

УДК 331.554: 331.523: 519.865

UDC 331.554: 331.523: 519.865

01.00.00 Физико-математические науки

Physical and mathematical sciences

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ С ПОМОЩЬЮ  
МЕЖОТРАСЛЕВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
МОДЕЛИ****FORECASTING OF THE DYNAMICS OF THE  
LABOR FORCE USING AN INTERSECTORAL  
MATHEMATICAL MODEL**

Невечеря Артём Павлович  
аспирант  
*Кубанский государственный университет,  
Краснодар, Россия*

Nevecherya Artyom Pavlovich  
postgraduate student  
*Kuban State University, Krasnodar, Russia*

В работе предложена межотраслевая математическая модель самоорганизации трудовых ресурсов, представляющая собой систему балансовых уравнений динамики трудовых ресурсов. Построенная математическая модель позволяет отслеживать межотраслевую динамику трудовых ресурсов за продолжительный период времени, так как содержит параметры, отображающие, в каких отраслях были заняты работники в предыдущие моменты времени. Показано, что при предположении о неизменности вероятностных параметров модели в течение некоторого промежутка времени, разработанная математическая модель позволяет решить задачу прогнозирования количества занятых и безработных на исследуемом рынке труда. Рассмотрен пример применения предложенной математической модели – были подсчитаны вероятности увольнения, приёма на работу специалистов, а также вероятности того, что специалисты в течение рассматриваемого промежутка времени (2011 – 2012 гг.) покинут исследуемый рынок труда. На основе подсчитанных вероятностей дан прогноз количества занятых и безработных специалистов на конец следующего промежутка времени (2013 г.). Показано, что отклонение спрогнозированных значений от статистических незначительно, что свидетельствует об эффективности прогноза

In this article we have proposed an intersectoral mathematical model of self-organization of the labor market. This model is the system of balance equations of the dynamics of the labor force. The model contains parameters that show where workers were employed in previous times. Therefore it is possible to monitor the dynamics of intersectoral labor force over a long period of time. It has been shown that the model allows to solve the problem of forecasting the number of employed and unemployed in the labor market under the assumption that the parameters of the probabilistic model are constant for a certain period. The use of the model is illustrated on the example in which the probabilities of hiring and firing of employees were calculated, as well as the probabilities that the employees in the analyzed period (2011 – 2012 years) leave the labor market. The forecast of the number of employed and unemployed at the end of the next period (2013) is based on the calculated probabilities. It has been demonstrated that the deviation of the predicted values from the statistical data is not significant, which witnesses about the efficiency of the forecast

Ключевые слова: РЫНОК ТРУДА,  
САМООРГАНИЗАЦИЯ, ДИНАМИКА  
ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ, ПРОГНОЗ

Keywords: LABOR MARKET, SELF-  
ORGANIZATION, DYNAMICS OF THE LABOR  
RESOURCES, FORECAST

**Введение**

Одна из актуальных задач при исследовании современного межотраслевого рынка труда – получение достоверного прогноза динамики трудовых ресурсов. На основе предлагаемых федеральной службой государственной статистики данных [1] разработано множество

методов описания текущего состояния на межотраслевом рынке труда, без чего построение достоверного прогноза неосуществимо.

Так, например, в работах [2 – 4] рассматривается балансовая математическая модель, позволяющая оценивать вероятности устройства и увольнения специалистов на текущем рынке труда. Ключевую роль при этом играет математическое моделирование процессов, происходящих на исследуемом рынке [5]. Тем не менее, балансовые математические модели данного типа не учитывают возможность входа и выхода работников из исследуемого рынка труда, а также непригодны для анализа межотраслевого перемещения трудовых ресурсов за продолжительный промежуток времени, что может отрицательно сказываться на точности средне- и долгосрочного прогноза.

В работе [6] предложена математическая модель, представляющая собой динамическую систему распределения трудовых ресурсов, при этом вероятностные параметры устройства и увольнения специалистов оцениваются за счёт таких показателей, как возможность трудоустройства, уровень заработных плат и престиж профессии. Другими словами, вероятности в моделях данного типа являются эндогенными величинами и не зависят от реальных данных по межотраслевому перемещению трудовых ресурсов, что может приводить к потере точности при их вычислении (например, если нет достоверных статистических данных).

В данной работе предлагается математическая модель, с помощью которой можно прогнозировать изменения количественных характеристик исследуемого рынка труда. Для достижения этих целей математическая модель должна позволять отслеживать все перемещения трудовых ресурсов на межотраслевом рынке труда, а также учитывать возможность прибытия и выхода специалистов из исследуемого рынка труда. Конкретные результаты прогноза достижимы при использовании

статистических данных по отраслям экономики РФ о количестве занятых и безработных специалистов [1].

### 1. Построение математической модели

Рассмотрим изменения на рынке труда, включающем  $n$  отраслей, в период времени  $(t, t+1)$ , где  $t$  – номер года. Рынок труда в момент времени  $t$  определяют следующие величины:  $N_1^{(i)}(t)$  – количество занятых в  $i$ -ой отрасли;  $N_2^{(i)}(t)$  – количество безработных, последнее место работы которых было в  $i$ -ой отрасли;  $N_2^{(0)}(t)$  – количество безработных, которые ранее не имели занятости на исследуемом рынке труда,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\Delta N_2^{(0)}(t)$  – экзогенная величина, показывающая прирост трудоспособного населения в рассматриваемый период времени. По всем этим величинам имеется ежегодная статистика, либо их можно по данной статистике оценить [2].

Запишем балансовые уравнения, связывающие введённые характеристики в моменты времени  $t$  и  $t+1$ :

$$N_1^{(i)}(t+1) = N_1^{(i)}(t) + \sum_{j=1}^n N_2^{(j)}(t) \cdot P_1^{(j,i)}(t) + \left[ \Delta N_2^{(0)}(t) + N_2^{(0)}(t) \right] \cdot P_1^{(0,i)}(t) - N_1^{(i)}(t) \cdot \left[ P_2^{(i)}(t) + P_3^{(i,n+1)}(t) \right], \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$N_2^{(i)}(t+1) = N_2^{(i)}(t) + N_1^{(i)}(t) \cdot P_2^{(i)}(t) - N_2^{(i)}(t) \cdot \sum_{j=1}^{n+1} P_1^{(i,j)}(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$N_2^{(0)}(t+1) = N_2^{(0)}(t) + \Delta N_2^{(0)}(t) - \left[ \Delta N_2^{(0)}(t) + N_2^{(0)}(t) \right] \cdot \sum_{j=1}^{n+1} P_1^{(0,j)}(t). \quad (3)$$

Здесь  $P_1^{(j,i)}(t)$  – вероятность того, что безработный, последнее место работы которого было в  $j$ -ой отрасли, найдёт работу в  $i$ -ой отрасли;  $P_2^{(i)}(t)$  – вероятность того, что специалист, работающий в  $i$ -ой отрасли, будет уволен;  $P_1^{(0,i)}(t)$  – вероятность того, что безработный, не имевший

занятости на исследуемом рынке труда с момента последнего появления на данном рынке, найдёт работу в  $i$ -ой отрасли;  $P_1^{(i,n+1)}(t)$  – вероятность того, что безработный, последнее место работы которого было в  $i$ -ой отрасли, покинет рынок труда;  $P_1^{(0,n+1)}(t)$  – вероятность того, что безработный, ранее нигде не занятый на исследуемом рынке труда, покинет данный рынок;  $P_3^{(i,n+1)}(t)$  – вероятность того, что специалист, работающий в момент времени  $t$  в  $i$ -ой отрасли, покинет рынок труда.

Указанные вероятности должны удовлетворять следующим естественным условиям:

$$0 \leq P_2^{(i)}(t) \leq 1, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$0 \leq P_3^{(i,n+1)}(t) \leq 1, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

$$P_1^{(i,j)}(t) \geq 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad j = \overline{1, n+1}. \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} P_1^{(i,j)}(t) \leq 1, \quad i = \overline{0, n}. \quad (7)$$

Равенства (1) – (3) вместе с условиями для вероятностей (4) – (7) будем называть математической моделью самоорганизации трудовых ресурсов.

Заметим, что из равенств (1) – (3) следует равенство:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t) + \sum_{i=0}^n N_2^{(i)}(t) + \Delta N_2^{(0)}(t) - N_2^{(n+1)}(t+1) = \\ \sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t+1) + \sum_{i=0}^n N_2^{(i)}(t+1). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $\sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t)$  – количество всех работающих в момент времени  $t$ ;

$\sum_{i=0}^n N_2^{(i)}(t)$  – количество всех безработных специалистов на исследуемом

рынке труда в момент времени  $t$ ;  $\sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t+1)$ ,  $\sum_{i=0}^n N_2^{(i)}(t+1)$  – аналогичные показатели в момент времени  $t+1$ ,  $\Delta N_2^{(0)}(t) - N_2^{(n+1)}(t+1)$  – разница между притоком трудоспособного населения и количеством покинувших рынок труда на период времени  $(t, t+1)$ , которая характеризует общий прирост трудовых ресурсов на исследуемом рынке труда за данный промежуток времени;  $N_2^{(n+1)}(t)$  – количество работников покинувших исследуемый рынок труда за рассматриваемый период, которое определяется следующим образом:

$$N_2^{(n+1)}(t) = \sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t) \cdot P_3^{(i,n+1)}(t) + \sum_{i=1}^n N_2^{(i)}(t) \cdot P_1^{(i,n+1)}(t) + \left[ \Delta N_2^{(0)}(t) + N_2^{(0)}(t) \right] \cdot P_1^{(0,n+1)}(t).$$

Равенство (8) показывает, что в построенной математической модели соблюдается закон сохранения трудовых ресурсов.

## 2. Постановка задачи прогноза и метод её решения.

Математическая модель (1) – (7) позволяет по статистическим данным в моменты времени  $t$  и  $t+1$  получить значения вероятностей  $P_1^{(i,j)}(t)$ ,  $P_2^{(k)}(t)$ ,  $P_3^{(l,n+1)}(t)$ ,  $i = \overline{0, n}$ ,  $j = \overline{1, n+1}$ ,  $k, l = \overline{1, n}$ , что, в свою очередь, позволяет решить задачу прогноза количества занятых и безработных на исследуемом рынке труда. Предположив, что рассматриваемые вероятности в момент времени  $t+1$  равны соответствующим вероятностям в момент времени  $t$  (что справедливо, если основные тенденции рынка труда сохранились при переходе от промежутка времени  $(t, t+1)$  к  $(t+1, t+2)$ ), можно, зная  $N_1^{(i)}(t+1)$ ,  $N_2^{(i)}(t+1)$ ,  $N_2^{(0)}(t+1)$ ,  $\Delta N_2^{(0)}(t+1)$ ,

$i = \overline{1, n}$ , с помощью равенств (1) – (3) получить значения величин  $N_1^{(i)}(t+2)$ ,  $N_2^{(i)}(t+2)$ ,  $N_2^{(0)}(t+2)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Проанализируем задачу отыскания  $P_1^{(i,j)}(t)$ ,  $P_2^{(k)}(t)$ ,  $P_3^{(l,n+1)}(t)$ ,  $i = \overline{0, n}$ ,  $j = \overline{1, n+1}$ ,  $k, l = \overline{1, n}$ . Заметим, что система (1) – (3) содержит  $2n+1$  строк ( $n$  строк соответствуют равенствам (1),  $n+1$  строка – равенствам (2) и (3)). Количество неизвестных в системе (1) – (3) равняется  $(n+1)^2 + 2n = n^2 + 4n + 1 = m$ . Таким образом, в системе (1) – (3) для любого натурального  $n$  количество переменных, равное  $m$ , будет превосходить количество строк данной системы, равное  $2n+1$ . Поэтому система линейных алгебраических уравнений (1) – (3) является недоопределённой. Другими словами, задача отыскания  $P_1^{(i,j)}(t)$ ,  $P_2^{(k)}(t)$ ,  $P_3^{(l,n+1)}(t)$ ,  $i = \overline{0, n}$ ,  $j = \overline{1, n+1}$ ,  $k, l = \overline{1, n}$  в системе (1) – (3) является некорректной. В этом случае для нахождения решения можно воспользоваться методом регуляризации Тихонова [7].

Таким образом, была сформулирована задача прогноза количества трудовых ресурсов и был предложен метод решения данной задачи.

### **3. Идентификация математической модели на задаче прогноза для 10-и отраслевого рынка труда РФ за 2011 – 2013 гг.**

Воспользуемся данными, предоставляемыми федеральной службой государственной статистики Российской Федерации [1]. В соотношениях (1) – (3) межотраслевой балансовой модели в качестве количественных характеристик используем данные по рынку труда, состоящему из следующих 10-и отраслей экономики РФ: №1 – «Сельское и лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство», №2 – «Добыча полезных ископаемых», №3 – «Обрабатывающие производства», №4 – «Производство и распределение электроэнергии, газа и воды», №5 –

«Строительство», №6 – «Оптовая и розничная торговля, ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования, гостиницы и рестораны», №7 – в «Транспорт и связь», №8 – «Финансовая деятельность, операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг», №9 – «Государственное управление и обеспечение военной безопасности, социальное обеспечение», №10 – «Образование». Распределение трудовых ресурсов по отраслям, участвовавших в производственном процессе в 2011 – 2013 гг., приведено в таблице 1.

*Таблица 1.* Распределение работающих специалистов по отраслям (в тыс. чел.) в 2011 – 2013 гг.

$t$	$N_1^{(1)}$	$N_1^{(2)}$	$N_1^{(3)}$	$N_1^{(4)}$	$N_1^{(5)}$	$N_1^{(6)}$	$N_1^{(7)}$	$N_1^{(8)}$	$N_1^{(9)}$	$N_1^{(10)}$
2011	5456,0	1417,1	10628,5	2267,4	5101,7	12754,2	6660,5	6164,5	5456,0	6518,8
2012	5222,8	1430,9	10731,8	2361,0	5294,4	13021,3	6725,3	6224,5	5365,9	6596,5
2013	4997,4	1570,6	10565,9	2284,5	5425,8	13100,3	6746,5	6425,2	5247,3	6532,3

Численность безработных, последнее место работы которых было в  $i$ -ой отрасли, оценим через соотношения численности выбывших работников списочного состава в процентах к среднесписочной численности работников в Российской Федерации по видам экономической деятельности за 2011 – 2013 гг. Приведённые оценочные значения содержатся в таблице 2.

*Таблица 2.* Оценочное количество безработных, последнее место работы которых было в  $i$ -ой отрасли (в тыс. чел.) в 2011 – 2013 гг.

$t$	$N_1^{(1)}$	$N_1^{(2)}$	$N_1^{(3)}$	$N_1^{(4)}$	$N_1^{(5)}$	$N_1^{(6)}$	$N_1^{(7)}$	$N_1^{(8)}$	$N_1^{(9)}$	$N_1^{(10)}$
2011	917,78	238,46	274,54	232,3	449,65	1067,37	265,74	520,05	160,15	174,23
2012	788,02	191,3	227,36	181,74	367,15	886,61	228,09	443,67	121,4	143,48
2013	843,99	205,16	219,76	180,33	378,92	841,07	213,19	443,17	126,31	162,08

Количество безработных на момент времени  $t$ , которые не были заняты каким-либо видом деятельности с момента последнего попадания на исследуемый 10-и отраслевой рынок труда,  $N_2^{(0)}(t)$ , в 2011 году

равняется, примерно, 100 тысячам человек, в 2012 году – 113 тысячам (оценка данного фактора возможна за счёт анализа количества выпускников и мигрантов, поступивших к этому периоду и ориентированных на представленные отрасли). В течение 2011 – 2012 гг. на исследуемый рынок труда поступило (без учёта распределения этих безработных между отраслями за данный промежуток времени), приблизительно, 300 тысяч человек ( $\Delta N_2^{(0)}(2011) = 300$ ). С учётом этого, согласно (8), с 2011 по 2012 года исследуемый рынок труда покинуло порядка 472 тысяч человек.

По приведённым данным за 2011 – 2012 гг. в табличном процессоре Microsoft Excel, с помощью надстройкой «Поиск решений» данного табличного процессора было получено решение поставленной задачи прогноза количества занятых и безработных на исследуемом рынке труда – оценены значения вероятностей математической модели (1) – (7). Результат приведён в таблицах 3, 4.

*Таблица 3.* Значения вероятностей устройства специалистов, последнее место работы которых было в  $i$ -ой отрасли, в  $j$ -ую отрасль (округлено до третьего знака после запятой)

$P_1^{(i,j)}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0,019	0,02	0,06	0,069	0,046	0,404	0,011	0,019	0	0,068	0,035
1	0,011	0,02	0,052	0	0,029	0,001	0,024	0,012	0	0,014	0,034
2	0,039	0,01	0,02	0,075	0,137	0,065	0,104	0,113	0,04	0,016	0,005
3	0,031	0,012	0,042	0,06	0,056	0,04	0,012	0,045	0,033	0,012	0,051
4	0	0,063	0,01	0,079	0,054	0,001	0,049	0,112	0,013	0,092	0,002
5	0,008	0,045	0,125	0,009	0,052	0,002	0,002	0,002	0,023	0	0,001
6	0,006	0,02	0,003	0,027	0,053	0	0,001	0,004	0	0,059	0
7	0,025	0	0,015	0,077	0,035	0,059	0,079	0,06	0,026	0,009	0,001
8	0,002	0,025	0,008	0,038	0,026	0,101	0,024	0,003	0	0,001	0,02
9	0,01	0,026	0,044	0,071	0,1	0,018	0,085	0,056	0,044	0,028	0
10	0,025	0,057	0,01	0,01	0,049	0,067	0,095	0,022	0,057	0,093	0,083

В таблице 3 вероятность, находящаяся в ячейке, расположенной на пересечении строки, крайняя левая ячейка которой содержит число  $i$ , и столбца, крайняя верхняя ячейка которого содержит число  $j$ , соответствует



вероятности  $P_1^{(j,i)}(t)$  – вероятность того, что безработный, последнее место работы которого было в  $j$ -ой отрасли, найдёт работу в  $i$ -ой отрасли. Уход в 11-ую отрасль соответствует уходу из исследуемого 10-и отраслевого рынка труда.

В таблице 4 приведены вероятности того, что занятые на исследуемом рынке труда в 2011 году специалисты в 2012 году либо уволятся ( $P_2^{(i)}$ ), либо покинут исследуемый рынок труда ( $P_3^{(i,i)}$ ).

*Таблица 4.* Значения вероятностей увольнения работающего специалиста из  $i$ -ой отрасли и вероятности его ухода из исследуемого рынка труда (округлено до четвёртого знака после запятой)

$P$	$i$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_2^{(i)}$	0,0092	0,0718	0,0058	0,0265	0,0076	0,0004	0,0098	0,0085	0,0071	0,0105
$P_3^{(i,i)}$	0,9465	0,9279	0,994	0,9676	0,9921	0,9995	0,9901	0,9903	0,9732	0,9881

#### **4. Верификация идентифицированной математической модели на задаче прогноза за 2013 г.**

Далее будем предполагать, что вероятности увольнения, устройства на работу, ухода специалиста из исследуемого рынка труда за 2012 – 2013 гг. равны аналогичным вероятностям за 2011 – 2012 гг.

На основе вычисленных значений вероятности за 2011 – 2012 гг. (таблицы 3, 4) сделаем прогноз динамики трудовых ресурсов за 2012 – 2013 гг. и проверим достоверность этого прогноза, сравнивая полученные значения со статистическими данными. Предположим, что все данные вероятности остались неизменными. Оценка величины  $\Delta N_2^{(0)}(t)$  даёт 400 тыс. трудоспособных специалистов за период с 2012 по 2013 гг. на исследуемом рынке труда.

Теперь вычислим количество занятых и безработных специалистов к 2013 году по соотношениям (1) – (3). Получим следующие значения (таблица 5):

Таблица 5. Прогнозные значения количества занятых и безработных (в тыс. чел., по отраслям) на 2013 г., округлённые до целых

N	i											$\sum_{i=0}^n N^{(i)}(t)$
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$N_1^i(2013)$	–	4995	1427	10816	2434	5452	13311	6768	6265	5268	6657	63392
$N_2^i(2013)$	125	682	175	199	158	308	738	206	387	101	131	3208

Статистические значения данных показателей приведены в таблице 6.

Таблица 6. Статистические значения количества занятых и безработных в 2013 г. (в тыс. чел., по отраслям), округлённые до целых.

N	i											$\sum_{i=0}^n N^{(i)}(t)$
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$N_1^i(2013)$	–	4997	1571	10566	2285	5426	13100	6746	6425	5247	6532	62896
$N_2^i(2013)$	113	844	205	220	180	379	841	213	443	126	162	3727

Средняя по отраслям величина абсолютной погрешности вычисленных значений количества работающих специалистов ( $dN_1$ ) равняется 110,92 тыс. чел., а средняя относительная погрешность по данному показателю составляет 1,76%. Абсолютная погрешность количества работающих специалистов в 2013 году ( $\Delta N_1$ ) равняется 496,38 тыс. чел., относительная погрешность составляет 0,79%. Средняя по отраслям величина абсолютной погрешности количества безработных ( $dN_2$ ) равняется 49,35 тыс. чел., средняя относительная погрешность составляет 14,56%. Абсолютная погрешность количества безработных в 2013 году ( $\Delta N_2$ ) равняется 518,84 тыс. чел., относительная погрешность составляет 13,92%.

Проанализируем полученные результаты. Средняя по отраслям относительная погрешность прогнозного количества занятых на

исследуемом рынке труда за 2013 год не превышает 2%. Средняя по отраслям относительная погрешность прогнозного количества безработных достигает 15%. Это объясняется тем, что абсолютные погрешности данных прогнозных величин отличаются незначительно (соответственно, 496,38 и 518,84 тыс. чел.), а количество занятых на исследуемом рынке труда почти в 17 раз больше, чем безработных из-за чего практически одинаковые абсолютные погрешности прогноза занятых, безработных сильно отличаются по относительной величине.

Таким образом, в рассмотренном примере достоверность прогноза по занятым и безработным получается не ниже 98% и 85% соответственно. Абсолютная погрешность общего объёма вычисленных трудовых ресурсов на исследуемом рынке труда получилась примерно равной 23 тыс. чел., что по относительной величине составляет 0,03%. Таким образом, полученные результаты можно трактовать как удовлетворительный результат прогноза.

Заметим, что для получения прогнозных значений потребовалась оценка параметра  $\Delta N_2^{(0)}(2012)$ . Покажем, что полученные результаты устойчивы относительно параметра модели  $\Delta N_2^{(0)}(2012)$ , другими словами, при незначительном изменении значения  $\Delta N_2^{(0)}(2012)$  остальные подсчитанные характеристики будут меняться также незначительно (таблица 7).

Таблица 7. Погрешности прогноза на 2013 год при разных значениях

$$\Delta N_2^{(0)}(2012)$$

$\Delta N_2^{(0)}(2012)$	$dN_1$		$\Delta N_1$		$dN_2$		$\Delta N_2$	
	тыс. чел.	%	тыс. чел.	%	тыс. чел.	%	тыс. чел.	%
350	107,92	1,72	460,61	0,73	48,3	14,26	531,3	14,26
250	113,92	1,81	532,14	0,85	50,48	14,9	506,3	13,58

### Заключение

В настоящей работе предложена математическая модель, позволяющая на основе статистических данных о количестве работающих и безработных специалистов [1] прогнозировать значения этих показателей на будущие периоды времени. Относительную погрешность спрогнозированных значений можно назвать несущественной (менее 2% для количества занятых и менее 15% для количества безработных), что говорит об эффективности предложенной математической модели. Заметная разница между относительными погрешностями прогнозного числа занятых, безработных исходит из уравнения баланса (8) и того факта, что количество занятых и безработных на исследуемом рынке труда существенно различается. Также в математической модели учитывается приток трудовых ресурсов на рынок труда (показано, что модель устойчива относительно данного экзогенного параметра) и возможность выхода специалистов из исследуемого рынка, что существенно повышает качество прогноза.

### Литература

1. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.gks.ru>
2. Семенчин Е.А., Невечеря А.П. Об обратной задаче в математической модели самоорганизации рынка труда // *Фундаментальные исследования*. – М.: Академия Естествознания, 2014. – № 6. – С. 1184 – 1190.
3. Семенчин Е.А., Зайцева И.В. Математическая модель самоорганизации рынка труда для двух отраслей экономики // *Экономика и математические методы*. – М.: Наука, 2004. – Т. 40. В. 4. – С. 137 – 139.
4. Семенчин Е.А., Зайцева И.В. Математическая модель самоорганизации рынка труда для нескольких отраслей экономики // *Экономика и математические методы*. – М.: Наука, 2007. – Т. 43. В. 1. – С. 133 – 136.
5. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.
6. Курятков В.А., Конюшевская К.О. Прогнозирование рынка труда региона методами системной динамики // *Вестник Российского Экономического Университета им. Г. В. Плеханова*. – М.: Издательство РЭУ, 2012. – № 9. – С. 94 – 100.

7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М: Наука, 1979. – 285 с.

### References

1. Federal'naja sluzhba gosudarstvennoj statistiki. [Jelektronnyj resurs] Rezhim dostupa: <http://www.gks.ru>

2. Semenchin E.A., Nevecherja A.P. Ob obratnoj zadache v matematicheskoj modeli samoorganizacii rynka truda // Fundamental'nye issledovanija. – М.: Akademija Estestvoznaniya, 2014. – № 6. – S. 1184 – 1190.

3. Semenchin E.A., Zajceva I.V. Matematicheskaja model' samoorganizacii rynka truda dlja dvuh otraslej jekonomiki // Jekonomika i matematicheskie metody. – М.: Nauka, 2004. – Т. 40. V. 4. – S. 137 – 139.

4. Semenchin E.A., Zajceva I.V. Matematicheskaja model' samoorganizacii rynka truda dlja neskol'kih otraslej jekonomiki // Jekonomika i matematicheskie metody. – М.: Nauka, 2007. – Т. 43. V. 1. – S. 133 – 136.

5. Berezhnaja E.V., Berezhnoj V.I. Matematicheskie metody modelirovanija jekonomicheskikh sistem. – М.: Finansy i statistika, 2006. – 432 s.

6. Kurjatkov V.A., Konjushevskaja K.O. Prognozirovanija rynka truda regiona metodami sistemnoj dinamiki // Vestnik Rossijskogo Jekonomicheskogo Universiteta im. G. V. Plehanova. – М.: Izdatel'stvo RJeU, 2012. – № 9. – S. 94 – 100.

7. Tihonov A.N., Arsenin V.Ja. Metody reshenija nekorrektnyh zadach. – М: Nauka, 1979. – 285 s.