

УДК 530.12+524.7

UDC 530.12+524.7

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and Math

РОЖДЕНИЕ МАТЕРИИ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ В ПОТОКАХ РИЧЧИ**MATTER GENERATION FROM SINGULARITIES COLLIDING IN THE RICCI FLOWS**Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D.Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада**Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В настоящей работе исследована задача о рождении материи при столкновении частиц, представленных сингулярностями гравитационного поля. Выведена система нелинейных уравнений параболического типа, описывающая эволюцию аксиально-симметричных метрик в потоках Риччи. Развита модель, описывающая рождение материи при столкновении и слиянии частиц в потоках Риччи. Показано, что теория, описывающая потоки Риччи в задаче о столкновении черных дыр, согласуется с теорией Эйнштейна-Инфельда, описывающей динамику материальных частиц представленных сингулярностями гравитационного поля. В качестве примера рассматривается метрика, обладающая осевой симметрией и содержащая две сингулярности, имитирующие частицы конечной массы. Показано, что статическая метрика с двумя сингулярностями соответствует в теории Ньютона двум центрам тяготения, движущимся вокруг центра масс по круговым орбитам в неинерциальной системе отсчета, вращающейся с периодом обращения тел. Численно исследовано изменение метрики при столкновении частиц с последующим разлетом. В численных экспериментах установлено, что столкновение частиц в потоках Риччи приводит к образованию материи двух типов с положительной и с отрицательной плотностью энергии соответственно. При движении сингулярностей по направлению друг к другу в области между частицами образуется материя с отрицательной плотностью энергии, а в области позади частиц – с положительной плотностью. При разбегании же сингулярностей материя с положительной плотностью энергии образуется в области между частицами. Обсуждается вопрос о природе барионной материи в расширяющейся Вселенной

In this article, we investigate the problem of creation of matter in the collision of particles, presented by singularities of the gravitational field. A system of non-linear parabolic equations describing the evolution of the axially symmetric metrics in the Ricci flow derived. A model describing the creation of matter in the collision and merger of the particles in the Ricci flow proposed. It is shown that the theory that describes the Ricci flow in the collision of black holes is consistent with Einstein-Infeld theory, which describes the dynamics of the material particles provided by the singularities of the gravitational field. As an example, we consider the metric having axial symmetry and which contains two singularities simulating particles of finite mass. It is shown that the static metric with two singularities corresponding to in Newton's theory of gravity two particles moving around the center of mass in circular orbits in a non-inertial frame of reference, rotating with a period of two-body system rotation. We have numerically investigated the change of the metric in the collision of particles with subsequent expansion. In numerical experiments, we have determined that the collision of the particles in the Ricci flow leads to the formation of two types of matter with positive and negative energy density, respectively. When moving singularities towards each other in the area between the particles the matter is formed with negative energy density, and in the region behind the particles - with positive density. In the recession of the singularities, the matter with positive energy density is formed in the area between the particles. The question of the nature of baryonic matter in the expanding universe is discussed

Ключевые слова: БАРИОННАЯ МАТЕРИЯ, ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ, ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, ПОТОКИ РИЧЧИ

Keywords: BARIONIC MATTER, GENERAL RELATIVITY, GRAVITATIONAL WAVES, RICCI FLOW

Doi: 10.21515/1990-4665-122-069

Введение

Вопрос о происхождении гравитационной массы относится к числу фундаментальных научных проблем. Кауфман [1], Абрагам [2], Лоренц [3], Эйнштейн [4-7] и другие в разное время предпринимали попытки объяснить происхождение инертной материи из электромагнитного и гравитационного поля. Для описания движения инертной материи в рамках общей теории относительности Эйнштейн и Инфельд сформулировали программу [7]: «Все попытки представить материю тензором энергии-импульса неудовлетворительны, и мы хотим освободить нашу теорию от специального выбора такого тензора. Поэтому мы будем иметь дело здесь только с гравитационными уравнениями в пустом пространстве, а материя будет представлена сингулярностями гравитационного поля».

В существующих подходах к описанию черных дыр широко используется метрика Шварцшильда [8], описывающая сингулярность гравитационного поля, что физически интерпретируется как поле частицы заданной массы.

Движение материальных частиц, представленных сингулярностями гравитационного поля, является одной из проблем общей теории относительности. В работах [5-7] было показано, что уравнений поля для пустого пространства достаточно для описания движения материи, представленной в виде точечных сингулярностей.

В работе [9] исследовано движение частиц, представленных сингулярностями гравитационного поля, в потоках Риччи в аксиально-симметричных метриках. Установлено, что в результате слияния частиц в потоках Риччи образуется устойчивая статическая система, состоящая из гравитационного поля и содержащая особенность, имитирующая частицу.

В численных экспериментах [9-10] было обнаружено, что столкновение частиц в потоках Риччи приводит к образованию гравитационных волн, похожих по своей структуре на волны, зарегистрированные в экспериментах [11-13]. Следовательно, можно предположить, что наблюдаемые гравитационные волны обусловлены, главным образом, переходными процессами, связанными с изменением метрики системы [9-13].

В настоящей работе исследована задача о рождении материи при столкновении частиц, представленных сингулярностями гравитационного поля. В качестве примера рассматривается метрика [9-10, 14-16], обладающая осевой симметрией и содержащая две сингулярности, имитирующие частицы конечной массы. В численных экспериментах установлено, что столкновение частиц в потоках Риччи приводит к образованию материи двух типов - с положительной и с отрицательной плотностью энергии соответственно. При движении сингулярностей по направлению друг к другу в области между частицами образуется материя с отрицательной плотностью энергии, а в области позади частиц - с положительной плотностью. При разбегании же сингулярностей материя с положительной плотностью энергии образуется в области между частицами. Обсуждается вопрос о природе барионной материи в расширяющейся Вселенной.

Аксиально-симметрические поля

Уравнения Эйнштейна имеют вид [18-20]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Здесь $R_{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$, $T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно. Ниже

положим $\Lambda = 0$, что обусловлено малостью влияния этого параметра в задаче о столкновении двух сингулярностей типа черных дыр.

Решения уравнений Эйнштейна, обладающие осевой симметрией, рассматривались в работах [9-10, 14-19] и некоторых других (обзор публикаций дан, например, в [16, 19]). Метрика таких пространств, при некоторых предположениях может быть приведена к виду

$$ds^2 = e^\mu dt^2 - e^{-\mu} (e^\nu d\rho^2 + e^\nu dz^2) - e^{-\mu} \rho^2 d\phi^2 \quad (2)$$

Здесь $\mu(\rho, z), \nu(\rho, z)$ - функции, удовлетворяющие уравнениям Эйнштейна.

Вычисляя компоненты тензора Эйнштейна $G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta}$ в метрике (2) и полагая для вакуума

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} = 0,$$

находим уравнения поля:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} = 0, \\ \omega_2 &= \frac{\partial \nu}{\partial \rho} - \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 - \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} \right)^2 \right] = 0, \\ \omega_3 &= \frac{\partial \nu}{\partial z} - \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \frac{\partial \mu}{\partial z} = 0, \\ \omega_4 &= \frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} \right)^2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Можно проверить, что не все уравнения (3) являются независимыми и что выполняются следующие два соотношения [19]

$$\omega_4 \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial \rho} + \frac{\partial \omega_3}{\partial z} + \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}, \quad \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial z} \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial z} - \frac{\partial \omega_3}{\partial \rho} \quad (4)$$

Следовательно, можно в качестве системы уравнений для определения двух функций $\mu(\rho, z), \nu(\rho, z)$ выбрать, например, первое и четвертое уравнения (3), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} \right)^2 \right] &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Разрешая систему уравнений (5) приходим к определению статических полей гравитации в случае осевой симметрии. Отметим, что в нерелятивистском пределе потенциал $\mu = 2\phi/c^2$, где ϕ - гравитационный потенциал в теории гравитации Ньютона. Из второго уравнения (5) находим оценку $\nu \sim \mu^2 = 4\phi^2/c^4$.

Рассмотрим решения системы уравнений (3) вида

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_1)^2}} - \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_2)^2}} + a \ln \rho, \\ \nu &= -\frac{m_1^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z - L_1)^2)^2} - \frac{am_1}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_1)^2}} - \frac{m_2^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z - L_2)^2)^2} - \frac{am_2}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_2)^2}} \\ &+ \frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_1)^2}} \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_2)^2}} \frac{(\rho^2 + (z - L_1)(z - L_2))}{(L_1 - L_2)^2} + \frac{a^2}{2} \ln \rho \end{aligned} \quad (6)$$

В частном случае, полагая в (6) $a = 0$, приходим к выражению потенциалов, впервые полученных в работе [14]

$$\begin{aligned} \mu_s(\rho, z, L_1, L_2) &= -\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_1)^2}} - \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_2)^2}}, \\ \nu_s(\rho, z, L_1, L_2) &= -\frac{m_1^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z - L_1)^2)^2} - \frac{m_2^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z - L_2)^2)^2} + \\ &\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_1)^2}} \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z - L_2)^2}} \frac{(\rho^2 + (z - L_1)(z - L_2))}{(L_1 - L_2)^2} - \frac{m_1 m_2}{(L_1 - L_2)^2} \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку выражения (7) используются в численных расчетах, мы добавили ко второму потенциалу константу, с целью исключить особенность, возникающую при условии $L_1 = L_2$.

Отметим, что выражения (7) подверглись критике со стороны Эйнштейна и Розена [15], как лишённые физического смысла. Действительно,

в нерелятивистском случае потенциал μ в (7) сводится к выражению $\mu = 2\varphi/c^2$, где φ - гравитационный потенциал в теории гравитации Ньютона. Но тогда этот потенциал сводится к потенциалу двух точечных масс $m_{1,2}$, расположенных на оси симметрии системы в точках $z = L_{1,2}$.

Поскольку точечные массы $m_{1,2}$ в метрике (2) не испытывают взаимного перемещения, хотя должны притягиваться согласно теории Ньютона, автор [14] делает ошибочный вывод, что не верна теория относительности Эйнштейна. В действительности, однако, в теории Ньютона существует статическое решение для двух тяготеющих масс, движущихся по круговым траекториям в синодической системе координат - неинерциальной системе отсчета вращающейся синхронно с периодом обращения тел [21-23].

Как известно, синодическая система координат применяется в постановках ограниченной задачи трех тел в классической механике [21-22], что может быть использовано в формулировке аналогичной задачи в общей теории относительности [23]. Различие же этих двух задач заключается в наличии потенциала ν , который не имеет аналогов в теории Ньютона, но играет роль аналогичную эффектам неинерциальной системы отсчета в классической механике.

Наконец, полагая в (12) $m_1 = m, L_1 = 0, m_2 = 0$, получим

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{m}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} + a \ln \rho, \\ \nu &= -\frac{m^2 \rho^2}{4(\rho^2 + z^2)^2} - \frac{am}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} + \frac{a^2}{2} \ln \rho \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что выражение потенциала μ в форме (8) согласуется с выражением гравитационного потенциала, полученным в нерелятивистском приближении путем обработки данных для 50 галактик [24]. Поэтому выражения (6)-(8) представляют интерес в теории столкновения и слияния

частиц, представленных сингулярностями поля в потоках Риччи, с излучением гравитационных волн [9-10].

Столкновение частиц в потоках Риччи

Для моделирования изменения метрики при столкновении частиц используем потоки Риччи [25-32], которые описываются уравнением

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial t} = D_0 R_{ik} \quad (9)$$

Здесь D_0 – коэффициент диффузии, которые в стандартной теории [25-32] полагают равным $D_0 = -2$, однако в метрике (2) следует положить $D_0 = 2$, тогда (9) сводится к системе уравнений параболического типа:

$$\begin{aligned} e^{v-\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \\ e^{v-\mu} \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Сравнивая (10) и (5) находим, что для установившихся потоков при условиях $\mu_t = v_t = 0$ система (10) сводится к (5). Обоснованием для такого перехода от статической системы (5) к системе уравнений параболического типа (10) может служить теория, развитая в работах [25-32] и других, а также теория геометрической турбулентности [33-34].

Физический смысл расширения статической модели (5) до модели (10), описывающей потоки Риччи, заключается в том, что по начальным и граничным условиям можно определить к каким решениям сходится решение системы уравнений (5), содержащее особенности, например, решение Зильберштейна (7).

С точки зрения теории Эйнштейна и Инфельда [6-7], движение частиц в потоках Риччи равносильно нулевому приближению, при котором частицы

движутся свободно, создавая гравитационное поле. В следующем приближении между частицами возникает сила взаимодействия, которая изменяет параметры движения и т.д. Однако для многих практически важных задач, таких как слияние черных дыр [11-13], достаточно будет знать, как изменяется метрика бинарной системы при сближении центров гравитации с заданной скоростью. Модель потоков Риччи (10) позволяет ответить на этот и другие вопросы, связанные с изменением метрики.

Гравитационные волны и рождение материи в потоках Риччи

Заметим, что наряду с системой уравнений (10) должны также выполняться второе и третье уравнения системы (3). Очевидно, однако, что указанные уравнения не могут выполняться на произвольных решениях системы уравнений (11). Можно предположить, что возникающая при этом невязка должна компенсироваться в силу уравнения Эйнштейна (1) некоторым тензором энергии-импульса τ_{ik} , что интерпретируется, как энергия гравитационных волн, свободно распространяющихся за пределы системы.

Для описания процесса распространения волн используем стандартную теорию поля [20], имеем

$$\nabla^2 \psi_i^k - (\psi_i^k)_{,tt} = \frac{16\pi G}{c^4} \tau_i^k \quad (11)$$

Здесь ψ_i^k описывают возмущение галилеевой метрики при прохождении гравитационной волны. Из уравнения (1) имеем для тензора в правой части (11) следующее соотношение

$$G_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} \tau_{ik} \quad (12)$$

Производя вычисления с учетом уравнений (10), находим компоненты тензора Эйнштейна в метрике (2) в потоках Риччи

$$G_{11} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} e^{2\mu-\nu}, G_{22} = -G_{33} = \frac{\omega_2}{2\rho}, G_{23} = G_{32} = \frac{\omega_3}{2\rho}, G_{44} = -\frac{\rho^2}{2} \frac{\partial}{\partial t} e^{-\nu} \quad (13)$$

Используя (13) преобразуем уравнение (11) к виду удобному для численного интегрирования:

$$\nabla^2 \psi_i^k - (\psi_i^k)_{,tt} = 2g^{jk} G_{ij} \quad (14)$$

Учитывая выражения (13), распишем систему (14) покомпонентно, имеем

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_1 - (\psi_1)_{,tt} &= e^{-\mu} \frac{\partial}{\partial t} e^{2\mu-\nu}, \nabla^2 \psi_2 - (\psi_2)_{,tt} = -\frac{\omega_2}{\rho} e^{-\nu}, \\ \nabla^2 \psi_3 - (\psi_3)_{,tt} &= -\frac{\omega_3}{\rho} e^{-\nu}, \nabla^2 \psi_4 - (\psi_4)_{,tt} = e^\mu \frac{\partial}{\partial t} e^{-\nu} \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь обозначено $\psi_1 = \psi_1^1, \psi_2 = \psi_2^2, \psi_3 = \psi_3^2, \psi_4 = \psi_4^4$. Система уравнений (15) позволяет определить распределение полей в дальней зоне, где метрика (2) стремится к галилеевой метрике [20].

Система уравнений (10), (15) решалась численно в прямоугольной области $\rho \leq R, -L/2 \leq z \leq L/2$. В качестве начальных и граничных данных для системы уравнений (10) использовалось решение Зильберштейна в форме (7). Будем предполагать, что частицы движутся навстречу друг другу с известной скоростью вплоть до соударения, а далее разбегаются без изменения массы частиц в выражениях (7). Таким образом, для уравнения (10) поставим следующую задачу о столкновении частиц, представленных сингулярностями поля:

$$\begin{aligned} t = 0: \mu(0, \rho, z) &= \mu_s(\rho, z, L_1, L_2), \quad v(0, \rho, z) = v_s(\rho, z, L_1, L_2); \\ t > 0: \mu(t, r_0, z) &= \mu_s(r_0, z, z_1, z_2), \quad v(t, r_0, z) = v_s(r_0, z, z_1, z_2), \\ \mu(t, R, z) &= \mu_s(R, z, z_1, z_2), \quad v(t, \rho, z) = v_s(R, z, z_1, z_2), \\ \mu(t, \rho, -L/2) &= \mu_s(\rho, -L/2, z_1, z_2), \quad v(t, \rho, -L/2) = v_s(\rho, -L/2, z_1, z_2), \\ \mu(t, \rho, L/2) &= \mu_s(\rho, L/2, z_1, z_2), \quad v(t, \rho, L/2) = v_s(\rho, L/2, z_1, z_2), \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $z_1(t), z_2(t)$ – координаты частиц, r_0 – граница области, отделяющая область численного интегрирования от оси системы, содержащей сингулярные точки решений Зильберштейна (7).

Система уравнений (15) распадается на четыре независимых уравнения, поэтому сформулируем начальные и граничные условия для первого из них, остальные имеют аналогичный вид,

$$\begin{aligned} t = 0: \psi_1(0, \rho, z) = 0, \quad \partial_t \psi_1(0, \rho, z) = 0; \\ 0 < t \leq t_0: \partial_\rho \psi_1(t, r_0, z) = 0; \psi_1(t, R, z) = \psi_1(t, \rho, -L/2) = \psi_1(t, \rho, L/2) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Отметим, что условия (17) на границах области могут быть выполнены лишь приближенно при условии, что гравитационная волна, сформировавшаяся в области столкновения частиц, не выходит на границу области за время интегрирования t_0 .

Результаты моделирования распространения гравитационных волн, образующихся при слиянии частиц в потоках Риччи, выполненные по (10), (15)-(17) приведены в работе [10]. Отметим, что развитая теория излучения гравитационных волн при слиянии сингулярностей в потоках Риччи может оказаться полезной в решении задач астрофизики, связанных с интерпретацией экспериментальных данных [11-13].

Далее заметим, что постановку задачи для вычисления параметров гравитационных волн можно использовать и для вычисления тензора плотности энергии-импульса, индуцированного течением Риччи, согласно (12)-(13). Рассмотрим тензор

$$T_{ik} = G_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} \tau_{ik} \quad (18)$$

Согласно (1), (13) и (18), следует предположить, что при столкновении сингулярностей в потоках Риччи возникает материя. Исследование свойств

этой материи представляет определенный интерес, так как здесь мы видим альтернативный сценарий возникновения наблюдаемой Вселенной.

Действительно, в современной космологии предполагается, что вся наблюдаемая Вселенная возникла в один момент времени в результате первичного взрыва [35-37]. Очевидным недостатком модели первичного взрыва является необъяснимый факт расширения Вселенной, метрика которой исходно является метрикой черной дыры [36]. В настоящее время обнаружено достаточно много объектов, обладающих свойствами черной дыры. Однако ни один из этих объектов не расширяется подобно нашей Вселенной.

С другой стороны, если предположить, что Вселенная возникла в результате столкновения двух или нескольких сингулярностей в потоке Риччи, то факт расширения будет связан с разбеганием сингулярностей, для чего не требуется каких-либо специальных гипотез о составе материи во Вселенной.

Численное моделирование рождения материи

В настоящей работе мы рассмотрели три сценария столкновения сингулярностей:

- 1) столкновение и разбегание с постоянной скоростью [9-10];
- 2) столкновение и разбегание с постоянным ускорением;
- 3) периодическое движение.

Во всех случаях начальные данные и граничные условия для системы уравнений (10) были заданы в виде (16).

На рис. 1-7 представлены результаты моделирования рождения материи при столкновении сингулярностей в потоках Риччи, выполненные по (7), (10), (16), (18) при следующих значениях параметров:

$$m_1 = 10^{-2}, m_2 = 10^{-2}, L_1 = -L_2 = 1, r_0 = 10^{-2}, R = 2, L = 2, z_1(t) = -z_2(t). \quad (19)$$

В первом сценарии координаты сингулярностей в условиях (16) изменяются в соответствии с законом

$$z_1(t) = -z_2(t) = 1 - t, \quad 0 \leq t \leq 2 \quad (20)$$

На рис. 1-2 представлены результаты расчетов компоненты T_{11} тензора (18). Отметим, что при сближении сингулярностей T_{11} имеет отрицательный знак на оси симметрии системы, а при разбегании – положительный.

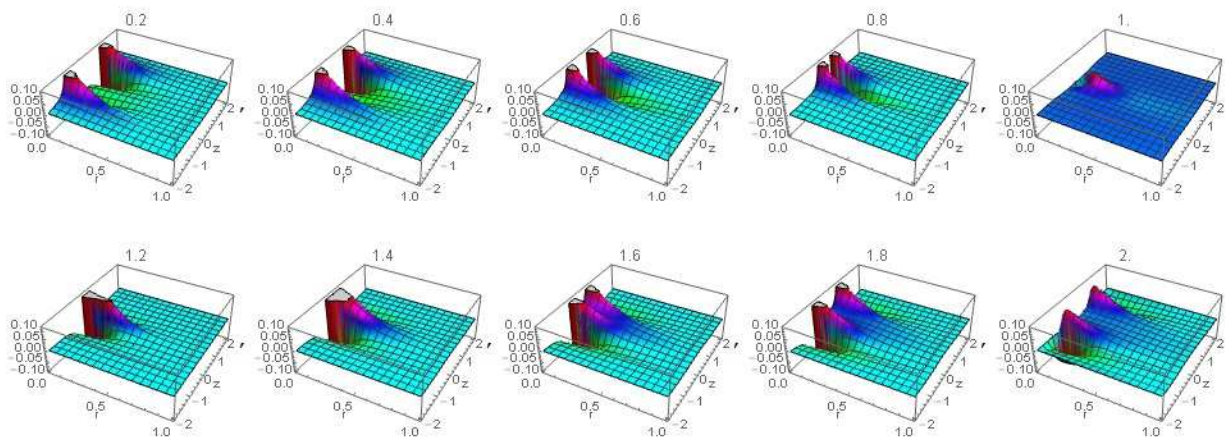


Рис. 1. Компонента тензора энергии-импульса T_{11} при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянной скоростью: значения параметра времени t указаны над рисунками.

На рис. 3 представлены результаты расчетов компоненты T_{44} тензора (18) при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянной скоростью. Сравнивая данные на рисунках 2 и 3, находим, что амплитуда компоненты T_{44} на 2-3 порядка меньше, чем амплитуда T_{11} , что обусловлено малостью параметров массы $m_{1,2}$ в данных задачи (19) и квадратичной зависимостью потенциала ν от этих параметров в решении Зильберштейна (7). Из (13) следует, что компонента T_{11} пропорциональна μ_t , тогда как

компонента T_{44} пропорциональна v , откуда и проистекает указанное различие. На некоторых кривых, представленных на рис. 3, просматривается хаотическое поведение T_{44} [9-10], чем объясняется наличие случайного шума в гравитационных волнах [11-13].

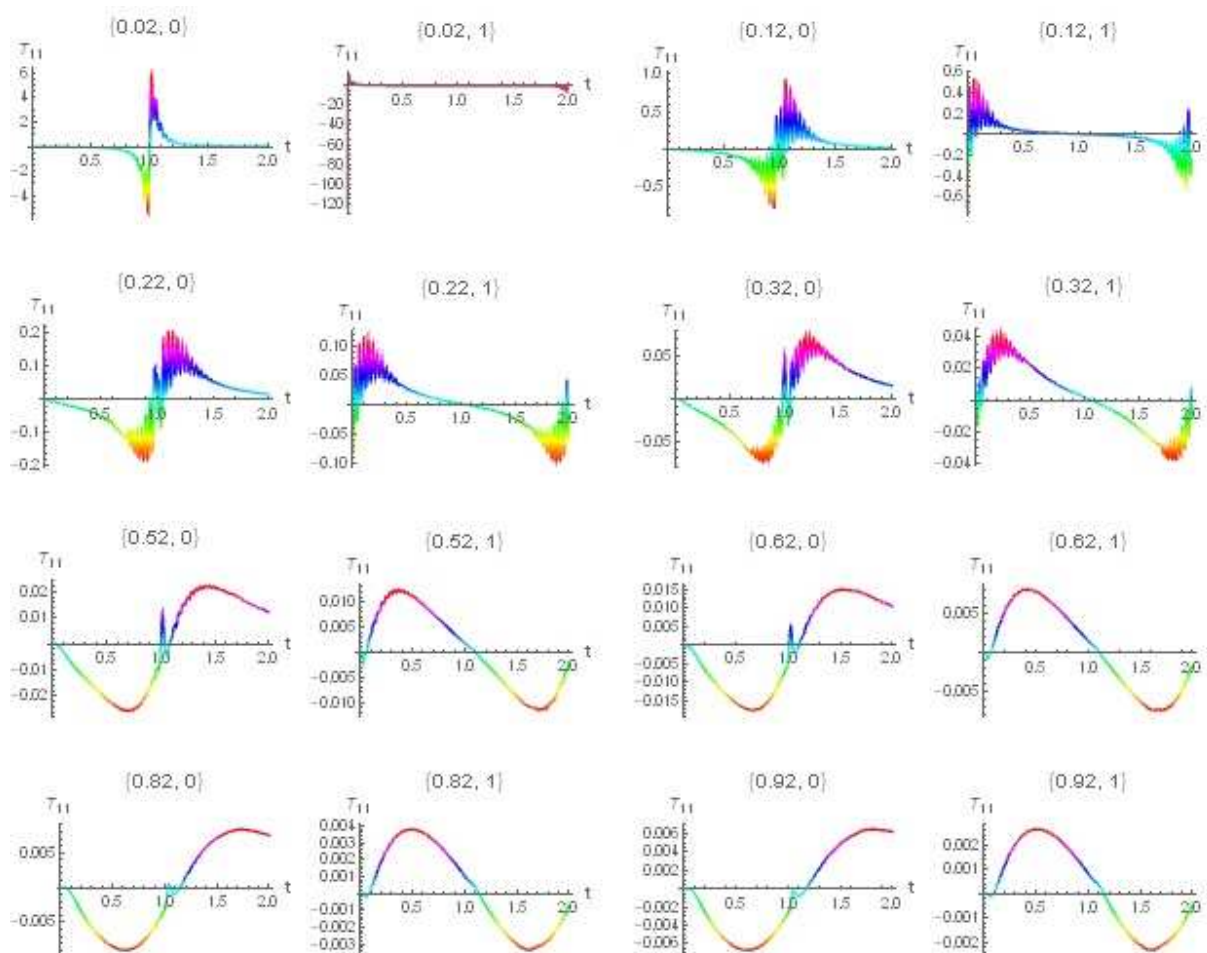


Рис. 2. Зависимости функции T_{11} от времени в различных точках $\{\rho, z\}$ (координаты точек указаны над рисунками) при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянной скоростью.

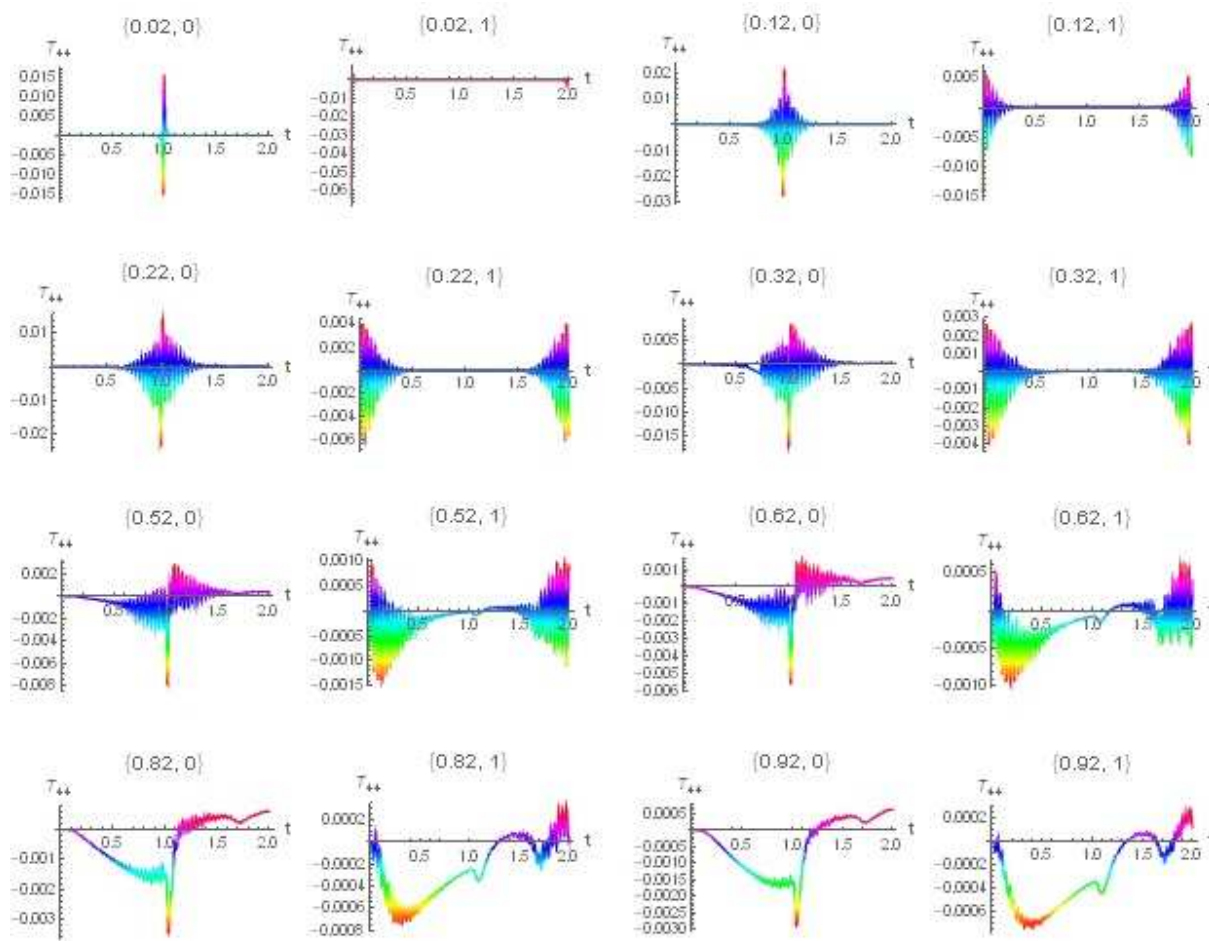


Рис. 3. Зависимости функции T_{++} от времени в различных точках $\{\rho, z\}$ (координаты точек указаны над рисунками) при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянной скоростью.

Во втором сценарии координаты сингулярностей в условиях (16) изменяются по закону

$$z_1(t) = -z_2(t) = 1 - 2t^2, \quad 0 \leq t \leq 2 \quad (21)$$

На рис. 4-5 представлены результаты расчетов компоненты T_{11} при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянным ускорением. Заметим, что в этом случае после столкновения в системе возникает турбулентность, что отражено на нижнем рисунке 4 при значении параметра

$t = 0.75$. Можно также отметить, что при сближении сингулярностей T_{11} имеет отрицательный знак на оси симметрии системы, а при разбегании – положительный.

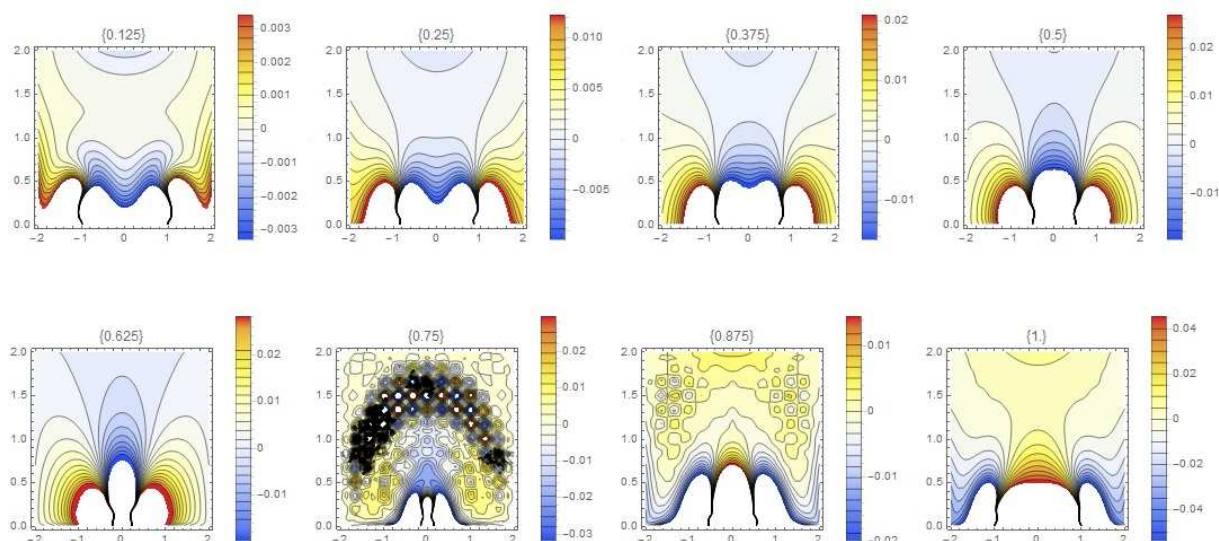


Рис. 4. Компонента тензора энергии-импульса T_{11} при столкновении сингулярностей в потоке Риччи с постоянным ускорением: значения параметра времени t указаны над рисунками.

На кривых, представленных на рис. 5, можно выделить участки хаотического поведения T_{11} , возникающего после соударения. Этот хаос, очевидно, связан с нелинейным характером системы (10) и с наличием сингулярностей [10].

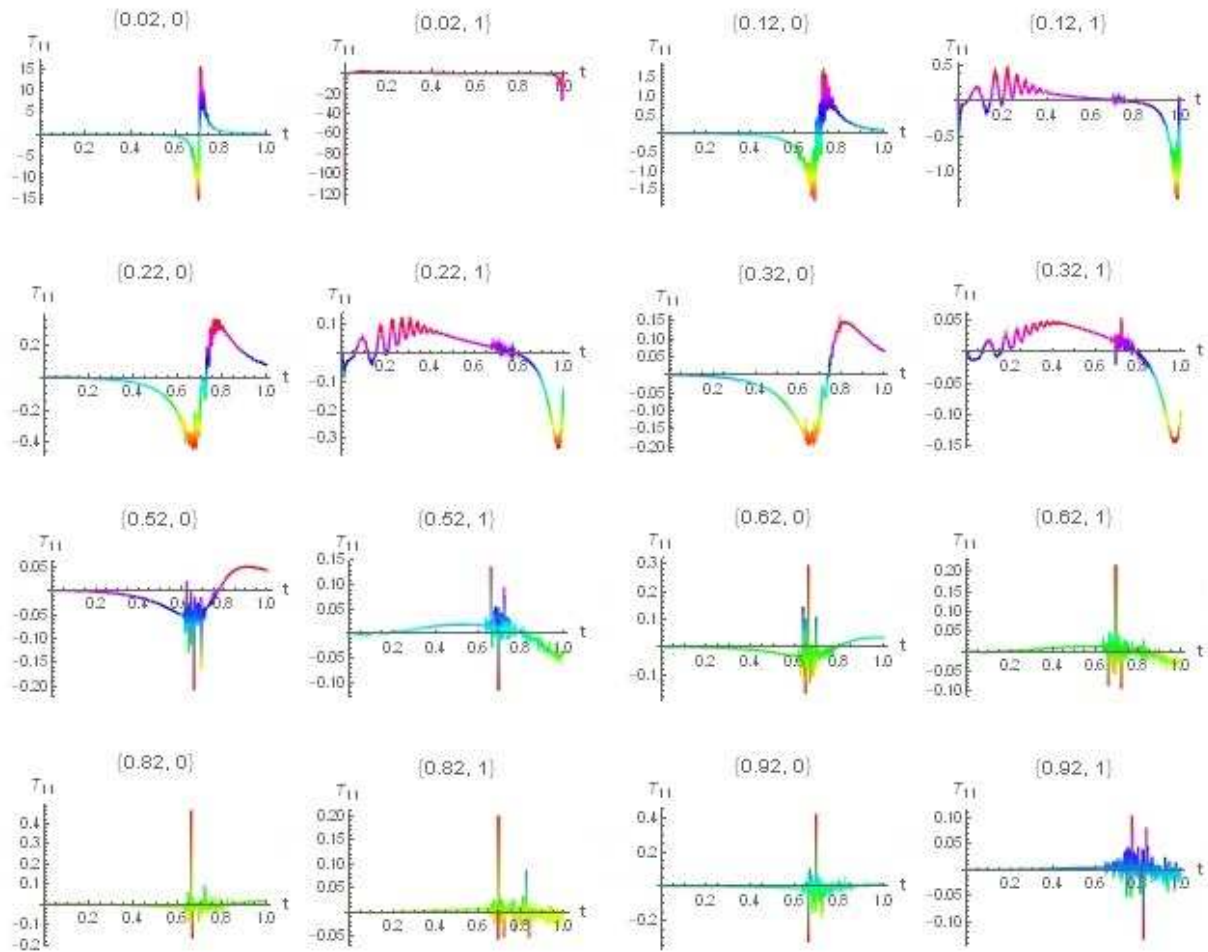


Рис. 5. Зависимости функции T_{11} от времени в различных точках $\{\rho, z\}$ (координаты точек указаны над рисунками) при столкновении сингулярностей в потоке Риччи по закону (22).

В третьем сценарии координаты сингулярностей в условиях (16) изменяются по закону

$$z_1(t) = -z_2(t) = 1 - 2 \sin^2(t\pi/2), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (22)$$

На рис. 6-7 представлены результаты расчетов компоненты T_{11} при столкновении сингулярностей в потоке Риччи по закону (22). Заметим, что в этом случае турбулентность возникает в системе еще до слияния

сингулярностей, что отражено на верхнем рисунке 4 при значении параметра $t = 0.375$. Отметим, что при сближении сингулярностей T_{11} имеет отрицательный знак на оси симметрии системы, а при разбегании – положительный.

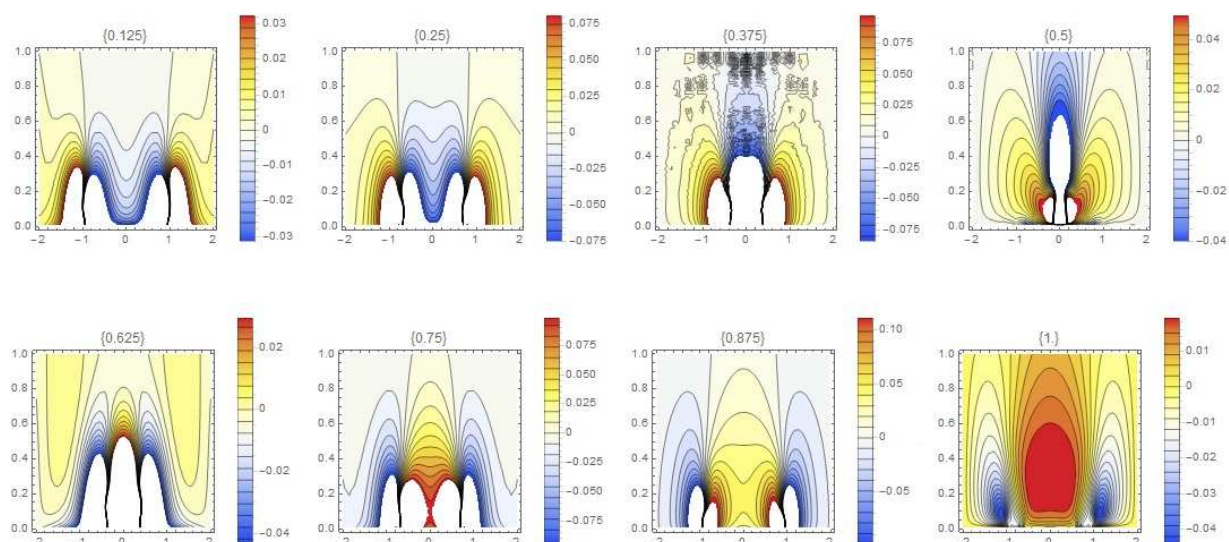


Рис. 6. Компонента тензора энергии-импульса T_{11} при столкновении сингулярностей в потоке Риччи по закону (22): значения параметра времени t указаны над рисунками.

На кривых, представленных на рис. 7, участки хаотического поведения T_{11} возникают еще до слияния сингулярностей. Таким образом, хаос является общим признаком всех типов рассмотренных движений (20)-(22). Кроме того, отметим, что для всех типов движения в системе возникают автоколебания – рис. 2, 3, 5, 7, по своей структуре похожие на гравитационные волны [11-13].

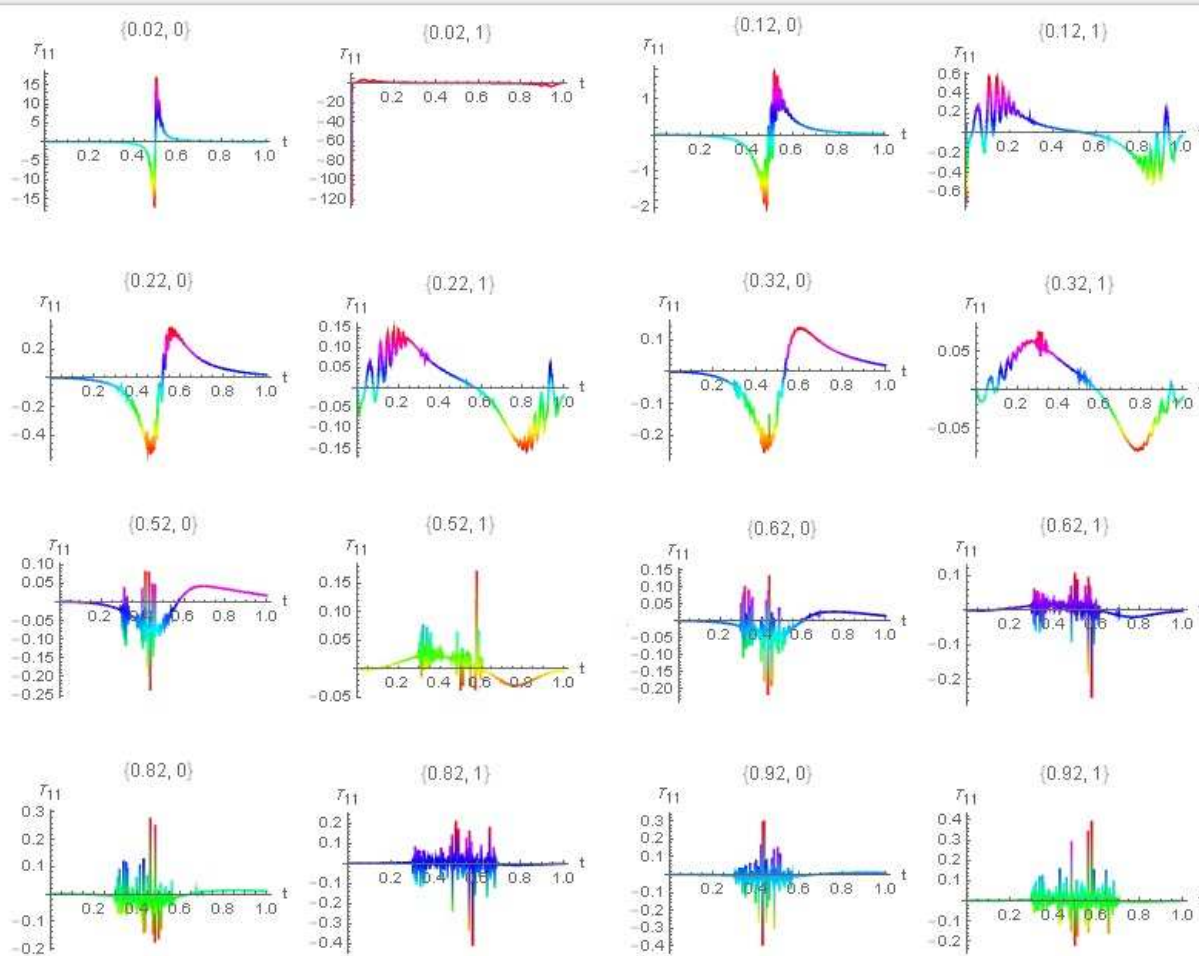


Рис. 7. Зависимости функции T_{11} от времени в различных точках $\{\rho, z\}$ (координаты точек указаны над рисунками) при столкновении сингулярностей в потоке Риччи по закону (22).

Происхождение барионной материи

Полученные выше результаты можно использовать для обоснования альтернативной модели расширяющейся Вселенной, которая находится не внутри, а снаружи черной дыры. Здесь под Вселенной следует понимать всю область, окружающую разбегающиеся частицы, представленные сингулярностями поля. Область с положительно определенной компонентой

тензора энергии-импульса между сингулярностями вблизи оси системы можно считать местом локализации нашей Метагалактики.

Как и в теории инфляции [37-41], основная стадия рождения барионной материи приходится на время возникновения хаоса в системе. Однако это не квантовый хаос, а результат столкновения сингулярностей в течении Риччи. В таком процессе, как следует из приведенных выше данных, происходит перемешивание материи с отрицательной и с положительной плотностью энергии. При этом более вероятно возникновение потенциалов с логарифмическими особенностями [42], из которых формируются элементарные частицы преоны, а затем кварки и лептоны [43].

Было показано [35-36], что в теории Эйнштейна материя с отрицательной плотностью энергии описывается уравнением типа Шредингера, а материя с положительной плотностью энергии описывается уравнением типа диффузии. Таким образом, разделение на квантовые и классические системы возникает уже на стадии формирования барионной материи.

В рамках Стандартной модели за возникновение массы элементарных частиц отвечает бозон Хиггса [44-45]. В работе [43] развита теория происхождения массы векторных бозонов из электромагнитного поля, взаимодействующего с потоками преонов. Одним из аргументов в пользу указанного механизма возникновения массы может служить электромагнитное расщепление масс барионов, принадлежащих одному октету или декуплету, что нашло свое объяснение в модели кварков [46]. Не исключено, однако, что указанный выше механизм возникновения массы является универсальным, то есть масса элементарных частиц, атомов и молекул обусловлена наличием массивных скалярных и векторных частиц, возникших в результате взаимодействия электромагнитного поля с потоками

преонов на ранних стадиях формирования Вселенной. В таком случае массы скалярного и векторного бозона должны совпадать.

Действительно, масса скалярного бозона Хиггса составляет около 125 ГэВ, а векторные бозоны W^{\pm}, Z^0 обладают массой 80.403 ГэВ и 91.187 ГэВ соответственно. Расщепление в массах бозонов можно объяснить различием в их структуре.

Наконец, заметим, что рассмотренный выше механизм образования массы из гравитационного поля при столкновении сингулярностей в потоках Риччи обобщается на произвольное число сингулярностей путем увеличения их числа на оси и задания движения перпендикулярно оси симметрии системы [23]. Однако рассмотрение этой задачи выходит за рамки настоящей работы.

Библиографический список

1. Kaufmann W. Die magnetische und elektrische Ablenkbarkeit der Bequerelstrahlen und die scheinbare Masse der Elektronen// Göttinger Nachrichten (2): 143–168, 1901; Kaufmann, W. Über die Konstitution des Elektrons// Annalen der Physik 19: 487–553, 1906.
2. Abraham Max. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// Annalen der Physik 315 (1): 105–179, 1903.
3. Lorentz, Hendrik Antoon. The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat; a course of lectures delivered in Columbia University, New York, in March and April 1906, New York, [NY.]: Columbia University Press.
4. Einstein A. Spielen die Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?// Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1919, T. 1, 349—356.
5. Einstein A., Infeld L., Hoffmann B. Gravitational Equations and Problems of Motion//Ann. Math., 39, 65-100, 1938.
6. Einstein A., Infeld L. Gravitational Equations and Problems of Motion II//Ann. Math., 41, 455-564, 1940.
7. Einstein A., Infeld L. On the Motion of Particles in General Relativity Theory// Canad. J. Math., 1, 209—241, 1949.
8. Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 189–196 (1916); On the Gravitational Field of a

Mass Point according to Einstein's Theory//arXiv: physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 May 1999.

9. Трунев А.П. Столкновение частиц в потоках Риччи/ А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №07(121).

10. Трунев А.П. Гравитационные волны в потоках Риччи при слиянии сингулярностей/ А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №07(121).

11. Abbott B.P. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger// Phys. Rev. Let., PRL 116, 061102, 12 Feb., 2016.

12. Abbott B.P. et al. Properties of the binary black hole merger GW150914/The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, 11 Feb 2016; arXiv:1602.03840.

13. Abbott B.P. et al. The basic physics of the binary black hole merger GW150914/The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, Aug 5 2016; arXiv:1608.01940.

14. Silberstein L. Two-Centers Solution of the Gravitational Field Equations, and the Need for a Reformed Theory of Matter//Phys. Rev. 49, 268, 1936.

15. Einstein A., Rosen N. Two-Body Problem in General Relativity Theory//Phys. Rev. 49, 404 – Published 1 March 1936.

16. Hans Stephani, Dietrich Kramer, Malcolm MacCallum, Cornelius Hoenselaers, Eduard Herltet. Exact Solutions to Einstein's Field Equations. Second Edition. Cambridge University Press. ISBN 0-521-46136-7, 2003.

17. Трунев А.П. Динамика релятивистских частиц в метрике галактик / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №02(116). С. 1619 – 1641. – IDA [article ID]: 1161602101. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/101.pdf>.

18. Synge J.L. Relativity: the General Theory. - Amsterdam, 1960.

19. Petrov A.Z. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.

20. Landau L.D., Lifshitz E.M. The Classical Theory of Fields. Vol. 2 (3rd ed.). Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1, 1971.

21. Пуанкаре А. Лекции по небесной механике. – М., Наука, 1965.

22. Szebehely V. Theory of Orbits: Restricted Problem of Three Bodies. – Academic Press, NY, 1967.

23. Трунев А.П. Ограниченная задача многих тел в потоках Риччи в общей теории относительности/ А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №08(122).

24. Трунев А.П. Общая теория относительности и метрика галактик / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10(094). С. 360 – 384. – IDA [article ID]: 0941310027. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/27.pdf>

25. Hamilton R.S. Three manifolds with positive Ricci curvature// Jour. Diff. Geom. 17, 255-306, 1982.

26. Hamilton R.S. Four manifolds with positive curvature operator. *Jour. Diff. Geom.* 24, 153-179, 1986.
27. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces// *Contemp. Math.* 71, 237-261, 1988.
28. Hamilton R.S. The Harnack estimate for the Ricci flow// *Jour. Diff. Geom.* 37, 225-243, 1993.
29. Hamilton R.S. A compactness property for solutions of the Ricci flow// *Amer. Jour. Math.* 117, 545-572, 1995.
30. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications// *arXiv:math/0211159*, 11 Nov 2002.
31. Perelman G. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds// *arXiv:math/0307245*, 17 Jul 2003.
32. Perelman G. Ricci flow with surgery on three-manifolds// *arXiv:math/0303109*, 10 Mar 2003.
33. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №05(099). С. 1003 – 1023. – IDA [article ID]: 0991405069. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/69.pdf>
34. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.
35. Weinberg S. *The First Three Minutes: A Modern View of the Origin of the Universe* - 2nd edition, Basic Books, 1993.
36. Fulvio Melia, Majd Abdelqader. The Cosmological Spacetime// *arXiv:0907.5394 v.1*, July 30, 2009.
37. Linde A. Inflationary cosmology after Planck 2013// *arXiv:1402.0526*, 2014.
38. Starobinsky A. A. Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations// *Physics Letters B.* 117 (3–4): 175–8, 1982.
39. Guth A.H. Fluctuations in the new inflationary universe// *Physical Review Letters.* 49 (15): 1110–3, 1982.
40. Linde A. D. Chaotic inflation// *Physics Letters B.* 129 (3): 171–81, 1983.
41. Vilenkin A. The birth of inflationary universes// *Physical Review D.* 27 (12), 1983.
42. Трунев А.П. Динамика частиц в метрике с логарифмическим потенциалом / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №06(120). С. 1067 – 1092. – IDA [article ID]: 1201606070. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/06/pdf/70.pdf>
43. Трунев А.П. О происхождении инертной массы наблюдаемой материи / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 754 – 776. – IDA [article ID]: 0901306050. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/50.pdf>
44. Higgs P. W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields // *Phys. Lett.* — 1964. — Vol. 12. — P. 132—133.
45. Higgs P. W. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // *Phys. Rev. Lett.* — 1964. — Vol. 13. — P. 508—509.
46. Feynman R.P. *Photon-Hadron Interactions.* – W.A. Benjamin Inc., Massachusetts, 1972.

References

1. Kaufmann W. Die magnetische und elektrische Ablenkbarkeit der Bequerelstrahlen und die scheinbare Masse der Elektronen// Göttinger Nachrichten (2): 143–168, 1901; Kaufmann, W. Über die Konstitution des Elektrons// Annalen der Physik 19: 487–553, 1906.
2. Abraham Max. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// Annalen der Physik 315 (1): 105–179, 1903.
3. Lorentz, Hendrik Antoon. The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat; a course of lectures delivered in Columbia University, New York, in March and April 1906, New York, [NY.]: Columbia University Press.
4. Einstein A. Spielen die Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?// Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1919, T. 1, 349—356.
5. Einstein A., Infeld L., Hoffmann B. Gravitational Equations and Problems of Motion//Ann. Math., 39, 65-100, 1938.
6. Einstein A., Infeld L. Gravitational Equations and Problems of Motion II//Ann. Math., 41, 455-564, 1940.
7. Einstein A., Infeld L. On the Motion of Particles in General Relativity Theory// Canad. J. Math., 1, 209—241, 1949.
8. Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 189–196 (1916); On the Gravitational Field of a Mass Point according to Einstein's Theory//arXiv: physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 May 1999.
9. Trunев A.P. Stolknovenie chastic v potokah Richchi/ A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №07(121).
10. Trunев A.P. Gravitacionnye volny v potokah Richchi pri slijanii singuljarnostej/ A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №07(121).
11. Abbott B.P. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger// Phys. Rev. Let., PRL 116, 061102, 12 Feb., 2016.
12. Abbott B.P. et al. Properties of the binary black hole merger GW150914/The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, 11 Feb 2016; arXiv:1602.03840.
13. Abbott B.P. et al. The basic physics of the binary black hole merger GW150914/The LIGO Scientific Collaboration and The Virgo Collaboration, Aug 5 2016; arXiv:1608.01940.
14. Silberstein L. Two-Centers Solution of the Gravitational Field Equations, and the Need for a Reformed Theory of Matter//Phys. Rev. 49, 268, 1936.
15. Einstein A., Rosen N. Two-Body Problem in General Relativity Theory//Phys. Rev. 49, 404 – Published 1 March 1936.
16. Hans Stephani, Dietrich Kramer, Malcolm MacCallum, Cornelius Hoenselaers, Eduard Herltet. Exact Solutions to Einstein's Field Equations. Second Edition. Cambridge University Press. ISBN 0-521-46136-7, 2003.
17. Trunев A.P. Dinamika reljativistskih chastic v metrike galaktik / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar:

KubGAU, 2016. – №02(116). S. 1619 – 1641. – IDA [article ID]: 1161602101. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/101.pdf>.

18. Sygne J.L. *Relativity: the General Theory*. - Amsterdam, 1960.
19. Petrov A.Z. *New methods in general relativity*. - Moscow: Nauka, 1966.
20. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Vol. 2 (3rd ed.). Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1, 1971.
21. Puankare A. *Lekcii po nebesnoj mehanike*. – M., Nauka, 1965.
22. Szebehely V. *Theory of Orbits: Restricted Problem of Three Bodies*. – Academic Press, NY, 1967.
23. Trunev A.P. Ogranichennaja zadacha mnogih tel v potokah Richchi v obshej teorii otnositel'nosti/ A.P. Trunev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №08(122).
24. Trunev A.P. Obshhaja teorija otnositel'nosti i metrika galaktik / A.P. Trunev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №10(094). S. 360 – 384. – IDA [article ID]: 0941310027. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/27.pdf>
25. Hamilton R.S. Three manifolds with positive Ricci curvature// *Jour. Diff. Geom.* 17, 255-306, 1982.
26. Hamilton R.S. Four manifolds with positive curvature operator. *Jour. Diff. Geom.* 24, 153-179, 1986.
27. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces// *Contemp. Math.* 71, 237-261, 1988.
28. Hamilton R.S. The Harnack estimate for the Ricci flow// *Jour. Diff. Geom.* 37, 225-243, 1993.
29. Hamilton R.S. A compactness property for solutions of the Ricci flow// *Amer. Jour. Math.* 117, 545-572, 1995.
30. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications// [arXiv:math/0211159](http://arxiv.org/abs/math/0211159), 11 Nov 2002.
31. Perelman G. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds// [arXiv:math/0307245](http://arxiv.org/abs/math/0307245), 17 Jul 2003.
32. Perelman G. Ricci flow with surgery on three-manifolds// [arXiv:math/0303109](http://arxiv.org/abs/math/0303109), 10 Mar 2003.
33. Trunev A.P. Geometricheskaja turbulentnost' / A.P. Trunev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №05(099). S. 1003 – 1023. – IDA [article ID]: 0991405069. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/69.pdf>
34. Trunev A.P. *Geometricheskaja turbulentnost' i kvantovaja teorija*. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 s.
35. Weinberg S. *The First Three Minutes: A Modern View of the Origin of the Universe* - 2nd edition, Basic Books, 1993.
36. Fulvio Melia, Majd Abdelqader. The Cosmological Spacetime// [arXiv:0907.5394](http://arxiv.org/abs/0907.5394) v.1, July 30, 2009.
37. Linde A. Inflationary cosmology after Planck 2013// [arXiv:1402.0526](http://arxiv.org/abs/1402.0526), 2014.
38. Starobinsky A. A. Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations// *Physics Letters B.* 117 (3–4): 175–8, 1982.

39. Guth A.H. Fluctuations in the new inflationary universe// *Physical Review Letters*. 49 (15): 1110–3, 1982.
40. Linde A. D. Chaotic inflation// *Physics Letters B*. 129 (3): 171–81, 1983.
41. Vilenkin A. The birth of inflationary universes// *Physical Review D*. 27 (12), 1983.
42. Trunev A.P. Dinamika chastic v metrike s logarifmicheskim potencialom / A.P. Trunev // *Politematicheskij setevoy jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]*. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №06(120). S. 1067 – 1092. – IDA [article ID]: 1201606070. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/06/pdf/70.pdf>
43. Trunev A.P. O proishozhdenii inertnoj massy nabljudaevoj materii / A.P. Trunev // *Politematicheskij setevoy jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]*. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №06(090). S. 754 – 776. – IDA [article ID]: 0901306050. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/50.pdf>
44. Higgs P. W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields // *Phys. Lett.* — 1964. — Vol. 12. — P. 132—133.
45. Higgs P. W. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // *Phys. Rev. Lett.* — 1964. — Vol. 13. — P. 508—509.
46. Feynman R.P. *Photon-Hadron Interactions*. – W.A. Benjamin Inc., Massachusetts, 1972.