

УДК 515.1+530.1

UDC 515.1+530.1

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and mathematics

**ДИНАМИКА ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И
СМЕНА ПОЛЯРНОСТИ В МОДЕЛИ
САТЕЛЛИТОВ****DYNAMICS OF THE GEOMAGNETIC FIELD
AND REVERSALS IN THE SATELLITE MODEL**

Трунев Александр Петрович

Alexander Trunev

к.ф.-м.н., Ph.D., директор

Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D., C.E.O.

Scopus Author ID: 6603801161

Scopus Author ID: 6603801161

SPIN-код автора: 4945-6530

*A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada**A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В работе рассматривается проблема смены полярности геомагнитного поля в модели спутников. Предполагается, что центральное ядро земли намагничено и окружено некоторым числом спутников, каждый из которых обладает магнитным моментом. Спутники взаимодействуют с центральным ядром и между собой посредством гравитации и через магнитное поле. Показано, что в такой системе спутники распределяются на орбитах вокруг центрального ядра. Отсюда выводятся две модели, в одной из которых спутники на внешней орбите взаимодействуют между собой и с центральным телом – ядром и спутниками, расположенными на внутренней орбите. Центральное тело может совершать внезапные перевороты при падении на ядро одного или нескольких спутников, что приводит к возбуждению колебаний в системе спутников, расположенных на внешней орбите. Показано, что длительность фазы с постоянной полярностью и время переворота зависят от возмущения величины момента и асимметрии ядра. Вторая модель содержит две подсистемы магнитов и центральное ядро. Быстрое изменение полярности геомагнитного поля, обнаруженное на основе палеомагнитных данных, моделируется в теории Эйлера, описывающей вращение твердого тела. В этой модели существуют режимы с быстрым переворотом тела при сохранении момента импульса. Если тело обладает магнитным моментом, то при перевороте происходит изменение полярности магнитного поля. Это приводит к возбуждению колебаний в подсистемах спутников, находящихся на внутренней и внешней орбитах. Путем численного моделирования динамики системы состоящей из ядра и 10-13 спутников, определены периоды постоянной полярности магнитного поля

The article deals with the problem of changing the polarity of the geomagnetic field in the satellite model. It is assumed that the central core of the earth magnetized and surrounded by a number of satellites, each of which has a magnetic moment. Satellites interact with a central core and one another by means of gravity and through a magnetic field. It is shown that satellites distributed in orbit around a central core in such a system. It displays two models, one of which on the outer orbit satellites interact with each other and with a central body - the core and satellites, located on the inner orbit. The central body can make sudden upheavals in the fall at the core of one or more satellites, which leads to the excitation of vibrations in the satellite system, located on the outer orbit. It is shown that the duration of phase with constant polarity and upheaval time depends on the magnitude of the disturbance torque and core asymmetry. The second model contains two magnets subsystems and the central core. The rapid change of the geomagnetic field polarity detected on the basis of paleomagnetic data is modeled based on the Euler theory describing the rigid body rotation. In this model, there are modes with a quick flip of the body while maintaining the angular momentum. If the body has a magnetic moment, when there is a change coup magnetic field polarity. This leads to the excitation of vibrations in the satellite subsystems that are on the inner and outer orbits. Numerical simulation of the dynamics of the system consisting of the core and 10-13 satellites was run to determine the period of constant polarity magnetic field

Ключевые слова: ГЕОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ,
СМЕНА ПОЛЯРНОСТИ, ЧИСЛЕННОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Keywords: GEOMAGNETIC FIELD, POLARITY
REVERSALS, NUMERICAL SIMULATION

Doi: 10.21515/1990-4665-121-132

Введение

Как известно, многократная смена полярности геомагнитного поля, обнаруженная на основе палеомагнитных данных, получила объяснение в теории турбулентного динамо [1-6]. Тем не менее, существует множество альтернативных теорий [7-10], объясняющих как происхождение магнитного поля звезд и планет [7,10], так и большое расхождение между теорией динамо и данными о времени полного переворота [8-10]. Действительно, в теории динамо предполагается, что магнитное поле обеспечивается токами в подвижной проводящей среде, но такая система обладает заметной инерцией, что приводит к длительному, растянутому на десятки тысяч лет процессу распада и образования нового поля [8]. С другой стороны, палеомагнитные данные свидетельствуют о быстрой смене полярности и о большой скорости смещения магнитных полюсов порядка 6 градусов в день [11-12].

В этой связи отметим, что Эйнштейн выражал сомнение в том, что геомагнитное поле обусловлено электрическими токами, протекающими в недрах планеты [7]. Он писал по этому поводу следующее: «Земля и Солнце обладают магнитными полями, ориентации и полярности которых приближенно определяются направлением вращения этих небесных тел. Согласно теории Максвелла, эти поля могли бы возникнуть благодаря электрическим токам, текущим вокруг осей вращения небесных тел противоположно вращению. Солнечные пятна, которые с хорошим приближением можно считать вихрями, также обладают аналогичными очень сильными полями. Однако едва ли можно думать, что во всех этих случаях действительно существуют электрические токи проводимости или конвекционные токи достаточной силы. Скорее похоже на то, как будто магнитные поля возникают при вращательном движении нейтральных масс. Подобное порождение полей не могут предсказать ни теория

Максвелла в ее первоначальном виде, ни теория Максвелла, обобщенная в смысле общей теории относительности. Здесь природа указывает нам, по-видимому, фундаментальную, пока еще не объясненную теорией закономерность» [7].

В работе [10] быстрое изменение полярности геомагнитного поля, обнаруженное на основе палеомагнитных данных, моделируется на основе теории Эйлера, описывающей вращение твердого тела. В этой модели существуют режимы с быстрым переворотом тела при сохранении момента импульса. Если тело обладает магнитным моментом, то при таком перевороте происходит изменение полярности магнитного поля.

В настоящей работе представлена модель системы спутников, взаимодействующих с ядром. Предполагается, что центральное ядро земли намагничено и окружено некоторым числом спутников, каждый из которых обладает магнитным моментом. Спутники взаимодействуют с центральным ядром и между собой посредством гравитации и через магнитное поле.

Путем численного моделирования установлено, что в такой системе спутники распределяются на орбитах вокруг центрального ядра. Отсюда выводятся две модели, в одной из которых спутники на внешней орбите взаимодействуют между собой и с центральным телом – ядром и спутниками, расположенными на внутренней орбите. Центральное тело может совершать внезапные перевороты при падении на ядро одного или нескольких спутников, что приводит к возбуждению колебаний в системе спутников, расположенных на внешней орбите. Показано, что длительность фазы с постоянной полярностью и время переворота зависят от возмущения величины момента и асимметрии ядра.

Вторая модель содержит две подсистемы магнитов и центральное ядро. Быстрое изменение полярности геомагнитного поля, обнаруженное на основе палеомагнитных данных, моделируется на основе теории

Эйлера, описывающей вращение твердого тела. В этой модели существуют режимы с быстрым переворотом тела при сохранении момента импульса. Если тело обладает магнитным моментом, то при перевороте происходит изменение полярности магнитного поля. Это приводит к возбуждению колебаний в подсистемах спутников, находящихся на внутренней и внешней орбитах. Путем численного моделирования динамики системы состоящей из ядра и 12 спутников, определены периоды постоянной полярности магнитного поля.

Динамика ядра планеты в модели Эйлера

Рассмотрим вращение твердого тела, для описания которого используем три угла Эйлера. Соответствующая система уравнений имеет вид [13-14]

$$\begin{aligned}
 \Omega_1 &= (\sin \beta \sin \gamma) d\alpha / dt + \cos \gamma d\beta / dt, \\
 \Omega_2 &= (\sin \beta \cos \gamma) d\alpha / dt - \sin \gamma d\beta / dt, \\
 \Omega_3 &= \cos \beta d\alpha / dt + d\gamma / dt, \\
 I_1 d\Omega_1 / dt + (I_3 - I_2) \Omega_2 \Omega_3 &= K_1, \\
 I_2 d\Omega_2 / dt + (I_1 - I_3) \Omega_1 \Omega_3 &= K_2, \\
 I_3 d\Omega_3 / dt + (I_2 - I_1) \Omega_2 \Omega_1 &= K_3.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь I_j, K_j – главные моменты инерции и компоненты момента сил соответственно. Если все три момента инерции твердого тела различаются между собой так, что $I_1 < I_2 < I_3$, то при вращении вокруг оси с главным моментом инерции I_2 возможным является переворот тела с сохранением момента импульса – рис. 1.

Заметим, что этот эффект был зарегистрирован в 1985 летчиком-космонавтом В.А. Джанибековым при откручивании крепежных гаек на борту орбитальной станции «Салют-7». Тем не менее, в механике этот эффект известен как «эффект теннисной ракетки» [15-16], так как его легко можно демонстрировать подбрасывая соответствующим образом теннисную ракетку [16].

Если твердое тело обладает магнитным полем с магнитным моментом, ориентированным параллельно вектору механического момента, то при перевороте тела вектор механического момента не меняется, тогда, как вектор магнитного момента переворачивается вместе с телом – рис. 1. Мы, таким образом, получаем объяснение смены полярности магнитного поля [10], не связанное с теорией динамо [1-6].

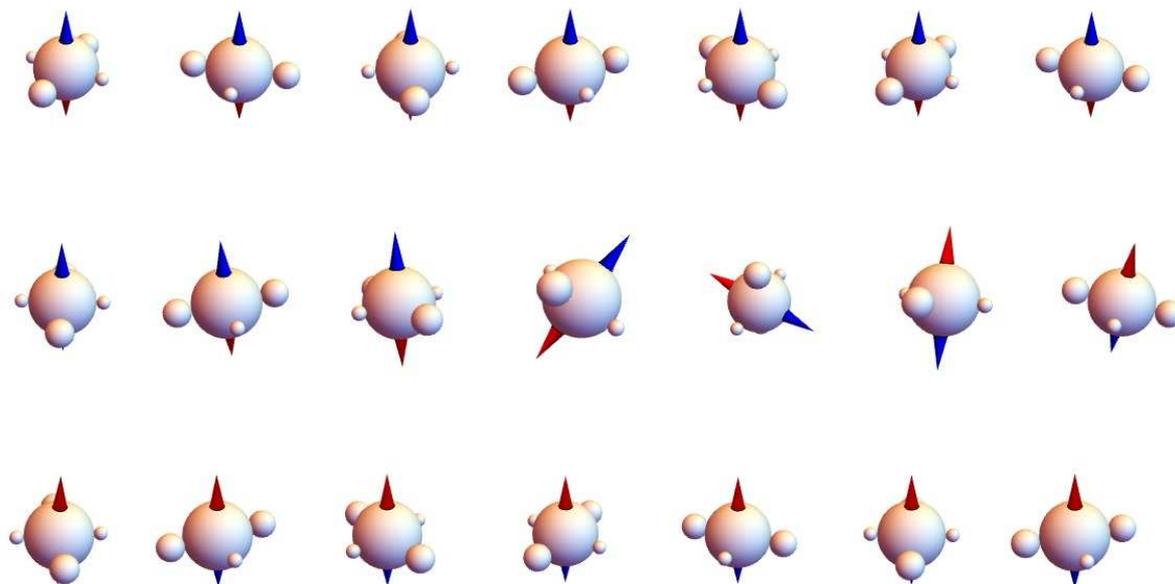


Рис. 1. Переворот ядра планеты при вращении вокруг оси со средним главным моментом инерции: синим и красным конусом обозначены магнитные полюсы; спутники представлены сферами меньшего диаметра.

Для нахождения параметров движения при перевороте можно использовать аналитическую модель, описывающую свободное вращение асимметрического волчка [13]:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \sqrt{\frac{2EI_3 - M^2}{I_1(I_3 - I_1)}} \operatorname{cn}(\tau, k), \quad \Omega_2 = \sqrt{\frac{2EI_3 - M^2}{I_2(I_3 - I_2)}} \operatorname{sn}(\tau, k) \\ \Omega_3 &= \sqrt{\frac{-2EI_1 + M^2}{I_3(I_3 - I_1)}} \operatorname{dn}(\tau, k), \quad \tau = t \sqrt{\frac{(I_3 - I_2)(M^2 - 2EI_1)}{I_1 I_2 I_3}} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь обозначено: E, M^2 - энергия и квадрат механического момента;
 $\text{sn}(\tau, k), \text{cn}(\tau, k) = \sqrt{1 - \text{sn}^2(\tau, k)}, \text{dn}(\tau, k) = \sqrt{1 - k^2 \text{sn}^2(\tau, k)}$ - эллиптические функции

$$\text{Якоби; } k^2 = \frac{(I_2 - I_1)(2EI_3 - M^2)}{(I_3 - I_2)(M^2 - 2EI_1)}.$$

Динамика системы (2) определяется двумя параметрами – периодом и временем переворота, которые связаны между собой соотношением

$$T = 4K(k) \sqrt{\frac{I_1 I_2 I_3}{(I_3 - I_2)(M^2 - 2EI_1)}}, T/T_R \approx 2K(k), \text{ где } K - \text{полный эллиптический}$$

интеграл первого рода.

Применяя эту модель к земному ядру можно определить период и время переворота ядра по данным об изменении полярности магнитного поля и по существующим оценкам времени смены полюсов. Однако палеомагнитные данные [17] свидетельствуют, что изменение полярности происходило нерегулярно в последние 14 миллионов лет, со средним периодом около 343 тысячи лет.

В природе, очевидно, существует механизм, обеспечивающий быструю смену полюсов геомагнитного поля. Таким механизмом может быть, например падение на центральное ядро одного или нескольких спутников, а также взаимодействие центрального ядра с мантией и литосферой.

При падении спутников на ядро момент инерции ядра внезапно изменяется, в результате чего время переворота сокращается на порядки. После переворота часть спутников срывается с ядра, момент инерции принимает новое значение и цикл повторяется – рис. 1-2.

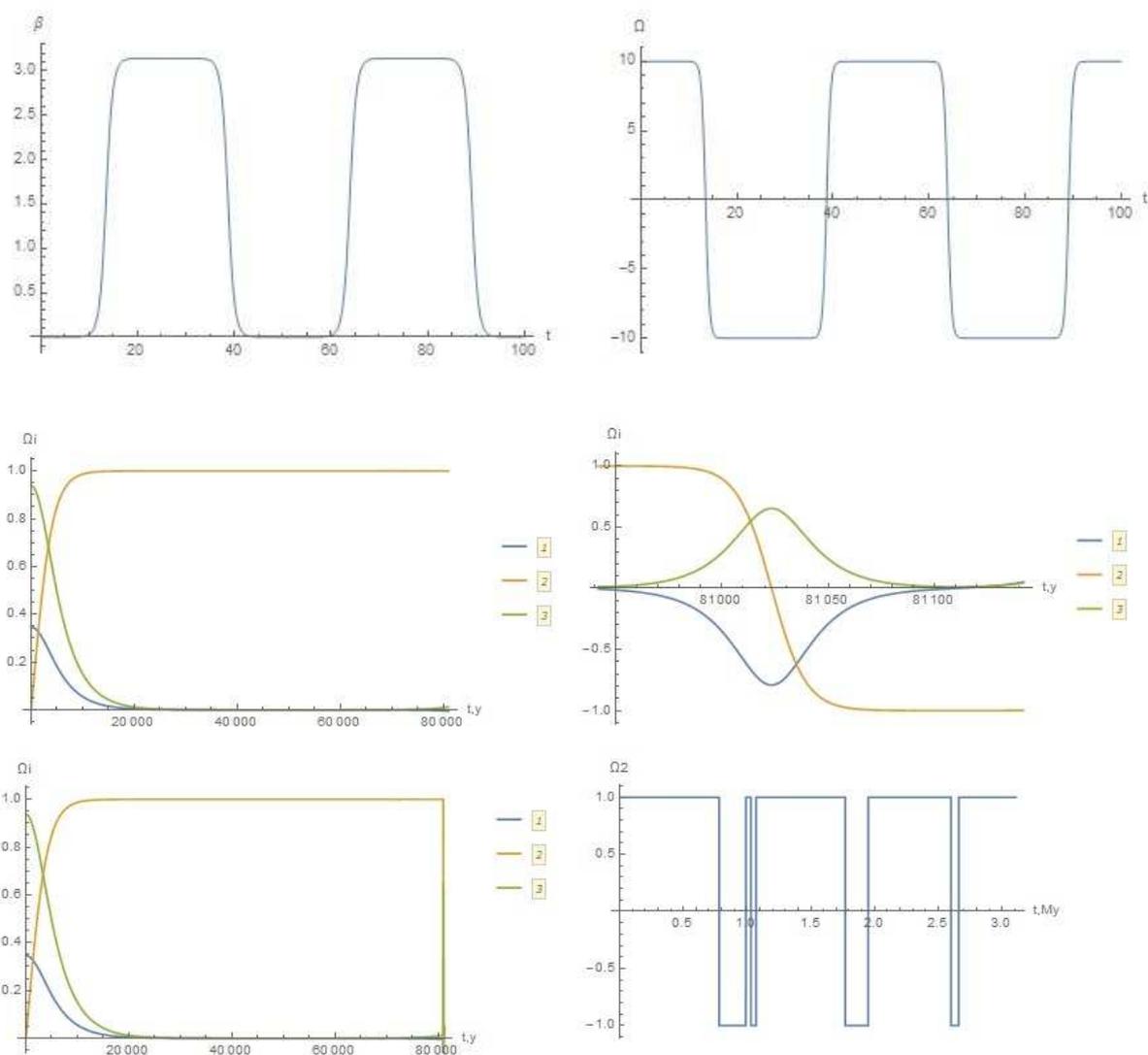


Рис. 2. Изменение угла и угловой скорости в модели Эйлера: сверху – типичный режим колебаний угла и угловой скорости при переворотах; средний рисунок слева - обычный режим вращения с периодом 100787 лет, справа – резкое изменение периода до 150 лет; внизу, слева – результирующий профиль с резким изменением угловой скорости за время около 10 лет, справа – реставрация профиля угловой скорости вращения ядра с использованием палеомагнитных данных [17].

В описанном механизме присутствует элемент случайности, связанный со случайным изменением массы ядра. Отметим, что величина эффекта зависит от числа спутников и их массы. Заметный эффект

наблюдается уже при изменении радиуса центрального ядра на 1%, что равносильно изменению его массы приблизительно на 2%, т.е. общая масса спутников составляет приблизительно 1/50 часть массы центрального ядра.

Покажем, что быстрая смена полярности с отношением соотношением периода ко времени переворота $T/T_R \approx 10^4$ может быть обусловлена малым возмущением главных моментов инерции ядра. Действительно, учитывая начальные малые возмущения параметров угловой скорости, имеем

$$T_R \approx 2 \sqrt{\frac{I_1 I_2 I_3}{(I_3 - I_2)(M^2 - 2EI_1)}} \approx \frac{2}{\Omega_2} \sqrt{\frac{I_1 I_3}{(I_3 - I_2)(I_2 - I_1)}} \quad (3)$$

Замечая, что угловая скорость вращения ядра определяется полным оборотом земли за одни сутки, находим, что время реверса магнитного поля ядра определяется по уравнению (3) в сутках и зависит, в основном, от соотношения главных моментов инерции. Поскольку же выражение (3) содержит особенности, время переворота может изменяться от нескольких суток до бесконечности.

Динамика сателлитов

Эксперименты Майера [18-19] с плавающими магнитами, взаимодействующими с полем центрального магнита, показывают, что система, состоящая из большого числа магнитов, принимает оптимальную конфигурацию, зависящую от числа магнитов. Отметим, что Томсон [20] использовал экспериментальные результаты Майера для обоснования модели строения атома, однако результаты экспериментов [18-19], макроскопических по своей природе, можно применить и для объяснения динамики сателлитов.

Предположим, что в начальный момент все сателлиты находятся в плоскости земного экватора в контакте с ядром. Магнитные момент

сателлитов в начальном состоянии ориентированы параллельно магнитному моменту ядра. В последующие моменты времени спутники распределяются в объеме в плоскости экватора, принимая конфигурацию в зависимости от их числа – рис. 3-4.

Для совокупности магнитных диполей \mathbf{m}_i имеем гамильтониан взаимодействия

$$H = \sum_{i \neq j} \frac{(\mathbf{m}_i \mathbf{m}_j)}{r_{ij}^3} - \frac{3(\mathbf{m}_i \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{m}_j \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \quad (4)$$

Если все диполи ориентированы в одном направлении, то сила взаимодействия приводит к расталкиванию диполей, которое уравнивается силой гравитационного притяжения к центральному ядру. Таким образом, имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_i}{dt^2} + g_0 \frac{dx_i}{dt} &= -\frac{g_1 x_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{3/2}} + \frac{g_2 x_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{5/2}} + \sum_{i \neq j} \frac{g_{ij} (x_i - x_j)}{((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)^{5/2}} \\ \frac{d^2 y_i}{dt^2} + g_0 \frac{dy_i}{dt} &= -\frac{g_1 y_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{3/2}} + \frac{g_2 y_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{5/2}} + \sum_{i \neq j} \frac{g_{ij} (y_i - y_j)}{((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)^{5/2}} \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь параметры g_0, g_1, g_2, g_{ij} описывают вязкое трение, гравитационное притяжение к центральному ядру, магнитное взаимодействие с центральным ядром и сателлитами соответственно. На рис. 3-4 представлены результаты вычисления установившихся орбит 10, 11, 12 и 13 сателлитов в модели (5) при следующих значениях параметров:

$$g_0 = 0.505; g_1 = 0.75225; g_2 = 1.125; g_{ij} = 1 \quad (6)$$

Такой выбор параметров обусловлен необходимостью получения устойчивых конфигураций в модели (5) при достаточно сильном взаимодействии между сателлитами.

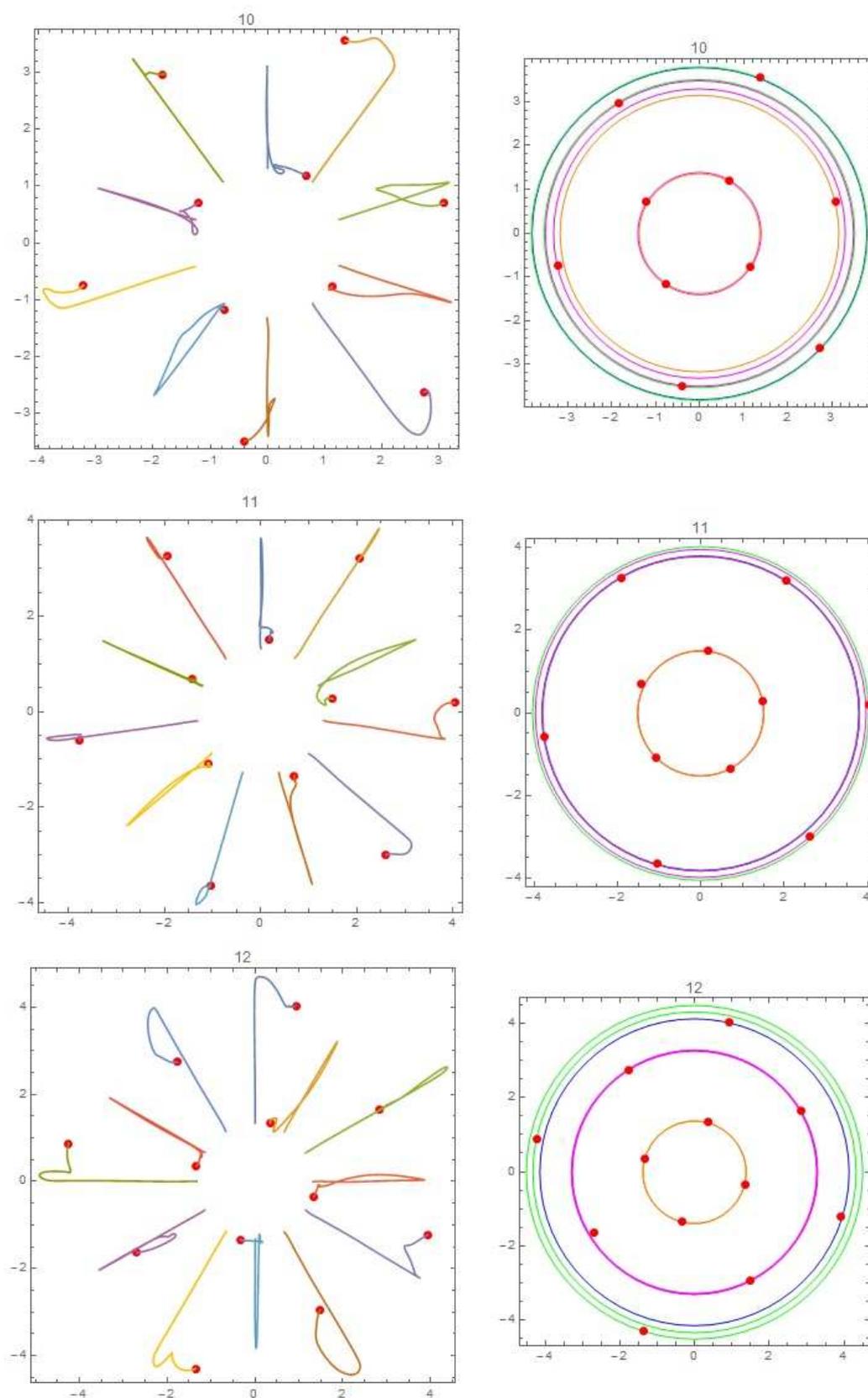


Рис. 3. Траектории движения и устойчивые конфигурации 10, 11 и 12 спутников: конечные состояния отмечены красными точками.

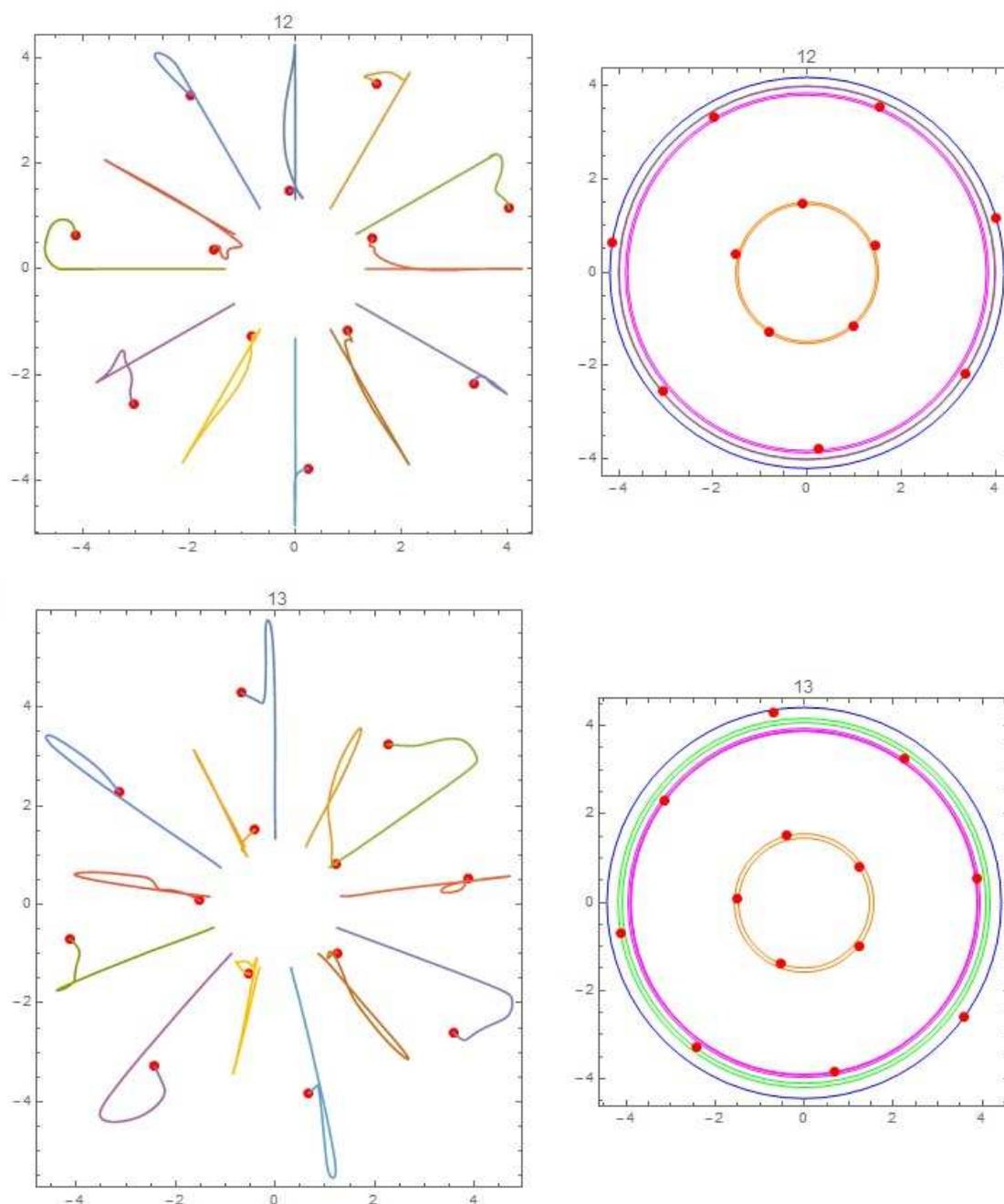


Рис. 4. Траектории движения и устойчивые конфигурации 12 и 13 спутников: конечные состояния отмечены красными точками.

Поскольку спутники находятся в магме, они могут обладать почти нейтральной плавучестью, что позволяет определить параметр гравитационного взаимодействия с центральным ядром в сравнении с

основным масштабом силы магнитного взаимодействия. Следует заметить, что силы, обусловленные вращением системы отсчета с периодом в одни сутки, составляют около 0.0015 по отношению к силам гравитационного притяжения, поэтому не учитываются в модели (5), не чувствительной к малым возмущениям параметров.

Из данных приведенных на рис. 3 следует, что спутники распределяются по орбитам в зависимости от их числа, что ранее было установлено в экспериментах с плавающими магнитами [18-19]. При этом часть спутников распределяется на орбите в непосредственной близости от центрального ядра. Так, например, если радиус центрального ядра равен 1221 км [21], то радиус первой орбиты для 12 спутников для данных на рис. 3 составит 1380 км, причем на первой орбите в этом случае находится 4 спутника. Остальные 8 спутников распределяются на внешних орбитах – рис. 3, поэтому их координаты могут быть использованы как начальные данные в модели [9].

Модель домино

Отметим, что для 12 спутников существует две устойчивые конфигурации с 4 и 5 спутниками на первой орбите – рис. 3, 4 соответственно. Будем предполагать, что спутники, находящиеся на внешних орбитах, могут совершать перевороты, обусловленные магнитным взаимодействием. Динамика переворотов описывается моделью [9], в которой центральное тело со спутниками на ближней орбите считается как одно твердое тело, совершающее перевороты согласно уравнениям Эйлера (1). Таким образом, имеем систему уравнений:

$$\frac{d^2\theta_i}{dt^2} + k_0 \frac{d\theta_i}{dt} = k_1 \sin 2\theta_i + k_2 [\sin(\theta_{i+1} - \theta_i) + \sin(\theta_{i-1} - \theta_i)] + k_3 \sin(\beta - \theta_i) \quad (7)$$

Здесь $\theta_i, i = 1, \dots, N$ - углы отклонения магнитных моментов спутников от оси вращения планеты; параметры k_0, k_1, k_2, k_3 описывают вязкое трение и спин-спиновое взаимодействие с механическим моментом планеты, с соседними спутниками на внешней орбите и с центральным телом соответственно. Угол $\beta = \beta(t)$ определяется путем решения системы уравнений (1). Поскольку спутники находятся на круговой орбите, для системы (7) используется условие периодичности.

Отметим существенное отличие модели (7) от модели домино [9], заключающееся в наличии взаимодействия с центральным ядром, которое в модели [9] заменяется случайной силой, действующей на каждый спутник. Согласно (7), переворот центрального ядра приводит к перевороту магнитных моментов спутников на внешней орбите, после чего система приходит в равновесие до следующего переворота – рис. 5. Перевороты центрального тела совершаются с сохранением механического момента, как показано на рис. 1.

Результаты моделирования динамики системы, состоящей из восьми спутников, находящихся на внешней орбите, приведены на рис. 5. Предполагается, что 4 спутника находится на внутренней орбите, следовательно, имеется всего 12 спутников. Определялись косинусы углов переворотов $m_i = \cos \theta_i$ и проекция среднего магнитного момента на ось вращения системы $M = \left(5 \cos \beta + \sum_i m_i \right) / 13$ со следующими параметрами и начальными данными:

$$k_0 = 0.15 \pm 0.5; k_1 = -1; k_2 = 2; k_3 = 1.23 \pm 0.03; \theta_i'(0) = 0., \theta_i(0) = RR \quad (8)$$

Здесь RR – случайные числа, лежащие в интервале $(0, \pi/4)$. Угол поворота центрального тела полагаем $\beta(t) = \pi[\text{sn}(t, k) + 1]/2$, с параметром $k = 0.9999999985$, что качественно соответствует поведению этой функции в модели (1) при перевороте тела – рис. 2.

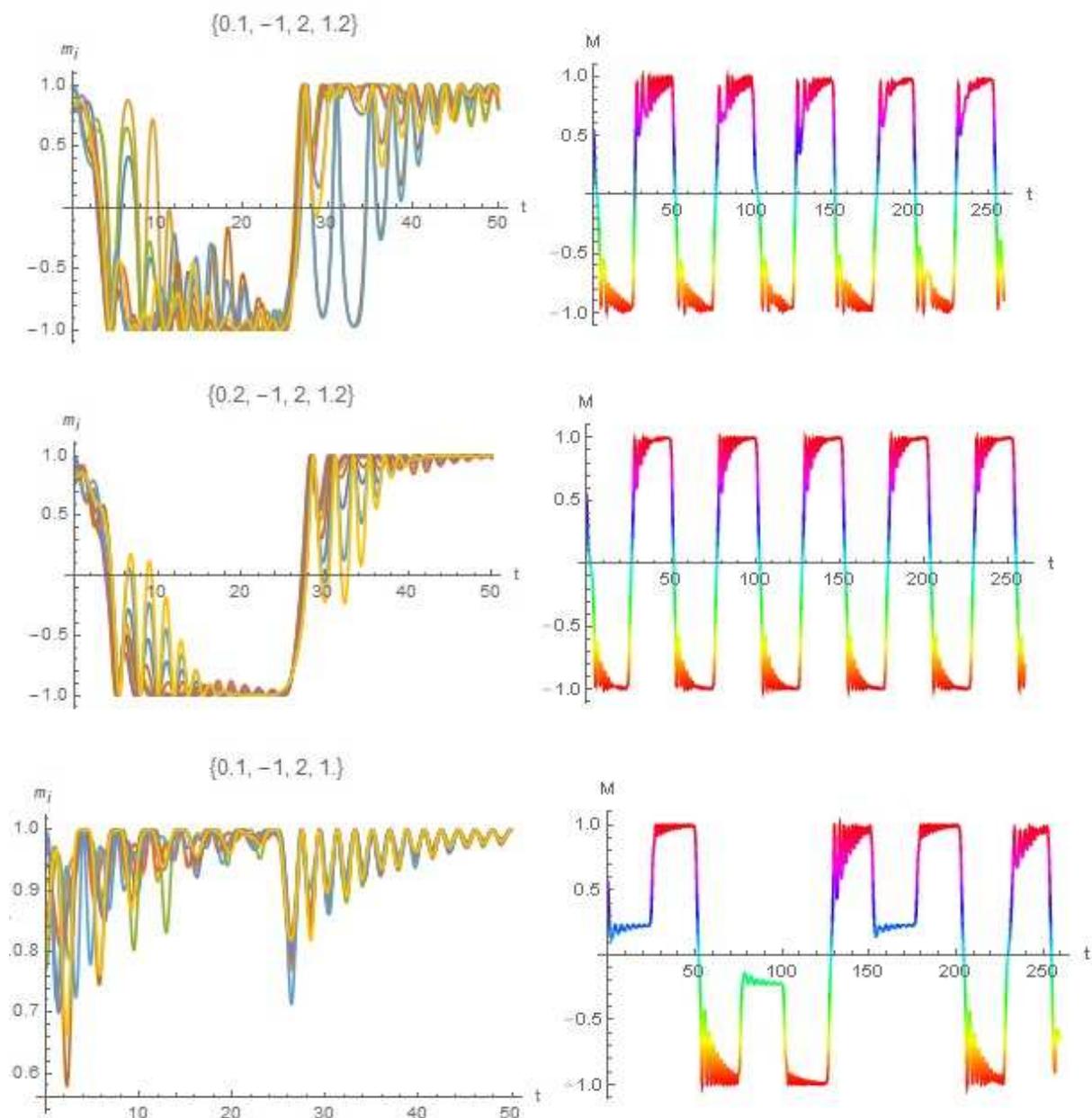


Рис. 5. Динамика проекций магнитных моментов спутников и суммарного момента на ось вращения системы: параметры модели (7) даны в верхней части рисунков в формате $\{k_0, k_1, k_2, k_3\}$.

Отметим, что существует критическое значение параметра k_3 , выше которого магнитные моменты спутников следуют за движением магнитного момента центрального тела - верхние рисунки 5. Однако при более низком значении этого параметра магнитные моменты спутников

сохраняют первоначальную ориентацию – нижние рис. 5. При уменьшении вязкости системы критическое значение параметра k_3 понижается.

Это означает, что если параметр k_3 будет изменяться динамически, например, из-за колебаний суммарного магнитного момента частиц на внутренней орбите, то в результате в системе могли бы возникать не затухающие автоколебания. Для проверки этой гипотезы была построена модель, состоящая из двух взаимодействующих подсистем магнитов, находящихся на внешней и внутренней орбите соответственно.

Предположим, что при перевороте ядра возбуждаются колебания в первой подсистеме, которые затем передаются второй подсистеме. Соответствующая система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_i}{dt^2} + k_0 \frac{d\theta_i}{dt} &= k_1 \sin 2\theta_i + k_2 [\sin(\theta_{i+1} - \theta_i) + \sin(\theta_{i-1} - \theta_i)] + k_{12} \sum_j \sin(\beta_j - \theta_i) \\ \frac{d^2\beta_j}{dt^2} + k_0 \frac{d\beta_j}{dt} &= k_1 \sin 2\beta_j + k_2 [\sin(\beta_{j+1} - \beta_j) + \sin(\beta_{j-1} - \beta_j)] - \\ &- k_{21} \sum_i \sin(\beta_j - \theta_i) + k_3 [\sin(\beta - \beta_j)] \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь индексы $i = 1, \dots, N_1, j = 1, \dots, N_2$ относятся к спутникам, находящимся на внешней и внутренней орбите соответственно, параметры k_{12}, k_{21} описывают взаимодействие двух магнитных подсистем. Поскольку спутники находятся на круговых орбитах, для системы (9) также используется условие периодичности.

На рис. 6 представлены данные моделирования проекции магнитного момента на ось вращения в системе 12 спутников с центральным ядром, совершающим перевороты согласно теории Эйлера – рис. 1. Спутники распределены в две подсистемы, содержащие 4 и 8 спутников соответственно – рис. 3. В расчетах по модели (9) были использованы следующие значения параметров:

$$k_0 = 0.1, k_1 = -1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_{12} = 1.5, k_{21} = 0.06.$$

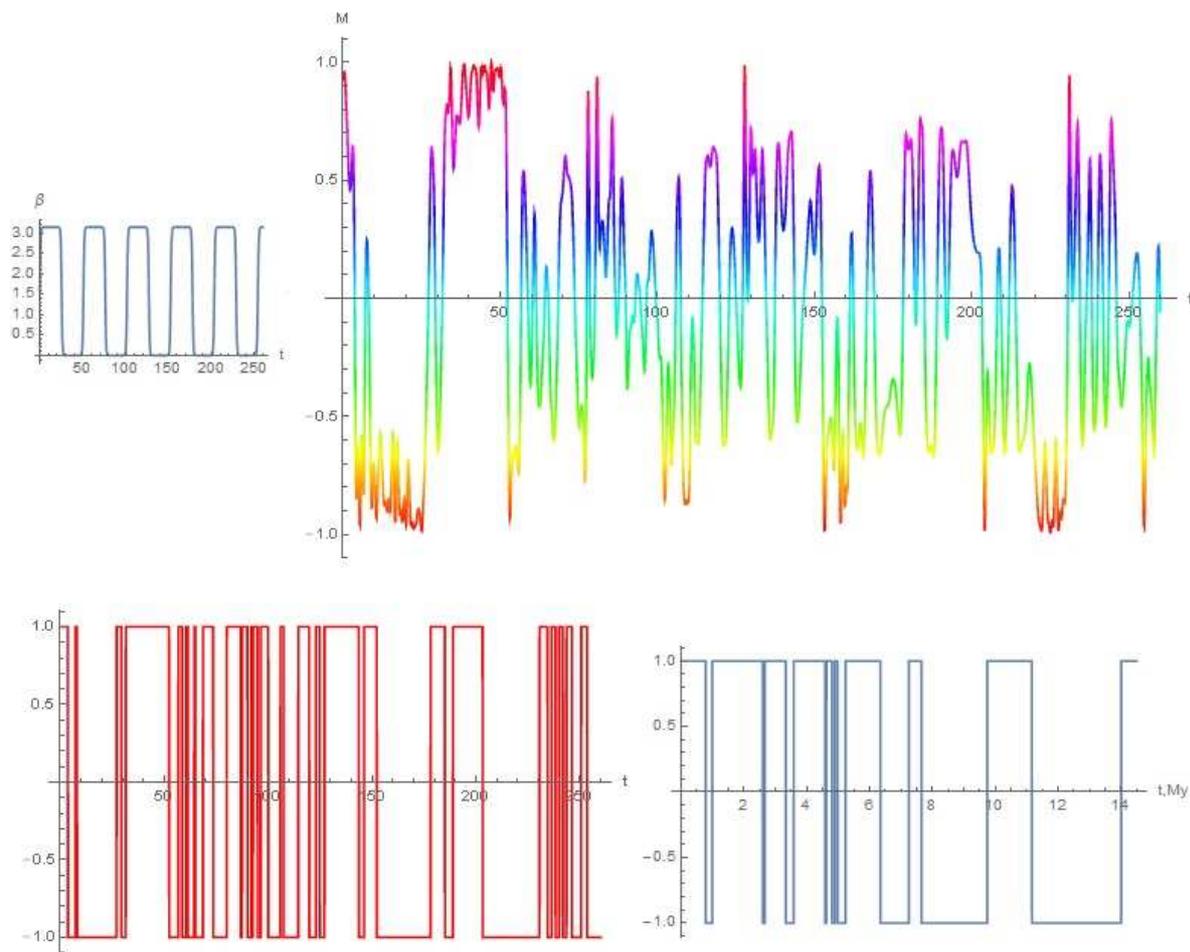


Рис. 6. Проекция среднего магнитного момента на ось вращения при возбуждении колебаний в системе из 12 спутников, распределенных в двух подсистемах из 4 и 8 магнитов соответственно. Внизу слева показано расчетное изменение полярности поля, справа – данные [17] по изменению полярности геомагнитного поля. Параметры модели (9): $k_0 = 0.1, k_1 = -1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_{12} = 1.5, k_{21} = 0.06$.

В этом случае в системе спутников возникают незатухающие колебания, которые описываются системой уравнений (9). Внизу слева показано, как меняется полярность магнитного поля на протяжении пяти периодов колебаний ядра в модели (9). Внизу справа представлены данные [17], описывающие изменение полярности геомагнитного поля на

протяжении 14 миллионов лет. Можно отметить качественное совпадение результатов расчетов по модели (9) с данными [17, 22-23].

В этой связи заметим, что в работе [9] были изучены свойства модели (7) при наличии внешней возбуждающей силы случайной природы, связанной с турбулентным динамо [1-3]. В этом случае система связанных спинов демонстрирует хаотическое поведение с изменением полярности, имитирующие природный процесс смены полярности геомагнитного поля. Аналогичное поведение было обнаружено у системы (9) при периодическом изменении угла отклонения магнитного момента центрального ядра от оси вращения планеты по закону, показанному на верхнем левом рис. 2, б.

Это означает, что введение сил случайной природы в модель (7) является излишним, так как естественное расширение этой модели до системы уравнений (9) позволяет имитировать хаотическое поведение при периодическом возбуждении. Как известно, в теории турбулентного динамо [1-3] генерация магнитного поля осуществляется за счет энергии вращения планеты. При этом в каждый период смены полюсов магнитное поле сначала исчезает, а потом снова воссоздается [5-6]. В модели (9) отражен один из возможных механизмов смены полярности на основе системы постоянных магнитов. Вопрос о происхождении магнитного поля спутников и ядра в такой постановке не рассматривается.

Были изучены все варианты распределения спутников, представленные на рис. 3-4 с заданными параметрами модели (9) $k_0 = 0.1, k_1 = -1, k_2 = 2, k_3 = 4, k_{12} = 1.5, k_{21} = 0.06$. Результаты моделирования приведены на рис. 7. Число спутников на орбитах указано над рисунками.

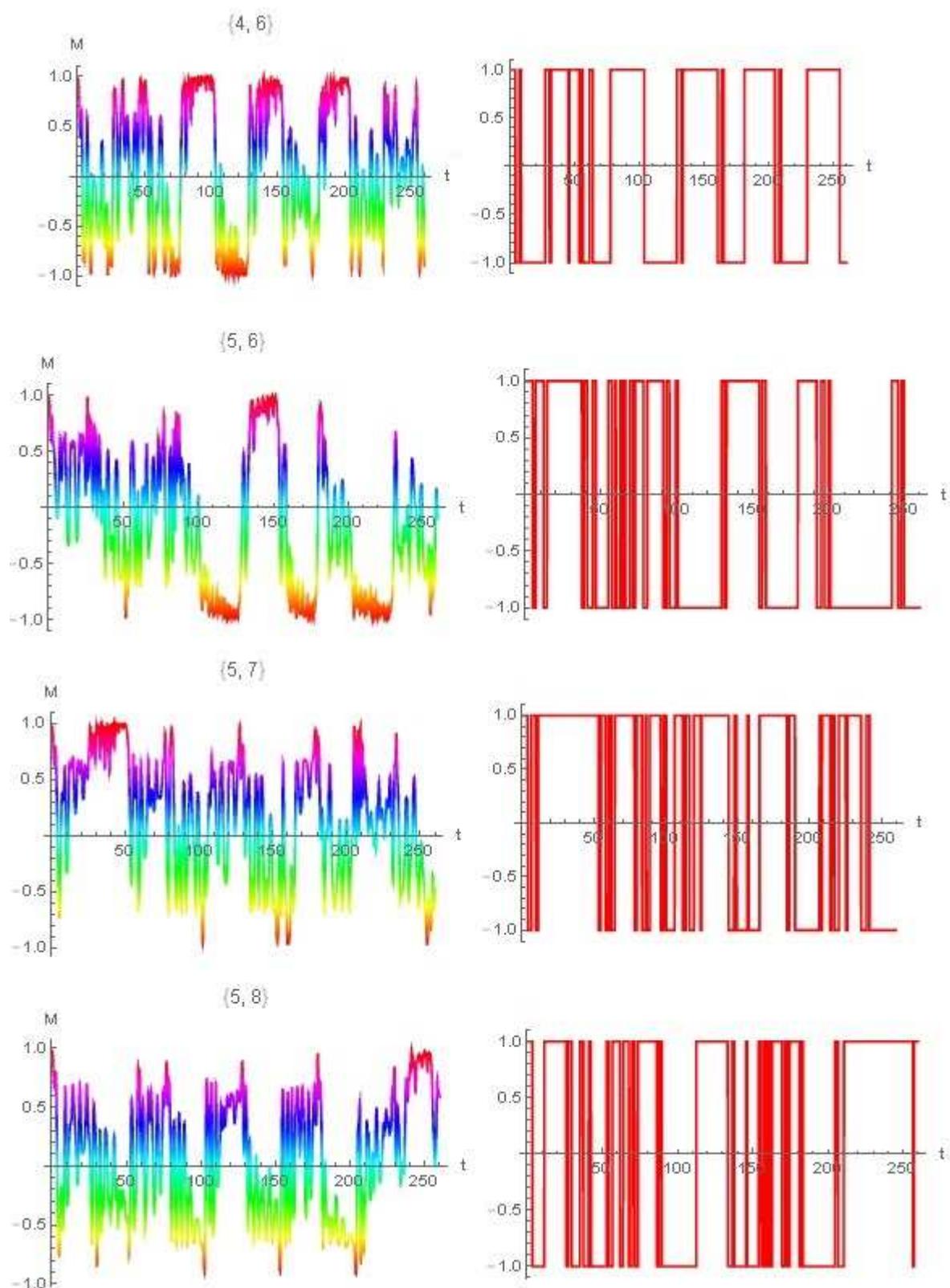


Рис. 7. Проекция среднего магнитного момента на ось вращения и полярность поля в системах с различным числом спутников.

Из этих данных следует, что изменение общего числа спутников и их распределения на орбитах в пределах от 10 до 13 и от 4 до 5 соответственно не оказывает качественного влияния на характер зависимости от времени среднего магнитного момента. Однако количественно все варианты различаются между собой.

Наконец, заметим, что детальное исследование динамики спутников и магнитного поля, а также согласование расчетных величин с данными палеомагнитных исследований является отдельной проблемой, решение которой выходит за рамки настоящей работы.

Библиографический список

1. Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рuzмайкин А.А. Турбулентное динамо в астрофизике. – М.: Наука, 1980.
2. Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. - М.: Мир, 1980.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М., Наука, 1982.
4. Hollerbach R., Jones C. A. Influence of the Earth's inner core on geomagnetic fluctuations and reversals// *Nature*, 365, pp. 541-543, 1993.
5. Jacobs J.A. Reversals of the Earth's Magnetic Field, Second Edition. – Cambridge Univ. Press, 1994.
6. Glatzmaier G. A. and Roberts P.H. A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal// *Nature*, 377, 203-209, 1995.
7. Einstein A. Ueber den Aether// *Schweiz. naturforsch. Gesellschaft, Verhandlungen*, 105, 1924; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966, с. 159.
8. Ryskin G. On the origin of the Earth's magnetic field//arXiv:0312617 [astro-ph]; *Reports on Progress in Physics* 73, 122801, 2010.
9. Mori N., Schmidt D., Wicht J., Ferriz-Mas A., Mouri H., Nakamichi A., Morikawa M. A domino model for geomagnetic field reversals//arXiv:1110.5062v2 [astro-ph.EP], 19 Dec 2012.
10. Трунев А.П. Динамика геомагнитного поля и супергравитация в 112D / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №05(119). С. 1420 – 1441. – IDA [article ID]: 1191605095. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/05/pdf/95.pdf>
11. Coe R.S., Prevot M., Camps P. New evidence for extraordinary rapid change of the geomagnetic field during a reversal// *Nature*, 374, 687-692, 1994.

12. Action G.D., Tessema A., Jackson M., Bilham R. The tectonic and geomagnetic significance of paleomagnetic observations from volcanic rocks from central Afar, Africa// *Earth and Planetary Science Letter*, Vol. 180, 3-4, P. 225-241, 2000.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Механика*. – М.: «Наука», 1988.
14. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д. *Эволюция движения твердого тела относительно центра масс*. – Москва-Ижевск, 2015.
15. Ashbaugh M. S., Chicone C. C., Cushman R. H. The twisting tennis racket// *Journal of Dynamics and Differential Equations*, Vol. 3, 1, pp. 67-85, 1991.
16. Van Damme L., Sugny M.D. The tennis racket effect in a three-dimensional rigid body// *arXiv:1606.08237v1*, 27 Jun, 2016.
17. NOAA, <https://www.ngdc.noaa.gov/>
18. Mayer A. M. Experiments with Floating and Suspended Magnets, Illustrating the Action of Atomic Forces, the Molecular Structure of Matter, Allotropy, Isomerism, and the Kinetic Theory of Gases// *Scientific American*, Vol. 5, 129, June 22, 1878.
19. Mayer A.M. Floating Magnets// *Nature*, 18, 258-260, 4 July 1878.
20. Томсон Дж.Дж. *Электричество и Материя*. – М., ГИЗ, 1928.
21. McDonouch W.F. Composition Model for the Earth's Core/ *Treatise on Geochemistry*, Vol. 2. Editor: R. W. Carlson. – Elsevier, 2003, p.547.
22. Valet J.P., Meynadier L, Guyodo Y. Geomagnetic Field Strength and Reversal Rate over the Past 2 Million Years// *Nature*, 435, 802-805, 2005.
23. Olson P. Gravitational dynamos and the low-frequency geomagnetic secular variation// *PNAS*, 105, 9, 2008.

References

1. Vajnshtejn S.I., Zel'dovich Ja.B., Ruzmajkin A.A. *Turbulentnoe dinamo v astrofizike*. – М.: Nauka, 1980.
2. Moffat G. *Vozbuzhdenie magnitnogo polja v provodjashhej srede*. - М.: Mir, 1980.
3. Landau L.D., Lifshic E.M. *Jelektrodinamika sploshnyh sred*. – М., Nauka, 1982.
4. Hollerbach R., Jones C. A. Influence of the Earth's inner core on geomagnetic fluctuations and reversals// *Nature*, 365, pp. 541-543, 1993.
5. Jacobs J.A. *Reversals of the Earth's Magnetic Field*, Second Edition. – Cambridge Univ. Press, 1994.
6. Glatzmaier G. A. and Roberts P.H. A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal// *Nature*, 377, 203-209, 1995.
7. Einstein A. Ueber den Aether// *Schweiz. naturforsch. Gesellschaft, Verhandlungen*, 105, 1924; Al'bert Jejshtejn. *Sobranie nauchnyh trudov*. T. 2. – М., Nauka, 1966, s. 159.
8. Ryskin G. On the origin of the Earth's magnetic field// *arXiv:0312617 [astro-ph]*; *Reports on Progress in Physics* 73, 122801, 2010.
9. Mori N., Schmidt D., Wicht J., Ferriz-Mas A., Mouri H., Nakamichi A., Morikawa M. A domino model for geomagnetic field reversals// *arXiv:1110.5062v2 [astro-ph.EP]*, 19 Dec 2012.
10. Trunев A.P. *Dinamika geomagnitnogo polja i supergravitacija v 112D* / A.P. Trunев // *Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]*. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №05(119). S. 1420 – 1441. – IDA [article ID]: 1191605095. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/05/pdf/95.pdf>
11. Coe R.S., Prevot M., Camps P. New evidence for extraordinary rapid change of the geomagnetic field during a reversal// *Nature*, 374, 687-692, 1994.

12. Action G.D., Tessema A., Jackson M., Bilham R. The tectonic and geomagnetic significance of paleomagnetic observations from volcanic rocks from central Afar, Africa//*Earth and Planetary Science Letter*, Vol. 180, 3-4, P. 225-241, 2000.
13. Landau L.D., Lifshic E.M. *Mehanika*. – M.. «Nauka», 1988.
14. Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Leshhenko D.D. *Jevoljucija dvizhenija tverdogo tela odnositel'no centra mass*. – Moskva-Izhevsk, 2015.
15. Ashbaugh M. S., Chicone C. C., Cushman R. H. The twisting tennis racket// *Journal of Dynamics and Differential Equations*, Vol. 3, 1, pp. 67-85, 1991.
16. Van Damme L., Sugny M.D. The tennis racket effect in a three-dimensional rigid body//*arXiv:1606.08237v1*, 27 Jun, 2016.
17. NOAA, <https://www.ngdc.noaa.gov/>
18. Mayer A. M. Experiments with Floating and Suspended Magnets, Illustrating the Action of Atomic Forces, the Molecular Structure of Matter, Allotropy, Isomerism, and the Kinetic Theory of Gases// *Scientific American*, Vol. 5, 129, June 22, 1878.
19. Mayer A.M. Floating Magnets// *Nature*, 18, 258-260, 4 July 1878.
20. Tomson Dzh.Dzh. *Jelektrichestvo i Materija*. – M., GIZ, 1928.
21. McDonouch W.F. Composition Model for the Earth's Core/ *Treatise on Geochemistry*, Vol. 2. Editor: R. W. Carlson. – Elsevier, 2003, p.547.
22. Valet J.P., Meynadier L, Guyodo Y. Geomagnetic Field Strength and Reversal Rate over the Past 2 Million Years// *Nature*, 435, 802-805, 2005.
23. Olson P. Gravitational dynamos and the low-frequency geomagnetic secular variation// *PNAS*, 105, 9, 2008.