

УДК 530.12+537.86

UDC 530.12+537.86

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and mathematics

**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖИТЕЛЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА****DYNAMICAL MODEL OF
ELECTROMAGNETIC DRIVE**

Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D., директор
Scopus Author ID: 6603801161
SPIN-код автора: 4945-6530

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D., C.E.O.
Scopus Author ID: 6603801161

*A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада**A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В работе обсуждается динамическая модель ракетного двигателя электромагнитного типа, состоящего из источника электромагнитных колебаний радиочастотного диапазона и конического резонатора, в котором возбуждаются электромагнитные колебания. Исследованы процессы возбуждения электромагнитных колебаний в полости с проводящими стенками, а также волн в поле Янга-Миллса. Создана численная многомерная нестационарная модель, описывающая процессы установления электромагнитных колебаний в резонаторе с учетом конечной проводимости стенок. Отдельно рассмотрен случай стоячих волн в резонаторе с проводящими стенками. Показано, что моды колебаний в проводящем резонаторе отличаются от таковых в идеальном резонаторе, как в установившихся, так и в неустановившихся процессах. Предложен механизм образования силы тяги с учетом изменения метрики пространства-времени, вклада токов элементарных частиц, поля Янга-Миллса и электромагнитного поля. Показано, что влияние поле Янга-Миллса вызывает изменение электрической проницаемости, что ведет к изменению емкости резонатора. Развита динамическая модель, которая позволяет осуществить оптимизацию силы тяги по значительному числу параметров. Установлено, что сила тяги возрастает в поле Янга-Миллса вблизи основной резонансной частоты. При наличии тепловых колебаний и поля Янга-Миллса сила тяги меняет знак, что свидетельствует наличии различных режимов колебаний

The article discusses the dynamic model of the rocket motor electromagnetic type, consisting of a source of electromagnetic waves of radio frequency band and a conical cavity in which electromagnetic waves are excited. The processes of excitation of electromagnetic oscillations in a cavity with conducting walls, as well as the waves of the Yang-Mills field have been investigated. Multi-dimensional transient numerical model describing the processes of establishment of electromagnetic oscillations in a cavity with the conducting wall was created. Separately, the case of standing waves in the cavity with conducting walls been tested. It is shown that the oscillation mode in the conducting resonator different from that in an ideal resonator, both in the steady and unsteady processes. The mechanism of formation of traction for the changes in the space-time metric, the contribution of particle currents, the Yang-Mills and electromagnetic field proposed. It is shown that the effect of the Yang-Mills field calls change the dielectric properties of vacuum, which leads to a change in capacitance of the resonator. Developed a dynamic model, which enables optimal traction on a significant number of parameters. It was found that the thrust increases in the Yang-Mills field parameters near the main resonance frequency. In the presence of thermal fluctuations and the Yang-Mills field as well the traction force changes sign, indicating the presence of various oscillation modes

Ключевые слова: ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, СИЛА АБРАГАМА, ТЕОРИЯ МАКСВЕЛЛА, ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Keywords: GENERAL RELATIVITY, ABRAHAM FORCE, MAXWELL'S THEORY, YANG-MILLS THEORY, ELECTROMAGNETIC WAVES

Введение

Для освоения Солнечной системы и Галактики необходимо создать движитель нового поколения, который мог бы развивать постоянную силу тяги на протяжении длительного времени, исчисляемого годами, без значительной потери массы летательного аппарата. Одним из устройств, обладающих требуемыми параметрами, являются двигатели электромагнитного типа [1-18].

В работах [17-18] рассмотрена динамическая модель движителя электромагнитного типа, в котором сила тяги возникает как следствие изменения во времени вектора Пойнтинга системы, что, как известно, приводит к появлению силы Абрагама [19-20]. Установлено, что среднее значение силы тяги, как составляющей силы Абрагама отлично от нуля для любой системы, содержащей колебательный контур (резонатор) и нелинейное активное сопротивление, зависящее от температуры. Предложен механизм образования силы тяги при изменении метрики пространства-времени с учетом вклада поля Янга-Миллса и электромагнитного поля в тензор плотности энергии-импульса. Показано, что при работе ракетного движителя электромагнитного типа выполняются законы сохранения импульса и энергии с учетом гравитационного поля, в полном соответствии с общей теорией относительности Эйнштейна.

В работе [18] рассматривается вопрос о физике возникновения силы тяги при возбуждении колебаний в полости резонатора с проводящими стенками. Исследован вклад поляризации вакуума в ток смещения в теории Максвелла с учетом поля Янга-Миллса и токов элементарных частиц.

В настоящей работе исследуется вопрос о механизме влияния поля Янга-Миллса на силу тяги, возникающей в коническом резонаторе при

возбуждении электромагнитных колебаний радиочастотного диапазона. Дана оценка вклада поля Янга-Миллса и тепловых колебаний в силу тяги, развиваемой двигателем электромагнитного типа [6-18].

Динамическая модель электромагнитного поля в полости резонатора

Движитель электромагнитного типа [6-18] состоит из источника электромагнитных колебаний радиочастотного диапазона и конического резонатора – рис. 1. Возбуждение электромагнитных колебаний в полости резонатора осуществляется через боковую поверхность или через торцевую поверхность с меньшим диаметром. В работе [17] были изучены моды колебаний поля в коническом резонаторе при возбуждении через торцевую поверхность в предположении, что решение не зависит от полярного угла. В работе [18] рассмотрен источник возбуждения в форме петли, расположенной параллельно торцевым стенкам резонатора и симметрично относительно его оси.

Для моделирования электромагнитных колебаний в полости используем теорию Максвелла. Как известно, в случае осевой симметрии можно выделить моды колебаний с поперечным электрическим полем – ТЕ моды, и с поперечным магнитным полем – ТМ моды. В случае ТЕ моды можно предположить, что решение уравнений Максвелла в полости в цилиндрической системе координат (r, φ, z) сводится к волновому уравнению для единственной отличной от нуля компоненты векторного потенциала $\mathbf{A} = (0, A_\varphi(t, r, z), 0)$. Для описания электромагнитного поля в полости и в стенках резонатора необходимо в уравнениях динамики электромагнитного поля учесть токи, наведенные в стенке полости. В простейшем случае, считая, что выполняется закон Ома, $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, находим

$$\mathbf{A}_{tt} - c^2 \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \mathbf{A}_t, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{A}_t, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

В цилиндрической системе координат система уравнений (1) приводится к виду

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{A_\varphi}{r^2} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} - \frac{\tilde{j}_\varphi}{\varepsilon_0 c^2} \quad (2)$$

$$E_\varphi = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial t}, \quad B_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \quad B_z = \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \frac{A_\varphi}{r}$$

В области ввода компонента тока колеблется с частотой задающего генератора:

$$\tilde{j}_\varphi = j_0 f(t) \sin(\omega t) \exp[-(r - r_c)^2 / r_0^2 - (z - z_c)^2 / r_0^2] \quad (3)$$

Здесь функция $f(t)$ и параметры $j_0, \omega, r_0, r_c, z_c$ описывают форму модулирующего сигнала, плотность тока, частоту, толщину и локализацию кольца антенны соответственно. Граничные условия для векторного потенциала поставим нулем всюду на внешней поверхности полости. Такой выбор граничных условий обусловлен тем, что высокочастотные электромагнитные колебания затухают в проводящей стенке с параметрами электропроводности меди уже на глубине в 1-2 микрон, вследствие скин-эффекта [20].

На рис. 1 представлены данные по распределению поля в резонаторе с размерами полости (в метрах): $2r_1 = 0.15875; 2r_2 = 0.2794; \Delta z = 0.2286$ при частоте сигнала без модуляции $\omega / 2\pi = 1.8804 \text{ GHz}$. В этом случае по данным [17] наблюдается заметная сила тяги, превосходящая величину силы тяги фотонного двигателя на единицу мощности в 6390.

Возбуждение колебаний осуществляется на боковой стенке, параметры антенны (в метрах): $r_0 = 0.001; r_c = 0.11; z_c = 0.466$. Отметим, что дипольное

излучение антенны выделено на нижнем левом рисунке красно-синим цветом.

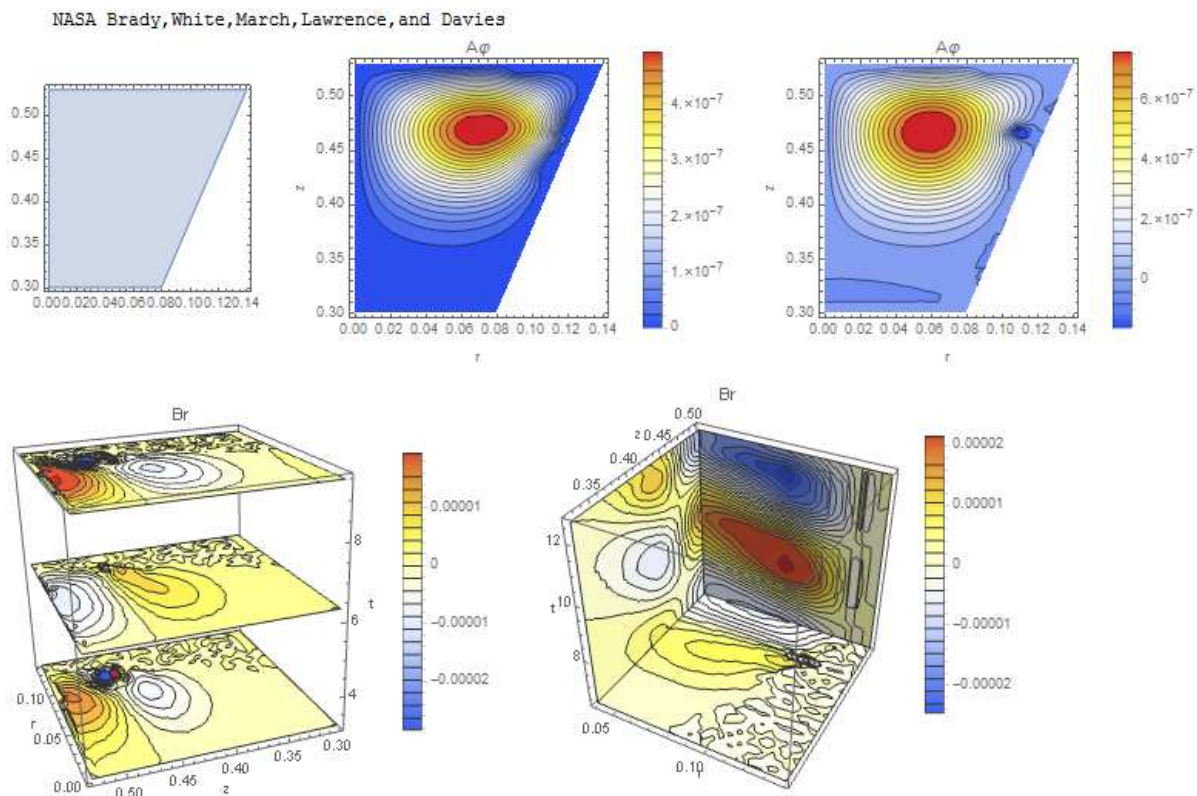


Рис. 1. Пространственно-временное распределение амплитуды колебаний векторного потенциала и радиальной компоненты индукции магнитного поля в коническом резонаторе [16].

При указанной частоте в резонаторе такой формы и размеров в проводящем резонаторе возбуждается мода колебаний TE₀₁₁. Действительно, данные численного моделирования задачи (1)-(2), представленные на рис. 1, описывают азимутальное электрическое поле с нулевым числом колебаний вдоль угловой координаты, с одной пучностью вдоль радиальной координаты и вдоль продольной координаты. Эти данные соответствует

индексу 011 в обозначении моды TE011. Отметим, что в идеальном резонаторе на этой частоте возбуждается мода TE012 [16-17].

Наряду с нестационарной моделью (1)-(3) рассмотрим модель с установившимися стоячими волнами в проводящей полости при возбуждении электромагнитными колебаниями монохроматическим источником

$$\tilde{j}_\varphi = j_0 \exp(i\omega t) \exp[-(r - r_c)^2 / r_0^2 - (z - z_c)^2 / r_0^2]$$

Предполагая, что векторный потенциал изменяется периодически во времени пропорционально $\exp(i\omega t)$, находим из (1) систему уравнений

$$\begin{aligned} \omega^2 \mathbf{A} + c^2 \nabla^2 \mathbf{A} &= -\frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} = \frac{i\sigma}{\varepsilon_0} \mathbf{A}, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0, \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + i\mathbf{A}_2 \\ \mathbf{E} &= -i\omega \mathbf{A}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned} \quad (4)$$

В случае TE моды комплексный векторный потенциал описывается уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{A_\varphi}{r^2} - \frac{i\sigma A_\varphi}{\varepsilon_0 c^2} + k^2 A_\varphi &= \frac{j_0 \exp[-(r - r_c)^2 / r_0^2 - (z - z_c)^2 / r_0^2]}{\varepsilon_0 c^2} \\ E_\varphi = -i\omega A_\varphi, B_r &= -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, B_z = \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \frac{A_\varphi}{r} \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия для векторного потенциала поставим нулем всюду на внешней поверхности полости. На рис. 2 представлены данные по распределению действительной и мнимой части векторного потенциала в резонаторе с параметрами $2r_1 = 0.15875$; $2r_2 = 0.2794$; $\Delta z = 0.2286$ при частоте сигнала $\omega / 2\pi = 1.8804 \text{ GHz}$ - вверху и $\omega / 2\pi = 2.168 \text{ GHz}$ - внизу. Мы видим, что в первом случае в резонаторе с проводящими стенками возбуждается мода TE011, а во втором случае – TE012. Отметим, что в идеальном резонаторе в обоих случаях возбуждается мода TE012 [16-17].

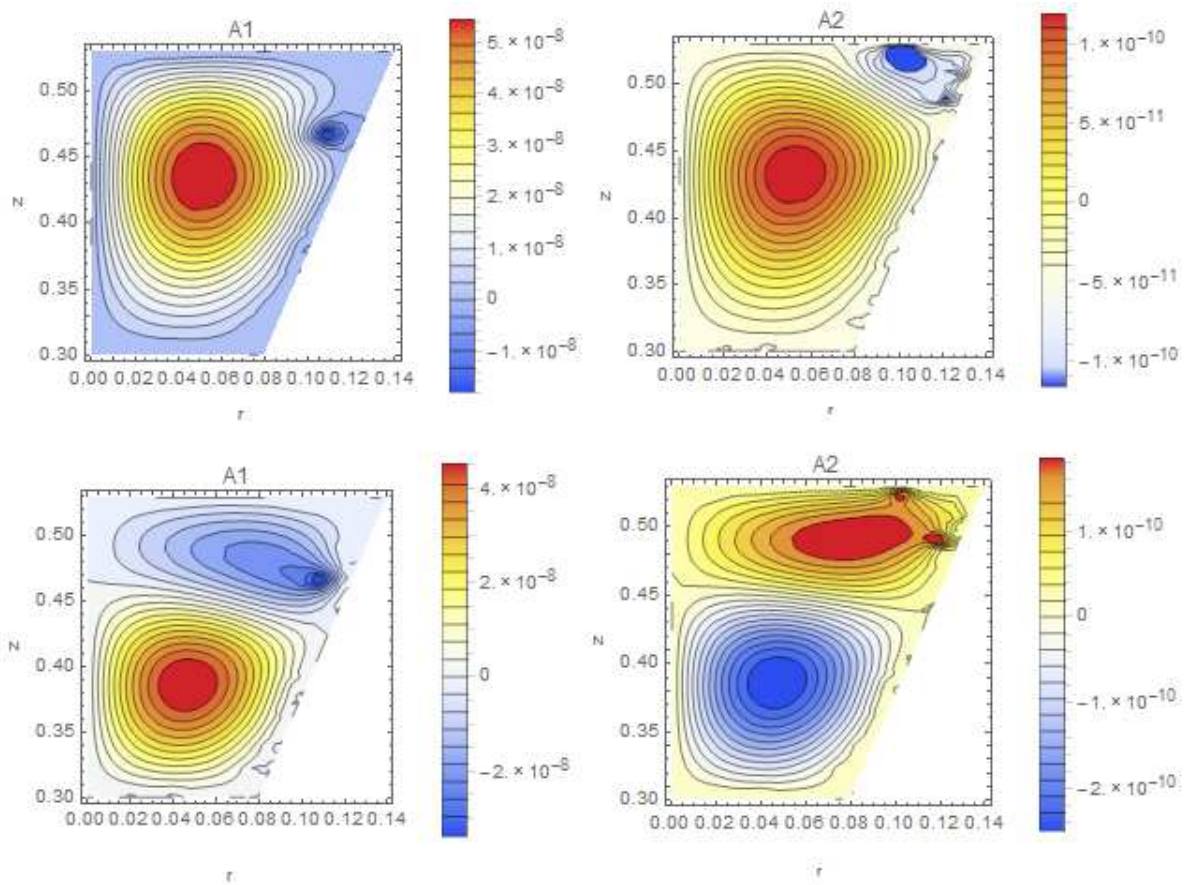


Рис. 2. Пространственное распределение действительной и мнимой части амплитуды векторного потенциала в коническом резонаторе NASA [17]: на верхних рисунках показана мода колебаний TE011 на частоте 1.8804 GHz , на нижних рисунках – мода TE012 на частоте 2.168 GHz .

Определим вектор Пойнтинга согласно

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \tag{6}$$

Импульс электромагнитного поля в объеме полости равен

$$\mathbf{P} = \frac{1}{c^2} \int \mathbf{S} dV = \frac{1}{c^2} \int \mathbf{E} \times \mathbf{H} dV \tag{7}$$

Сила Абрагама, приложенная к объему полости, определяется как

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{1}{c^2} \int (\partial \mathbf{S} / \partial t) dV \tag{8}$$

Сила Абрагама (8), приложенная к объему среды, заполняющей полость, может быть представлена двояко – в нерелятивистской форме (с учетом реакции эфира) [19] и в релятивистской форме [19-20]

$$\mathbf{F}_{AE} = \int \frac{\epsilon_v \mu_v}{c^2} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} dV, \quad \mathbf{F}_{AR} = \int \frac{(\epsilon_v \mu_v - 1)}{c^2} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} dV \quad (9)$$

Здесь ϵ_v, μ_v – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды. Используя решение задачи (4)-(5) находим, что вектор Пойнтинга колеблется в полости с удвоенной частотой, поэтому какое бы выражение (9) мы не взяли, среднее за много периодов колебаний значение силы Абрагама равно нулю. Этот теоретический вывод является главным аргументом в критической оценке возможности движения без излучения импульса, при котором, кажется очевидным, нарушается третий закон Ньютона [22-23].

С другой стороны, многочисленные экспериментальные данные, полученные различными группами исследователей [21], убедительно свидетельствуют о наличии постоянной тяги, возникающей в коническом резонаторе при возбуждении колебаний электромагнитного поля радиочастотного диапазона.

Сам по себе этот факт не является критическим для теории, поскольку, как показано ниже, сила тяги определяется взаимодействием тока смещения с магнитным полем, т.е. составляющей силы Абрагама, а не всей силой. В оригинальной теории Максвелла система движется с опорой на эфир. В теории относительности Эйнштейна система взаимодействует с пространством-временем [17-18].

Сила тяги, согласно многочисленным экспериментальным данным [21], зависит от добротности резонатора – рис. 3. Отметим, что сила тяги на единицу мощности, которую развивает электромагнитный движитель по

данным [16, 21], значительно превосходит аналогичный показатель для фотонной ракеты, составляющий $F/W = 0.003337 \text{ mN/kW}$.

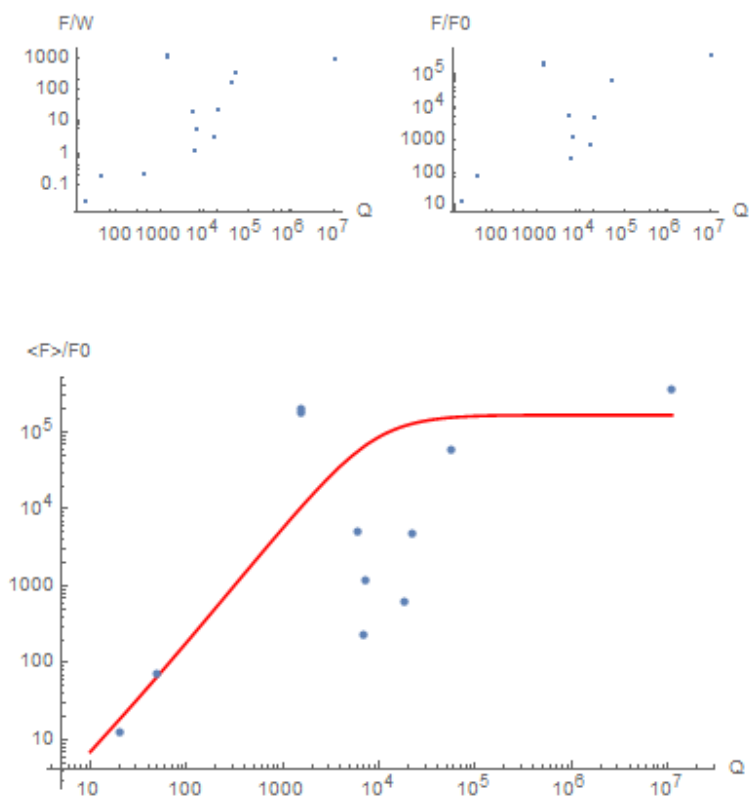


Рис. 3. Зависимость величины силы тяги на единицу мощности от добротности резонатора по данным [21] (вверху) и расчетная зависимость нормированной величины силы тяги от параметра добротности в модели (12) (внизу) вместе с данными [21].

Если резонатор изготовлен из материала обладающего сильной зависимостью проводимости от температуры, например, из меди, то в такой системе наблюдаются, помимо линейных электромагнитных колебаний, еще и нелинейные колебания, обусловленные колебаниями температуры. Действительно, температура стенки зависит от величины потерь плотности электромагнитной энергии в резонаторе, что по закону Джоуля-Ленца

пропорционально $j^2 / \sigma = \sigma(T)E^2$. Избыток тепла удаляется из стенки путем теплопроводности и различных видов излучения. Уравнение теплопроводности в этом случае имеет вид

$$\rho c_p T_t = \lambda \nabla^2 T + \sigma(T)E^2 - \sigma_{SB} T^4 \quad (10)$$

Здесь $\rho, c_p, \lambda, \sigma_{SB}$ – плотность материала стенки, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и параметр в законе Стефана-Больцмана соответственно. Отметим, что в случае равновесного излучения Янга-Миллса также имеет место закон Стефана-Больцмана [24]. Однако учет влияния поля Янга-Миллса на процессы в резонаторе не сводится только к учету возможных потерь. Основной вклад поля Янга-Миллса заключается в возбуждении токов элементарных частиц, которые приводят к изменению величины тока смещения в уравнениях Максвелла [18].

Динамическая модель движителя электромагнитного типа

Системе динамических уравнений, описывающих процессы в резонаторе, имеет вид [17-18]

$$\begin{aligned} L \frac{dI}{dt} + R \left(1 + \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} (T - T_0) \right) I + \frac{1}{C} \int_0^t I dt &= U_0 \cos(\omega t) \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{\lambda B}{mc_p} (T_0 - T) + \frac{R}{mc_p} \left(1 + \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} (T - T_0) \right) I^2 - \frac{\sigma_{SB}}{\rho c_p} T^4 \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь C, L, R, m – емкость, индуктивность, сопротивление и масса резонатора; U_0, ω – амплитуда и частота возбуждающего сигнала; B, T_0 – параметр теплообмена и температура термостата соответственно. Положим $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – основная частота резонатора, определим безразмерные параметры

$$\tau = \omega_0 t, \quad q = \frac{1}{CU_0 \omega_0} \int_0^\tau I d\tau, \quad u = T/T_0, \quad k = \omega/\omega_0$$

$$\alpha = \frac{T_0}{R} \frac{dR}{dT}, \quad a = \frac{\sigma_{SB}}{\omega_0 \rho c_p} T_0^4, \quad b = \frac{\lambda B}{\omega_0 m c_p}, \quad Q = \frac{1}{RC \omega_0}, \quad \beta = \frac{CU_0^2}{m c_p T_0}$$

В этих обозначениях система уравнений (11) принимает вид

$$q'' + Q_0^{-1}(1 + \alpha(u - 1))q' + q = \cos(k\tau)$$

$$u' = b(1 - u) + \beta Q_0^{-1}(1 + \alpha(u - 1))q'^2 - au^4 \tag{12}$$

Выразим силу Абрагама через параметры модели (12). Для этого разделим силу Абрагама на две части

$$\mathbf{F} = \frac{1}{c^2} \int (\partial \mathbf{S} / \partial t) dV = \frac{1}{c^2} \int \mathbf{E}_t \times \mathbf{H} dV + \frac{1}{c^2} \int \mathbf{E} \times \mathbf{H}_t dV \tag{13}$$

В теории Максвелла обе части силы (13) приложены к эфиру. В теории относительности мы предполагаем, что в системе есть еще и другие поля – гравитационное поле, поле Янга-Миллса, поле Хиггса, которые нарушают симметрию системы, что приводит к появлению силы тяги.

Согласно [17-18] только первый интеграл в правой части (13) дает вклад в силу тяги. Это обусловлено тем, что ток смещения в теории Максвелла зависит от поляризации диэлектрика, т.е. от микроскопических процессов, тогда как закон индукции Фарадея определяется макроскопическими параметрами – относительной скоростью движения и геометрией тел.

Следовательно, при возбуждении колебаний в вакууме, который тоже является диэлектриком, следует учитывать зависимость тока смещения от наличия токов элементарных частиц [18].

В объеме резонатора магнитное поле связано с током, а электрическое – с производной тока по времени, поскольку векторный потенциал пропорционален току $A \sim \mu I$. Отсюда находим

$$F_z = \frac{1}{c^2} \int (\mathbf{E}_t \times \mathbf{H})_z dV = -F_0 q' q''', \quad F_0 = \kappa \frac{\omega I_0 U_0 l}{c^2} \quad (14)$$

Здесь l – характерный размер резонатора, κ – численный коэффициент порядка единицы. Среднее значение силы определим как

$$\bar{F}_z = -F_0 \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau q' q''' d\tau \quad (15)$$

Определим также среднее на временном интервале в виде

$$\langle F_z \rangle = -\frac{F_0}{\tau} \int_0^\tau q' q''' d\tau \quad (16)$$

Результаты вычисления средней силы тяги (16), полученные на основе моделирования параметров электромагнитных колебаний в резонаторе с использованием системы уравнений (12), приведены на рис. 3.

Поля Янга-Миллса и возбуждение токов элементарных частиц

Рассмотрим динамику поля Янга-Миллса в макроскопических устройствах типа резонатора [18, 27-28]. Мы предполагаем, что в коническом резонаторе, наряду с электромагнитным полем, возбуждается поле Янга-Миллса, которое принимает на себя часть импульса, излучаемого системой.

В случае $SU(3)$ симметрии уравнения Янга-Миллса приводятся к виду [25-28]

$$\begin{aligned} \partial_\mu F_{\mu\nu}^B + g_{YM} f^{BCD} A_\mu^C F_{\mu\nu}^D &= 0 \\ F_{\mu\nu}^B &= \partial_\mu A_\nu^B - \partial_\nu A_\mu^B + g_{YM} f^{BCD} A_\mu^C A_\nu^D \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $B, C, D = 1, 2, 3, \dots, 8$ – цветовые индексы (число цветовых полей равно восьми); g_{YM} – константа связи, f^{BCD} – структурные константы калибровочной группы $SU(3)$.

Проблему моделирования можно упростить, рассматривая некоторые средние параметры [28]. Усредняя лагранжиан системы $L_{SU(3)} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu}$, находим лагранжиан новой модели и систему динамических уравнений [28]

$$\begin{aligned} \phi_{ii}^a - \nabla^2 \phi^a + [(\chi^m \chi^m) + \lambda_1(\phi^a \phi^a) - \phi_0^2] \phi^a &= 0 \\ \chi_{ii}^m - \nabla^2 \chi^m + [(\phi^a \phi^a) + \lambda_2(\chi^m \chi^m) - \chi_0^2] \chi^m &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь $a = 1, 2, 3; m = 4, 5, \dots, 8$ - цветовые индексы, по повторяющимся индексам осуществляется суммирование, $\lambda_1, \lambda_2, \phi_0, \chi_0$ - параметры модели.

Рассмотрим двухкомпонентную систему, полагая, что только два поля в системе (18) с индексами $a = 1; m = 4$ дают вклад в динамику поля Янга-Миллса в резонаторе. В этом случае в объеме резонатора возбуждаются стоячие волны поля Янга-Миллса – рис. 4.

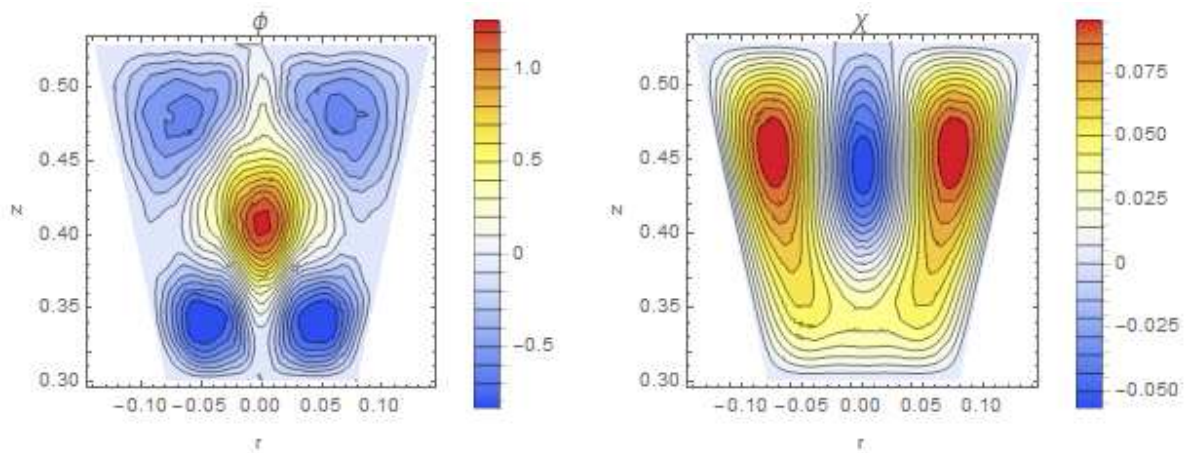


Рис. 4. Динамика поля Янга-Миллса в коническом резонаторе NASA [16] при возбуждении на частоте 1.8804 GHz на боковой поверхности.

Можно предположить, что диэлектрическая проницаемость вакуума изменяется в присутствии поля Янга-Миллса. Действительно, поле Янга-Миллса взаимодействует со всем множеством адронов [27-29].

Следовательно, в объеме резонатора и в стенках могут возбуждаться токи заряженных частиц.

При наличии в объеме заряженных частиц имеем систему динамических уравнений для определения их скорости

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = e_i \mathbf{E} - \gamma_i \mathbf{v}_i \quad (19)$$

Здесь m_i, e_i, γ_i – масса, электрический заряд и коэффициент сопротивления частиц соответственно. В локальной теории следует положить в первом приближении $\mathbf{v}_i = e_i \mathbf{E} / \gamma_i$, что соответствует току проводимости. Во втором приближении имеем

$$\mathbf{v}_i = -(m_i e_i / \gamma_i^2) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + e_i \mathbf{E} / \gamma_i \quad (20)$$

Следовательно, полный ток, обусловленный наличием свободных зарядов, состоит из тока проводимости и тока смещения:

$$\mathbf{j}_v = \sum_i n_i e_i \mathbf{v}_i = \left(\sum_i n_i e_i^2 / \gamma_i \right) \mathbf{E} - \left(\sum_i n_i m_i e_i^2 / \gamma_i^2 \right) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (21)$$

Здесь n_i – концентрация частиц. Однако знак тока смещения отличается от такового в уравнении Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (22)$$

Подставляя (21) в (22) находим, что если в объеме резонатора есть объемные токи, то диэлектрическая проницаемость вакуума понижается,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \sum_i n_i m_i e_i^2 / \gamma_i^2 \quad (23)$$

Такое изменение диэлектрической проницаемости, ведущее к изменению скорости света, можно рассматривать и как изменение метрики системы. Действительно, для эффекта, связанного с изменением метрики имеем следующее выражение силы тяги [17]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 / \sqrt{g_{00}}, \mu = \mu_0 / \sqrt{g_{00}} \quad , \quad \mathbf{F}_{AR} = \int \frac{(1 - g_{00})}{c^2 g_{00}} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} dV \quad (24)$$

Здесь g_{00} – компонента метрического тензора, которой определяется собственное время системы. Отметим, что поле Янга-Миллса дает вклад в изменение метрики вместе с электромагнитным полем [30-31]. Следовательно, можно предположить, что сила тяги определяется согласно второму выражению (9), в котором параметры среды зависят от параметров проводимости согласно (23), имеем

$$\mathbf{F}_{AR} = -\int \left(\sum_i n_i m_i e_i^2 / \varepsilon_0 c^2 \gamma_i^2 \right) \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} dV = -\int \left(\sum_i \mu_0 n_i m_i e_i^2 / \gamma_i^2 \right) \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} dV \quad (25)$$

Наконец, полагая, что концентрация носителей тока зависит от параметров системы $n_i = n_i(T, \mathbf{E}, \mathbf{H}, \phi, \chi)$, приходим к замкнутой модели явления. Отметим, что по своей форме выражение (25) является вполне классическим. Мы, таким образом, предполагаем, что возможным механизмом образования тяги является возбуждение токов в объеме резонатора. По порядку величины эффект зависит от безразмерного параметра, связанного с удельной проводимостью системы, обусловленной наличием поля Янга-Миллса

$$C_{YM} = \sum_i n_i m_i e_i^2 / \varepsilon_0 \gamma_i^2 \approx c^2 \tau_i \mu_0 \sigma \quad (26)$$

Здесь $\tau_i = m_i / \gamma_i$ – характерное время пробега носителей заряда. На основе модели (12) можно представить параметр (26) в форме функциональной зависимости от приведенной температуры

$$C_{YM} = c^2 \tau_i \mu_0 \sigma_0 / (1 + \alpha(u - 1)) = \kappa_{YM} / (1 + \alpha(u - 1)) \quad (27)$$

Тогда выражение силы (25) принимает вид [18]

$$\mathbf{F}_z = -\frac{1}{c^2} \int C_{YM} \partial(\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z / \partial t dV = F_0 \frac{(q' q''' + q''^2)}{(1 + \alpha(u - 1))}, \quad F_0 = \kappa_{YM} \frac{\omega I_0 U_0 l}{c^2} \quad (28)$$

Отличие выражения (28) от (14) заключается в появлении нового коэффициента, которым определяется масштаб силы тяги, а также в новой функциональной зависимости от тока и температуры. Отметим, что в выражении (28) мы учитываем полный вклад изменения вектора Пойнтинга в объеме системы, не выделяя ток смещения, как мы это сделали при выводе выражения (14). Это означает, что модели силы тяги [6, 12,14], основанные на теории Максвелла, также могут быть описаны выражением (28).

Составим динамическую модель, описывающую процессы в резонаторе с учетом поля Янга-Миллса. В качестве базовой модели используем систему уравнений (11), в которой следует считать проводимость системы и ее емкость зависящими от поля Янга-Миллса, имеем

$$\begin{aligned}
 L \frac{dI}{dt} + R(T, \phi, \chi)I + \frac{1}{C(\epsilon)} \int_0^t Idt &= U_0 \cos(\omega t) \\
 \frac{dT}{dt} &= \frac{\lambda B}{mc_p} (T_0 - T) + \frac{R(T, \phi, \chi)}{mc_p} I^2 - \frac{\sigma_{SB}}{\rho c_p} T^4 \\
 \frac{d^2 \phi}{dt^2} &= \Omega_{YM}^2 \phi (\chi^2 + \lambda_1 \phi^2 - \phi_0^2), \quad \frac{d^2 \chi}{dt^2} = \Omega_{YM}^2 \chi (\phi^2 + \lambda_2 \chi^2 - \chi_0^2)
 \end{aligned} \tag{29}$$

Здесь Ω_{YM} – характерная частота возбуждения поля Янга-Миллса. Как можно видеть из первого уравнения (29) периодическое изменение емкости системы приводит к возникновению параметрического резонанса, поскольку основная частота резонатора - $1/\sqrt{LC(\epsilon)}$, не является в этом случае постоянной. Будем моделировать зависимость диэлектрической проницаемости от поля Янга-Миллса в виде

$$\epsilon = \epsilon_0 [1 - k_{YM} (\dot{\phi}^2 + \dot{\chi}^2)] \tag{30}$$

Здесь k_{YM} – параметр связи поля Янга-Миллса с электромагнитным полем. С другой стороны, возбуждение поля Янга-Миллса осуществляется через взаимодействие с током частиц, поэтому положим в последних двух уравнениях (29)

$$\phi_0 = A_0 + k_\phi I = A_0 + k_\phi I_0 q', \chi_0 = B_0 + k_\chi I = B_0 + k_\chi I_0 q' \quad (31)$$

Фигурирующие в уравнениях (18) и (31) константы вычисляются в теории Янга-Миллса [25-26,28] $\lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; A_0 = 1.6171579, B_0 = 1.49273856$.

Сила тяги в этом случае выражается в виде

$$F_z = -\frac{1}{c^2} \int C_{YM} \partial(\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z / \partial t dV = F_0 \frac{(\dot{\phi}^2 + \dot{\chi}^2) (q'q''' + q'^2)}{\langle \dot{\phi}^2 + \dot{\chi}^2 \rangle (1 + \alpha(u-1))}, \quad F_0 = \kappa_{YM} \frac{\omega l_0 U_0 l}{c^2} \quad (32)$$

Здесь мы видим новую функциональную зависимость силы тяги от переменных поля Янга-Миллса. Согласование моделей (28) и (32) достигается в том случае, когда поле Янга-Миллса эволюционирует независимо от процессов в резонаторе. Тогда при вычислении среднего значения силы тяги переменные поля Янга-Миллса выпадают из окончательного ответа.

На рис. 5-6 представлены варианты оптимизации силы тяги при наличии поля Янга-Миллса, в трех режимах возбуждения $k = 1.0051; 1.0031; 1.0028$ соответственно при слабой – рис. 5, и сильной зависимости от температуры - рис. 6.

Если в модели (12) положить $\alpha = 0$, то средняя сила тяги, вычисленная согласно (28), стремится к нулю [18], однако при наличии поля Янга-Миллса сила тяги, вычисленная по уравнению (32) отлична от нуля – рис. 5. При совместном действии тепловых колебаний и поля Янга-Миллса сила тяги меняет знак – рис. 5-6. Поскольку модель (29) является динамической, то такая смена знака не связана прямо с изменением вектора силы тяги, но свидетельствует о наличии различных режимов колебаний. Влияние поля Янга-Миллса на силу тяги является более выраженным вблизи резонанса – рис. 5. Однако при совместном действии тепловых колебаний и поля Янга-Миллса максимум силы тяги достигается в стороне от основной резонансной частоты – рис. 6.

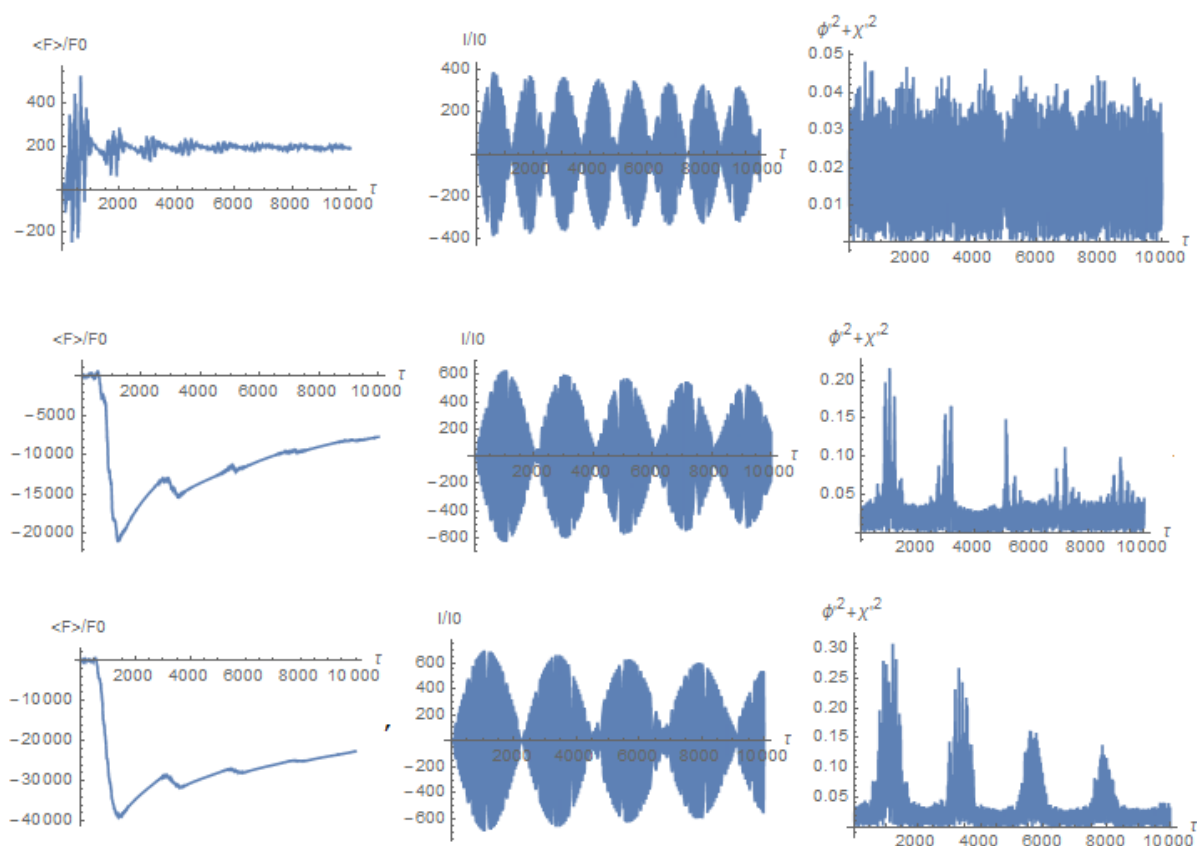


Рис. 5. Сила тяги, ток и параметры поля Янга-Милса в резонаторе в модели (29)-(32) вычисленные при $\alpha = 0$ для трех режимов возбуждения колебаний с параметром $k = 1.0051; 1.0031; 1.0028$ соответственно.

Отметим, что в поле Янга-Миллса наблюдается задержка в установлении силы тяги, обусловленная развитием нелинейного процесса – рис. 5. Однако при наличии тепловых колебаний эта задержка не столь сильно выражена – рис. 6. В результате взаимодействия поля Янга-Миллса с электромагнитным полем формируется своеобразная картина колебаний– рис 5-6.

Наконец, заметим, что принцип движения фотонных и гравитационных ракет [32-34] в метрике фотонной ракеты может быть использован в моделировании силы тяги, возникающей при излучении волн любой природы – гравитационных, электромагнитных или волн в поле Янга-Миллса. Используемая нами модель (18) не позволяет осуществить моделирование излучения волн. Тем не менее, предложенная динамическая модель (29)-(32) позволяет осуществить оптимизацию силы тяги по значительному числу параметров.

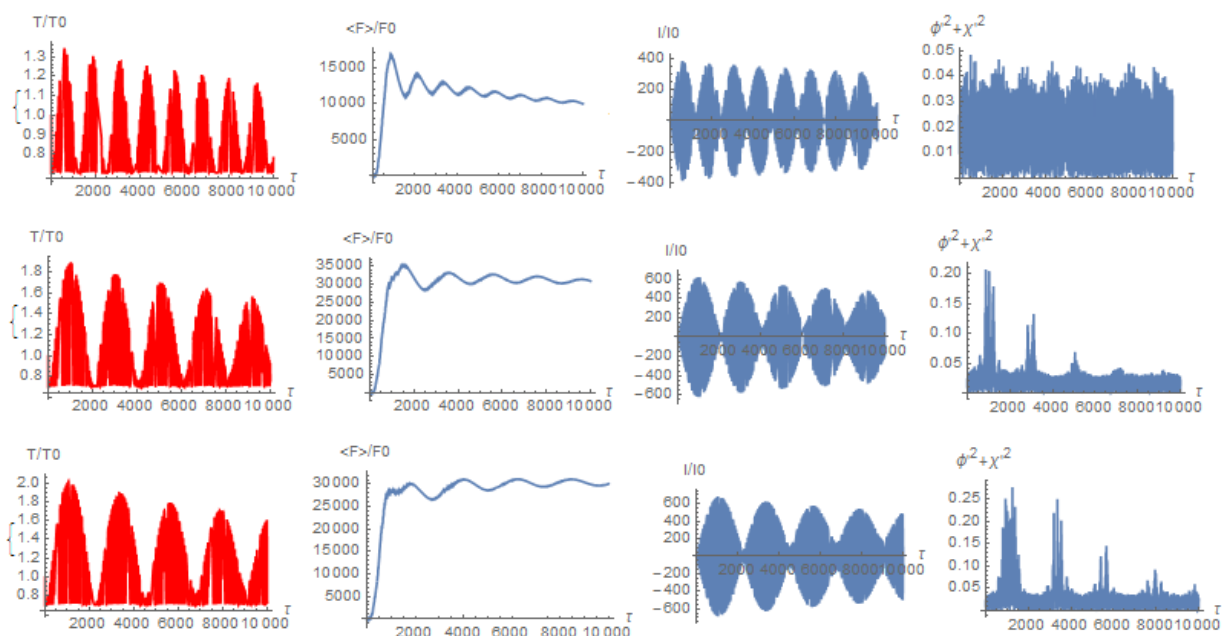


Рис. 6. Нелинейные колебания температуры, сила тяги, ток и параметры поля Янга-Миллса в резонаторе в модели (29)-(32) вычисленные при $\alpha = 1.2$ для трех режимов возбуждения колебаний с параметром $k = 1.0051; 1.0031; 1.0028$ соответственно.

В настоящей работе мы рассмотрели три механизма, ведущих к наблюдаемым эффектам возникновения силы тяги при резонансе

электромагнитных колебаний в конической полости. Расширение модели в форме (29)-(32) открывает новые возможности в моделировании силы тяги в движителях электромагнитного типа. Включение поля Янга-Миллса в модель (29) имеет двойной научный интерес. С одной стороны, эта модель позволяет объяснить механизм возникновения тяги в устройствах типа [6-16]. С другой стороны, сами эти устройства могут быть использованы для регистрации механических эффектов, обусловленных полем Янга-Миллса.

Библиографический список

1. Choueiri E. Y. New dawn of electric rocket// *Scientific American* 300, 58–65 2009
2. Hoskins A. W. 30 Years of Electric Propulsion Flight Experience at Aerojet Rocketdyne/ Paper IEPC-2013-439, 33rd International Electric Propulsion Conference, Washington DC, October 2013.
3. Fisher Richard. Defying gravity: UK team claims engine based on microwaves could revolutionise spacecraft propulsion// *The Engineer (London)* 293 (7663), 5 November 2004.
4. Tom Shelley. No-propellant drive prepares for space and beyond// *Eureka Magazine*. 14 May 2007.
5. Hambling David. Propellantless Space Propulsion Research Continues// *Aviation Week & Space Technology*, 5 November, 2012
6. Sawyer Roger. A Theory of Microwave Propulsion for Spacecraft// *New Scientist*. September 2006
7. Sawyer Roger. Second generation EmDrive propulsion applied to SSTO launcher and interstellar probe// *Acta Astronautica* 116: 166–174, 2015.
8. Sawyer Roger. Microwave Propulsion - Progress in the EmDrive Programme/ 59th International Astronautical Congress (IAC 2008). Glasgow, U.K.: International Astronautical Federation, 29 September – 3 October 2008.
9. Yang Juan, Wang Yuquan, Li Pengfei, Wang Yang, Wang Yunmin, Ma Yanjie. Net thrust measurement of propellantless microwave thrusters// *Acta Physica Sinica (in Chinese)*, Chinese Physical Society, 2012, <http://wulixb.iphy.ac.cn>
10. Yang Juan, Wang Yu-Quan, Ma Yan-Jie, Li Peng-Fei, Yang Le, Wang Yang, He Guo-Qiang. Prediction and experimental measurement of the electromagnetic thrust generated by a microwave thruster system// *Chinese Physics B (IOP Publishing)* 22, 5 May 2013.
11. Shi Feng, Yang Juan, Tang Ming-Jie, Luo Li-Tao, Wang Yu-Quan. Resonance experiment on a microwave resonator system// *Acta Physica Sinica (in Chinese) (Chinese Physical Society)* 63 (15), September 2014.
12. ZHU Yu, YANG Juan, MA Nan. The Performance Analysis of Microwave Thrust Without Propellant Based On The Quantum Theory// *Journal of Astronautics (in Chinese)* 29 (5): 1612–1615, September 2008.
13. White Harold, March Paul, Nehemiah Williams, O'Neill William. Eagleworks Laboratories: Advanced Propulsion Physics Research. -NASA Technical Reports Server (NTRS) (Technical report) (NASA). JSC-CN-25207, 5 December 2011.

14. Brady David A., White Harold G., March Paul, Lawrence James T., Davies Franck J. Anomalous Thrust Production from an RF Test Device Measured on a Low-Thrust Torsion Pendulum/ 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics, – NASA, 30 July 2014.

15. Fetta Guido P. Numerical and Experimental Results for a Novel Propulsion Technology Requiring no On-Board Propellant/50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 30 August 2014

16. Brady D.A., White H.G., March P., Lawrence J.T., Davies F.J. Anomalous Thrust production from an RF Test Device Measured on Low-Thrust Torsion Pendulum// AIAA 2014-4029.

17. Трунев А.П. Принцип относительности и теория движителя электромагнитного типа// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №10(114). С. 812 – 836. – IDA [article ID]: 1141510061. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/10/pdf/61.pdf>

18. Трунев А.П. Теория движителя электромагнитного типа с учетом тока элементарных частиц и поляризации вакуума / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №01(115). С. 1247 – 1269. – IDA [article ID]: 1151601080. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/01/pdf/80.pdf> .

19. Абрагам-Беккер. Теория электричества. – М., ОНТИ, 1936.

20. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. – М., Наука, 1982.

21. Experimental Results/ emdrive.wiki/Main_Page

22. Greg Egan. Resonant Modes of a Conical Cavity/
<http://www.gregegan.net/SCIENCE/Cavity/Cavity.html>

23. Higgins A.J. Reconciling a Reactionless Propulsive Drive with the First Law of Thermodynamics// arXiv:1506.00494v1, 7 May 2015.

24. Dzhunushaliev V.D. Phase transition for gluon field: a qualitative analysis // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 1051 – 1061. – IDA [article ID]: 0901306071. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/71.pdf>

25. Трунев А.П. Усилитель поля Янга-Миллса// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №07(111). С. 1202 – 1228. – IDA [article ID]: 1111507077. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/07/pdf/77.pdf>

26. Трунев А.П. Конденсатор поля Янга-Миллса// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №08(112). С. 2014 – 2034. – IDA [article ID]: 1121508145. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/08/pdf/145.pdf>

27. Девитт Б.С. Динамическая теория групп и полей. – Москва, Наука, 1987.

28. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.

29. Трунев А.П. Динамика преонов и структура кварков и лептонов / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного

аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №04(088). С. 895 – 926. – IDA [article ID]: 0881304064. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/64.pdf>

30. Кривоносов Л.Н., Лукьянов В.А. Связь уравнений Янга-Миллса с уравнениями Эйнштейна и Максвелла// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2009, 2(4), 432-448.

31. Кривоносов Л.Н., Лукьянов В.А. Решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметрической метрики при наличии электромагнитного поля./ Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, Вып.3, 2013.

32. Bonnor W. B. The photon rockets// Class. Quantum Grav., 11:2007, 1994.

33. Bonnor W. B. Another photon rocket// Class. Quantum Grav. 13 (1996), 277.

34. Bonnor W.B. and Piper M.S. The gravitational wave rocket//Class.Quant.Grav. 14 (1997) 2895-2904.

References

1. Choueiri E. Y. New dawn of electric rocket// Scientific American 300, 58–65 2009

2. Hoskins A. W. 30 Years of Electric Propulsion Flight Experience at Aerojet Rocketdyne/ Paper IEPC-2013-439, 33rd International Electric Propulsion Conference, Washington DC, October 2013.

3. Fisher Richard. Defying gravity: UK team claims engine based on microwaves could revolutionise spacecraft propulsion// The Engineer (London) 293 (7663), 5 November 2004.

4. Tom Shelley. No-propellant drive prepares for space and beyond// Eureka Magazine. 14 May 2007.

5. Hambling David. Propellantless Space Propulsion Research Continues// Aviation Week & Space Technology, 5 November, 2012

6. Shawyer Roger. A Theory of Microwave Propulsion for Spacecraft// New Scientist. September 2006

7. Shawyer Roger. Second generation EmDrive propulsion applied to SSTO launcher and interstellar probe// Acta Astronautica 116: 166–174, 2015.

8. Shawyer Roger. Microwave Propulsion - Progress in the EmDrive Programme/ 59th International Astronautical Congress (IAC 2008). Glasgow, U.K.: International Astronautical Federation, 29 September – 3 October 2008.

9. Yang Juan, Wang Yuquan, Li Pengfei, Wang Yang, Wang Yunmin, Ma Yanjie. Net thrust measurement of propellantless microwave thrusters// Acta Physica Sinica (in Chinese), Chinese Physical Society, 2012, <http://wulixb.iphy.ac.cn>

10. Yang Juan, Wang Yu-Quan, Ma Yan-Jie, Li Peng-Fei, Yang Le, Wang Yang, He Guo-Qiang. Prediction and experimental measurement of the electromagnetic thrust generated by a microwave thruster system// Chinese Physics B (IOP Publishing) 22, 5 May 2013.

11. Shi Feng, Yang Juan, Tang Ming-Jie, Luo Li-Tao, Wang Yu-Quan. Resonance experiment on a microwave resonator system// Acta Physica Sinica (in Chinese) (Chinese Physical Society) 63 (15), September 2014.

12. ZHU Yu, YANG Juan, MA Nan. The Performance Analysis of Microwave Thrust Without Propellant Based On The Quantum Theory// Journal of Astronautics (in Chinese) 29 (5): 1612–1615, September 2008.

13. White Harold, March Paul, Nehemiah Williams, O'Neill William. Eagleworks Laboratories: Advanced Propulsion Physics Research. -NASA Technical Reports Server (NTRS) (Technical report) (NASA). JSC-CN-25207, 5 December 2011.

14. Brady David A., White Harold G., March Paul, Lawrence James T., Davies Franck J. Anomalous Thrust Production from an RF Test Device Measured on a Low-Thrust Torsion Pendulum/ 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics, – NASA, 30 July 2014.

15. Fetta Guido P. Numerical and Experimental Results for a Novel Propulsion Technology Requiring no On-Board Propellant/50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 30 August 2014

16. Brady D.A., White H.G., March P., Lawrence J.T., Davies F.J. Anomalous Thrust production from an RF Test Device Measured on Low-Thrust Torsion Pendulum// AIAA 2014-4029.

17. Trunев A.P. Princip odnositel'nosti i teorija dvizhitelja jelektromagnitnogo tipa// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №10(114). S. 812 – 836. – IDA [article ID]: 1141510061. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/10/pdf/61.pdf>

18. Trunев A.P. Teorija dvizhitelja jelektromagnitnogo tipa s uchetom toka jelementarnyh chastic i poljarizacii vakuuma / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №01(115). S. 1247 – 1269. – IDA [article ID]: 1151601080. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/01/pdf/80.pdf>.

19. Abragam-Bekker. Teorija jelektrichestva. – M., ONTI, 1936.

20. L.D. Landau, E.M. Lifshic. Jelektrodinamika sploshnyh sred. – M., Nauka, 1982.

21. Experimental Results/ emdrive.wiki/Main_Page

22. Greg Egan. Resonant Modes of a Conical Cavity/
<http://www.gregegan.net/SCIENCE/Cavity/Cavity.html>

23. Higgins A.J. Reconciling a Reactionless Propulsive Drive with the First Law of Thermodynamics// [arXiv:1506.00494v1](https://arxiv.org/abs/1506.00494v1), 7 May 2015.

24. Dzhunushaliev V.D. Phase transition for gluon field: a qualitative analysis // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №06(090). S. 1051 – 1061. – IDA [article ID]: 0901306071. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/71.pdf>

25. Trunев A.P. Usilitel' polja Janga-Millsa// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №07(111). S. 1202 – 1228. – IDA [article ID]: 1111507077. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/07/pdf/77.pdf>

26. Trunев A.P. Kondensator polja Janga-Millsa// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №08(112). S. 2014 – 2034. – IDA [article ID]: 1121508145. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/08/pdf/145.pdf>

27. Devitt B.S. Dinamicheskaja teorija grupp i polej. – Moskva, Nauka, 1987.

28. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.

29. Trunев A.P. Dinamika preonov i struktura kvarkov i leptonov / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo

<http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/105.pdf>

agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №04(088). S. 895 – 926. – IDA [article ID]: 0881304064. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/64.pdf>

30. Krivonosov L.N., Luk'janov V.A. Svjaz' uravnenij Janga-Millsa s uravnenijami Jejnshtejna i Maksvella// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2009, 2(4), 432-448.

31. Krivonosov L.N., Luk'janov V.A. Reshenie uravnenij Janga-Millsa dlja central'no-simmetricheskoj metriki pri nalichii jelektromagnitnogo polja./ Prostranstvo, vremja i fundamental'nye vzaimodejstvija, Vyp.3, 2013.

32. Bonnor W. B. The photon rockets// Class. Quantum Grav., 11:2007, 1994.

33. Bonnor W. B. Another photon rocket// Class. Quantum Grav. 13 (1996), 277.

34. Bonnor W.B. and Piper M.S. The gravitational wave rocket//Class.Quant.Grav. 14 (1997) 2895-2904.