УДК 519.2:303.732.4

О МЕТОДОЛОГИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Орлов Александр Иванович
д.э.н., д.т.н., к.ф.-м.н., профессор

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, prof-orlov@mail.ru

Цель статьи - обосновать необходимость развития методологии статистических методов как самостоятельного научного направления. Введены модели деятельности математика и прикладника. Получены выводы, касающиеся преподавания и научных исследований. Обсуждаются пять основных нерешенных проблем статистических методов: влияние отклонений от традиционных предпосылок; использование асимптотических результатов при конечных объемах выборок; выбор одного из многих критериев для проверки конкретной гипотезы; организация теоретических работ в области статистических методов; проведение прикладных работ и преподавание статистических методов

Ключевые слова: СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, МЕТОДОЛОГИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА, ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА, СТАТИСТИКА В РОССИИ

UDC 519.2:303.732.4

ABOUT THE METHODOLOGY OF STATISTICAL METHODS

Orlov Alexander Ivanovich
Dr.Sci.Econ., Dr.Sci.Tech., Cand.Phys-Math.Sci., professor
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

The purpose of the article - to justify the need to develop the methodology of statistical methods as an independent scientific direction. The models of mathematician and applied specialist are presented. We have obtained the conclusions on teaching and research and discussed five major unsolved problems of statistical methods: the effect of deviations from the traditional prerequisites; use asymptotic results for finite sample sizes; selecting one of the many specific tests for the hypothesis; organization of theoretical work in the field of statistical methods; conduct applied research and teaching of statistical methods

Keywords: STATISTICAL METHODS, METHODOLOGY, MATHEMATICAL STATISTICS, APPLIED STATISTICS, STATISTICS IN RUSSIA

1. Введение

Методология - это учение об организации деятельности [1]. Следовательно, методология статистических методов – это учение об организации деятельности (научной, прикладной, учебной, организационной) в области статистических методов. Пренебрежение методологией приводит к снижению эффективности деятельности, а зачастую – к серьезным ошибкам, принятию неверных решений.

При разработке и применении статистических методов необходимо опираться на четкие методологические принципы, разработанные поколениями специалистов. Рассмотрим некоторые из них в настоящей статье. Обсудим также основные нерешенные проблемы статистических методов.

2. Задача – модель - метод – условия применимости

Разработка и применение статистических методов, в том числе прикладной статистики, предполагает последовательное осуществление трех этапов исследования. Первый - от исходной практической проблемы до теоретической чисто математической задачи. Второй – внутриматематическое изучение и решение этой задачи. Третий – переход от математических выводов обратно к практической проблеме.

В литературе вопросы методологии статистических методов обсуждаются явно недостаточно. Зато наблюдается поток публикаций, в которых постановки решаемых задач иногда выглядят весьма искусственно. Цель настоящей статьи - обосновать необходимость развития методологии статистических методов как самостоятельного научного направления, рассмотреть ряд проблем, относящихся к этому направлению.

В области моделирования задач прикладной статистики, как, впрочем, и в иных областях применения математики и кибернетики, целесообразно выделять четверки проблем:

ЗАДАЧА – МОДЕЛЬ - МЕТОД - УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ.

Обсудим каждую из только что выделенных составляющих.

Задача, как правило, порождена потребностями той или иной прикладной области. Вполне понятно, что при этом происходит одна из возможных математических формализаций реальной ситуации. Например, при изучении предпочтений потребителей у экономистов - маркетологов возникает важный для адекватной сегментации рынка вопрос: различаются ли мнения двух групп потребителей (например, юношей и девушек). При математической формализации мнения потребителей в каждой группе обычно моделируются как независимые случайные выборки, т.е. как совокупности независимых одинаково распределенных случайных величин, а вопрос маркетологов переходит в рамках этой модели в вопрос о проверке той или иной статистической гипотезы однородности. Речь может идти об однородности характеристик, например, о проверке равенства математических ожиданий, или о полной (абсолютной однородности), т.е. о совпадении функций распределения, соответствующих двух совокупностям.

Задача может быть порождена также обобщением потребностей ряда прикладных областей. Приведенный выше пример иллюстрирует эту ситуацию: к необходимости проверки гипотезы однородности приходят и медики при сравнении двух групп пациентов, и инженеры при сопоставлении результатов обработки деталей двумя способами, и т.д. Таким образом, одна и та же математическая модель может применяться для решения самых разных по своей прикладной сущности задач. Важно подчеркнуть, что выделение перечня задач находится вне математики. Выражаясь инженерным языком, этот перечень является сутью технического задания, которое специалисты различных областей деятельности дают специалистам по математической статистике.

Подчеркнем: чтобы математик мог проводить исследования с целью решения практической задачи, необходимо ее суть выразить в математических терминах, т.е. построить математическую модель. Построить адекватную математическую модель явления или процесса нелегко. Такой деятельностью занимаются специалисты по математическому моделированию в соответствующих прикладных областях.

Метод, используемый в рамках определенной математической модели - это уже во многом, если не в основном, дело математиков. В моделях прикладной статистики речь идет, например, о методе оценивания, о методе проверки гипотезы, о методе доказательства той или иной теоремы, и т.д. В двух первых случаях алгоритмы разрабатываются и исследуются математиками, но используются прикладниками, в то время как метод доказательства касается лишь самих математиков.

Ясно, что для решения той или иной задачи в рамках одной и той же принятой исследователем модели может быть предложено много методов. Приведем примеры. Для специалистов по теории вероятностей и математической статистике наиболее хорошо известна история Центральной Предельной Теоремы теории вероятностей. Предельный нормальный закон был получен многими разными методами, из которых напомним широко известное доказательство теоремы Муавра-Лапласа, метод моментов Чебышева, метод характеристических функций Ляпунова, завершающие эпопею методы, примененные Линдебергом и Феллером [2]. В настоящее время для решения практически важных задач могут быть использованы современные информационные технологии на основе метода статистических испытаний и соответствующих датчиков псевдослучайных чисел. Они уже заметно потеснили асимптотические методы математической статистики. В рассмотренной выше проблеме однородности для проверки одной и той же гипотезы совпадения функций распределения могут быть применены самые разные методы – Смирнова, Лемана - Розенблатта, Вилкоксона и др. [3, гл.2].

Наконец, рассмотрим последний элемент четверки - условия применимости. Он - полностью внутриматематический. С точки зрения математика замена условия (кусочной) дифференцируемости некоторой функции на условие ее непрерывности может представляться существенным научным достижением, в то время как прикладник оценить это достижение не сможет. Для него, как и во времена Ньютона и Лейбница, непрерывные функции мало отличаются от (кусочно) дифференцируемых функций. Точнее, они одинаково хорошо (или одинаково плохо) могут быть использованы для описания реальной действительности.

Точно также прикладник не сможет оценить внутриматематическое достижение, состоящее в переходе от условия конечности четвертого момента случайной величины к условию конечности дисперсии. Поскольку результаты реальных измерений получены с помощью некоторого прибора (средства измерения), шкала которого конечна, то прикладник априори уверен, что все результаты измерений заведомо лежат на некотором отрезке (т.е. финитны). Он с некоторым недоумением наблюдает за математиком, который рассуждает о конечности тех или иных моментов - для прикладника они заведомо конечны.

3. Математики и прикладники

Таким образом, в настоящее время наблюдается значительное расхождение интересов «типового» математика и «типового» прикладника. Конечно, мы рассуждаем здесь, строя гипотетические модели восприятия и поведения того и другого. Опишем эти модели более подробно.

Прикладник заинтересован в научно обоснованном решении стоящих перед ним реальных задач. При этом при формализации задач он готов принять достаточно сильные математические предположения. Например, с точки зрения прикладника случайные величины могут принимать конечное множество значений, или быть финитными, или иметь нужное математику число моментов, и т.д. Как говорил А.Н. Колмогоров (в публичной лекции, прочитанной в Актовом зале Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова в начале 1970-х гг., которая произвела большое впечатление на автора настоящей статьи), переход от дискретности к непрерывности для прикладника оправдан только тогда, когда этот переход облегчает выкладки и расчеты, как в математическом анализе переход от сумм к интегралам облегчает рассуждения и вычисления. Если же при переходе к непрерывности возникают сложности типа необходимости доказательства измеримости тех или иных величин относительно тех или иных сигма-алгебр, то прикладник готов вернуться к постановке задачи с конечным вероятностным пространством. Здесь уместно напомнить, что один из выдающихся вероятностников XX в. В. Феллер выпустил свой учебник по теории вероятностей в двух книгах, посвятив первую дискретным вероятностным пространствам, а вторую – непрерывным [4, 5].

Другой пример - задачи оптимизации. Если оптимизация проводится по конечному множеству, то оптимум всегда достигается (хотя может быть не единственным). Если же множество параметров бесконечно, то задача оптимизации может и не иметь решения. Поэтому у прикладника есть стимул ограничиться математическими моделями с конечным множеством параметров. Напомним в связи с этим, что основные задачи прикладной статистики допускают оптимизационную постановку, а статистика объектов нечисловой природы как целое построена на решении оптимизационных задач (а не на суммировании тех или иных выражений, поскольку в пространствах объектов нечисловой природы нет операции сложения) [6, 7].

Модель поведения типового математика совершенно иная. Он, как правило, не обдумывает реальные задачи, поскольку не вникает в конкретные прикладные области. (Если же вникает, то является уже не только математиком, но и прикладником, и его поведение промоделировано в предыдущих абзацах.) Математик берет те задачи, которые уже ранее рассматривались, и старается получить для них математически интересные результаты. Зачастую это означает борьбу за ослабление математических условий, при которых были получены предыдущие результаты. При этом математика абсолютно не волнует, имеют ли какое-либо реальное содержание доказанные им теоремы, могут ли они принести какую-либо пользу прикладнику. Его интересует реакция математической общественности, а не реакция прикладников.

4. Сколько реально используется чисел?

Для демонстрации разрыва между математиками и прикладниками обратим внимание на два парадокса.

Все реальные результаты наблюдений записываются рациональными числами (обычно десятичными числами с небольшим - от 2 до 5 - числом значащих цифр). Как известно, множество рациональных чисел счетно, а потому вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в него равно 0. Следовательно, все рассуждения, связанные с моделированием непрерывными случайными величинами реальных результатов наблюдений - это рассуждения о том, что происходит внутри множества меры 0. Первый парадокс состоит в том, что множествами меры 0 в теории вероятностей принято пренебрегать. Другими словами, в точки зрения теории вероятностей всеми реальными данными можно пренебречь, поскольку они входят в одно фиксированное множество меры 0.

Глубже проанализируем ситуацию. Сколько всего чисел используется для записи реальных результатов наблюдений? Речь идет о типовых результатах наблюдений, измерений, испытаний, опытов, анализов. Они используются в технических, естественнонаучных, экономических, социологических, медицинских и иных исследованиях. Анализ практики показывает, что эти числа имеют вид $(a,bcde)10^k$. Здесь a принимает значения от 1 до 9, а стоящие после запятой b, c, d, e - от 0 до 9. В то же время показатель степени k меняется от (-100) до +100. Ясно, что общее количество возможных чисел равно $9\times10^4\times201=18090000$, т.е. меньше 20 миллионов. С учетом знака – меньше 40 миллионов.

Итак, второй парадокс, усиливающий первый, состоит в том, что для описания реальных результатов наблюдений вполне достаточно 40 миллионов отдельных символов. Бесконечность натурального ряда и континуум числовой прямой - это математические абстракции, надстроенные над дискретной и состоящей из конечного числа элементов реальностью – числами, которые используются в расчетах. (При изменении числа значащих цифр, используемых для описания результатов наблюдений, принципиальный вывод не меняется.) Таким образом, реальные данные лежат не только во множестве меры 0, но и в конечном множестве, причем число элементов в этом множестве вполне обозримо.

Множество чисел, которые могут быть получены в результате расчетов на компьютерах, хотя и обширнее, но также конечно и вполне обозримо (в силу существования машинного нуля). Этот сюжет подробнее рассмотрен в системной нечеткой интервальной математике [8, 9].

5. Практические следствия методологии прикладной статистики

Из сказанного вытекают некоторые вполне определенные выводы, в том числе касающиеся преподавания и научных исследований [10].

Например, преподавание теории вероятностей может быть сосредоточено на случае конечного вероятностного пространства. Бесконечные вероятностные пространства могут при этом рассматриваться как удобные математические схемы. Их роль – давать возможность более легко и быстро получать полезные утверждения для конечных вероятностных пространств. Из сказанного вытекает, в частности, что различные параметрические семейства распределений (семейства нормальных, логарифмически нормальных, экспоненциальных, Коши, Вейбулла-Гнеденко, гамма-распределений) приобретают статус не более чем удобных приближений для распределений на конечных вероятностных пространствах. При таком подходе теряет свою парадоксальность тот эмпирически не раз проверенный факт, что распределение погрешностей измерений, как правило, не является гауссовым [11].

В качестве другого примера рассмотрим методы оценивания параметров. По традиции много внимания в учебных курсах уделяется оценкам максимального правдоподобия (ОМП). Однако столь же хорошие асимптотические свойства имеют т.н. одношаговые оценки, гораздо более простые с вычислительной точки зрения [12]. Целесообразно их включить в учебные курсы, а ОМП исключить.

Целесообразно уделять внимание (репрезентативной) теории измерений, в частности, концепции шкал измерения [13]. Необходимо знакомство с определениями и основными свойствами шкал наименований, порядковой, интервалов, отношений, разностей, абсолютной. Установлено, какими алгоритмами статистического анализа данных можно пользоваться в той или иной шкале, в частности, для усреднения результатов наблюдений. Так, для данных, измеренных в порядковой шкале, некорректно вычислять среднее арифметическое. В качестве средних величин для таких данных можно использовать порядковые статистики, в частности, медиану [14].

Статистические методы исследования часто опираются на использование современных информационных технологий. В частности, распределение статистики можно находить методами асимптотической математической статистики, а можно и путем статистического моделирования (метод Монте-Карло, он же - метод статистических испытаний).

Методологический анализ - первый этап моделирования задач принятия решений, да и вообще любого исследования. Он определяет исходные постановки для теоретической проработки, а потому во многом и успех всего исследования.

Методологический анализ как первый этап статистического исследования определяет исходные постановки для теоретической проработки, а потому во многом и успех всего исследования [15]. Этот этап - один из наиболее важных [16]. Подчеркнем, что анализ динамики развития методов прикладной статистики выделить наиболее перспективные методы. В частности, в работе [17] установлено, что в настоящее время наиболее перспективными являются методы нечисловой статистики. Именно поэтому им уделено большое внимание в наших учебниках (см. [3, 6] и др.).

6. Основные нерешенные проблемы статистических методов

За последние десятилетия выявился целый ряд нерешенных проблем статистических методов, как чисто научных, так и научно-организационных. Обсудим пять из них:

влияние отклонений от традиционных предпосылок вероятностно-статистических моделей на свойства статистических процедур;

оправданность использования асимптотических теоретических результатов при конечных объемах выборок;

формулировки и обоснования правил выбора одного из многих критериев для проверки конкретных гипотез;

конкретные способы организации теоретических работ в области статистических методов;

организация и проведение прикладных работ с использованием статистических методов.

Проведем методологический анализ этих проблем. Приводимые ниже соображения отнюдь не претендует на решение перечисленных проблем. Их цель гораздо скромнее - обратить внимание на существование ряда нерешенных проблем в надежде, что коллективными усилиями удастся продвинуться в их решении. Ряд нерешенных проблем статистических методов обсуждаем в [18, 19].

7. Влияние отклонений от традиционных предпосылок

В вероятностной теории статистических методов выборка обычно моделируется как конечная последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин или векторов. Часто предполагается, что эти величины или вектора имеют нормальное распределение.

На основе сформулированных классических предпосылок построено огромное здание классической математической статистики с большим числом теорем. Оно за последнее столетие обросло горой учебников и программных продуктов.

Однако при внимательном взгляде совершенно ясна нереалистичность классических предпосылок. Независимость результатов измерений обычно принимается «из общих предположений», между тем во многих случаях очевидна их коррелированность [20]. Одинаковая распределенность результатов измерений также вызывает сомнения из-за изменения во времени свойств измеряемых образцов, средств измерения и психофизического состояния специалистов, проводящих измерения (наблюдения, испытания, анализы, опыты). Даже обоснованность самой возможности применения вероятностных моделей также часто вызывает сомнения, например, при моделировании уникальных измерений (теорию вероятностей обычно привлекают при изучении массовых явлений). И уж совсем редко распределения результатов измерений можно считать нормальными [11].

Итак, методы классической математической статистики обычно используют вне сферы их обоснованной применимости. Каково влияние отклонений от традиционных предпосылок на статистические выводы? В настоящее время об этом имеются лишь отрывочные сведения. Приведем три примера.

Пример 1. Построение доверительного интервала для математического ожидания в устаревших сочинениях обычно рекомендуют проводить с использованием распределения Стьюдента (при справедливости гипотезы нормальности). Как следует из Центральной Предельной Теоремы (ЦПТ) теории вероятностей, в асимптотике (т.е. при большом объеме выборки) такие расчетные методы дают правильные результаты. А именно, из ЦПТ вытекает использование квантилей нормального распределения, а из классической теории - квантилей распределения Стьюдента, но при росте объема выборки квантили распределения Стьюдента стремятся к соответствующим квантилям нормального распределения [21].

Пример 2. Для проверки однородности двух независимых выборок (на самом деле - для проверки равенства математических ожиданий) обычно рекомендуют использовать двухвыборочный критерий Стьюдента. Что будет при отклонении от нормальности распределений, из которых взяты выборки? Если объемы выборок равны или если дисперсии результатов наблюдений в выборках совпадают, то в асимптотике (когда объемы выборок безгранично возрастают) классический метод является корректным. Если же объемы выборок существенно отличаются и их дисперсии различны, то двухвыборочную статистику Стьюдента применять нельзя. Поскольку проверка равенства дисперсий - более сложная задача [22], чем проверка равенства математических ожиданий, то для выборок разного объема использовать двухвыборочную статистику Стьюдента не следует, лучше применять критерий Крамера-Уэлча, как это подробно обосновано в [23, 24].

Пример 3. В задаче отбраковки (исключения) резко выделяющихся наблюдений (выбросов) расчетные методы, основанные на нормальности, являются крайне неустойчивыми по отношению к отклонениям от нормальности, что полностью лишает эти методы научной обоснованности [25].

Примеры 1 – 3 показывают весь спектр возможных свойств классических расчетных методов в случае отклонения от нормальности. Методы примера 1 оказываются вполне пригодными при таких отклонениях, примера 2 – пригодными в некоторых случаях, примера 3 – полностью непригодными.

Итак, имеется *необходимость изучения свойств расчетных методов классической математической статистики, опирающихся на предположение нормальности, в ситуациях, когда это предположение не выполнено*. Аппаратом для такого изучения наряду с методом Монте-Карло (статистических испытаний) могут послужить предельные теоремы теории вероятностей (и опирающиеся на них асимптотические методы математической статистики), прежде всего ЦПТ, поскольку интересующие нас расчетные методы обычно используют разнообразные суммы.

Пока подобное изучение не проведено, остается неясной научная ценность, например, применения факторного анализа к векторам из переменных, принимающих небольшое число градаций и к тому же измеренных в порядковой шкале. Этот пример показывает важность еще одного направления исследований - изучения свойств алгоритмов, предназначенных для анализа числовых данных, в случаях, когда данные измерены в шкалах, отличных от абсолютной, в частности, в порядковой шкале.

Из большого числа возможных постановок, относящихся к изучению влияния отклонений от традиционных предпосылок, укажем лишь на то, что, как показано выше, реальные данные имеют небольшое число значащих цифр (обычно от 2 до 5), в то время как в классической математической статистике используются непрерывные случайные величины, для которых вероятность получения подобного результата наблюдения равна 0. Действительно, вероятность того, что хотя бы один элемент выборки из распределения с непрерывной функцией распределение попадет в заданное счетное множество, в частности, в множество рациональных чисел, равна 0 (согласно классическим свойствам вероятностной меры). Событиями, имеющими вероятность 0, принято пренебрегать. Следовательно, с точки зрения классической математической статистики любыми реальными данными нужно пренебречь! Выходов из этого парадокса несколько. Один из них - бурно развивающаяся в настоящее время статистика интервальных данных (см. [9, 26]), другой - использование классических поправок Шеппарда для сгруппированных данных [27 – 29]. Здесь еще много работы. Так, даже для такого широко используемого статистического показателя, как коэффициент корреляции, поправки на группировку (поправки Шеппарда, для моментов выведены в 1898 г.) были получены сравнительно недавно - лишь в 1980 г. [30].

Почему на первый план выдвинуто изучение классических алгоритмов, а не построение новых, специально предназначенных для работы в условиях отклонения от классических предпосылок? Во-первых, потому, что классические алгоритмы в настоящее время наиболее распространены (благодаря сложившейся системе образования как прикладников, так и математиков). Во-вторых, более новые подходы зачастую методологически уязвимы. Так, известная робастная модель засорения Тьюки-Хубера [31] нацелена на борьбу с большими выбросами, которые зачастую физически невозможны из-за ограниченности интервала возможных значений измеряемой характеристики, в котором работает конкретное средство измерения. Следовательно, модель Тьюки-Хубера имеет скорее теоретическое значение, чем практическое. Сказанное, конечно, не означает, что следует прекратить разработку, изучение и внедрение непараметрических и устойчивых методов, выделенных выше как «точки роста» современных эконометрики и прикладной статистики.

8. Использование асимптотических результатов при конечных объемах выборок

Как отмечено выше, изучение классических алгоритмов во многих случаях может быть проведено с помощью асимптотических методов математической статистики, в частности, с помощью ЦПТ и методов наследования сходимости [32]. Отрыв классической математической статистики от нужд прикладных исследований проявился, в частности, в том, что в распространенных монографиях недостает математического аппарата, необходимого, в частности, для изучения двухвыборочных статистик. Суть в том, что переходить к пределу приходится не по одному параметру, а по двум – объемам двух выборок. Пришлось разработать соответствующую теорию – теорию наследования сходимости, впервые изложенную в монографии [33, п.2.4].

Однако применять результаты подобного изучения придется при конечных объемах выборок. Возникает целый букет проблем, связанных с таким переходом. Часть из них обсуждалась в [31] при рассмотрении устойчивости к изменению объемов выборок в связи с изучением свойств статистик, построенных по выборкам из конкретных распределений.

Однако при обсуждении влияния отклонений от исходных предположений на свойства статистических процедур возникают дополнительные проблемы. Какие отклонения считать типичными? Ориентироваться ли на наиболее «вредные» отклонения, в наибольшей степени искажающие свойства алгоритмов, или же сосредоточить внимание на «типичных» отклонениях?

При первом подходе получаем гарантированный результат, но «цена» этого результата может быть излишне высокой. В качестве примера укажем на универсальное неравенство Берри – Эссеена в ЦПТ для максимально возможного отклонения функции распределения выборки от предельного нормального [5, 34]. Совершенно справедливо подчеркивает академик РАН А.А. Боровков [34, с.172], что «скорость сходимости в реальных задачах, как правило, оказывается лучше».

При втором подходе возникает вопрос, какие отклонения считать «типичными». Попытаться ответить на этот вопрос можно, анализируя большие массивы реальных данных. Вполне естественно, что ответы различных исследовательских групп могут различаться.

Одна из ложных идей - использование при анализе возможных отклонений только какого-либо конкретного параметрического семейства. Например, семейств распределений Вейбулла – Гнеденко, экспоненциальных, нормальных, трехпараметрического семейства гамма - распределений и др. Еще в 1927 г. акад. АН СССР С.Н. Бернштейн обсуждал методологическую ошибку, состоящую в сведении всех эмпирических распределений к четырехпараметрическому семейству Пирсона [35]. Однако и до сих пор параметрические методы статистики весьма популярны, особенно среди прикладников, и вина за это заблуждение лежит, прежде всего, на преподавателях статистических методов, придерживающихся устаревшей парадигмы и не желающих переходить на новую [36 – 39].

9. Выбор одного из многих критериев для проверки конкретной гипотезы

Во многих случаях для решения конкретной практической задачи разработано много методов, и специалист по прикладной статистике стоит перед проблемой: какой из них предложить прикладнику для анализа конкретных данных?

В качестве примера рассмотрим задачу проверки однородности двух независимых выборок [24]. Как известно, для ее решения можно предложить массу критериев: Стьюдента, Крамера – Уэлча, Лорда, хи-квадрат, Вилкоксона (Манна – Уитни), Ван–дер–Вардена, Сэвиджа, Н.В.

Смирнова, типа омега-квадрат (Лемана – Розенблатта), Г.В. Мартынова и др. Какой из них выбрать?

Естественным образом приходит в голову идея «голосования»: провести проверку по многим критериям, а затем принять решение «по большинству голосов». С точки зрения статистической теории такая процедура приводит попросту к построению еще одного критерия, который априори ничем не лучше прежних (но и не хуже), но более труден для изучения. С другой стороны, если совпадают решения по всем рассмотренным статистическим критериям, исходящим из различных принципов, то в соответствии с концепцией устойчивости, впервые развитой в монографии [33] (см. также [31, 40]), это повышает доверие к полученному общему решению.

Распространено, особенно среди математиков, ложное и вредное мнение о необходимости поиска оптимальных методов, решений и т.д. Дело в том, что оптимальность обычно исчезает при отклонении от исходных предпосылок. Так, среднее арифметическое в качестве оценки математического ожидания является оптимальной оценкой тогда и только тогда, когда исходное распределение - нормальное (см., например, монографию [41]), в то время как состоятельной оценкой - всегда, лишь бы математическое ожидание существовало. С другой стороны, для любого произвольно взятого метода оценивания или проверки гипотез обычно можно так сформулировать понятие оптимальности, чтобы рассматриваемый метод стал оптимальным – с этой специально выбранной точки зрения. Возьмем, например, выборочную медиану как оценку математического ожидания. Она, разумеется, оптимальна, хотя и в другом смысле, чем среднее арифметическое (оптимальное для нормального распределения). А именно, для распределения Лапласа выборочная медиана является оценкой максимального правдоподобия, а потому оптимальной – в том смысле, в каком оптимальной является любая оценка максимального правдоподобия. Соответствующее понятие оптимальности требует аккуратных формулировок, оно строго изложено в монографии [42]. Как известно, оценки максимального правдоподобия удобны при теоретических рассмотрениях, а при анализе конкретных экономических, технических и иных данных следует применять одношаговые оценки [12].

Проиллюстрируем сказанное примером. Критерии однородности двух выборок были проанализированы в монографии [43]. Естественных подходов к сравнению критериев несколько - на основе асимптотической относительной эффективности по Бахадуру, Ходжесу – Леману, Питмену и др. И выяснилось, что каждый обычно используемый критерий однородности является оптимальным при соответствующей альтернативе или подходящем распределении на множестве альтернатив. При этом математические рассуждения обычно опираются на альтернативу сдвига, сравнительно редко встречающуюся в практике анализа реальных статистических данных (в связи с критерием Вилкоксона эта альтернатива обсуждалась в [44]). Итог печален - блестящая математическая техника, продемонстрированная в монографии [43], не позволяет дать рекомендации для выбора критерия проверки однородности при анализе реальных данных. Другими словами, с точки зрения работы прикладника, т.е. с точки зрения применимости полученных результатов при анализе конкретных данных, монография [43] бесполезна. Блестящее владение математикой и огромное трудолюбие, продемонстрированные автором этой монографии, увы, ничего не принесли практике.

Конечно, каждый практически работающий статистик так или иначе решает для себя проблему выбора статистического критерия. На основе ряда методологических соображений мы остановили свой выбор на состоятельном против любой альтернативы критерии типа омега-квадрат (Лемана – Розенблатта) [45]. Однако остается чувство неудовлетворенности в связи с недостаточной теоретической обоснованностью этого выбора.

10. Организация теоретических работ в области статистических методов

Выше продемонстрирована необходимость большой теоретической работы по развитию нацеленных на практическое использование статистических методов. В статье [46] 1992 г. нами обоснован вывод о необходимости создания сети научно-исследовательских организаций, которая выполняла бы такую работу. Как известно, количество научных работников к настоящему времени сократилось в несколько раз по сравнению с началом 1990-х годов. Так что на осуществление в ближайшие годы сформулированной в [46] научно-организационной программы надеяться не приходится.

Приходится с сожалением констатировать, что в рамках научной специальности «теория вероятностей и математическая статистика» наблюдается четко выраженное игнорирование проблем статистического анализа реальных данных и уход в глубь узкоматематических исследований, которые заведомо ничего не могут дать практике. Причины этого явления, типичного для математических дисциплин, обсуждались, в статье [47]. Поэтому нет оснований ожидать, что при «естественном ходе событий» будут получены существенные продвижения в рассмотренных выше нерешенных проблемах статистических методов.

Помочь может выделение государственными структурами системы грантов, направленных на поддержку работ в области нерешенных проблем прикладной статистики. Принципиальным шагом явилось бы официальное выделение государственными органами «статистических методов» как самостоятельного научного направления. Отличного как от чисто математических дисциплин типа «теории вероятностей и математической статистики», так и от, например, ветви экономической теории, известной в официальных кругах под названием «статистика».

11. О прикладных работах с использованием статистических методов

Проблемы организации теоретических работ в области статистических методов лишь в перспективе важны для практической работы. Как правило, те, кто обрабатывает реальные данные, недостаточно знакомы с теоретическими основами алгоритмов и тем более не следят за событиями «на переднем крае» обсуждаемой научно-практической дисциплины. Это вполне естественно, поскольку основная специальность у таких специалистов - иная.

Несколько огрубляя, можно сказать, что реально используется только то, что имеется в учебниках и справочниках, в нормативно-технической документации и широко распространенных программных продуктах, а научные публикации с точки зрения прикладника представляют собой «информационный шум». Ситуация усугубляется традиционным ненормальным положением в отечественной статистике [48].

К сожалению, учебная и научная литература на русском языке (как, впрочем, и на иных языках) по статистическим методам далека от совершенства, переполнена устаревшими методологическими подходами и прямыми ошибками. До сих пор наилучшим изданием остаются «Таблицы математической статистики» Л.Н. Большева и Н.В.Смирнова [49], созданные еще в 1960-х годах.

Хотя студенты почти всех специальностей изучают в конце курса высшей математики раздел «теория вероятностей и математическая статистика», реально они знакомятся лишь с некоторыми основными понятиями и результатами, которых явно не достаточно для практической работы. С некоторыми математическими методами исследования студенты встречаются в специальных курсах (например, таких, как «Прогнозирование и технико-экономическое планирование», «Технико-экономический анализ», «Контроль качества продукции», «Маркетинг», «Контроллинг», «Математические методы прогнозирования», «Статистика» и др. – в случае студентов экономических специальностей), однако изложение в большинстве случаев носит весьма сокращенный и рецептурный характер. В результате подавляющую часть специалистов по прикладной статистике и другим статистическим методам следует считать самоучками.

Поэтому большое значение имеет введение в технических вузах курсов «Высокие статистические технологии», «Статистические методы» и «Прикладная статистика», а на экономических факультетах таких вузов и в экономических вузах – курса «Эконометрика», поскольку эконометрика – это, как известно, статистический анализ конкретных экономических данных (см. [3]). Это естественно делать, например, в рамках подпрограммы «Технологии подготовки кадров для национальной технологической базы» федеральной целевой программы «Национальная технологическая база». Естественно, что курсы «Высокие статистические технологии», «Статистические методы», «Прикладная статистика» и «Эконометрика» должны быть обеспечены соответствующими учебниками и учебными пособиями, методическими материалами и обучающими компьютерными системами. Первое поколение соответствующих учебников описано в [36 – 39, 50].

Только через систему образования можно поднять уровень массового применения статистических методов и сократить отставание от «переднего края» теории. А это отставание в настоящее время составляет не менее 20 (но и не более 100) лет [51].

Литература

1. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология. – М.: Синтег, 2007. – 668 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Изд. 7-е, исправл. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 320 с.
3. Орлов А.И. Эконометрика. Изд. 4-е, доп. и перераб. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. –572 с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Т.1. – М. : Мир, 1984. – 528 с.
5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Т.2. – М. : Мир, 1984. – 738 с.
6. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование : учебник : в 3 ч. Ч. 1. Нечисловая статистика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. — 541 с.
7. Орлов А.И. О развитии статистики объектов нечисловой природы / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №09(093). С. 273 – 309. – IDA [article ID]: 0931309019. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/19.pdf
8. Орлов А.И. Системная нечеткая интервальная математика (СНИМ) – перспективное направление теоретической и вычислительной математики / А.И. Орлов, Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 255 – 308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf
9. Орлов А.И., Луценко Е.В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2014. – 600 с.
10. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование, эконометрика и статистика в техническом университете. – Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки». 2012. №1. С. 106 – 118.
11. Орлов А.И. Часто ли распределение результатов наблюдений является нормальным? // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1991. Т.57. № 7. С. 64 – 66.
12. Орлов А.И. О нецелесообразности использования итеративных процедур нахождения оценок максимального правдоподобия // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1986. Т.52. № 5. С. 67 – 69.
13. Луценко Е.В. Метризация измерительных шкал различных типов и совместная сопоставимая количественная обработка разнородных факторов в системно-когнитивном анализе и системе «Эйдос» / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №08(092). С. 859 – 883. – IDA [article ID]: 0921308058. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/08/pdf/58.pdf
14. Орлов А.И. Теория измерений как часть методов анализа данных: размышления над переводом статьи П.Ф. Веллемана и Л. Уилкинсона // Социология: методология, методы, математическое моделирование. 2012. № 35. С. 155 – 174.
15. Комаров Д.М., Орлов А.И. Роль методологических исследований в разработке методоориентированных экспертных систем (на примере оптимизационных и статистических методов) // Вопросы применения экспертных систем. - Минск: НПО «Центрсистем», 1988. С. 151 – 160.

16. Орлов А.И. О развитии методологии статистических методов // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. Межвузовский сборник научных трудов. – Пермь: Изд-во Пермского государственного университета, 2001. – С.118 – 131.

17. Горский В.Г., Орлов А.И. Математические методы исследования: итоги и перспективы // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т.68. № 1. С.108 – 112.

18. Загоруйко Н.Г., Орлов А.И. Некоторые нерешенные математические задачи прикладной статистики // Современные проблемы кибернетики (прикладная статистика). – М.: Знание, 1981. – С. 53 – 63.

19. Орлов А.И. Некоторые нерешенные вопросы в области математических методов исследования // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т.68. №3. С. 52 – 56.

20. Эльясберг П.Е. Измерительная информация. Сколько ее нужно, как ее обрабатывать? – М.: Наука, 1983. – 208 с.

21. Орлов А.И. Непараметрическое точечное и интервальное оценивание характеристик распределения // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2004. Т.70. № .5. С. 65 – 70.

22. Славова В.В., Чибисов Д.М. О предварительном тестировании в задаче Беренса – Фишера // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2007. Т.16. Вып.2. С. 210 – 225.

23. Орлов А.И. О применении статистических методов в медико-биологических исследованиях // Вестник Академии медицинских наук СССР. 1987. № 2. С. 88 – 94.

24. Орлов А.И. О проверке однородности двух независимых выборок // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2003. Т.69. № 1. С. 55 – 60.

25. Орлов А.И. Неустойчивость параметрических методов отбраковки резко выделяющихся наблюдений // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1992. Т.58. № 7. С. 40 – 42.

26. Орлов А.И. Основные идеи статистики интервальных данных / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10(094). С. 867 – 892. – IDA [article ID]: 0941310060. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/60.pdf

27. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

28. Орлов А.И., Орловский И.В. О поправках на группировку // Прикладной многомерный статистический анализ. Ученые записки по статистике, т.33. – М.: Наука, 1978. – С. 339 – 342.

29. Орлов А.И. Статистическое оценивание для сгруппированных данных / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1097 – 1117. – IDA [article ID]: 0981404080. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/80

30. Орлов А.И. Поправка на группировку для коэффициента корреляции // Экономика и математические методы. 1980. Т.XVI. №4. С. 800 – 801.

31. Орлов А.И. Новый подход к изучению устойчивости выводов в математических моделях / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №06(100). С. 1

– 30. – IDA [article ID]: 1001406001. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/06/pdf/01.pdf

32. Орлов А.И. Теоретические инструменты статистических методов / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №07(101). С. 253 – 274. – IDA [article ID]: 1011407014. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/07/pdf/14.pdf

33. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. – М.: Наука, 1979. – 296 с.

34. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1976. – 352 с.

35. Бернштейн С.Н. Современное состояние теории вероятностей и ее приложений // Труды Всероссийского съезда математиков в Москве 27 апреля - 4 мая 1927 г. – М. – Л.: ГИЗ, 1928. – С. 50 – 63.

36. Орлов А.И. Новая парадигма прикладной статистики // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Том 78. №1, часть I. С. 87 – 93.

37. Орлов А.И. Основные черты новой парадигмы математической статистики / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №06(090). С. 187 – 213. – IDA [article ID]: 0901306013. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/13.pdf

38. Орлов А.И. Новая парадигма анализа статистических и экспертных данных в задачах экономики и управления / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 105 – 125. – IDA [article ID]: 0981404008. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/08.pdf

39. Орлов А.И. Новая парадигма математических методов экономики // Экономический анализ: теория и практика. 2013. № 36 (339). С. 25 – 30.

40. Орлов А.И. Устойчивые экономико-математические методы и модели. – Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2011. – 436 с.

41. Каган А.М., Линник Ю.В., Рао С.Р. Характеризационные задачи математической статистики. – М.: Наука, 1972. – 656 с.

42. Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З. Асимптотическая теория оценивания. – М.: Наука, 1979. – 528 с.

43. Никитин Я.Ю. Асимптотическая эффективность непараметрических критериев. – М.: Наука, 1995. – 240 с.

44. Орлов А.И. Какие гипотезы можно проверять с помощью двухвыборочного критерия Вилкоксона? // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1999. Т.65. № 1. С. 51 – 55.

45. Орлов А.И. Состоятельные критерии проверки абсолютной однородности независимых выборок // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Т.78. №11. С. 66 – 70.

46. Орлов А.И. О современных проблемах внедрения прикладной статистики и других статистических методов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1992. Т.58. № 1. С. 67 – 74.

47. Орлов А.И. Непараметрическая и прикладная статистика в нашей стране / А.И. Орлов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №07(101). С. 197 – 226. – IDA [article ID]: 1011407012. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/07/pdf/12.pdf

48. Орлов А.И. О перестройке статистической науки и её применений / Вестник статистики. 1990. № 1. С.65 – 71.

49. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.: Наука, 1965 (1-е изд.), 1968 (2-е изд.), 1983 (3-е изд.). – 474 с.

50. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование, эконометрика и статистика при решении задач экономики и организации производства // *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 1. URL: http://engjournal.ru/catalog/indust/hidden/1198.html

51. Орлов А.И. Высокие статистические технологии // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2003. Т.69. № 11. С. 55 – 60.

References

1. Novikov A.M., Novikov D.A. Metodologija. – M.: Sinteg, 2007. – 668 s.

2. Gnedenko B.V. Kurs teorii verojatnostej. Izd. 7-e, ispravl. – M.: Jeditorial URSS, 2001. – 320 s.

3. Orlov A.I. Jekonometrika. Izd. 4-e, dop. i pererab. – Rostov-na-Donu: Feniks, 2009. – Rostov-na-Donu: Feniks, 2009. –572 s.

4. Feller V. Vvedenie v teoriju verojatnostej i ee prilozhenija. V 2-h tomah. T.1. – M. : Mir, 1984. – 528 s.

5. Feller V. Vvedenie v teoriju verojatnostej i ee prilozhenija. V 2-h tomah. T.2. – M. : Mir, 1984. – 738 s.

6. Orlov A.I. Organizacionno-jekonomicheskoe modelirovanie : uchebnik : v 3 ch. Ch. 1. Nechislovaja statistika. – M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2009. — 541 s.

7. Orlov A.I. O razvitii statistiki ob#ektov nechislovoj prirody / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №09(093). S. 273 – 309. – IDA [article ID]: 0931309019. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/19.pdf

8. Orlov A.I. Sistemnaja nechetkaja interval'naja matematika (SNIM) – perspektivnoe napravlenie teoreticheskoj i vychislitel'noj matematiki / A.I. Orlov, E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 255 – 308. – IDA [article ID]: 0911307015. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/15.pdf

9. Orlov A.I., Lucenko E.V. Sistemnaja nechetkaja interval'naja matematika. Monografija (nauchnoe izdanie). – Krasnodar, KubGAU. 2014. – 600 s.

10. Orlov A.I. Organizacionno-jekonomicheskoe modelirovanie, jekonometrika i statistika v tehnicheskom universitete. – Vestnik MGTU im. N.Je. Baumana. Ser. «Estestvennye nauki». 2012. №1. S. 106 – 118.

11. Orlov A.I. Chasto li raspredelenie rezul'tatov nabljudenij javljaetsja normal'nym? // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 1991. T.57. № 7. S. 64 – 66.

12. Orlov A.I. O necelesoobraznosti ispol'zovanija iterativnyh procedur nahozhdenija ocenok maksimal'nogo pravdopodobija // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 1986. T.52. № 5. S. 67 – 69.

13. Lucenko E.V. Metrizacija izmeritel'nyh shkal razlichnyh tipov i sovmestnaja sopostavimaja kolichestvennaja obrabotka raznorodnyh faktorov v sistemno-kognitivnom analize i sisteme «Jejdos» / E.V. Lucenko // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU)

[Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №08(092). S. 859 – 883. – IDA [article ID]: 0921308058. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/08/pdf/58.pdf

14. Orlov A.I. Teorija izmerenij kak chast' metodov analiza dannyh: razmyshlenija nad perevodom stat'i P.F. Vellemana i L. Uilkinsona // Sociologija: metodologija, metody, matematicheskoe modelirovanie. 2012. № 35. S. 155 – 174.

15. Komarov D.M., Orlov A.I. Rol' metodologicheskih issledovanij v razrabotke metodoorientirovannyh jekspertnyh sistem (na primere optimizacionnyh i statisticheskih metodov) // Voprosy primenenija jekspertnyh sistem. - Minsk: NPO «Centrsistem», 1988. S. 151 – 160.

16. Orlov A.I. O razvitii metodologii statisticheskih metodov // Statisticheskie metody ocenivanija i proverki gipotez. Mezhvuzovskij sbornik nauchnyh trudov. – Perm': Izd-vo Permskogo gosudarstvennogo universiteta, 2001. – S.118 – 131.

17. Gorskij V.G., Orlov A.I. Matematicheskie metody issledovanija: itogi i perspektivy // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2002. T.68. № 1. S.108 – 112.

18. Zagorujko N.G., Orlov A.I. Nekotorye nereshennye matematicheskie zadachi prikladnoj statistiki // Sovremennye problemy kibernetiki (prikladnaja statistika). – M.: Znanie, 1981. – S. 53 – 63.

19. Orlov A.I. Nekotorye nereshennye voprosy v oblasti matematicheskih metodov issledovanija // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2002. T.68. №3. S. 52 – 56.

20. Jel'jasberg P.E. Izmeritel'naja informacija. Skol'ko ee nuzhno, kak ee obrabatyvat'? – M.: Nauka, 1983. – 208 s.

21. Orlov A.I. Neparametricheskoe tochechnoe i interval'noe ocenivanie harakteristik raspredelenija // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2004. T.70. № .5. S. 65 – 70.

22. Slavova V.V., Chibisov D.M. O predvaritel'nom testirovanii v zadache Berensa-Fishera // Obozrenie prikladnoj i promyshlennoj matematiki. 2007. T.16. Vyp.2. S. 210 – 225.

23. Orlov A.I. O primenenii statisticheskih metodov v mediko-biologicheskih issledovanijah // Vestnik Akademii medicinskih nauk SSSR. 1987. № 2. S. 88 – 94.

24. Orlov A.I. O proverke odnorodnosti dvuh nezavisimyh vyborok // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2003. T.69. № 1. S. 55 – 60.

25. Orlov A.I. Neustojchivost' parametricheskih metodov otbrakovki rezko vydeljajushhihsja nabljudenij // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 1992. T.58. № 7. S. 40 – 42.

26. Orlov A.I. Osnovnye idei statistiki interval'nyh dannyh / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №10(094). S. 867 – 892. – IDA [article ID]: 0941310060. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/60.pdf

27. Kramer G. Matematicheskie metody statistiki. – M.: Mir, 1975. – 648 s.

28. Orlov A.I., Orlovskij I.V. O popravkah na gruppirovku // Prikladnoj mnogomernyj statisticheskij analiz. Uchenye zapiski po statistike, t.33. – M.: Nauka, 1978. – S. 339 – 342.

29. Orlov A.I. Statisticheskoe ocenivanie dlja sgruppirovannyh dannyh / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №04(098). S. 1097 – 1117. – IDA [article ID]: 0981404080. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/80

30. Orlov A.I. Popravka na gruppirovku dlja kojefficienta korreljacii // Jekonomika i matematicheskie metody. 1980. T.XVI. №4. S. 800 – 801.

31. Orlov A.I. Novyj podhod k izucheniju ustojchivosti vyvodov v matematicheskih modeljah / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №06(100). S. 1 – 30. – IDA [article ID]: 1001406001. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/06/pdf/01.pdf

32. Orlov A.I. Teoreticheskie instrumenty statisticheskih metodov / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №07(101). S. 253 – 274. – IDA [article ID]: 1011407014. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/07/pdf/14.pdf

33. Orlov A.I. Ustojchivost' v social'no-jekonomicheskih modeljah. – M.: Nauka, 1979. – 296 s.

34. Borovkov A.A. Teorija verojatnostej. – M.: Nauka, 1976. – 352 s.

35. Bernshtejn S.N. Sovremennoe sostojanie teorii verojatnostej i ee prilozhenij // Trudy Vserossijskogo s#ezda matematikov v Moskve 27 aprelja - 4 maja 1927 g. – M. – L.: GIZ, 1928. – S. 50 – 63.

36. Orlov A.I. Novaja paradigma prikladnoj statistiki // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2012. Tom 78. №1, chast' I. S. 87 – 93.

37. Orlov A.I. Osnovnye cherty novoj paradigmy matematicheskoj statistiki / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №06(090). S. 187 – 213. – IDA [article ID]: 0901306013. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/06/pdf/13.pdf

38. Orlov A.I. Novaja paradigma analiza statisticheskih i jekspertnyh dannyh v zadachah jekonomiki i upravlenija / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №04(098). S. 105 – 125. – IDA [article ID]: 0981404008. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/08.pdf

39. Orlov A.I. Novaja paradigma matematicheskih metodov jekonomiki // Jekonomicheskij analiz: teorija i praktika. 2013. № 36 (339). S. 25 – 30.

40. Orlov A.I. Ustojchivye jekonomiko-matematicheskie metody i modeli. – Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2011. – 436 s.

41. Kagan A.M., Linnik Ju.V., Rao S.R. Harakterizacionnye zadachi matematicheskoj statistiki. – M.: Nauka, 1972. – 656 s.

42. Ibragimov I.A., Has'minskij R.Z. Asimptoticheskaja teorija ocenivanija. – M.: Nauka, 1979. – 528 s.

43. Nikitin Ja.Ju. Asimptoticheskaja jeffektivnost' neparametricheskih kriteriev. – M.: Nauka, 1995. – 240 s.

44. Orlov A.I. Kakie gipotezy mozhno proverjat' s pomoshh'ju dvuhvyborochnogo kriterija Vilkoksona? // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 1999. T.65. № 1. S. 51 – 55.

45. Orlov A.I. Sostojatel'nye kriterii proverki absoljutnoj odnorodnosti nezavisimyh vyborok // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2012. T.78. №11. S. 66 – 70.

46. Orlov A.I. O sovremennyh problemah vnedrenija prikladnoj statistiki i drugih statisticheskih metodov // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 1992. T.58. № 1. S. 67 – 74.

47. Orlov A.I. Neparametricheskaja i prikladnaja statistika v nashej strane / A.I. Orlov // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs].

– Krasnodar: KubGAU, 2014. – №07(101). S. 197 – 226. – IDA [article ID]: 1011407012. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2014/07/pdf/12.pdf

48. Orlov A.I. O perestrojke statisticheskoj nauki i ejo primenenij / Vestnik statistiki. 1990. № 1. S.65 – 71.

49. Bol'shev L.N., Smirnov N.V. Tablicy matematicheskoj statistiki. - M.: Nauka, 1965 (1-e izd.), 1968 (2-e izd.), 1983 (3-e izd.). – 474 s.

50. Orlov A.I. Organizacionno-jekonomicheskoe modelirovanie, jekonometrika i statistika pri reshenii zadach jekonomiki i organizacii proizvodstva // Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii, 2014, vyp. 1. URL: http://engjournal.ru/catalog/indust/hidden/1198.html

51. Orlov A.I. Vysokie statisticheskie tehnologii // Zavodskaja laboratorija. Diagnostika materialov. 2003. T.69. № 11. S. 55 – 60.