УДК 517.958: 531.32, 544.6

ПЕРЕНОС ИОНОВ СОЛИ В ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ С ВРАЩАЮЩИМСЯ МЕМБРАННЫМ ДИСКОМ С УЧЕТОМ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ. ЧАСТЬ 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ[1]

Коваленко Анна Владимировна
к.э.н., доцент

Уртенов Махамет Али Хусеевич
д.ф.-м.н., профессор

Казаковцева Екатерина Васильевна
аспирантка

Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

Данная статья является продолжением работ [1,2], которые были посвящены исследованию гидродинамики и переноса ионов соли в экспериментальной электрохимической ячейке с вращающейся дисковой катионообменной мембраной при допредельных токовых режимах, когда выполняется условие локальной электронейтральности. В данной работе приведена математическая модель переноса ионов соли в ячейке с вращающейся дисковой катионообменной мембраной при запредельных токовых режимах, с учетом электроконвекции. При этих условиях гидродинамика зависит от процесса переноса ионов соли и описывается системой уравнений Навье-Стокса в цилиндрической системе координат с учетом электрической (Кулоновской) силы

Ключевые слова: ОБЕССОЛИВАНИЕ, ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДИСКОВАЯ МЕМБРАНА, РАВНОДОСТУПНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ, ЭЛЕКТРОДИАЛИЗ, УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА, УРАВНЕНИЯ НЕРНСТА-ПЛАНКА-ПУАССОНА, ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ, ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

UDC 517.958: 531.32, 544.6

THE TRANSFER OF SALT IONS IN AN ELECTROCHEMICAL CELL WITH ROTATING MEMBRANE DISK WITH ELECTRO CONVECTION. PART 1. MATHEMATICAL MODEL

Kovalenko Anna Vladimirovna
Cand.Econ.Sci., associate professor

Urtenov Makhamet Ali Khuseevich
Dr.Sci.Phys.-Math., professor

Kazakovtseva Ekaterina Vasilyevna
postgraduate student

Kuban State University, Krasnodar, Russia

This article is a continuation of the works [1,2], which were devoted to the study of hydrodynamics and transport of salt ions in the experimental electrochemical cell with a rotating disk with a cation exchange membrane of exact current modes, when the condition of local electroneutrality. This article presents a mathematical model of transport of salt ions in a cell with a rotating disk with a cation exchange membrane exorbitant current regimes, taking into account electroconvection. Under these conditions, fluid dynamics depends on the ion transport process salt and described by the system of Navier-Stokes equations in cylindrical coordinate system with the electric forces

Keywords: DESALTING, ROTATING DISK MEMBRANE, FAIRNESS SURFACE, ELECTRO DIALYSIS, NAVIER-STOKES EQUATION, NERNST-PLANK-POISSON EQUATION, ELECTRO CONVECTION, CYLINDRICAL COORDINATE SYSTEM

Введение

В работе [1] была исследована гидродинамика экспериментальной электрохимической ячейки с вращающейся дисковой мембраной (ВДМ) с учетом ее реальных размеров при допредельных токовых режимах, когда

[1] *Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-00464 а.*

выполняется условие локальной электронейтральности. Работа [2] была посвящена исследованию переноса ионов соли в экспериментальной электрохимической ячейки с вращающейся дисковой катионообменной мембраной, также при допредельных токовых режимах. В работе [3] был исследован перенос ионов соли в запредельных токовых режимах с использованием уравнения Пуассона вместо условия электронейтральности, но без учета электроконвекции. При этих условиях гидродинамика не зависит от процесса переноса ионов соли и можно воспользоваться результатами работы [1]. Данная работа является продолжением работ [1,2,3]. В ней приведена математическая модель переноса ионов соли в закрытой ячейке при запредельных токовых режимах, с учетом электроконвекции, что приводит к существенному изменению гидродинамики.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача о переносе ионов соли при вращении мембранного диска внутри вертикально стоящей цилиндрической ячейки вокруг центральной оси [1] при запредельных токовых режимах с учетом электроконвекции.

1.1 Область

При моделировании и численном решении используется осевая симметрия модели, поэтому описывается половина сечения цилиндрической области, где и определяются уравнения и граничные условия (рис.1).

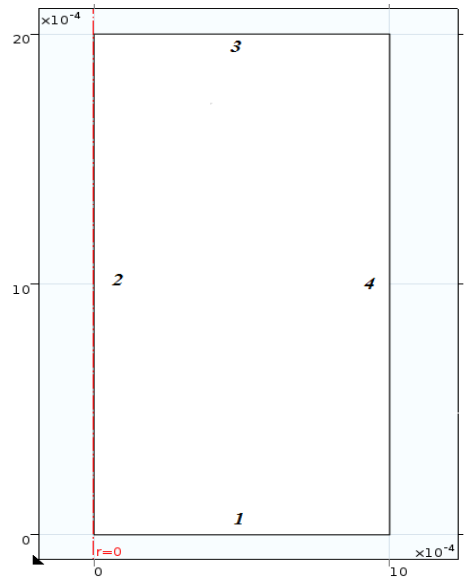


Рисунок 1. Исследуемое сечение области и ее границы: 1 – глубина раствора, где выполняется условие электронейтральности, 2 - ось симметрии, 3 – катионообменная мембрана, 4– открытая граница

При интерпретации результатов нужно иметь в виду, что фигура изображенная на рис. 1 вращается вокруг оси симметрии 2. Граница 1 моделирует бесконечно удаленную от катионообменной мембраны часть пространства, где выполняется условие электронейтральности, концентрация раствора постоянная (C_0). Граница 1 считается также анодом и открытой границей (входом) для раствора. Граница 4 считается открытой границей (выходом) для раствора. Скорость течения раствора на входе и выходе определяется по ходу решения. В этой работе мы рассматриваем ячейку, вначале полностью заполненную раствором с концентрацией C_0.

1.2 Уравнения

1) Моделирование переноса ионов соли

При указанных выше условиях моделирование переноса ионов соли может быть осуществлено с использованием системы уравнений Нернста-Планка для катионов и анионов, уравнения Пуассона для потенциала электрического поля. Векторная запись этой системы для бинарного электролита при отсутствия химических реакций, в декартовой системе координат, имеет вид:

$$\vec{N}_i = \frac{F}{RT} z_i D_i C_i \vec{E} - D_i \nabla C_i + C_i \vec{V}, \qquad i = 1,2 \tag{1}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -div \vec{N}_i, \quad i = 1,2 \tag{2}$$

$$\varepsilon \Delta \Phi = -F\left(z_1 C_1 + z_2 C_2\right) \tag{3}$$

$$\vec{I} = F\left(z_1 \vec{j}_1 + z_2 \vec{j}_2\right) \tag{4}$$

где ∇ – градиент, Δ – оператор Лапласа, $\vec{V}$ – скорость течения раствора, $\vec{N}_1, \vec{N}_2$, C_1, C_2 – потоки и концентрации катионов и анионов в растворе, соответственно, z_1, z_2 – зарядовые числа катионов и анионов, $\vec{I}$ - плотность тока, D_1, D_2 – коэффициенты диффузии катионов и анионов, соответственно, Φ – потенциал электрического поля, $\vec{E} = -\nabla\Phi$ – напряженность электрического поля, ε – диэлектрическая проницаемость электролита, F – постоянная Фарадея, R – газовая постоянная, T – абсолютная температура, t – время, ν – коэффициенты кинематической вязкости.

Уравнения Нернста-Планка (1) описывают поток растворенных компонентов, обусловленный миграцией в электрическом поле, диффузией и конвекцией; (2) - уравнение материального баланса в точке (малом элементе объема); (3) – уравнение Пуассона для потенциала электрического поля; (4) – плотность тока в растворе электролита, обусловленая движением заряженных компонентов.

Замечание 1. Если подставить (1) в (2), то уравнения (2) запишутся в виде

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{F}{RT} z_i D_i div(C_i \nabla \Phi) + D_i \Delta C_i - div(C_i \vec{V}), \ \ i = 1,2$$

Для решения задачи система уравнений Нернста-Планка и Пуассона записывается в цилиндрической системе координат.

2) Моделирование течения раствора

Для моделирования течения жидкости используются уравнения Навье-Стокса с объемной электрической силой $\vec{f}$. В уравнении Навье-Стокса ***u*** обозначает скорость, $\boldsymbol{\rho}$ плотность, $\boldsymbol{\eta}$ динамическая вязкость, и ***P*** давление :

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \eta \Delta \vec{u} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} + \nabla P = \vec{f} \tag{5}$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0\,, \tag{6}$$

Влиянием гравитационной конвекции можно пренебречь, поскольку катионообменная мембрана расположена горизонтально и под ней образуется запирающий слой обессоленного раствора. Таким образом, при запредельных токовых режимах можно считать, что объемные силы в системе уравнений (5) являются только электрическими: $\vec{f} = \rho\vec{E} = -\varepsilon\Delta\Phi\vec{E} = \varepsilon\Delta\Phi\nabla\Phi = \varepsilon\vec{E}div\vec{E}$.

Модель включает все три скоростных компонента, однако для 3D осесимметричного потока циркулирующий поток является уже 2D, т.е. аргументов у неизвестных функций будут только две после перехода к цилиндрической системе координат $(x, y, z) \to (r, z)$. Уравнения (5) в цилиндрических координатах примут вид:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{r}} - \frac{\upsilon^2}{r} + w\frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} = \eta\left[\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}\left(\mathrm{r}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{r}} \right) - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + b_1$$

$$\rho \frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \upsilon}{\partial \mathrm{r}} - \frac{u\upsilon}{r} + w\frac{\partial \upsilon}{\partial z} \right) = \eta\left[\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}\left(\mathrm{r}\frac{\partial \upsilon}{\partial \mathrm{r}} \right) - \frac{\upsilon}{r^2} + \frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2} \right] + b_2$$

(7)

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial w}{\partial \mathrm{r}} + w\frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} = \eta\left[\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}\left(\mathrm{r}\frac{\partial w}{\partial \mathrm{r}} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + b_3\,,$$

где ***u*** - радиальная скорость, ***v*** - вращательная скорость, и ***w*** - осевая скорость (м\с).

Для использования системы уравнений необходимо выразить электрическую силу в цилиндрических координатах, т.е. найти $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$.

3) Расчет электрической силы в цилиндрических координатах

1) Вычислим силу в цилиндрической системе координат. Так как:

$$\vec{f}(t,x,y,z) = f_1(t,x,y,z)\vec{i} + f_2(t,x,y,z)\vec{j} + f_3(t,x,y,z)\vec{k} =$$
$$= \vec{b}(r,\varphi,z) = b_1(r,\varphi,z)\vec{r}_e + b_2(r,\varphi,z)\vec{i}_\varphi + b_3(r,\varphi,z)\vec{k},$$

где
$$\begin{aligned} b_1(t,r,\varphi,z) &= f_1(t,x,y,z)\cos\varphi + f_2(t,x,y,z)\sin\varphi, \\ b_2(t,r,\varphi,z) &= -f_1(t,x,y,z)\sin\varphi + f_2(t,x,y,z)\cos\varphi, \\ b_3(t,r,\varphi,z) &= f_3(t,x,y,z), \end{aligned}$$

причем
$$\begin{aligned} b_1(t,r,\varphi,z) &= f_1(t,x,y,z)\cos\varphi + f_2(t,x,y,z)\sin\varphi, \\ b_2(t,r,\varphi,z) &= -f_1(t,x,y,z)\sin\varphi + f_2(t,x,y,z)\cos\varphi, \\ b_3(t,r,\varphi,z) &= f_3(t,x,y,z), \end{aligned}$$

то $f_1(t,x,y,z) = \varepsilon\Delta\Phi\dfrac{\partial\Phi}{\partial x}$, $f_2(t,x,y,z) = \varepsilon\Delta\Phi\dfrac{\partial\Phi}{\partial y}$, $f_3(t,x,y,z) = \varepsilon\Delta\Phi\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$,

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = z,$$

$$\vec{f}(x,y,z) = f_1(x,y,z)\vec{i} + f_2(x,y,z)\vec{j} + f_3(x,y,z)\vec{k} =$$
$$= \vec{F}(r,\varphi,z) = F_1(r,\varphi,z)\vec{r}_e + F_2(r,\varphi,z)\vec{i}_\varphi + F_3(r,\varphi,z)\vec{k}.$$

$$\vec{f} = \varepsilon\Delta\Phi\nabla\Phi,$$

$$\Phi(t,x,y,z) = \Phi(t,r,\varphi,z),$$

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2},$$

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k} = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\vec{r}_e + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\vec{i}_\theta + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k}.$$

2) Для задач с осевой симметрией, в том числе, для ячейки с ВМД функция Φ не зависит от φ, поэтому:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \tag{8}$$

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k} = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\vec{r}_e + 0\cdot i_\theta + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k} \qquad (9)$$

Следовательно,

$$\vec{f} = \varepsilon\Delta\Phi\nabla\Phi = \varepsilon(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial r}\vec{r} + \varepsilon(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k},$$

т.к.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}, \text{ то}$$

$$f_1 = \varepsilon(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \varepsilon(\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \varepsilon\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)^2$$

$$f_2 = 0$$

$$f_3 = \varepsilon(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \varepsilon(\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2})\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \varepsilon\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

Замечание 2. Из (8) следует, что уравнение Пуассона (3) в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -\frac{F}{\varepsilon}\left(z_1C_1 + z_2C_2\right)$$

1.3 Граничные условия

Опишем граничные условия на каждой из границ.

Граница 1 считается входом. На границе 1 концентрации катионов и анионов считаются постоянным: $C_{i,0} = C_0, i = 1,2$. Для скорости ставится условие отсутствия нормального напряжения $(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)\vec{n} = 0$, давление при этом считается равным нулю. Граница 1 также считается эквипотенциальной поверхностью, причем $\Phi = 0$.

Граница 2 соответствует оси вращения, поэтому на этой границе используется условие симметрии.

Граница 3 соответствует вращающейся идеально селективной катионообменной мембране, поэтому она считается выходом для катионов, концентрация которых постоянна и равна емкости мембраны: $C_{1,0} = C_{km}$. Для анионов используется условие непроницаемости (отсутствия потока):

$-\vec{n}\cdot\vec{N}_2 = 0$. Поверхность катионообменной мембраны считается эквипотенциальной: $\Phi = d_\Phi$. Для радиальной скорости используется условие: $v = \omega r$.

На открытой границе 4 для ионов ставятся условие выноса конвективным потоком $\vec{N}_i = -u\cdot C_i, i = 1,2$. Для потенциала используется условие непроницаемости: $-\vec{n}\cdot(r\frac{\partial\Phi}{\partial r},\frac{\partial\Phi}{\partial z})^T = 0$. Граница 4 считается выходом и для скорости ставится такое же граничное условие, как и для границы 1.

1.4 Начальные значения и свойства раствора.

Будем рассматривать водный раствор хлористого натрия. При проведении экспериментов возможны две различные методики:

1) Перед экспериментом ячейка полностью заполняется идеально перемешенным раствором хлористого натрия и в нее через границу **№**2 подается идеально перемешанный раствор. В качестве начального условия тогда берется постоянная концентрация C_0 во всем объеме ячейки, например $C_0 = 0.01\ \text{моль}/\text{м}^3$.

2) Ячейка заполнена чистой водой и в нее через границу **№**2 подается идеально перемешанный раствор. В этом случае в качестве начального условия берется нулевая концентрация.

В данной статье мы исследуем случай 1, когда ячейка полностью заполняется идеально перемешенным раствором хлористого натрия.

1.5. Метод численного решения

Для решения используется метод конечных элементов, реализованный в среде **COMSOL Multiphysics 4.4** с неравномерной сеткой, количество элементов 6325.

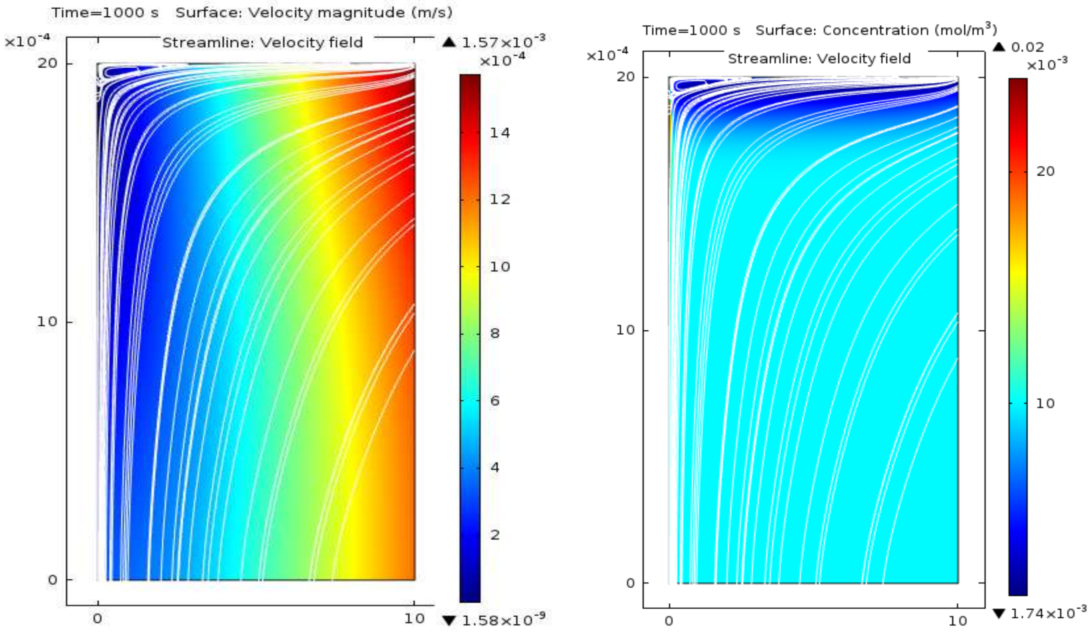
2. Анализ численных результатов при постоянном начальном условии

Рассмотрим некоторые результаты моделирования переноса ионов соли в электрохимической ячейке с вращающимся мембранным диском при фиксированном скачке потенциала в 0.3В и изменение угловой скорости.

2.1 Анализ численных результатов при $\omega = \pi / 2$

Из приведенных ниже на рис.2 линий тока раствора видно, что электроконвективный вихрь образуется около оси симметрии. В пространстве этот вихрь имеет вид тора.

Скорость движения раствора в вихре очень мала и конвективный перенос сопоставим с диффузионным переносом, и как показывает рис.3, на распределение концентраций катионов и анионов практически не влияет.



а) б)

Рисунок 2. Линии тока раствора при угловой скорости $\omega = \pi / 2$ *рад/сек (15 оборотов в минуту) в момент времени* $t = 1000$ *с совместно с : а) - радиальной координатой скорости, б) - концентрацией катионов*

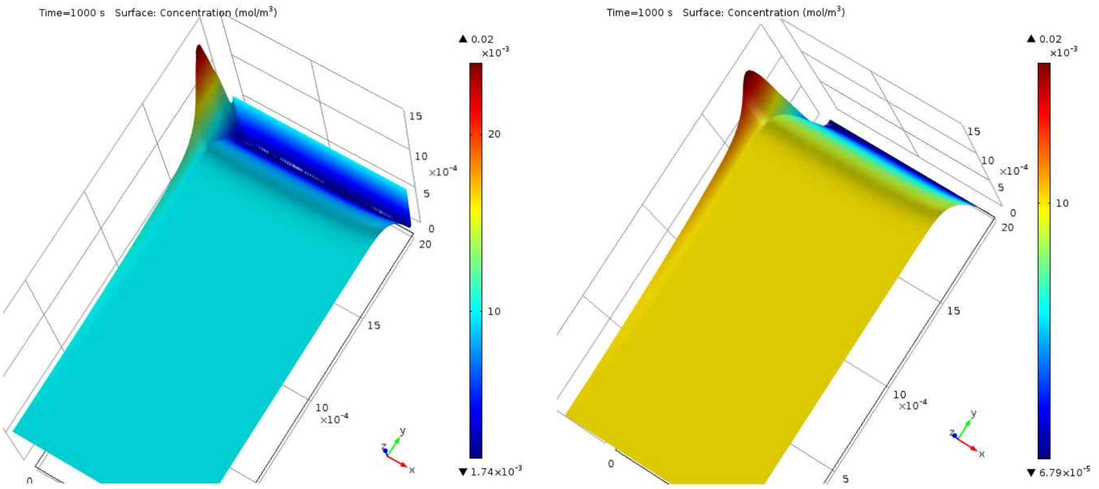


Рисунок 3. Графики концентрация при угловой скорости $\omega = \pi / 2$ *рад/сек (15 оборотов в минуту) в момент времени* $t = 1000\,c$*: а) – катионов, б) - анионов*

Как видно из рис. 3 возле мембраны наблюдается резко выраженный диффузионный слой, толщина которого практически не меняется вдоль радиуса мембраны. Интерес представляет время стабилизации процесса переноса.

Как следует из рис. 4 процесс достаточно быстро выходит на стационарный режим. Сопоставление рис.4 и рис.2 показывается, что время стабилизации примерно равна 200с.

2.2 Анализ численных результатов при $\omega = 2\pi$

При увеличении угловой скорости вращения, при том же скачке потенциала, течение раствора может качественно измениться.

Из рис.5 видно при увеличении угловой скорости электроконвективный вихрь исчез. Это связано с тем, что при увеличении угловой скорости радиальная скорость также увеличивается, а образование электроконвективных вихрей зависит от соотношения падения потенциала и линейной скорости (см. пороговую кривую в [4]).

Как следует из рис.6 при отсутствии электроконвекции ширина диффузионного слоя остается постоянной вдоль радиуса мембраны с большой точностью, что согласуется с теорией Левича [5].

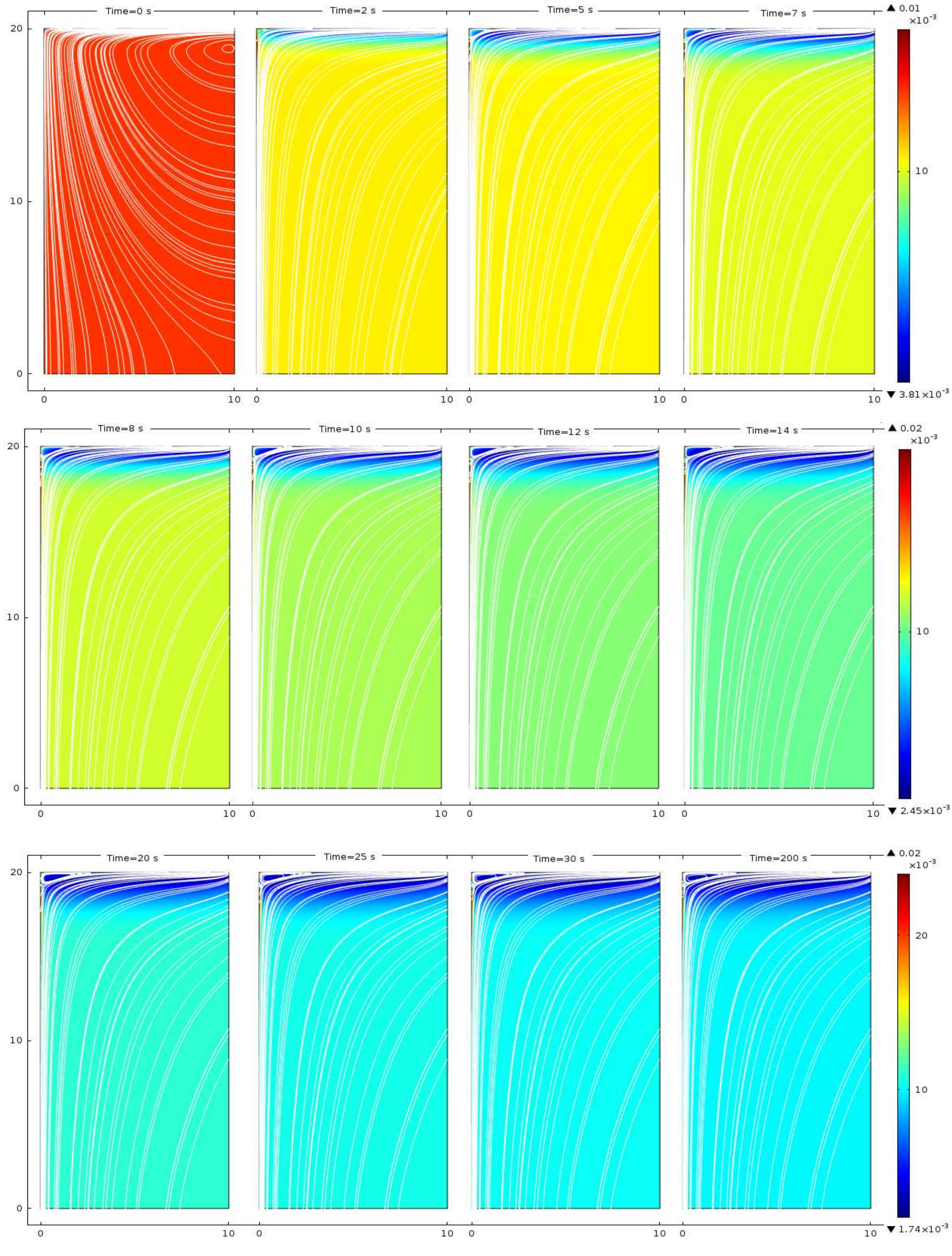
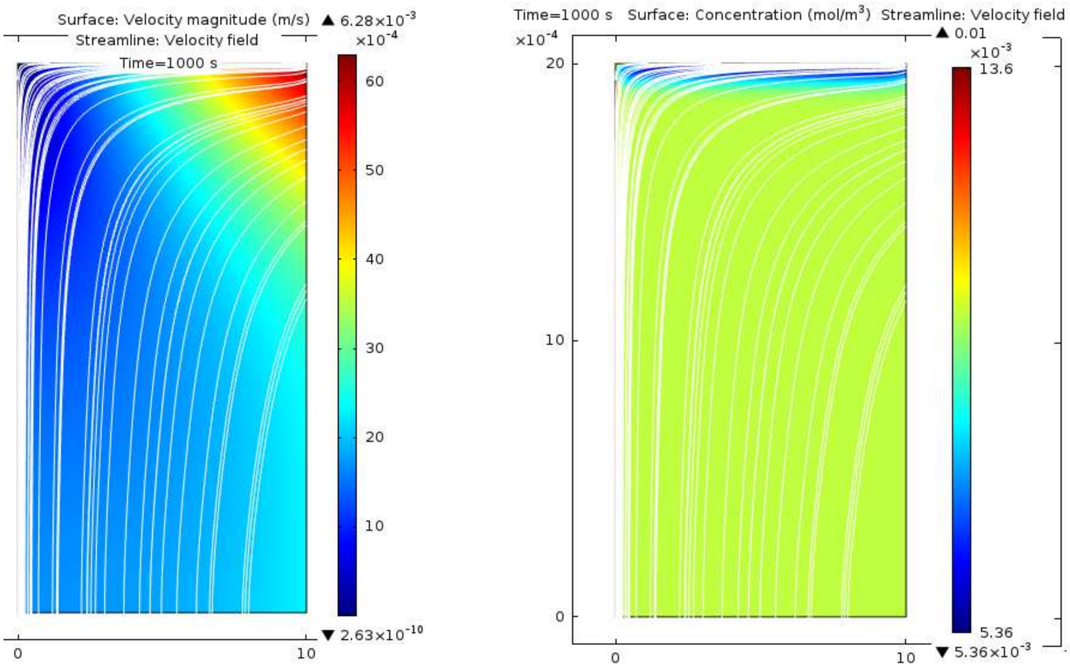


Рисунок 4. Изменение концентрации катионов и линий тока жидкости по времени при угловой скорости $\omega = \pi / 2$ *рад/сек (15 оборотов в минуту)*



а) б)

Рисунок 5. Линии тока раствора при угловой скорости $\omega = 2\pi$ *рад/сек (60 оборотов в минуту) в момент времени* $t = 1000\,c$ *совместно с : а) - радиальной координатой скорости, б) - концентрации катионов*

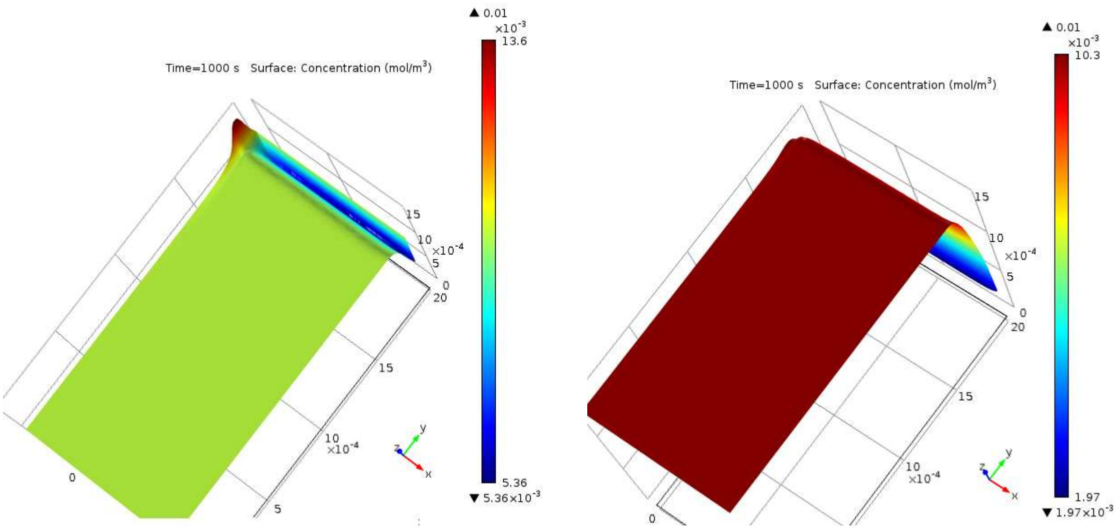


Рисунок 6. Графики концентрация при угловой скорости скорости $\omega = 2\pi$ *рад/сек (60 оборотов в минуту) в момент времени* $t = 1000\,c$ *: а) – катионов, б) - анионов*

Из сопоставления рис.5 и рис.7 следует, что с увеличение угловой скорости время установления (выхода на стационарный режим) уменьшается. Например, при угловой скорости $\omega = 2\pi$ рад/сек, время стабилизации примерно равно 10-12 с (ср. с 200 с при *угловой скорости* $\omega = \pi / 2$ *рад*). Это связано с отсутствием вихреобразования.

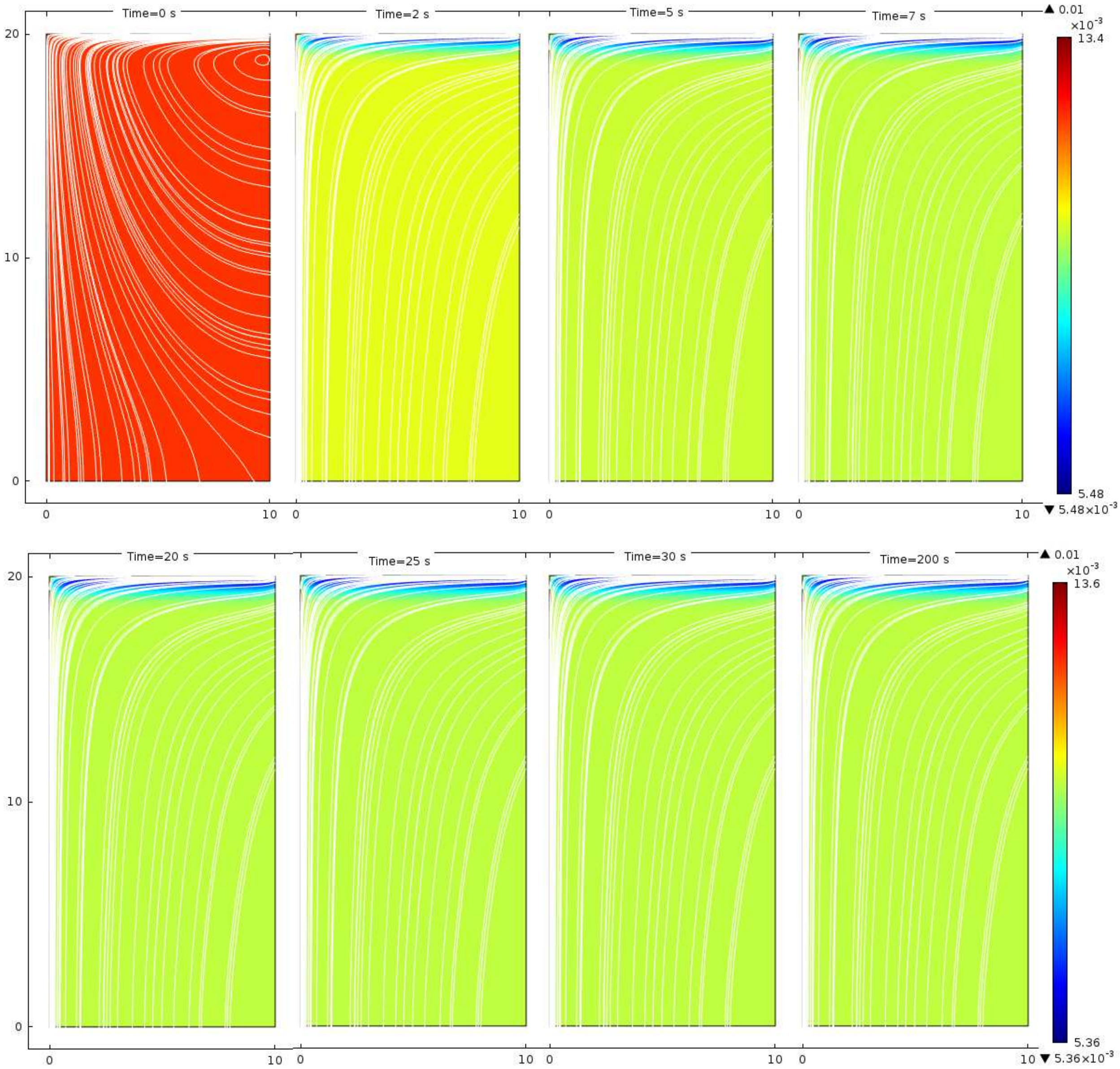


Рисунок 7. Изменение концентрации катионов и линий тока жидкости во времени при угловой скорости $\omega = 2\pi$ *рад/сек (60 оборотов в минуту)*

Выводы

В работе рассчитана электрическая сила в цилиндрической системе координат и построена математическая модель переноса ионов соли в ячейке с вращающейся дисковой катионообменной мембраной при запредельных токовых режимах, с учетом электроконвекции в виде краевой задачи для связанной системы уравнений Навье-Стокса и Нернста-Планка-Пуассона в цилиндрической системе координат.

Проведены численные исследования краевой задачи и показано, что образование электроконвективных вихрей начинается возле оси симметрии и зависит от соотношения угловой скорости вращения и скачка потенциала.

В дальнейшем планируется исследовать влияние электроконвективных вихрей на зависимость толщины диффузионного слоя от угловой скорости вращения и скачка потенциала и на равнодоступность поверхности мембраны при различных граничных условиях на ее поверхности с использованием вольтамперной характеристики.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-00464 а.

Литература

1. Коваленко А.В. Математическое моделирование и численное исследование гидродинамики в экспериментальной электрохимической ячейке с вращающимся мембранным диском / А.В. Коваленко, В.И. Заболоцкий, М.Х. Уртенов, Е.В. Казаковцева, М.В. Шарафан // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10 (094). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/24.pdf

2. Коваленко А.В. Исследование переноса ионов соли в экспериментальной электрохимической ячейки с вращающейся дисковой мембраной / А.В. Коваленко, В.И. Заболоцкий, М.Х. Уртенов, Е.В. Казаковцева, М.В. Шарафан // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10 (094). – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/25.pdf

3. Kovalenko A. Mathematical modeling of transfer of salt ions in the electrochemical cell with rotating membrane disk in view of electroconvection / Urtenov M.,

Kovalenko A., Kazakovtseva E. // Ion transport in organic and inorganic membranes: proceeding international conference. 2014. p. 235-236

4. Коваленко А.В. Критериальные числа образования нестабильных электроконвективных вихрей в канале обессоливания электродиализного аппарата / Коваленко А.В., Уртенов М.Х., Узденова А.М., Никоненко В.В. // Сорбционные и хроматографические процессы: научный журнал. Т. 14. № 2. 2014. с. 260-269

5. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959, 700с.

References

1. Kovalenko A.V. Matematicheskoe modelirovanie i chislennoe issledovanie gidrodinamiki v jeksperimental'noj jelektrohimicheskoj jachejke s vrashhajushhimsja membrannym diskom / A.V. Kovalenko, V.I. Zabolockij, M.H. Urtenov, E.V. Kazakovceva, M.V. Sharafan // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №10(094). – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/24.pdf

2. Kovalenko A.V. Issledovanie perenosa ionov soli v jeksperimental'noj jelektrohimicheskoj jachejki s vrashhajushhejsja diskovoj membranoj / A.V. Kovalenko, V.I. Zabolockij, M.H. Urtenov, E.V. Kazakovceva, M.V. Sharafan // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №10(094). – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/24.pdf

3. Kovalenko A. Mathematical modeling of transfer of salt ions in the electrochemical cell with rotating membrane disk in view of electroconvection / Urtenov M., Kovalenko A., Kazakovtseva E. // Ion transport in organic and inorganic membranes: proceeding international conference. 2014. p. 235-236

4. Kovalenko A.V. Kriterial'nye chisla obrazovanija nestabil'nyh jelektrokonvektivnyh vihrej v kanale obessolivanija jelektrodializnogo apparata / Kovalenko A.V., Urtenov M.H., Uzdenova A.M., Nikonenko V.V. // Sorbcionnye i hromatograficheskie processy: nauchnyj zhurnal. T. 14. № 2. 2014. s. 260-269

5. Levich V.G. Fiziko-himicheskaja gidrodinamika. M.: Fizmatgiz, 1959, 700s.