

УДК 514.84+517.9

UDC 514.84+517.9

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and Math

О ВОЗБУЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ И РАСПАДА ЧАСТИЦ УСКОРЕНИЕМ**EXCITATION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION, NUCLEAR REACTION AND PARTICLES DECAY BY THE ACCELERATION**

Трунев Александр Петрович

Alexander Trunev

к.ф.-м.н., Ph.D.

Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.

Scopus Author ID: 6603801161

Scopus Author ID: 6603801161

SPIN-код автора: 4945-6530

*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада**Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В статье обсуждается вопрос о возбуждении электромагнитного излучения, ядерных реакций и распадов частиц при ускорении зарядов, атомных ядер и макроскопических объемов вещества. Исследовано движение заряженных частиц в многосекционной магнитной ловушке, используемой для удержания плазмы. Предложена модель излучения заряда, движущегося в неинерциальной системе отсчета в общей теории относительности. Построена теория возмущений путем разложения решения волнового уравнения по малому параметру с учетом характерного радиуса траектории электронов при их движении в магнитном поле. Установлено, что в первом приближении сила торможения излучением зависит от ускорения заряда. Для моделирования процессов в адронах и в ядрах использованы теория Янга-Миллса и метрика, описывающая ускоренные и вращающиеся системы отсчета в общей теории относительности. Рассмотрена скалярная модель глюбола в случае произвольной зависимости ускорения и угловой скорости системы от времени. Построены численные модели распространения волн в неинерциальных системах отсчета в случае зависимости параметров системы от одного, двух и трех пространственных измерений. В численных экспериментах показано, что ускорение системы приводит к развитию неустойчивости, ведущей к неограниченному росту амплитуды волн, что интерпретируется как распад системы. Установлено, что существуют критические значения параметров ускорения, выше которых развивается неустойчивость

The article discusses the excitation of electromagnetic radiation, nuclear reactions and decays of particles by the acceleration of charges, atomic nuclei and the macroscopic volumes of matter. The motion of charged particles in a magnetic trap used for plasma confinement was computed. We propose a model of the electromagnetic radiation of a charge moving in a non-inertial reference frame in general relativity. We have also constructed a theory of perturbation with using a wave equation with small parameters, taking into account a characteristic radius of the trajectory of the electrons as they move in a magnetic field. It was found that in the first approximation, the radiation back-reaction force depends on the acceleration of the charge. For the simulating of processes in hadrons and nuclei we used Yang-Mills theory and the metric, describes the acceleration and rotating reference frame in general relativity. We consider the scalar glueball model for an arbitrary dependence of acceleration and angular velocity of the system on time. The numerical model of wave propagation in non-inertial reference frame for the geometry of system of one, two or three spatial dimensions was tested. In the numerical experiments shown that the acceleration of the system leads to instability, leading to an unlimited increase in the amplitude of waves, which is interpreted as a decay of system. It was found that there are critical values of acceleration above which the instability develops

Ключевые слова: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА, ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛА, ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА

Keywords: GENERAL RELATIVITY, NON-INERTIAL REFERENCE FRAME, POTENTIAL THEORY, YANG-MILLS THEORY

Введение

Излучение электромагнитных волн при ускорении заряда относится к одной из проблем классической электродинамики [1-8]. Как известно, заряженная частица испытывает торможение при излучении, что обусловлено наличием силы Лоренца-Абрагама-Дирака, зависящей от рывка – второй производной скорости [1-3]. Прямой учет этой силы в уравнениях движения приводит к ряду парадоксов, поэтому существуют различные методы перенормировки теории, описанные в работах [4-8] и других.

В этой связи представляет большой интерес описание ускорения заряда в неинерциальных системах отсчета. В общей теории относительности преобразование уравнений Максвелла к подвижным осям сводится к нахождению соответствующей метрики. В работах [9-110] обсуждаются вопросы моделирования движения в общей теории относительности в метрике ускоренных и вращающихся систем координат. На основе уравнений Максвелла и Янга-Миллса развита теория эффектов, обусловленных ускорением.

В настоящей представлены данные моделирования излучения зарядов и возбуждения атомных ядер ускорением. В численных расчетах показано, что ускорение системы приводит к развитию неустойчивости, ведущей к неограниченному росту амплитуды волн, что интерпретируется как распад системы. Установлено, что существуют критические значения параметров ускорения, выше которых развивается неустойчивость. Обсуждается возможность обнаружения описанных эффектов на ускорителях типа ЛНС с использованием ядер, содержащих большое число нуклонов.

Ускоренные и вращающиеся системы отсчета в общей теории относительности

Уравнения Эйнштейна имеют вид [4, 11-16]:

<http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/90.pdf>

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

$$R_{ik} = R_{ijk}^j, \quad R = g^{ik} R_{ik},$$

$$R_{\beta\gamma\delta}^\alpha = \frac{\partial \Gamma_{\beta\delta}^\alpha}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha}{\partial x^\delta} + \Gamma_{\beta\delta}^\mu \Gamma_{\mu\gamma}^\alpha - \Gamma_{\beta\gamma}^\mu \Gamma_{\mu\delta}^\alpha,$$

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{is} \left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^s} \right)$$

$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно; $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha$ - тензор Римана, Γ_{kl}^i - символы Кристоффеля второго рода.

Уравнения движения материальной точки в гравитационном поле можно представить в форме [4-12]

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{ds} \frac{dx^\lambda}{ds} = 0 \quad (2)$$

Ниже мы положили для упрощения $c=1$. Рассмотрим метрику, связанную с движением материальной точки с заданной скоростью $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, имеем

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2 \quad (3)$$

Вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности в метрике (3), получим

$$\Gamma_{11}^2 = -\frac{du_1}{dt}, \quad \Gamma_{11}^3 = -\frac{du_2}{dt}, \quad \Gamma_{11}^4 = -\frac{du_3}{dt} \quad (4)$$

Уравнения (2) удовлетворяется тождественно, если мы положим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \quad (5)$$

$$\mathbf{r} = (x, y, z)$$

Метрика (3) описывает классическое движение с ускорением. Уравнение (1) для пустого пространства и при равной нулю космологической константе

также удовлетворяется, поскольку $R_{ik} = 0$ в метрике (3). Более того тензор Римана $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha = 0$. Следовательно, движение с ускорением не изменяет кривизну пространства и не требует для своего поддержания материи, если ускорение является только функцией времени.

Рассмотрим метрику вида (3), в которой положим [9-10]

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t) + [\mathbf{k}(t) \times \mathbf{r}] \quad (6)$$

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2$$

Здесь $\mathbf{v}(t) = (v_1, v_2, v_3)$, $\mathbf{k}(t) = (k_1, k_2, k_3)$, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ - трехмерные векторы, для которых справедлива операция векторного умножения.

Покажем, что метрика (6) описывает движение в ускоренных и вращающихся системах координат. Действительно, вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности и тензор кривизны в метрике (6), получим

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^2 &= -\frac{d v_1}{dt} - x(k_2^2 + k_3^2) + k_1(yk_2 + zk_3) - k_3 v_2 + k_2 v_3 - z \frac{dk_2}{dt} + y \frac{dk_3}{dt}, \\ \Gamma_{31}^2 &= k_3, \Gamma_{41}^2 = -k_2, \\ \Gamma_{11}^3 &= -\frac{d v_2}{dt} - y(k_1^2 + k_3^2) + k_2(xk_1 + zk_3) - k_1 v_3 + k_3 v_1 + z \frac{dk_1}{dt} - x \frac{dk_3}{dt}, \\ \Gamma_{21}^3 &= -k_3, \Gamma_{41}^3 = k_1, \\ \Gamma_{11}^4 &= -\frac{d v_3}{dt} - z(k_1^2 + k_2^2) + k_3(yk_2 + xk_1) - k_2 v_1 + k_1 v_2 - y \frac{dk_1}{dt} + x \frac{dk_2}{dt}, \\ \Gamma_{21}^4 &= k_2, \Gamma_{31}^4 = -k_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя выражения (7) в уравнения (2) и производя несложные преобразования, находим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} + [\mathbf{k} \times \mathbf{v}] + [\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{k}}] + 2[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{k}] - [\mathbf{k} \times [\mathbf{r} \times \mathbf{k}]] = 0 \quad (8)$$

Здесь $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r} / dt$, $\dot{\mathbf{k}} = d\mathbf{k} / dt$ - трехмерные векторы, описывающие скорость изменения величин по отношению к подвижным осям выбранной

системы координат. Второе выражение (8) можно сравнить с классической формулой движения материальной частицы в неинерциальной системе отсчета [17-19]. Так, например, в [19] это движение описывается уравнением (39.7), имеем

$$m \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \tilde{\mathbf{r}}} - m\mathbf{W} + m[\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2m[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + m[\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (9)$$

Здесь m, U – масса частицы и потенциал внешнего поля соответственно. Выражение (9) получено путем преобразования функции Лагранжа в два этапа, на первом из которых осуществляется переход из инерциальной системы в ускоренную систему, движущуюся со скоростью $\mathbf{V}(t)$ и с ускорением \mathbf{W} , а на втором - в систему координат, вращающуюся с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$.

Отметим, что при преобразовании к подвижным осям ускорение также преобразуется [17-18], что не принято во внимание при выводе уравнения (9), поэтому следует положить в правой части (9)

$$\mathbf{W} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}]$$

Опуская в уравнении (9) градиент потенциала внешнего поля и полагая $m = 1$, имеем

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d\mathbf{V}}{dt} - [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}] + [\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + [\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (10)$$

Сравнивая (9) и (10) находим, что для согласования этих уравнений достаточно будет определить систему координат так, чтобы выполнялись уравнения

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}} &= -\mathbf{r}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = -\dot{\mathbf{r}}, \quad \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}; \\ \boldsymbol{\Omega} &= -\mathbf{k}, \quad \dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\dot{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (11)$$

Отображение (11), очевидно, описывает преобразование системы координат, связанное с выбором ориентации осей. Таким образом, мы доказали, что классическое движение в неинерциальной системе координат описывается в общей теории относительности в метрике (6).

Полученный выше результат об эквивалентности описания движения в неинерциальных системах отсчета в классической механике и в общей теории относительности позволяет моделировать любые силы механической природы, включая силы электродинамического происхождения. Это также означает, что классическая механика является точной, а не приближенной моделью в общей теории относительности [9-10].

Наконец, заметим, что уравнение Эйнштейна для пустого пространства и при равной нулю космологической константе удовлетворяется автоматически, поскольку $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = 0$ в метрике (6).

Описание волновых процессов в неинерциальных системах отсчета

Для моделирования излучения заряда используем волновое уравнение, описывающее скалярный потенциал в произвольной метрике, имеем

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \Psi \right) = 0 \quad (12)$$

Положим для упрощения выражений $c = 1$. Метрический тензор и обратный ему тензор, который фигурирует в уравнении (12), можно представить в виде:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1-u^2 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & -1 & 0 & 0 \\ u_2 & 0 & -1 & 0 \\ u_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & u_1^2 - 1 & u_1 u_2 & u_1 u_3 \\ u_2 & u_1 u_2 & u_2^2 - 1 & u_2 u_3 \\ u_3 & u_1 u_3 & u_2 u_3 & u_3^2 - 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Вычисляя определитель метрического тензора и трехмерного тензора в метрике (6), находим, что $g = -1$. Используя выражение метрического тензора, находим волновое уравнение в неинерциальной системе координат в метрике (6)

$$\begin{aligned} & \Psi_{tt} - (1-u_1^2)\Psi_{xx} - (1-u_2^2)\Psi_{yy} - (1-u_3^2)\Psi_{zz} + 2u_1\Psi_{tx} + 2u_2\Psi_{ty} + 2u_3\Psi_{tz} + \\ & + 2u_1u_2\Psi_{xy} + 2u_1u_3\Psi_{xz} + 2u_2u_3\Psi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\Psi_x + \\ & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\Psi_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\Psi_z = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Компоненты скорости и ускорения вычисляются согласно первому уравнению (6) в виде

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1(t) - k_3(t)y + k_2(t)z, & \partial_t u_1 &= \dot{v}_1 - \dot{k}_3 y + \dot{k}_2 z, & \partial_y u_1 &= -k_3, & \partial_z u_1 &= k_2, \\ u_2 &= v_2(t) + k_3(t)x - k_1(t)z, & \partial_t u_2 &= \dot{v}_2 + \dot{k}_3 x - \dot{k}_1 z, & \partial_x u_2 &= k_3, & \partial_z u_2 &= -k_1, \\ u_3 &= v_3(t) - k_2(t)x + k_1(t)y, & \partial_t u_3 &= \dot{v}_3 - \dot{k}_2 x + \dot{k}_1 y, & \partial_x u_3 &= -k_2, & \partial_y u_3 &= k_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Для моделирования динамики и распада атомных ядер рассмотрим скалярную модель глюонного конденсата [20-23] в метрике (6), имеем

$$\begin{aligned} \phi_{;\mu}^{\mu} &= \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \phi \right) = -\phi [\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2)] \\ \chi_{;\mu}^{\mu} &= \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \chi \right) = -\chi [\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2)] \end{aligned} \quad (16)$$

Используя выражение метрического тензора, находим уравнения скалярной модели глюонного конденсата в неинерциальной системе координат в метрике (6)

$$\begin{aligned} & \phi_{tt} - (1-u_1^2)\phi_{xx} - (1-u_2^2)\phi_{yy} - (1-u_3^2)\phi_{zz} + 2u_1\phi_{tx} + 2u_2\phi_{ty} + 2u_3\phi_{tz} + \\ & + 2u_1u_2\phi_{xy} + 2u_1u_3\phi_{xz} + 2u_2u_3\phi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\phi_x + \\ & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\phi_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\phi_z = -\phi [\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2)] \\ & \chi_{tt} - (1-u_1^2)\chi_{xx} - (1-u_2^2)\chi_{yy} - (1-u_3^2)\chi_{zz} + 2u_1\chi_{tx} + 2u_2\chi_{ty} + 2u_3\chi_{tz} + \\ & + 2u_1u_2\chi_{xy} + 2u_1u_3\chi_{xz} + 2u_2u_3\chi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\chi_x + \\ & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\chi_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\chi_z = -\chi [\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2)] \end{aligned} \quad (17)$$

Отметим, что в работах [22-23] система уравнений (16) использовалась для моделирования спектра масс адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер.

Моделирование излучения волн заряженными частицами

Вопросы моделирования плоских, цилиндрических и сферических волн в ускоренных и вращающихся системах отсчета были рассмотрены в работах [9-10]. Было установлено, что скорость распространения волнового фронта может изменяться в широких пределах в зависимости от ускорения системы. При некоторых условиях возможным является эффект остановки и разворота волнового фронта. Этот эффект объясняется тем, что в метрике (6) выполняется классическое правило сложения скоростей.

Излучение точечного заряда имеет ту особенность, что в системе отсчета, связанной с самим зарядом, его поле сводится к кулоновскому потенциалу, тогда как на большом удалении от центра заряда электромагнитное поле описывается, например, запаздывающими потенциалами [4]. Представим решение волнового уравнения в форме

$$\Psi = \tilde{\Psi}(t, x, y, z) + \frac{q}{r} \quad (18)$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, q – заряд системы. Подставим выражение (18) в уравнение (16), тогда получим

$$\begin{aligned} & \tilde{\Psi}_{tt} - (1-u_1^2)\tilde{\Psi}_{xx} - (1-u_2^2)\tilde{\Psi}_{yy} - (1-u_3^2)\tilde{\Psi}_{zz} + 2u_1\tilde{\Psi}_{tx} + 2u_2\tilde{\Psi}_{ty} + 2u_3\tilde{\Psi}_{tz} + \\ & + 2u_1u_2\tilde{\Psi}_{xy} + 2u_1u_3\tilde{\Psi}_{xz} + 2u_2u_3\tilde{\Psi}_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\tilde{\Psi}_x + \\ & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\tilde{\Psi}_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\tilde{\Psi}_z = \rho \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь эффективная плотность заряда дается выражением

$$\begin{aligned} \rho = & -[u_1^2 \partial_{xx} + u_2^2 \partial_{yy} + u_3^2 \partial_{zz} + 2u_1 u_2 \partial_{xy} + 2u_1 u_3 \partial_{xz} + 2u_2 u_3 \partial_{yz} \\ & + (\partial_t u_1 + u_2 \partial_y u_1 + u_3 \partial_z u_1) \partial_x + (\partial_t u_2 + u_1 \partial_x u_2 + u_3 \partial_z u_2) \partial_y \\ & + (\partial_t u_3 + u_1 \partial_x u_3 + u_2 \partial_y u_3) \partial_z] r^{-1} + \nabla^2 r^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

Учитывая, что в сопутствующей системе координат $\mathbf{u} = 0$ и $\nabla^2 r^{-1} = 0$, находим окончательно

$$\tilde{\Psi}_{tt} - \nabla^2 \tilde{\Psi} + (\mathbf{a} \cdot \nabla) \tilde{\Psi} = -q(\mathbf{a} \cdot \nabla) r^{-1} \quad (21)$$

Здесь $\mathbf{a} = \partial \mathbf{u} / \partial t$ - ускорение в сопутствующей системе координат. Движение заряда описывается динамическими уравнениями, которые в инерциальной системе координат имеют вид [4]

$$m \frac{d\tilde{u}^i}{ds} = q F^{ik} \tilde{u}_k \quad (22)$$

Согласно (8) и (11) мы должны положить $ds = dt$, $\mathbf{a} = -\partial \tilde{\mathbf{u}} / \partial t$. Выразим ускорение из уравнения (22) и подставим в (21), в результате получим

$$\begin{aligned} -\mathbf{a} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + [\tilde{\mathbf{u}} \times \mathbf{B}]) \\ \tilde{\Psi}_{tt} - \nabla^2 \tilde{\Psi} + (\mathbf{a} \cdot \nabla) \tilde{\Psi} = -q(\mathbf{a} \cdot \nabla) r^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

Систему уравнений (23) можно решить, используя метод последовательных приближений. В случае электрона имеем малый параметр $q = e, e^2 / \hbar c = \alpha = 0.0072974$. Второй малый параметр возникает в задачах движения электронов в макроскопических полях малой и средней интенсивности, в этом случае $\hbar / mcr_0 \ll 1$, где r_0 - характерный радиус траектории электронов, например, при их движении в магнитном поле.

Известно, что электроны, обладающие небольшой энергией, излучают при движении в магнитном поле как классические частицы [5, 24-26]. Следовательно, источник излучения в правой стороне второго уравнения (23) характеризуется малым параметром $\varepsilon = \alpha \hbar / mcr_0 \ll 1$. Можно представить решение волнового уравнения в виде ряда по степеням малого параметра

$$\tilde{\Psi} = \sum_n \varepsilon^n \Psi_n \quad (24)$$

В первом приближении имеем

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_1 = - \frac{((\tilde{\mathbf{E}} + [\tilde{\mathbf{u}} \times \tilde{\mathbf{B}}]) \cdot \mathbf{r})}{r^3} \quad (25)$$

Здесь величины с тильдой определены вдоль траектории движения частицы. Предположим, что в некоторой инерциальной системе координат задано электрическое и магнитное поле. Вычисляя скорость и траекторию движения частицы в этих полях, определим правую часть уравнения (25). Разрешая волновое уравнение с заданной правой частью, найдем поле, удовлетворяющее условиям излучения.

Рассмотрим движение электрона в магнитной ловушке - рис. 1. Ловушка состоит из отдельных секций, в каждой из которых циркулирует круговой ток. Векторный потенциал отдельной круговой токовой петли дается выражением [27]

$$\begin{aligned} A_\varphi &= \frac{\mu I a}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{a^2 + r^2 + z^2 - 2ar \cos \varphi}} = \\ &= \frac{\mu I}{2\pi} \frac{a^2 + r^2 + z^2}{r \sqrt{(a+r)^2 + z^2}} K(\zeta) - \frac{\mu I}{2\pi} \frac{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}}{r} E(\zeta) \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь μ, I - магнитная проницаемость и ток в петле соответственно; $\zeta = \frac{4ar}{(a+r)^2 + z^2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, a - радиус петли, $K(\zeta), E(\zeta)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Компоненты индукции магнитного поля всех секций вычисляются согласно

$$B_r = - \sum_{n=-N}^N \frac{\partial A_\varphi(r, z + f_n)}{\partial z}, \quad B_z = \sum_{n=-N}^N \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi(r, z + f_n)) \quad (27)$$

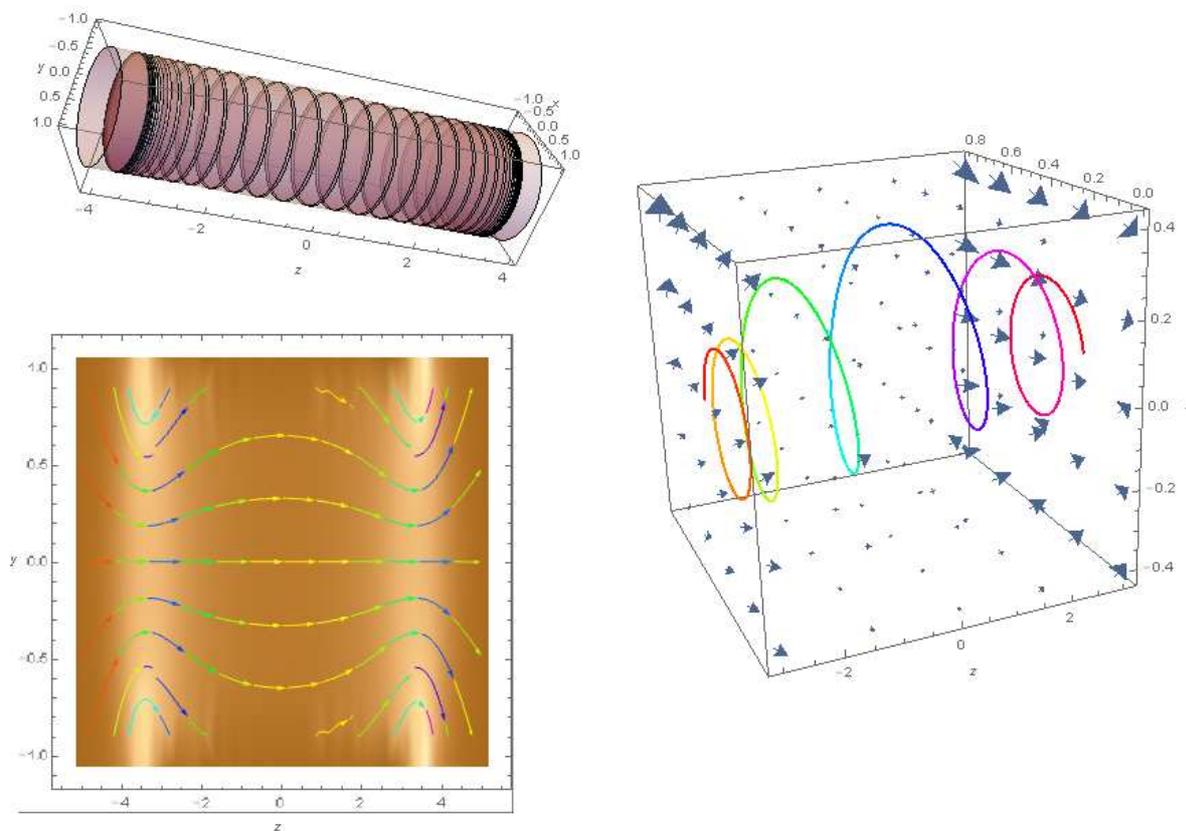


Рис. 1. Многосекционная магнитная ловушка: на нижнем рисунке показаны линии индукции магнитного поля, подсветка соответствует пробкам; на правом рисунке показана траектория электрона.

Функция распределения секций в численных примерах, представленных на рис. 1-3 задается в виде $f_n = \frac{0.5n}{1+0.005n^2}$. Зависимости компонентов индукции магнитного поля от радиальной и аксиальной координаты показаны на рис. 2. Траектории электронов в неоднородно магнитном поле ловушки представлены на рис. 3.

Следует отметить, что движение электронов в магнитной ловушке ограничено размерами системы, создающей магнитное поле и условиями отражения от неоднородности магнитного поля – рис. 3-4. Следовательно,

интеграл от эффективной плотности заряда в правой части уравнения (25) при движении электронов в магнитном поле всегда сходится в силу ограниченности самого движения.

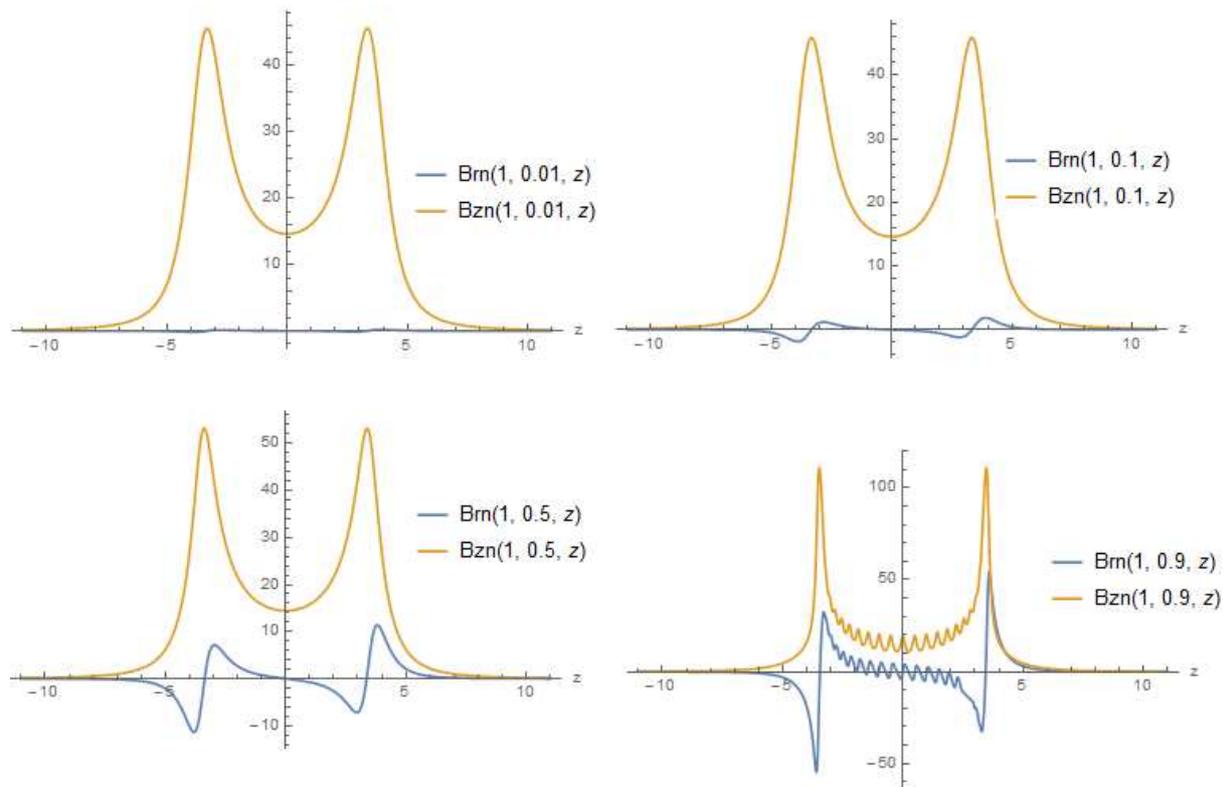


Рис. 2. Профили индукции радиальной и аксиальной компоненты индукции магнитного поля в многосекционной магнитной ловушке при общем числе секций $N = 41$, радиусе кольца $a = 1$ и $r = 0.01; 0.1; 0.5; 0.9$.

Поскольку параметры источника излучения в правой части уравнения (25) зависят от скорости движения электронов, то сила торможения излучением зависит от ускорения, а не от рывка, как в теории Лоренца-Абрагама-Дирака [1-3]. Тем самым достигается регуляризация теории

торможения излучением, аналогично методу, описанному в [4, 7, 25]. Отметим, что движение электронов в многосекционной магнитной ловушке характеризуется несколькими периодами – рис. 3, поэтому спектр излучения в общем случае также характеризуется несколькими частотами.

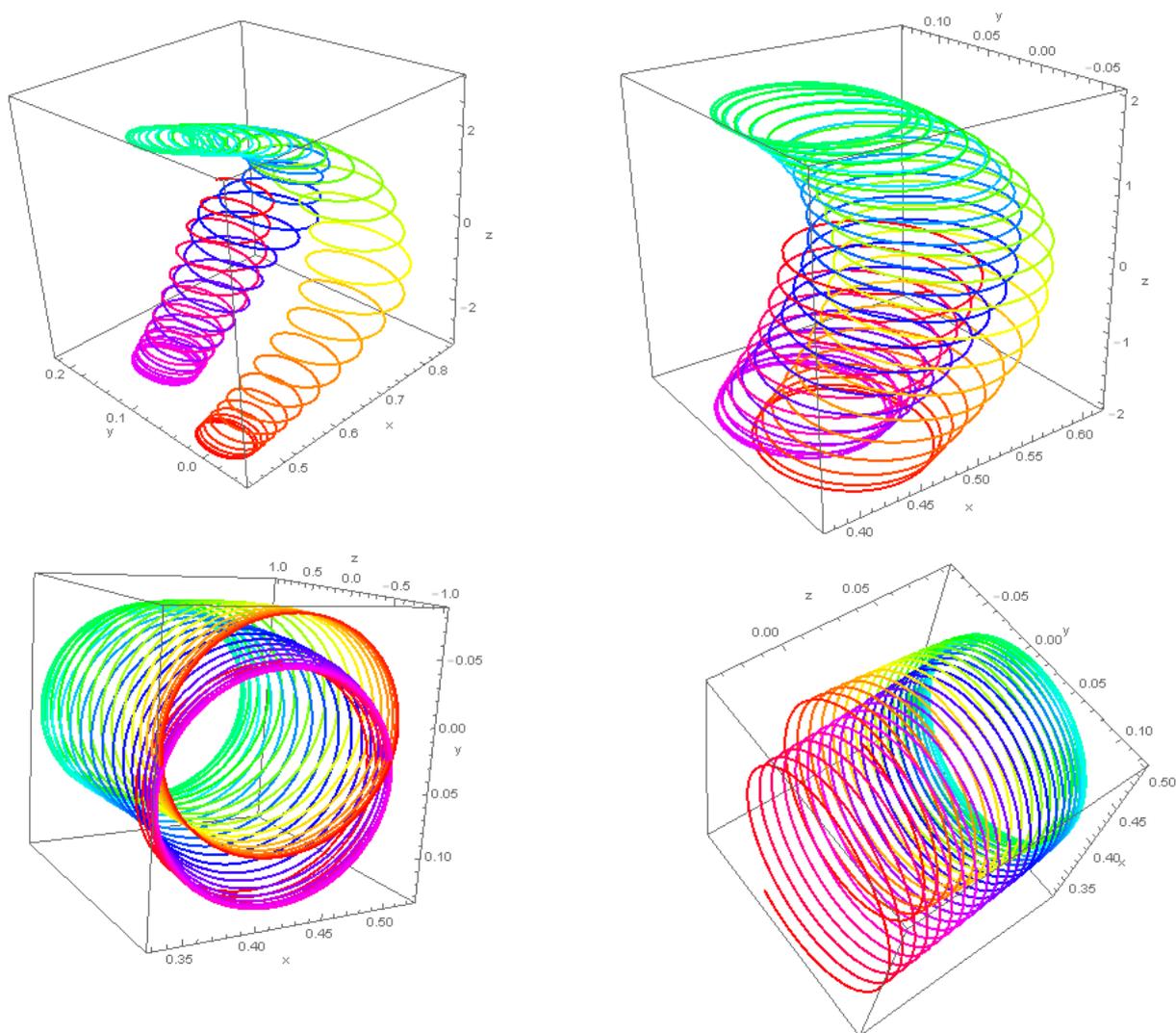


Рис. 3. Траектории электронов в многосекционной магнитной ловушке: электроны отражаются от магнитного «зеркала» под некоторым углом.

Наконец, заметим, что излучение заряда связано с изменением скалярного потенциала, как это следует из уравнений (23). Такого рода скалярные волны могут распространяться только в вакууме, тогда как в проводящей среде продольные волны преобразуются в поперечные волны, аналогично тому, как потенциальное течение преобразуется в вихревое течение в пограничном слое [28]. В теории поля [4] такое преобразование осуществляется как поворот в четырехмерном пространстве-времени, что позволяет определить векторный потенциал и соответствующие поперечные волны.

Моделирование распространения волн в глюонном конденсате

Моделирование волновых процессов в атомных ядрах является одной из задач квантовой хромодинамики. Проблему моделирования атомных ядер и адронов можно упростить, рассматривая некоторые средние параметры системы. Было показано [20-21], что в случае глюонного конденсата уравнения квантовой хромодинамики сводятся к двум уравнениям (16). Отметим, что система уравнений (16) получена при следующих допущениях [20-21]:

$$(G_2)_{\mu\nu}^{ab}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2) \rangle \approx C_{\mu\nu}^{ab}\phi(x_1)\phi^*(x_2) + m_{\mu\nu}^{ab}, \quad (28)$$

$$(G_4)_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2)A_\rho^c(x_3)A_\sigma^d(x_4) \rangle \approx \langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2) \rangle \langle A_\rho^c(x_3)A_\sigma^d(x_4) \rangle, \quad (29)$$

$$(G_2)_{\mu\nu}^{mn}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2) \rangle \approx C_{\mu\nu}^{mn}\chi(x_1)\chi^*(x_2) + m_{\mu\nu}^{mn}, \quad (30)$$

$$(G_4)_{\mu\nu\rho\sigma}^{mnpq}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2)A_\rho^p(x_3)A_\sigma^q(x_4) \rangle \approx \langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2) \rangle \langle A_\rho^p(x_3)A_\sigma^q(x_4) \rangle, \quad (31)$$

Здесь A_μ^α - компоненты поля Янга-Миллса, $a, b, c, d = 1, 2, 3$ - SU(2) индексы; $m, n, p, q = 4, 5, 6, 7, 8$ - индексы дополнения; C, m - некоторые константы.

Вопросы моделирования распространения волн в глюонном конденсате рассматривались в работах [10, 20-23] и других. Для системы уравнений (17) поставим следующую задачу:

$$\begin{aligned}
 \phi(0, x, y, z) = 0, \quad \phi_t(0, x, y, z) = p_1 \exp[-k_1(x - x_1)^2], \\
 \phi(t, 0, y, z) = 0, \quad \phi(t, L, y, z) = 0, \quad \phi(t, x, -L, z) = \phi(t, x, L, z), \\
 \phi(t, x, y, -L) = \phi(t, x, y, L), \\
 \chi(0, x, y, z) = 0, \quad \chi_t(0, x, y, z) = p_2 \exp[-k_2(x - x_2)^2], \\
 \chi(t, 0, y, z) = 0, \quad \chi(t, L, y, z) = 0, \quad \chi(t, x, -L, z) = \chi(t, x, L, z), \\
 \chi(t, x, y, -L) = \chi(t, x, y, L), \\
 u_1(t, y, z) = g_1 t - y g_6 t + z g_5 t, \quad u_2(t, x, z) = g_2 + x g_6 t - z g_4 t, \\
 u_3(t, x, y) = g_3 - x g_5 t + y g_4 t,
 \end{aligned} \tag{32}$$

Система уравнений (18) при условиях (32) интегрировалась численно, с использованием стандартного алгоритма решения волновых уравнений. Результаты численного моделирования представлены на рис. 4-6. Вектор параметров ускорения $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках.

Отметим, что в системе без ускорения после распада начального состояния формируются нелинейные волны – верхние рис. 4. При наличии же ускорения и вращения система теряет устойчивость – нижние рис. 4-5. Эти результаты показывают, что ускорение и вращение атомных ядер может приводить к развитию неустойчивости, что ведет к распаду системы [10].

Было установлено, что существует критическое значение величины ускорения, выше которого развивается неустойчивость – рис. 6. Это означает, что эффект неустойчивости атомных ядер при их ускорении может быть обнаружен экспериментально на ускорителях типа ЛНС. Хорошо известно,

что при соударении тяжелых ядер формируется гидродинамическое течение [29-30]. Вопросы устойчивости таких течений еще предстоит исследовать. Однако уж при существующей технике можно обнаружить по составу продуктов распада неустойчивость ядер свинца при ускорении.

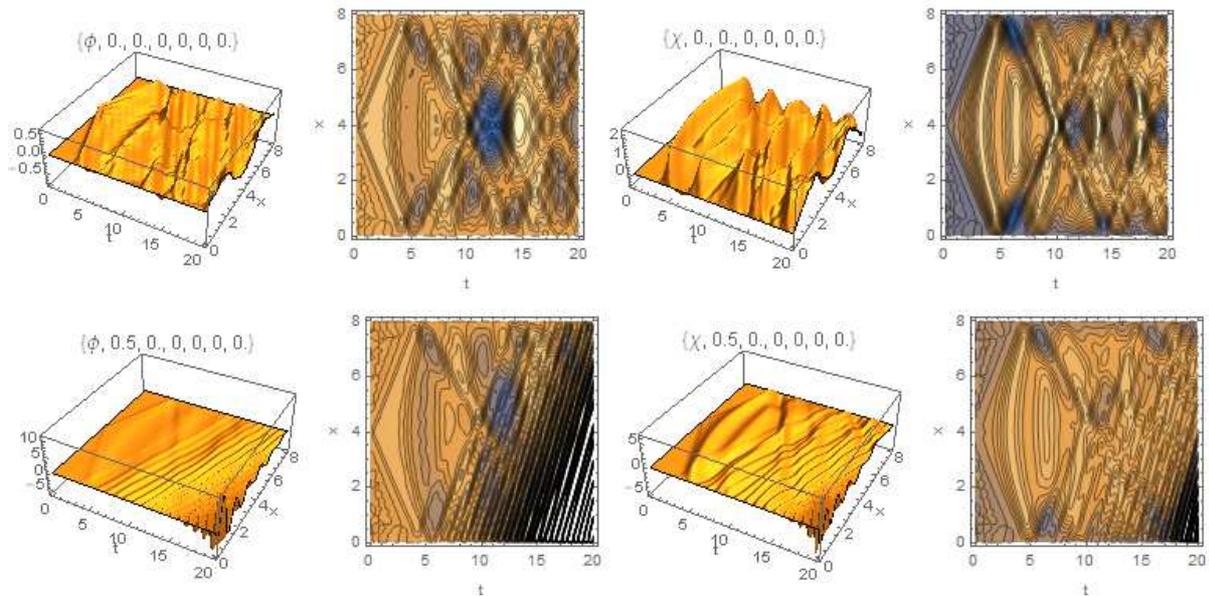


Рис. 4. Распад начального состояния в глюонном конденсате с параметрами $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = L/2, L = 8$ в инерциальной (вверху) и ускоренной системе (нижний ряд рисунков).

Взаимосвязь распада частиц с их ускорение может быть использована в практических целях для создания условий протекания термоядерного синтеза. Можно предположить, что соударение макроскопических частиц, движущихся с большой скоростью, может приводить к инициации ядерных реакций. В настоящее время этот метод не используется, поскольку не были развиты методы ускорения макроскопических частиц до скорости порядка

1000 км/с, хотя в 50-70-х годы прошлого века этот метод рассматривался как перспективный [31].

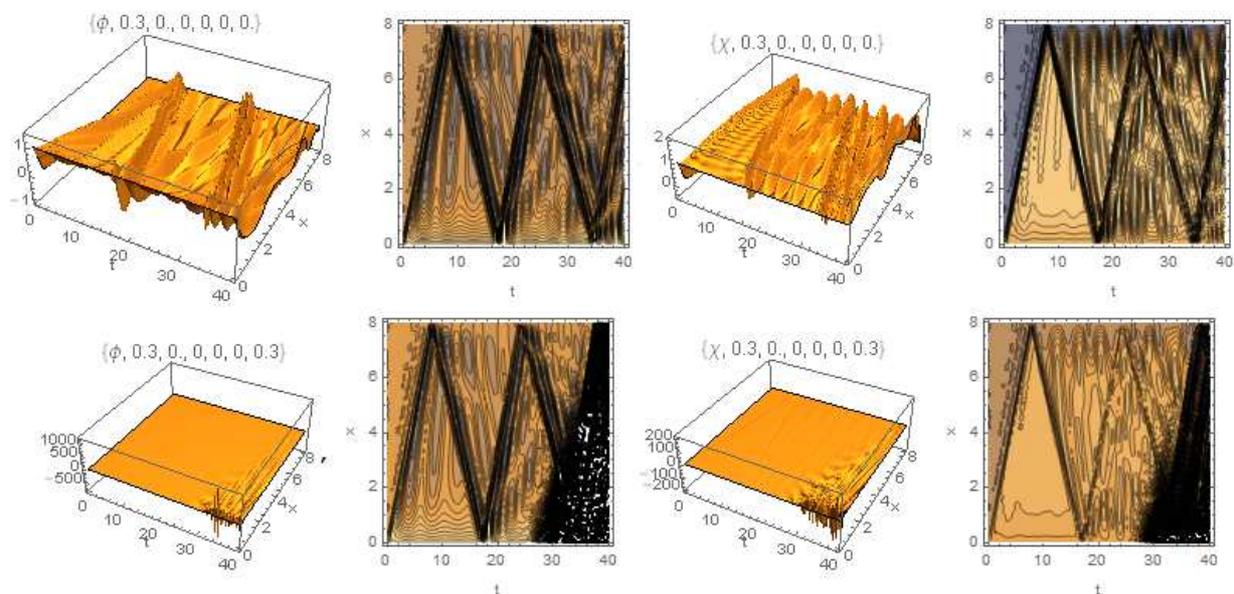


Рис. 5. Распад начального состояния в глюонном конденсате с параметрами $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = 0, L = 8$ в ускоренной (вверху), ускоренной и вращающейся системе (нижний ряд рисунков).

Полученные выше результаты показывают, что сам процесс ускорения макроскопических частиц может служить источником энергии для развития реакций ядерного синтеза. Технологическое решение вопроса упирается в нахождение таких нуклидов, которые имеют низкий порог возбуждения неустойчивости глюонного конденсата при макроскопическом ускорении. В первую очередь следует рассматривать ядра, обладающие большим угловым моментом, поскольку совместное действие вращения и линейного ускорения понижает порог возбуждения.

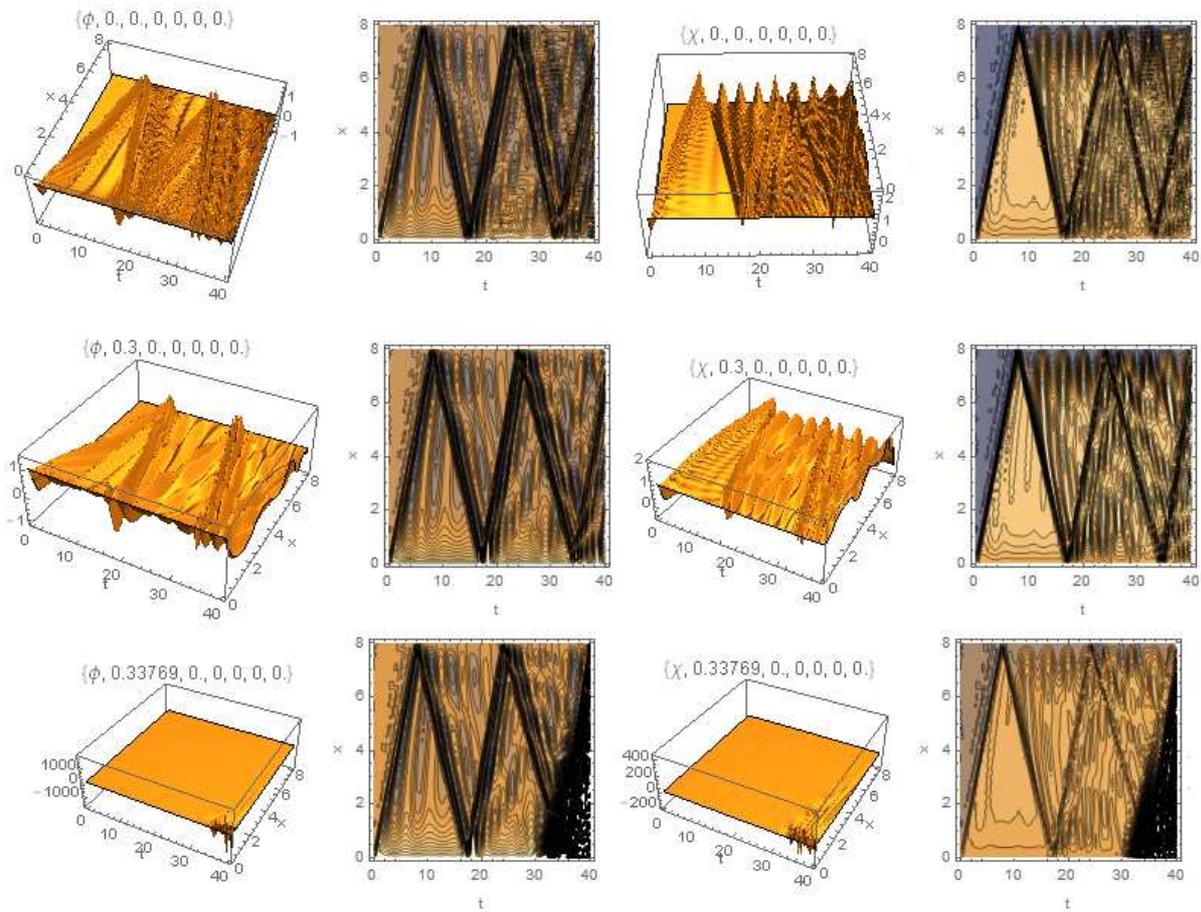


Рис. 6. Распад начального состояния в глюонном конденсате с параметрами $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = 0, L = 8$ в инерциальной (вверху), ускоренной и вращающейся системе (нижний ряд рисунков).

Наконец, заметим, что неустойчивость элементарных частиц и атомных ядер получила объяснение в теории геометрической турбулентности как результат неустойчивости метрики пространства-времени [30]. Обнаруженный механизм неустойчивости адронов, обусловленный ускорением, ведет к распаду частиц и атомных ядер с излучением продуктов распада, аналогично процессу излучения электромагнитных волн при ускорении электрических зарядов.

Библиографический список

1. Лорентц Г.А. Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. - Москва, ГИТТЛ, 1953.
2. Abraham M. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// *Annalen der Physik*, 315 (1), 1903, 105–179.
3. Dirac P.A. M. Classical Theory of Radiating Electrons// *Proc. Roy. Soc., London, A*, 1938, V. 167, P. 148-169.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. – 7 изд. – М.: Наука. - 1988; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon, New York, second edition, 1962.
5. А.А. Соколов, И.М. Тернов. Релятивистский электрон. - М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1974, - 392 с.
6. Poisson E. An introduction to the Lorentz-Dirac equation// arxiv: gr-gc/9912045v1, 10 Dec., 1999,
7. Sokolov V.I. Renormalization in Lorentz-Abraham-Dirac Equation, Describing Radiation Force in Classical Electrodynamics// arxiv: 0906.1150v2, 7 June, 2009.
8. Hammond R.T. Relativistic Particle Motion and Radiation Reaction in Electrodynamics// *EJTP* 7, No. 23, 221-258, 2010.
9. Трунев А.П. Метрика ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №03(107). С. 1732 – 1754. – IDA [article ID]: 1071503112. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/03/pdf/112.pdf>, 1,438 у.п.л.
10. Трунев А.П. Уравнения Максвелла и Янга-Миллса в метрике ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №04(108). С. 1350 – 1373. – IDA [article ID]: 1081504098. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/04/pdf/98.pdf>, 1,5 у.п.л.
11. Weinberg Steven. *Gravitation and Cosmology*. – John Wiley & Sons, 1972.
12. Мак-Витти Г.К. Общая теория относительности и космология. – М., ИЛ, 1961.
13. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. – М., ИЛ, 1963.
14. Петров А.З. Новые методы в общей теории относительности. – М., Наука, 1966.
15. Меллер К. Теория относительности. – М., Атомиздат, 1975, 400 с.
16. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. Том 1. – М., «Мир», 1977.
17. Леви-Чевита Т., Амальди У. Курс теоретической механики. Т. 1. Ч. 1. – Москва-Ленинград, ОНТИ, 1935.
18. Айзерман М.А. Классическая механика. – М., Наука, 1980.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.1 Механика. -4 изд. – М., Наука, 1988.
20. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// *Hadronic J. Suppl.* 19, 185, 2004.
21. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
22. Трунев А.П. Спектр масс адронов и термодинамика глюонов / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/90.pdf>

КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1561 – 1574. – IDA [article ID]: 0911307104. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/104.pdf>, 0,875 у.п.л.

23. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(081). С. 545 – 554. – IDA [article ID]: 0811207040. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>, 0,625 у.п.л.

24. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. IV/В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1989, - 728 с.

25. Yoffe S.R., Noble A, Kravets Y., Jaroszynski D.A. Cooling of relativistic electron beams in chirped laser pulses// arxiv: 1505.04691v1, 18 May, 2015.

26. Asner D.M., Bradley R.F., de Viveiros L. *et al.* Single electron detection and spectroscopy via relativistic cyclotron radiation// Phys. Rev. Lett. 114, 16, 24 April, 2015.

27. Смайт В. Электростатика и электродинамика. – Москва, ИЛ, 1957. с. 270.

28. Трунев А.П. Скалярные волны и беспроводная передача электричества / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №09(093). С. 418 – 438. – IDA [article ID]: 0931309028. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/28.pdf>, 1,312 у.п.л.

29. R. Baier, P. Romatschke, U.A. Wiedemann. Dissipative Hydrodynamics and Heavy Ion Collisions// arXiv:hep-ph/0602249v2, 17 Mar, 2006.

30. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.

31. Монзон В.М. Ускорение микрочастиц для управляемого ядерного синтеза// УФН, 134, 4, 1981, с. 611-637.

References

1. Lorentz G.A. Teorija jelektronov i ee primenenie k javlenijam sveta i teplovogo izluchenija. - Moskva, GITTL, 1953.

2. Abraham M. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// Annalen der Physik, 315 (1), 1903, 105–179.

3. Dirac P.A. M. Classical Theory of Radiating Electrons// Proc. Roy. Soc., London, A, 1938, V. 167, P. 148-169.

4. Landau L. D, Lifshic E. M. Teoreticheskaja fizika. T.2. Teorija polja. – 7 izd. – М.: Nauka. - 1988; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.

5. A.A. Sokolov, I.M. Ternov. Reljativistskij jelektron. - М.: Nauka, Gl. Red. Fiz.-mat. Lit., 1974, - 392 s.

6. Poisson E. An introduction to the Lorentz-Dirac equation// arxiv: gr-gc/9912045v1, 10 Dec., 1999,

7. Sokolov V.I. Renormalization in Lorentz-Abraham-Dirac Equation, Describing Radiation Force in Classical Electrodynamics// arxiv: 0906.1150v2, 7 June, 2009.

8. Hammond R.T. Relativistic Particle Motion and Radiation Reaction in Electrodynamics// EJTP 7, No. 23, 221-258, 2010.

<http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/90.pdf>

9. Trunев A.P. Metrika uskorenyh i vrashhajushhihsja sistem otscheta v obshej teorii otnositel'nosti / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №03(107). S. 1732 – 1754. – IDA [article ID]: 1071503112. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/03/pdf/112.pdf>, 1,438 u.p.l.

10. Trunев A.P. Uravnenija Maksvella i Janga-Millsa v metrike uskorenyh i vrashhajushhihsja sistem otscheta v obshej teorii otnositel'nosti / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №04(108). S. 1350 – 1373. – IDA [article ID]: 1081504098. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/04/pdf/98.pdf>, 1,5 u.p.l.

11. Weinberg Steven. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.

12. Mak-Vitti G.K. Obshhaja teorija otnositel'nosti i kosmologija. – M., IL, 1961.

13. Sing Dzh. L. Obshhaja teorija otnositel'nosti. – M., IL, 1963.

14. Petrov A.Z. Novye metody v obshej teorii otnositel'nosti. – M., Nauka, 1966.

15. Meller K. Teorija otnositel'nosti. – M., Atomizdat, 1975, 400 s.

16. Mizner Ch., Torn K., Uiller Dzh. Gravitacija. Tom 1. – M., «Mir», 1977.

17. Levi-Chevita T., Amal'di U. Kurs teoreticheskoj mehaniki. T. 1. Ch. 1. – Moskva-Leningrad, ONTI, 1935.

18. Ajzerman M.A. Klassicheskaja mehanika. – M., Nauka, 1980.

19. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. T.1 Mehanika. -4 izd. – M., Nauka, 1988.

20. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.

21. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].

22. Trunев A.P. Spekr mass adronov i termodinamika gljuonov / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 1561 – 1574. – IDA [article ID]: 0911307104. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/104.pdf>, 0,875 u.p.l.

23. Trunев A.P. Modelirovanie massy adronov i jenerгии vobuzhdennyh sostojanij atomnyh jader v modeli gljuonnogo kondensata / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №07(081). S. 545 – 554. – IDA [article ID]: 0811207040. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>, 0,625 u.p.l.

24. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika: Uchebnoe posobie. V 10 t. T. IV/V.B. Beresteckij, E.M. Lifshic, L.P. Pitaevskij. Kvantovaja jelektrodinamika. – 3-e izd., ispr. – M.: Nauka, Gl. Red. Fiz.-mat. Lit., 1989, - 728 s.

25. Yoffe S.R., Noble A, Kravets Y., Jaroszynski D.A. Cooling of relativistic electron beams in chirped laser pulses// arxiv: 1505.04691v1, 18 May, 2015.

26. Asner D.M., Bradley R.F., de Viveiros L. et all. Single electron detection and spectroscopy via relativistic cyclotron radiation// Phys. Rev. Lett. 114, 16, 24 April, 2015.

27. Smajt V. Jelektrostatika i jelektrodinamika. – Moskva, IL, 1957. s. 270.

28. Trunев A.P. Skal'jarnye volny i besprovodnaja peredacha jelektrichestva / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar:

KubGAU, 2013. – №09(093). S. 418 – 438. – IDA [article ID]: 0931309028. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/28.pdf>, 1,312 u.p.l.

29. R. Baier, P. Romatschke, U.A. Wiedemann. Dissipative Hydrodynamics and Heavy Ion Collisions// arXiv:hep-ph/0602249v2, 17 Mar, 2006.

30. Trunev A.P. Geometricheskaja turbulentsnost' i kvantovaja teorija. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 s.

31. Monzon V.M. Uskorenie mikrochastic dlja upravljajemogo jadernogo sinteza// UFN, 134, 4, 1981, s. 611-637.