УДК 624.1:626.8

РАСЧЕТ ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПОВЕРХНОСТИ ОРОШАЕМЫХ УЧАСТКОВ ПОД РЯД НАКЛОННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

Братишко В.И., – старший научный сотрудник
Ставропольский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации

В статье предложен расчет геоморфологических характеристик при проектировании поверхности орошаемых участков под несколько наклонных плоскостей. Представленный расчет позволяет сократить объемы земляных работ при планировке и оценить геоморфологические параметры, предъявляемые к орошаемому участку.

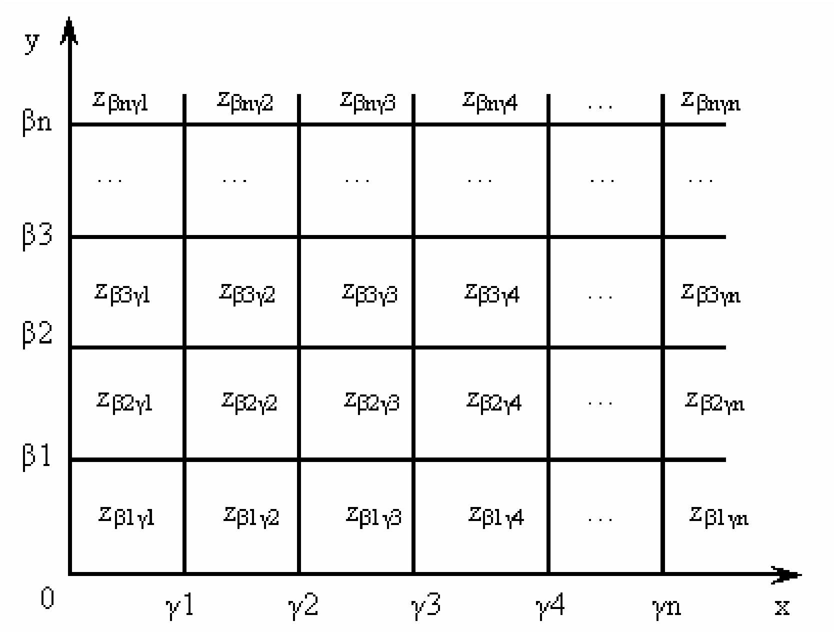
Calculation geomorphology features is offered in article when designing the surface irrigated areas under several inclined planes. The presented calculation allows to shorten the volume of the earthworks when designing and to value the geomorphology parameters, presented to irrigated area.

В результате лазерной площадной съемки поверхности орошаемого участка по квадратам 20х20 м получена информация о высотном положении точек снимаемой поверхности и их координаты в электронном виде для дальнейшей обработки. Знание местоположения (координат) и высотных отметок точек на участке необходимы для определения объемов земляных работ при проведении планировки поверхности. Объем земляных работ должен быть минимальным и сбалансированным, т. е. объем срезаемого грунта (срезки) должен равняться объему насыпаемого грунта (насыпи). Данное условие-ограничение принимаем для расчетных целей. На практике же в зависимости от почвенно-грунтовых условий предусматривается превышение объемов срезки над объемами насыпи на 5-15 %.

Решение задачи возможно при представлении поверхности участка в виде плоскости $z = ax + by + d$ и отыскания минимума этой функции по частным производным параметров a, b, d приравненных нулю. Минимум функции и будет минимумом объемов земляных работ (срезки-насыпи). Такое решение оправдано при проектировании поверхности орошаемого участка относительно небольших размеров под одну наклонную плоскость.

При проектировании участка площадью порядка 100 га под одну наклонную плоскость в большинстве случаев будут наблюдаться неоправданно значительные объемы земляных работ. Поэтому целесообразно проектирование поверхности под ряд наклонных плоскостей, удовлетворяющих требованиям орошения (дождевания, поверхностного полива) по геоморфологическим параметрам.

Рассмотрим случай проектирования поверхности представленной набором плоскостей, т. е. стороны смежных квадратов-плоскостей будут иметь одинаковые уклоны, равные угловые коэффициенты. Тогда схема для расчета будет иметь вид (рис. 1).



$z_{bngn} = a_{bngn}x_{bngn} + b_{bngn}y_{bngn} + d_{bngn}$ – проектируемые плоскости,

γ1, γ2, γ3, … , γn, β1, β2, β3, …, βn – шкала осей абсцисс и ординат

Рисунок 1 – Схема расчета поверхности

Т. к. смежные плоскости имеют равные угловые коэффициенты

$$a_{b1g1} = a_{b2g1} = a_{b3g1} = a_{b4g1} = ... = a_1, a_{b1g2} = a_{b2g2} = a_{b3g2} = a_{b4g2} = ... = a_2, a_{b1g3} =$$

$$= a_{b2g2} = a_{b3g2} = a_{b4g2} = ... = a_3, \mathbf{K}, b_{b1g1} = b_{b1g2} = b_{b1g3} = b_{b1g4} = ... = b_1, b_{b2g1} = b_{b2g2} = b_{b2g3} =$$

$$= b_{b2g4} = ... = b_2, b_{b3g1} = b_{b3g2} = b_{b3g3} = b_{b3g4} = ... = b_3, \mathbf{K}, \qquad (1)$$

то искомая поверхность, состоящая из ряда плоскостей, примет вид

$$F(a_1,a_2,a_3,...,a_n,b_1,b_2,b_3,...,b_n,d_{b1g1},d_{b1g2},d_{b1g3},...,d_{bmgn})=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(a_1x+b_1y+d_{b1g1}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b1g1_n}\\ y\le y_{b1g1_n}\\ x\ge x_{b1g1_0}\\ y\ge y_{b1g1_0}}}+\right.$$

$$\left.+\left(a_2x+b_1y+d_{b1g2}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b1g2_n}\\ y\le y_{b1g2_n}\\ x\ge x_{b1g2_0}\\ y\ge y_{b1g2_0}}}+\mathbf{L}+\left(a_1x+b_2y+d_{b2g1}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b2g1_n}\\ y\le y_{b2g1_n}\\ x\ge x_{b2g1_0}\\ y\ge y_{b2g1_0}}}+\left(a_2x+b_2y+d_{b2g2}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b2g2_n}\\ y\le y_{b2g2_n}\\ x\ge x_{b2g2_0}\\ y\ge y_{b2g2_0}}}+\mathbf{K}\right].$$

Искомая поверхность будет расположена ближе к каждой из точек съемки в том случае, если сумма квадратов отклонений будет наименьшей

$$F(a_1,a_2,a_3,...,a_n,b_1,b_2,b_3,...,b_n,d_{b1g1},d_{b1g2},d_{b1g3},...,d_{bmgn})=\sum_{i=1}^{n}\left[\left(a_1x+b_1y+d_{b1g1}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b1g1_n}\\ y\le y_{b1g1_n}\\ x\ge x_{b1g1_0}\\ y\ge y_{b1g1_0}}}+\right.$$

$$\left.+\left(a_2x+b_1y+d_{b1g2}\right)\Bigg|_{\substack{x\le x_{b1g2_n}\\ y\le y_{b1g2_n}\\ x\ge x_{b1g2_0}\\ y\ge y_{b1g2_0}}}+\mathbf{L}-z_m\right]^2, \qquad (2)$$

где x, y – координаты отметок; z_m – высотные отметки поверхности съемки.

Величины x, y – постоянные. Необходимо найти параметры a_i, b_i, d_i. Для этого определим частные производные от F по a_i, b_i, d_i, приравняем их нулю и составим систему из n уравнений с n неизвестными. Выразим свободные члены $d_{\beta1\gamma2}$, $d_{\beta1\gamma3}$, $d_{\beta1\gamma2}$ и т. д. через $d_{\beta1\gamma1}$. Введем Δ – протяженность проектируемого участка с постоянным уклоном. Дальнейшие расчеты правомерны для участков квадратной формы. Обозначим $d_{\beta1\gamma1} = d_1$ и примем, что $d_{\beta1\gamma2} = d_{12}$, $d_{\beta1\gamma3} = d_{13}$, $d_{\beta2\gamma1} = d_{21}$, $d_{\beta2\gamma2} = d_{22}$, $x_{\beta1\gamma1} = x_{11}$ и т. д.

После подстановки формул (1) и преобразования получим

$$d_{12}=d_1+\Delta a_1-\Delta a_2, d_{13}=d_1+\Delta a_1+\Delta a_2-2\Delta a_3, d_{14}=d_1+\Delta a_1+\Delta a_2+\Delta a_3-3\Delta a_4, \mathbf{K},$$

$$d_{21}=d_1+\Delta b_1-\Delta b_2, d_{22}=d_1+\Delta b_1-\Delta b_2+\Delta a_1-\Delta a_2, d_{23}=d_1+\Delta b_1-\Delta b_2+\Delta a_1+\Delta a_2-2\Delta a_3,$$

$$\mathbf{K}, d_{31}=d_1+\Delta b_1+\Delta b_2-2\Delta b_3, d_{32}=d_1+\Delta b_1+\Delta b_2-2\Delta b_3+\Delta a_1-\Delta a_2, \mathbf{K}. \qquad (3)$$

Подставляем (3) в функцию (2)

$$F(a_1,a_2,a_3,...,a_n,b_1,b_2,b_3,...,b_n,d_1)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(a_1x_{11}+b_1y_{11}+d_1\right)\Bigg|_{\substack{x\le g1\\ y\le b1\\ x\ge 0\\ y\ge 0}}+\left[a_2\left(x_{12}-\Delta\right)+b_1y_{12}+d_1+\Delta a_1\right]\Bigg|_{\substack{x\le g2\\ y\le b1\\ x> g1\\ y\ge 0}}+\right.$$

$$+\left[a_3\left(x_{13}-2\Delta\right)+b_1y_{13}+d_1+\Delta a_1+\Delta a_2\right]\Bigg|_{\substack{x\le g3\\ y\le b1\\ x> g2\\ y\ge 0}}+\mathbf{K}+\left[a_1x_{21}+b_2\left(y_{21}-\Delta\right)+d_1+\Delta b_1\right]\Bigg|_{\substack{x\le g1\\ y\le b2\\ x\ge 0\\ y> b1}}+\left[a_2\left(x_{22}-\Delta\right)+\right.$$

$$\left.+b_2\left(y_{22}-\Delta\right)+d_1+\Delta b_1+\Delta a_1\right]\Bigg|_{\substack{x\le g2\\ y\le b2\\ x> g1\\ y> b1}}+\left[a_3\left(x_{23}-2\Delta\right)+b_2\left(y_{23}-\Delta\right)+d_1+\Delta b_1+\Delta a_1+\Delta a_2\right]\Bigg|_{\substack{x\le g3\\ y\le b2\\ x> g2\\ y> b1}}+\mathbf{K}+$$

$$+\left[a_1x_{31}+b_3\left(y_{31}-2\Delta\right)+d_1+\Delta b_1+\Delta b_2\right]\Bigg|_{\substack{x\le g1\\ y\le b3\\ x\ge 0\\ y>b2}}+\left[a_2\left(x_{32}-\Delta\right)+b_3\left(y_{32}-2\Delta\right)+d_1+\left|\Delta b_1+\Delta b_2+\Delta a_1\right]\right.\Bigg|_{\substack{x\le g2\\ y\le b3\\ x>g1\\ y>b2}}+$$

$$\left.+\left[a_3\left(x_{33}-2\Delta\right)+b_3\left(y_{33}-2\Delta\right)d_1+\Delta b_1+\Delta b_2+\Delta a_1+\Delta a_2\right]\Bigg|_{\substack{x\le b3\\ y\le d1\\ x\ge g2\\ y>b2}}+\mathbf{K}-z_m\right\}^2 .$$

Определим частные производные функции и приравняем их нулю.

Проведем преобразования в частных производных и представим их в виде функциональных рядов при параметрах *a*, *b*, например, для

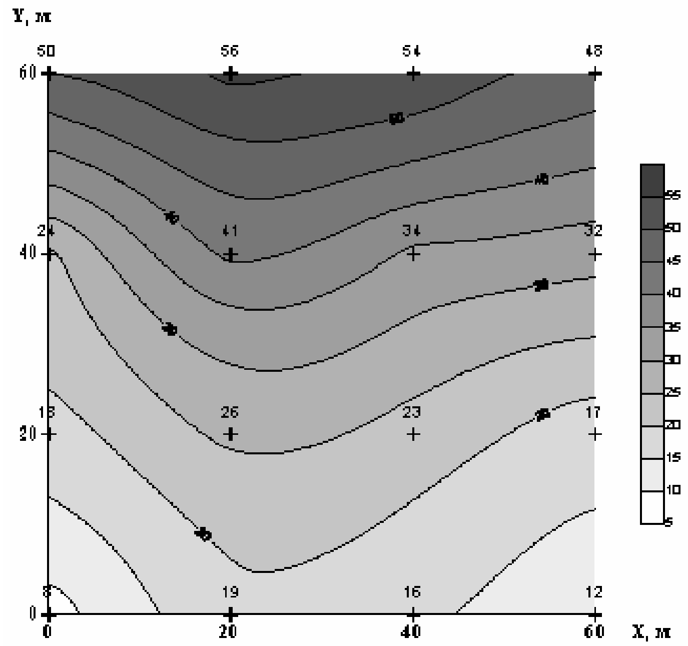
$$\frac{\partial F}{\partial a_1}=a_1\left(\sum_{\substack{x\ge 0\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}x^2+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y\ge 0}}\right)+a_2\left[\Delta\sum_{\substack{x>g1\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g2\\ y\le n}}\left(x-\Delta\right)+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g2\\ y\ge 0}}\right]+a_3\left[\Delta\sum_{\substack{x>g2\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g3\\ y\le n}}\left(x-2\Delta\right)+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g3\\ y\ge 0}}\right]+\mathbf{K}+$$

$$+b_1\left(\sum_{\substack{x\ge 0\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g1\\ y\le b1}}xy+\Delta\sum_{\substack{x\ge 0\\ y>b1}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}x+\Delta\sum_{\substack{x>g1\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le n\\ y\le b1}}y+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y>b1}}\right)+b_2\left[\sum_{\substack{x\ge 0\\ y>b1}}^{\substack{x\le g1\\ y\le b2}}x\left(y-\Delta\right)+\Delta\sum_{\substack{x\ge 0\\ y>b2}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}x+\Delta\sum_{\substack{x>g1\\ y>b1}}^{\substack{x\le n\\ y\le b2}}\left(y-\Delta\right)+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y>b2}}\right]+$$

$$+b_3\left[\sum_{\substack{x\ge 0\\ y>b2}}^{\substack{x\le g1\\ y\le b3}}x\left(y-2\Delta\right)+\Delta\sum_{\substack{x\ge 0\\ y>b3}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}x+\Delta\sum_{\substack{x>g1\\ y>b2}}^{\substack{x\le n\\ y\le b3}}\left(y-2\Delta\right)+\Delta^2 n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y>b3}}\right]+\mathbf{K}+d_1\left(\sum_{\substack{x\ge 0\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}x+\Delta n\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y\ge 0}}\right)-\sum_{\substack{x\ge 0\\ y\ge 0}}^{\substack{x\le g1\\ y\le n}}zx-z\Delta\Bigg|_{\substack{x\le n\\ y\le n\\ x>g1\\ y\ge 0}}=0. \quad (4)$$

И далее для всех частных производных.

В качестве примера возьмем часть орошаемого участка со следующими отметками (рис. 2).



23

\+ точки съемки с высотными отметками в см.

Рисунок 2 – Топографический план части орошаемого участка

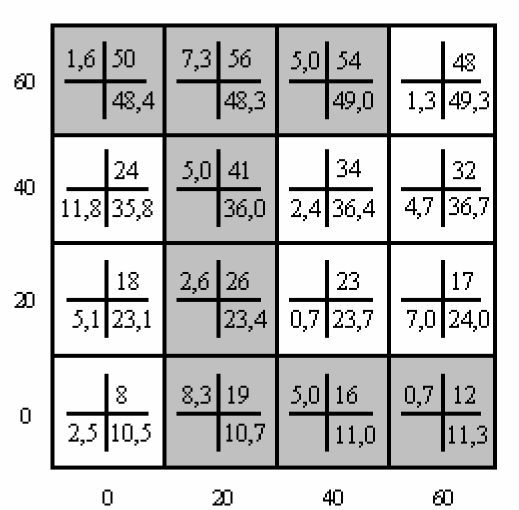
По формулам (4) вычисляем частные производные. Составляем систему 7 линейных уравнений с 7 неизвестными (a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, d_1)

$$\begin{cases} 4800a_1 + 3200a_2 + 1600a_3 + 3600b_1 + 2400b_2 + 1200b_3 + 240d_1 = 75{,}6 \\ 3200a_1 + 3200a_2 + 1600a_3 + 2400b_1 + 1600b_2 + 800b_3 + 160d_1 = 47{,}2 \\ 1600a_1 + 1600a_2 + 1600a_3 + 1200b_1 + 800b_2 + 400b_3 + 80d_1 = 21{,}8 \\ 3600a_1 + 2400a_2 + 1200a_3 + 4800b_1 + 3200b_2 + 1600b_3 + 240d_1 = 84{,}6 \\ 2400a_1 + 1600a_2 + 800a_3 + 3200b_1 + 3200b_2 + 1600b_3 + 160d_1 = 67{,}8 \\ 1200a_1 + 800a_2 + 400a_3 + 1600b_1 + 1600b_2 + 1600b_3 + 80d_1 = 41{,}6 \\ 240a_1 + 160a_2 + 80a_3 + 240b_1 + 160b_2 + 80b_3 + 16d_1 = 4{,}78 \end{cases}$$

и решаем ее матричным способом.

Определив искомые параметры a_1 = 0,005250, a_2 = -0,001875, a_3 = -0,002250, b_1 = 0,003625, b_2 = 0,005875, b_3 = 0,009625, d_1 = 0,088750, далее по формуле (3) вычисляем d_{12} = 0,23125, d_{13} = 0,24625, d_{21} = 0,04375, d_{22} = 0,18625, d_{23} = 0,20125, d_{31} = -0,10625, d_{32} = 0,03625, d_{33} = 0,05125.

Теперь нам известны параметры проектируемых наклонных плоскостей. Угловые коэффициенты являются поперечными и продольными уклонами, по которым можно оценить приемлемость того или иного вида орошения. Вычисляем проектные отметки в точках съемки (рис. 3).



в | а — а – отметки поверхности, полученные в результате съемки, см; б – проектные
г | б — отметки, см; в – рабочие отметки срезок, см; г – рабочие отметки насыпей, см

зоны срезки   зоны насыпи

Рисунок 3 – План планировочных работ при проектировании поверхности под несколько наклонных плоскостей

Определяем объемы срезок и насыпей полученных наклонных плоскостей $W_{ср}$ = 43,0 м^3, $W_н$ = 43,0 м^3.

Цель, поставленной нами задачи, выполнена. Данное решение позволяет определить геоморфологические характеристики поверхности орошаемого участка, сбалансировать объемы грунтовых масс и минимизировать объемы срезок и насыпей.

Для сравнения запроектируем эту же поверхность (рис. 2) под одну наклонную плоскость, определив $\frac{\partial F}{\partial a}=0, \frac{\partial F}{\partial b}=0, \frac{\partial F}{\partial d}=0,$ и свободные члены. Вычислим a = 0,00015; b = 0,006325; d = 0,10450 и проектные отметки в точках съемки. Определим объемы срезок и насыпей наклонной плоскости $W_{ср}$ = 141,2 м^3, $W_н$ = 141,2 м^3.

Для приведенного примера объем земляных работ при проектировании под одну наклонную плоскость (W = 141,2 м^3) больше чем в 3 раза объема земляных работ при проектировании под ряд наклонных плоскостей (W = 43,0 м^3).