,82 можно представить в виде:

$$P_m = 0,82 \cdot (1 - \sum_{i=0}^{K-1} P_{i,n}) \cdot (1 - \frac{(k \cdot q)^m}{m} \cdot e^{-k \cdot q}), \quad (13)$$

где :

$$P_{i,n} = C_n^i \cdot p^i (1 - p)^{n-i}, \quad q = e^{-L(\varphi)}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2};$$

$p$  – вероятностная характеристика, уточняемая экспериментальным путем;

$L(\varphi)$  – математическое ожидание числа покрытий поверхности шарового пояса площади  $S_{m_1}$  площадями  $S_{m_2}$  поперечных сечений шаров  $m_2$ , т.е.

$$L(\varphi) \approx \frac{S_{m_1}}{2 \cdot S_{m_2}} \cdot K(\varphi)$$

где  $K(\varphi) = \frac{1 - \sin \varphi}{2}$  – предполагаемый коэффициент, характеризующий степень показания в зависимости от угла поворота  $\varphi$  при  $\varphi = \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$  (в точке «захвата массы»)  $L(\varphi_0) = L_{\max} = \frac{S_{m_1}}{S_{m_2}}$ ; при  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  число соударений самое наименьшее (рассеяние шаров  $m_1$  уже значительное) и  $L(\varphi = +\frac{\pi}{2}) = L_{\max} \approx 0$  – близко к нулю, т.е. соударения отсутствуют.

Поэтому

$$L(\varphi) \approx \frac{S_{m_1}}{S_{m_2}} \cdot (1 - \sin \varphi),$$

где

$$S_{m_1} = 2 \cdot \pi \cdot r_1^2, \quad S_{m_2} = \pi \cdot r_2^2.$$

Вероятностный коэффициент (13) может быть использован для уточнения зависимостей (5), (6), где в первом приближении  $p \approx 0,25$ .

Например, вместо зависимости (5) уже следует (при интересующем событии  $A_{12}$ , где  $u_\tau \ll 0$ ) с учетом (3) иметь в виду:

$$F_{\text{тр.1,2}} = - \mu_2 \cdot P_m \cdot N, \quad (14)$$

где  $\mu_2$  – коэффициент трения между шарами  $m_1$  и  $m_2$ ,  $N$  – сила нормального давления между контактируемыми поверхностям  $S_{m_1}$  и  $S_{m_2}$  должна быть как-то смоделирована. Что касается зависимости (6), то следует иметь в виду – условие, упрощающее интегрирование  $\cos \alpha(t) \approx 1$  но, с другой стороны, определение угловых скоростей вращения  $\omega_1, \omega_2$  явно затруднено (о чем говорилось выше) и зависимость (6) в дальнейших расчетах по этой причине не следует учитывать (оценка (11) может оказаться достаточно грубой).

Обратим внимание на «противоречивой природе» моделирования силы  $N$ . С одной стороны, выше мы уже касались того положения, что реальный профиль релятивного винтового барабана (сечений в плоскости ХОУ) при увлечении всей массы и раскручивании ее образует направленный поток частиц, контактирующих в радиальном направлении. С другой стороны, при закруглении  $\rho = r = r_{\text{ср.}} = \text{const}$ , как следует из первого уравнения системы (8), должно постоянно сохраняться условие динамического равновесия (рисунок 4а)  $m \cdot (-r \cdot \dot{\varphi}^2) = Fr$ , где ускорение  $r \cdot \dot{\varphi}^2$ , а поэтому, если исходить из этой точки зрения, моделируемая сила  $N \sim \dot{\varphi}^2$  должна быть пропорциональна. За момент соприкосновения двух частиц концентрированных кормов  $m_1$  и  $m_2$  совершается работа  $Fr_{1,2} \cdot \Delta r$ .

Сделаем дополнительное допущение: согласно принятому условию  $\rho = r = \text{const}$  следует считать, что величина смещений вдоль радиуса  $r$  образуемых в результате контактирования шаров  $m_1$  и  $m_2$ , пренебрежимо мала, т.е.  $|\Delta r| \ll r$  и  $m$  продолжает перемещаться вдоль окружности, оставаясь на своей траектории (рисунок 4 б). Вдоль оси вращения мы также перемещениями за счет соударений пренебрегаем.

$F_{r,2}$  – сила взаимодействия между массами  $m_1, m_2$  вдоль направления  $r$ , имеющая некоторую аналогию с рассмотренной выше силой  $F_r$ .

За момент соприкосновения  $\tau$  двух масс  $m_1, m_2$  совершается работа  $F_{r,2} \cdot \Delta r$ , где перемещение  $\Delta r \ll r = r_{cp}$  достаточно мало, т.е. массы  $m_1, m_2$  по-прежнему (согласно принятой модели) после нескольких таких контактирований сохраняют движение по окружности радиуса  $r = r_{cp}$ .

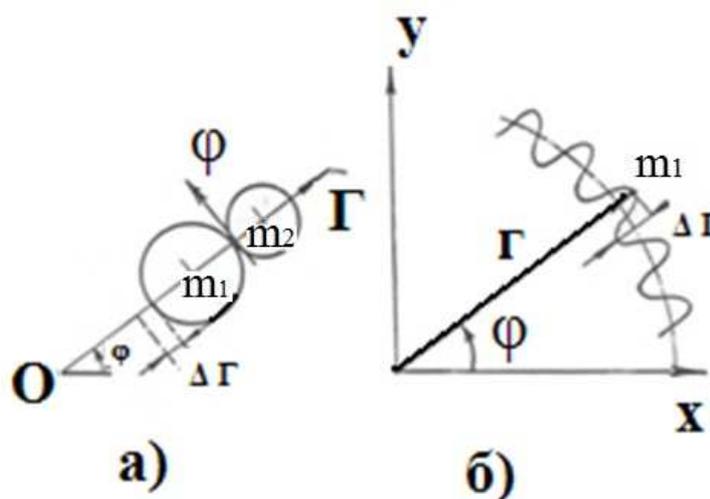


Рисунок 4 – а) Схема контактирования частиц компонентов концентрированных кормов б) Схема контактирования частиц компонентов концентрированных кормов с учетом динамического равновесия

Совершаемая работа  $F_{r,2} \cdot \Delta r \sim \dot{\varphi}^2 \cdot r \cdot \Delta r$  соприкасающихся масс  $m_1, m_2$  на перемещении  $\Delta r$  оказывается пропорциональной величине, имеющей размерность квадрата скорости ( $m^2 / c^2$ ). С другой стороны, можно условно считать, что данная работа обуславливает потерю кинетической энергии  $\Delta w$ , равную:

$$\Delta w = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot (1 - K^2) \cdot (V_1 - V_2)^2,$$

где  $(V_1 - V_2)^2 \approx \dot{\varphi}^2 \cdot r \cdot \Delta r$  можно считать, если после каждого контакта  $m_1$  «удерживается» на траектории движения. Таким образом, сопоставляя, видим, что введя некоторый эмпирический коэффициент  $K_w$ , можно принять в выражении (14)

$$K_{\beta} = \frac{1}{2} \cdot (1 - K^2); \quad \Delta w = N \cdot \Delta r.$$

Тогда контактные силы взаимодействия  $N$  частиц компонентов комбикормов  $m_1$  и  $m_2$  при их движении в релятивных винтовых барабанах можно определять по формуле:

$$N = - \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot K_{\beta} \cdot r \cdot \varphi^2 \quad (15)$$

### Литература

1. Пат. 2007226 Российская Федерация, МПК В07В 1/22. Семяочистительная машина / Г. В. Серга, К. В. Филин ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет. – № 4926616/03; завл. 11.03.1991; опубл. 15.02.1994.
2. Пат. 2113337 Российская Федерация, МПК В24В 31/02. Устройство для абразивной обработки деталей / Г. В. Серга, Л. Н. Луговая, И.И. Табачук ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет. – № 96121168/02; завл. 22.10.1996; опубл. 20.06.1998.
3. Пат. 2121890 Российская Федерация, МПК В07В 1/22. Машина для сепарации сыпучих сред / Л. Н. Луговая, И.И. Табачук, Э.В. Кравченко, Г. В. Серга, А. В. Ляу ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет. – № 97113113/03 ; завл. 16.07.1997; опубл. 20.11.1998.
4. Пат. 2139150 Российская Федерация, МПК В07В 1/22. Барабанный грохот / Г. В. Серга, А. В. Ляу, А. Н. Иванов ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет. – № 98114703/03 ; завл. 28.07.1998; опубл. 10.10.1999.
5. Пат. 2398678 Российская Федерация, МПК В28С 5/20. Вибрационный бетоносмеситель / В. Д. Таратута, В.В. Цыбулевский, Г. В. Серга ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет. – № 2009111958/03; завл. 31.03.2009; опубл. 10.09.2010, Бюл. № 25.
6. Пат. 2027130 Российская Федерация, МПК F26В11/04. Сушилка для куриного помета / Г. В. Серга, К.В. Филин ; заявитель и патентообладатель Серга Георгий Васильевич, Филин Константин Владимирович. – № 5005024/06; завл. 10.09.1991; опубл. 20.01.1995.
7. Пат. 2209669 Российская Федерация, МПК В02С17/04. Барабанный мельница / Г. В. Серга, Н. Н. Довжикова, Р.А. Диков ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 2002101215/03; завл 08.01.2002; опубл. 08.01.2002.
8. Пат. 2209670 Российская Федерация, МПК В02С17/04. Трубная мельница / Г. В. Серга, С. М. Резниченко, Ф.Ф. Кремьянский ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования

Кубанский государственный аграрный университет.– № 2002101217/03; завл 08.01.2002; опубл. 08.01.2002.

9. Пат. 2220896 Российская Федерация, МПК В65G33/26. Устройство для транспортирования материалов / Г. В. Серга, Н. Н. Довжикова, Ф.Ф. Кремьянский Р.А. Диков ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 2002112173/03; завл 06.05.2002; опубл. 10.01.2004.

10. Пат. 2228252 Российская Федерация, МПК В24В31/06. Устройство для вибрационной обработки длинномерных деталей / А.П. Бабичев, И. А. Бабичев, Г. В. Серга ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 2002135225/02; завл 25.12.2002; опубл. 10.05.2004.

11. Пат. 2305471 Российская Федерация, МПК А23N12/02. Машина для мойки сыпучих предметов / Г. В. Серга, К.М. Кретинин ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 2006105559/13; завл 22.02.2006; опубл. 10.09.2007, Бюл. № 25.

12. Пат. 2296629 Российская Федерация, МПК В07В 1/22. Семяочистительная машина / Г. В. Серга, Д.В. Квиткин, А.В. Фоменко, Л. Н. Луговая ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 2005131142/03; завл 07.10.2005; опубл. 10.04.2007, Бюл. № 10.

13. Пат. 2176563 Российская Федерация, МПК В07В 1/22. Устройство для очистки семян / А.В. Ляу, А.Н. Иванов, Г. В. Серга ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное учреждение высшего профессионального образования Кубанский государственный аграрный университет.– № 99126072/03; завл 07.12.1999; опубл. 10.12.2001.

14. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн., К.А. Севендаев. – М: Наука, 1981 г. – 723 с.

15. Физический словарь / М: I – V, 1962-1965. С 282-283.

16. Федорченко А. М. Теоретическая физика / А. М. Федорченко. – Киев: Высшая школа, 1983 – 351 с.

17. Лойцянский Л. Г. Курс теоретической механики т.1, / Л. Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – Москва: Наука, 1983 – 352 с.

#### References

1. Pat. 2007226 Rossijskaja Federacija, МПК V07V 1/22. Semjaochistitel'naja mashina/ G. V. Serga, K. V. Filin ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – № 4926616/03; zavл. 11.03.1991; opubl. 15.02.1994.

2. Pat. 2113337 Rossijskaja Federacija, МПК V24V 31/02. Ustrojstvo dlja abrazivnoj obrabotki detalej / G. V. Serga, L. N. Lugovaja, I.I. Tabachuk ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – № 96121168/02; zavл. 22.10.1996; opubl. 20.06.1998.

3. Pat. 2121890 Rossijskaja Federacija, МПК V07V 1/22. Mashina dlja separacii sypuchih sred / L. N. Lugovaja, I.I. Tabachuk, Je.V. Kravchenko, G. V. Serga, A. V. Ljau ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego

professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – № 97113113/03 ; zavl. 16.07.1997; opubl. 20.11.1998.

4. Pat. 2139150 Rossijskaja Federacija, MPK V07V 1/22. Barabannyj grohot / G. V. Serga, A. V. Ljau, A. N. Ivanov ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – № 98114703/03 ; zavl. 28.07.1998; opubl. 10.10.1999.

5. Pat. 2398678 Rossijskaja Federacija, MPK B28C 5/20. Vibracionnyj betonosmesitel' / V. D. Taratuta, V.V. Cybulevskij, G. V. Serga ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – № 2009111958/03; zavl. 31.03.2009; opubl. 10.09.2010, Bjul. № 25.

6. Pat. 2027130 Rossijskaja Federacija, MPK F26B11/04. Sushilka dlja kurinogo pometa / G. V. Serga, K.V. Filin ; zajavitel' i patentoobladatel' Serga Georgij Vasil'evich, Filin Konstantin Vladimirovich. – № 5005024/06; zavl. 10.09.1991; opubl. 20.01.1995.

7. Pat. 2209669 Rossijskaja Federacija, MPK B02C17/04. Barabannaja mel'nica / G. V. Serga, N. N. Dovzhikova, R.A. Dikov ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2002101215/03; zavl 08.01.2002; opubl. 08.01.2002.

8. Pat. 2209670 Rossijskaja Federacija, MPK B02C17/04. Trubnaja mel'nica / G. V. Serga, S. M. Reznichenko, F.F. Kremjanskij ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2002101217/03; zavl 08.01.2002; opubl. 08.01.2002.

9. Pat. 2220896 Rossijskaja Federacija, MPK B65G33/26. Ustrojstvo dlja transportirovanija materialov / G. V. Serga, N. N. Dovzhikova, F.F. Kremjanskij R.A. Dikov ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2002112173/03; zavl 06.05.2002; opubl. 10.01.2004.

10. Pat. 2228252 Rossijskaja Federacija, MPK B24B31/06. Ustrojstvo dlja vibracionnoj obrabotki dlিন্নomernyh detalej / A.P. Babichev, I. A. Babichev, G. V. Serga ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2002135225/02; zavl 25.12.2002; opubl. 10.05.2004.

11. Pat. 2305471 Rossijskaja Federacija, MPK A23N12/02. Mashina dlja mojki sypuchih predmetov / G. V. Serga, K.M. Kretinin ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2006105559/13; zavl 22.02.2006; opubl. 10.09.2007, Bjul. № 25.

12. Pat. 2296629 Rossijskaja Federacija, MPK B07B 1/22. Semjaochistitel'naja mashina / G. V. Serga, D.V. Kvitkin, A.V. Fomenko, L. N. Lugovaja ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 2005131142/03; zavl 07.10.2005; opubl. 10.04.2007, Bjul. № 10.

13. Pat. 2176563 Rossijskaja Federacija, MPK B07B 1/22. Ustrojstvo dlja ochistki semjan / A.V. Ljau, A.N. Ivanov, G. V. Serga ; zajavitel' i patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe uchrezhdenie vysshego professional'nogo obrazovanija Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet.– № 99126072/03; zavl 07.12.1999; opubl. 10.12.2001.

14. Bronshtejn I. N. Spravochnik po matematike / I. N. Bronshtejn., K.A. Sevendaev. – M: Nauka, 1981 g. – 723 s.
15. Fizicheskij slovar' / . M: I – V, 1962-1965. S 282-283.
16. Fedorchenko A. M. Teoreticheskaja fizika / A. M. Fedorchenko. – Kiev: Vysshaja shkola, 1983 – 351 s.
17. Lojcjanskij L. G. Kurs teoreticheskoy mehaniki t.1, / L. G. Lojcjanskij, A.I. Lur'e. – Moskva: Nauka, 1983 – 352 s.