

УДК 519.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕНД-СЕЗОННЫХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДАМИ КЛАССИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Кумратова Альфира Менлигуловна
к.э.н., доцент
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Работа посвящена исследованию методов многокритериальной оптимизации и классической статистики получения предпрогнозной информации для временных рядов, которые обладают долговременной памятью, в силу чего их уровни не удовлетворяют свойству независимости, и поэтому классические методы прогнозирования могут оказаться неадекватными. Разработанные методики получения предпрогнозной информации базируются на таких методах классической статистики, как математическая статистика, многокритериальная оптимизация, теория экстремальных значений. Эффективность предлагаемых подходов продемонстрирована на конкретных временных рядах объемов стока горных рек

Ключевые слова: РИСК-ЭКСТРЕМУМ, ВРЕМЕННОЙ РЯД, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА, МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

UDC 519.8

STUDY OF SEASONAL TREND-PROCESS WITH THE METHOD OF CLASSICAL STATISTICS

Kumratova Alfira Menligulovna
Cand.Econ.Sci., assistant professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

This work is devoted to the methods of multicriteria optimization and classical statistics of obtaining pre-estimated information for time series that have long-term memory, which is why their levels do not satisfy the independence property, and therefore the classical prediction methods may be inadequate. The developed methods of obtaining such information are based on classical statistics methods such as mathematical statistics, multicriteria optimization and extreme value theory. The effectiveness of the proposed approach has been demonstrated on the example of specific time series of volumes of mountain rivers

Keywords: RISK-EXTREMUM, TIME SERIES, MATHEMATICAL STATISTICS, MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION

В последнее время мы являемся очевидцами большого количества наводнений, происходящих в силу изменения климата. Огромное количество людей погибает каждый год в результате природных катастроф. Землетрясения, ураганы, наводнения, извержения вулканов и другие природные стихийные бедствия в считанные минуты разрушают всё вокруг и приводят к человеческим жертвам. Более двух миллионов человек погибло вследствие природных катастроф за последние три десятка лет, сообщается из отчетов ООН.

На протяжении многих веков человечество, предпринимающее колоссальные усилия для защиты от наводнений, никак не может преуспеть в этом мероприятии. Ущерб от наводнений продолжает расти. Особенно сильно, примерно в 10 раз, он возрос за вторую половину ушедшего века. Площадь паводкоопасных территорий составляет на

Земном шаре примерно 3 млн. кв. км, на которых проживает около 1 миллиарда человек. Ежегодные убытки от наводнений в отдельные годы превышают 200 миллиардов долларов. Гибнут десятки и более тысяч людей.

В большинстве районов Земного шара наводнения вызываются продолжительными, интенсивными дождями и ливнями в результате прохождения циклонов. Наводнения на реках Северного полушария происходят также в связи с бурным таянием снегов, зажорами, заторами льда. Предгорья и высокогорные долины подвергаются наводнениям, связанным с прорывами внутри ледниковых и завальных озер. В приморских районах при сильных ветрах нередки нагонные наводнения, а при подводных землетрясениях и извержениях вулканов наводнения, вызываемые волнами цунами [2].

В связи с вышесказанным вызывает интерес исследовать методами классической статистики основные статистические рисковые показатели присущие временным рядам (ВР) горных рек.

С целью достижения большей наглядности векторную оценку меры риска [3, 15, 17, 18] на основе классических статистических показателей проведем для пяти рек: Кубань, Большой Зеленчук, Теберда, Аксаут и Маруха. Напомним, что к настоящему времени в случае, когда основным показателем экономической эффективности является максимизируемый сток воды $F_1(x) = M^x \rightarrow \max$, то можно считать установившимся состав следующей ВЦФ, отражающей векторную оценку меры риска [11]:

$$F(x) = (V^x, A^x, E^x) \quad (1)$$

где $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ – множество значений индекса (нумерации) рассматриваемых рек (1 – Кубань, 2 – Большой Зеленчук, 3 – Теберда, 4 – Аксаут и 5 – Маруха).

Вид экстремума для критериев V^x, A^x, E^x является установившимся с учетом того, какой вид имеет эмпирическая функция распределения (ЭФР) для рассматриваемых случайных величин. На основании представленной на рисунке 1 эмпирической функции распределения и с учетом численных значений статистических параметров этого распределения есть все основания утверждать, что, во-первых, эти распределения не подчиняются нормальному закону и, во-вторых, у этих распределений имеются отчетливо выраженные правые «тяжелые хвосты» [5,20], числовую оценку которых отражаем вкладом $E_{3\sigma}^x / E^x$ (%) в коэффициент эксцесса тех точек ЭФР, которые находятся за пределами окрестности $M \pm 3\sigma$, где $E_{3\sigma}^x$ – численное значение в коэффициент эксцесса E^x точек хвоста.

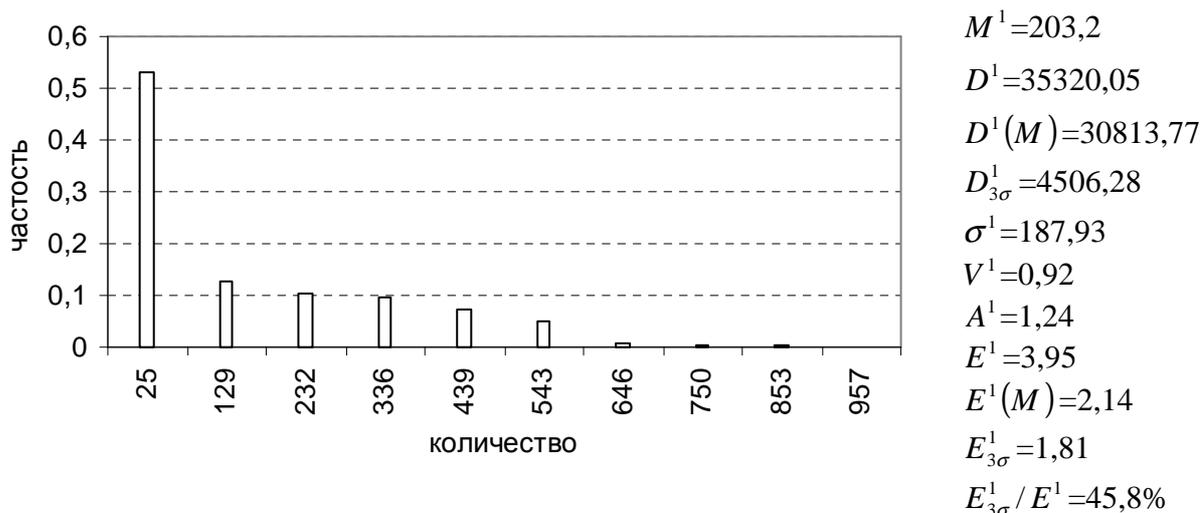


Рисунок 1 – ЭФР временного ряда по стокам воды реки Кубань с 01.01.1952 г.-31.12.2013 г.

В пользу первого утверждения об отсутствии подчинения нормальному закону говорит как визуализация рисунка 1, так и значения таких статистических параметров, как коэффициент асимметрии A^x и, в особенности, коэффициент эксцесса E^x , который для рассматриваемых рек принимает соответственно значения $E^1 > 3$, $E^2 > 3$, $E^3 < 3$, $E^4 > 3$ и $E^5 > 3$.

Напомним, что в случае нормального распределения коэффициент эксцесса всегда принимает постоянное значение $E=3$.

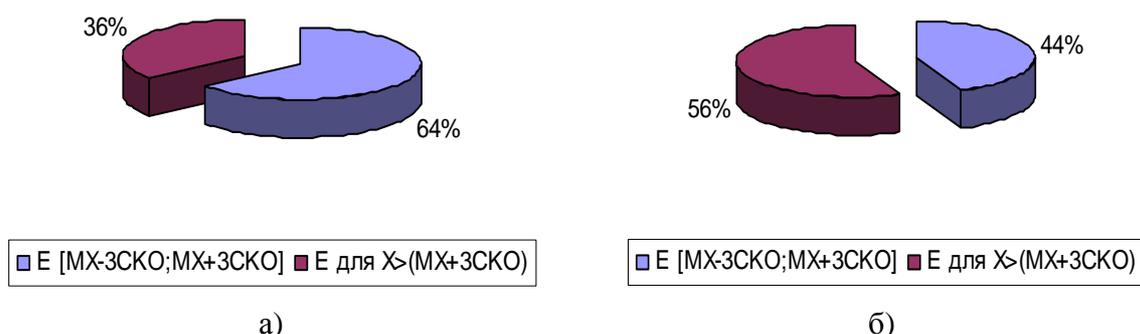
В пользу второго утверждения о наличии тяжелых хвостов свидетельствуют данные таблицы 1. Данные этой таблицы свидетельствуют о том, что основной вклад в значения дисперсии и эксцесса вносят «точки правых тяжелых хвостов». Последнее означает, что при оценке риска будет неправомерным использовать классическое толкование роли коэффициента эксцесса E для оценки меры риска. Напомним, что это толкование (степень «вытянутости вверх» или «приплюснутости вширь») имеет отчетливый непротиворечивый смысл только для случая, когда поведение наблюдаемых случайных величин подчиняется нормальному закону. Для визуализации наличия «тяжелых хвостов» временной ряд (ВР) ежемесячных объемов стока горной реки Кубань, представляем в виде гистограммы. На рисунке ба представлено процентное соотношение $E_{3\sigma}^1/E^1(M)$ ВР ежемесячных объемов стока горной реки Кубань за период января 1988 года по декабрь 2001 года. Добавляя данные 2002 года – год наводнения, на рисунке бб наблюдаем утяжеление хвоста на 20%.

Примечание. Критерий, представленный коэффициентом эксцесса, является минимизируемым [4, 10, 12, 17, 20]:

$$E(x) = \sum_{i=1}^L \left(\frac{D_i(x) - D(x)}{\sigma(x)} \right)^4 P_i \rightarrow \min .$$

С учетом примечания, учитывая тот конкретный факт, что ЭФР рассматриваемых ВР стока горных рек: Кубань, Большой Зеленчук, Теберда, Аксаут и Маруха является асимметричным (в положительную сторону) и имеют правосторонние «тяжелые хвосты», можем следующим образом определить виды экстремума для рискованных критериев ВЦФ (2):

$$V^x \rightarrow \min, A^x \rightarrow \min, E^x \rightarrow \min . \quad (2)$$



а) б)
 Рисунок 2 – Процентное соотношение веса «головой» к весу «хвоста» ВР
 ежемесячных объемов стока горной реки Кубань

Таблица 1 – Статистические показатели оценки риска для ВР объемов стока горных рек

Реки	$D^x(M)$	$D_{3\sigma}^x$	$D_{3\sigma}^x / D^x$ в %	$E^x(M)$	$E_{3\sigma}^x$	$E_{3\sigma}^x / E^x$ в %
Кубань	30813,77	4506,28	12,75	2,14	1,81	45,82
Б. Зеленчук	3559,71	312,1	8,06	2,17	1,52	41,2
Теберда	3944,6	69,2	1,72	2,39	0,18	7
Аксаут	1181,79	109,95	8,51	2,18	1,13	34,14
Маруха	379,73	47,85	11,19	2,21	1,39	38,6

Смысл вида экстремумов, определенных согласно (2), состоит практически в том, что, ранжируя рассматриваемые реки с приблизительно одинаковыми значениями критерия ожидаемого стока $M^x \in \{203,2; 75,12; 68,19; 38,58; 22,83\}$, мы стремимся минимизировать риск превышения пороговых значений стока горных рек вкладом «правых тяжелых хвостов».

Таблица 2 – Численные значения критериев ВЦФ

Реки	V^x	A^x	E^x
Кубань	0,92	1,24	3,95
Б. Зеленчук	0,83	1,05	3,69
Теберда	0,93	0,9	2,57
Аксаут	0,93	1,08	3,31
Маруха	0,9	1,15	3,6

Рассмотрим таблицу 2, представляющую числа, которые принимают значения критериев ВЦФ (1), для наблюдаемых рек. По этой ВЦФ эти группы являются векторно-несравнимыми. Для сравнения используем описанное выше паретовское множество альтернатив. В результате реализации ОРП имеем последовательность по убыванию степени

опасности горных рек: Кубань, Маруха, Большой Зеленчук, Аксаут, Теберда. Действительно, анализируя материальный ущерб, нанесенный летом 2002 года, можно сделать выводы о высокой степени опасности реки Кубань. На втором месте по степени опасности находится, казалось бы, небольшая река Маруха, но последствия её выхода из берегов по Карачаевскому району были весьма ощутимыми.

Далее используем методику наращивания статистических данных и, как следствие, получаем временные ряды статистических показателей. Эта методика может быть представлена следующим образом:

1. Первые расчетные значения статистических показателей, таких как M – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение, V – коэффициент вариации, A – коэффициент асимметрии, E – коэффициент эксцесса и $E_{3\sigma}$ – коэффициент эксцесса «хвоста», получены на основе ежемесячных данных 1952 года.

2. Нарращиваем ВР путем добавления 12 уровней 1953 года, тем самым получаем новый исходный ВР, состоящий из 24 уровней, соответствующего периоду с января 1952 года по декабрь 1953 года.

3. Рассчитываем перечисленные выше статистические показатели оценки риска.

Таким образом, в результате имеем для каждой горной реки по 6 временных рядов, отражающих динамику статистических показателей: M , σ , V , A , E и $E_{3\sigma}$.

Для наглядности представим графическое изображение этих ВР статистических показателей в виде графиков.

Одной из причин сегодняшнего потепления климата является замедление скорости суточного вращения Земли. Земля в XX столетии стала вращаться медленнее. И это привело к ослаблению пассатов и усилению западного переноса в умеренной зоне. Для умеренной зоны усиление западного переноса означает теплые зимы, повышенную

повторяемость невских наводнений, рост уровня Каспия и т.д.[1]. Анализ графиков, отражающих динамику накопленного математического ожидания для рек Кубань и Большой Зеленчук дает нам информацию о подтверждении факта уменьшения среднего объема стока горной реки Кубань вплоть до 2001 года включительно. Для реки Зеленчук свойственна тенденция медленного увеличения объема воды в русле.

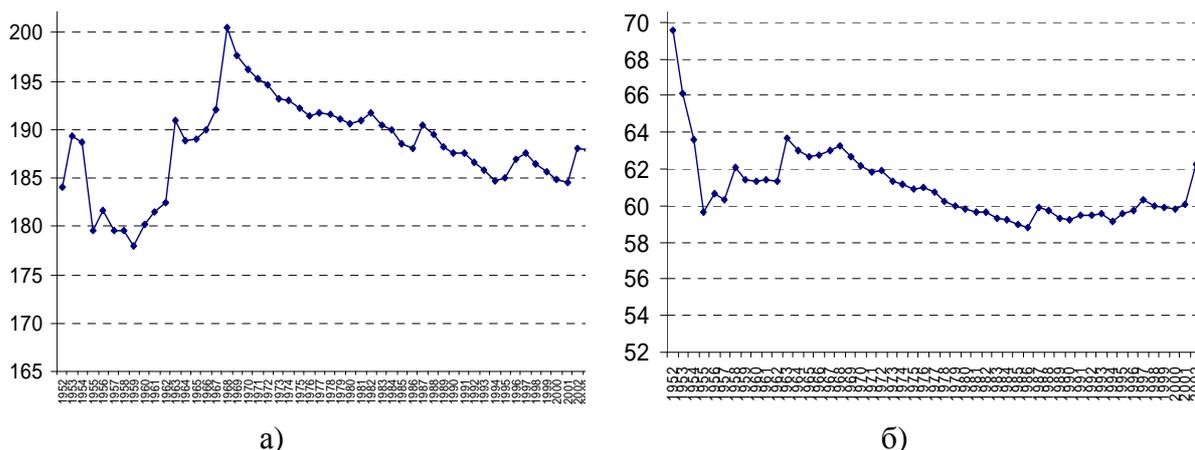


Рисунок 3 – Графическое изображение в динамике статистического показателя σ для двух рек: а) Кубань, б) Зеленчук

Опишем основные рисковые показатели, выделяемые в классической статистике: СКО, V и E . Визуализация графиков накопленных значений этого рискового показателя – СКО по рекам Кубань и Зеленчук (см. рисунки 3а и 3б соответственно), полученных по выше описанной методике наращивания, можно говорить о тенденциях уменьшения значений, включительно до 2001 года.

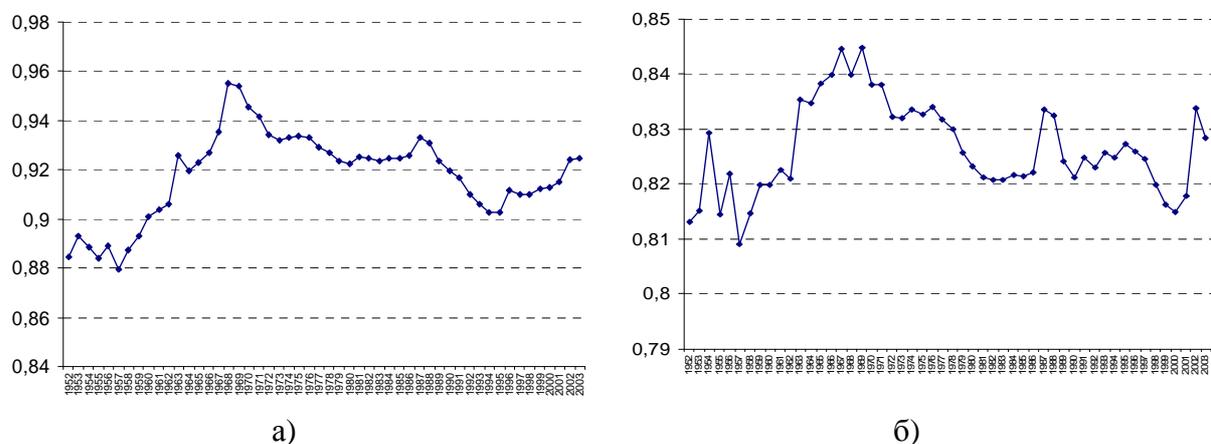


Рисунок 4 – Графическое изображение в динамике статистического показателя V для двух рек: а) Кубань, б) Зеленчук

Опираясь на факт наводнения 1963 года и анализируя графические результаты на рисунке 4а для р. Кубань можно говорить об информативности накопленного показателя вариации, т.к. начиная с 1957 года наблюдалось резкое возрастание исследуемого показателя. Аналогичные тенденции присущи накопленному показателю вариации для ВР объема стока р. Зеленчук. Исследование динамики накопленного показателя вариации в годы предшествующие масштабному наводнению 2002 года позволяет сделать следующие выводы: во-первых, для реки Кубань с 1995 по 2002 годы свойственен монотонный рост накопленного показателя вариации, но, тем не менее, нет оснований для предположений и выводов о наличии угрожающих тенденций; во-вторых, визуализация графического изображения динамики показателя вариации для реки Зеленчук, дает основания сделать вывод о монотонном убывании этого показателя с 1995 по 2002 годы. К сожалению, проведенное исследование подтверждает высказанное в СМИ предположение о наличии техногенной катастрофы на Усть-Джегутинском гидроузле в 2002 году.

Рассмотрим график еще одного рискового показателя, такого как $E_{3\sigma}$ (см. рисунок 5, где обозначения а) и б) представляют соответственно реки Кубань и Зеленчук). Исследование показателя, оценивающего «тяжесть хвоста» не дает нам результатов, отличных от описанного выше анализа других рисковых показателей.

Автором осуществлена попытка комплексного анализа на основе исследования классических рисковых показателей. В контексте проблемы прогнозирования [3,4,7,15,16] и визуализации графиков, представленных на рисунке 5, вытекает принципиально важный вывод об отсутствии свойства стационарности рассмотренных временных рядов. Напомним, что наличие этого свойства является обязательным в случае, когда прогнозирование осуществляется на базе методов математической статистики.

Можно говорить о несостоятельности классических методов прогнозирования наводнений и необходимости использовать такую область статистики, которая известна под названием теория экстремального значения (EVT). EVT признает, что статистические закономерности возникновения редких явлений трудно вывести именно потому, что эти явления редкие. Эта теория пытается использовать располагаемую информацию, как бы мало ее ни было, с максимальной полнотой.

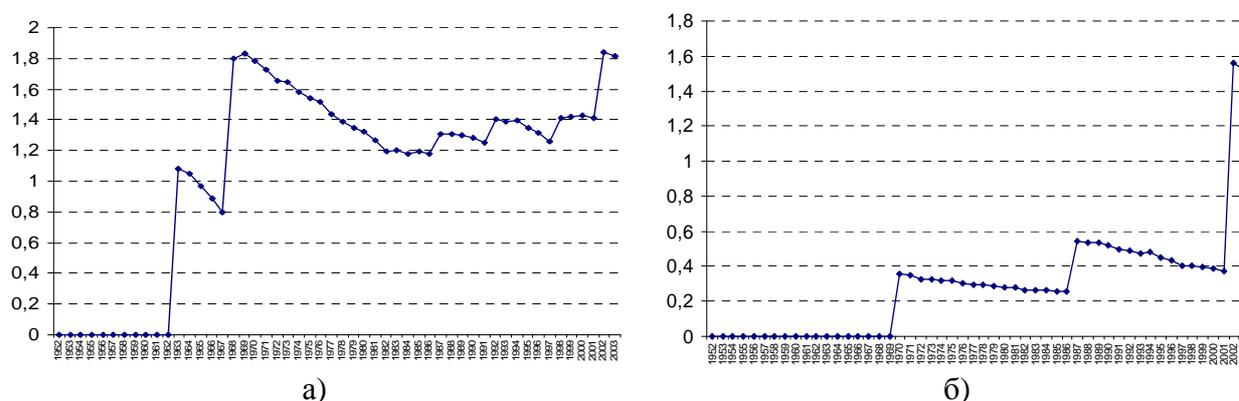


Рисунок 5 – Графическое изображение в динамике статистического показателя $E_{3\sigma}$ для двух рек: а) Кубань, б) Зеленчук

Сложность моделирования экстремальных значений (или в другой терминологии риск-экстремумов) [19] обуславливает необходимость использования новых методов, а именно методов нелинейной динамики [10,13,18] и клеточных автоматов для прогнозирования этих значений. В своей статье Пауль Эмбрехтс описывает естественным образом возникающие сложности, с которыми сталкиваются желающие оценить риск возникновения чрезвычайных событий; по природе своей эти события редки, а данные о них относительно скудны [19].

Литература:

1. <http://newspb.boom.ru>
2. <http://www.belkmk.narod.ru>

3. Кумратова А. М. Математические методы в задачах оценки зон земледелия с точки зрения безопасности финансовых вложений / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, В. И. Тинякова, Л. А. Чикатуева // Экономика устойчивого развития. – 2014. – № 1 (17). – С. 83-92.

4. Кумратова А. М. Методы классической статистики в исследовании степени «рисковости» тренд-сезонных процессов / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, Г. И. Попов, Д. К. Текеев, Н. С. Курносова // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2014. – № 100. – С. 1118-1137.

5. Кумратова А. М. Методы многокритериальной оптимизации и классической статистики для оценки риск-экстремальных значений / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, Н. В. Третьякова // Известия Кубанского государственного университета. Естественные науки. – 2014. – № 1(3). – С. 55-60.

6. Кумратова А. М. Сезонные колебания временного ряда туристского потока / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, Н. В. Третьякова, В. Ю. Чикатуева // Международный студенческий научный вестник. – 2014. – № 1. – С. 19-26.

7. Кумратова А. М. Сравнительный анализ прогнозных оценок урожайности зон земледелия разной степени риска / А. М. Кумратова, В. И. Тинякова, Н. В. Третьякова // Современная экономика: проблемы и решения. – 2013. – № 12. – С. 111-117.

8. Кумратова А. М. Экономико-математическое моделирование риска в задачах управления ресурсами здравоохранения: монография / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, А. З. Биджиев. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – 168 с.

9. Кумратова А. М. Влияние сезонной и событийной составляющих на процессы планирования и управления туристскими потоками / А. М. Кумратова, Е. В. Попова, М. И. Попова // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2014. – №05(099). – С. 1154-1165.

10. Кумратова А. М. Оценка и управление рисками: анализ временных рядов методами нелинейной динамики: монография / А. М. Кумратова, Е. В. Попова. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – 212 с.

11. Перепелица В. А. Анализ основных исторических и современных определений понятия «риск» / В. А. Перепелица, Е. В. Попова, Д. Н. Савинская // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2011. – № 72. – С. 210-223.

12. Перепелица В. А. Задача инвестора: теоретико-графовый подход, многокритериальная оптимизация / В. А. Перепелица, Е. В. Попова, А. С. Власков, А. Г. Терехов // Труды КубГАУ. – 2007. – №5. – С. 7-13.

13. Перепелица В. А. Предпрогнозный анализ объемов стока горных рек как элемент экономической безопасности региона / В. А. Перепелица, Е. В. Попова, Т. М. Леншова, А. М. Янгишиева // Вестник Воронеж. ун-та. Сер. Экономика и управление. – 2005. – №1. – С. 168-176.

14. Перепелица В. А. Использование методов нелинейной динамики для предпрогнозного анализа объема стока горных рек / В. А. Перепелица, Е. В. Попова, А. М. Янгишиева, А. Д. Салпагаров // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2005. – № 1. – С. 73-84.

15. Попова Е. В. О прогнозировании дискретных эволюционных процессов на базе теории нечетких множеств и линейных клеточных автоматов / Е. В. Попова, А. М. Янгишиева, С. Н. Степанов, С. А. Чижиков // Труды КубГАУ. – 2007. – № 5. – С. 32-36.

16. Попова Е. В. Теория нечетких множеств и клеточных автоматов как инструмент прогнозирования и адекватного отражения стохастической природы экономических процессов / Е. В. Попова, Н. О. Позднышева, Д. Н. Савинская, А. М. Кумратова и др. // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – Краснодар: КубГАУ. – 2011. – № 67. – С. 173-194.

17. Попова Е. В. Туристско-рекреационная деятельность: методы, модели, прогноз: монография / Е. В. Попова, А. М. Кумратова и др. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – 194 с.

18. Попова Е. В. Устойчивость развития аграрного сектора: комплекс математических методов и моделей / Е. В. Попова, А. М. Кумратова, Л. А. Чикатуева // Политематический сетевой электронный научный журнал КубГАУ. – 2013. – №06(090). – С. 794-809.

19. Эмбрехтс П. Трудности оценки риск-экстремумов // Управление рисками. – М.: ООО «Вершина», 2004. – 352 с.

20. Янгишиева А. М. Моделирование экономических рисков методами нелинейной динамики: Автореферат дисс. канд. экон. наук / Ставропольский государственный университет. Ставрополь, 2005.

Literatura:

1. <http://newspb.boom.ru>
2. <http://www.belkmk.narod.ru>
3. Kumratova A. M. Matematicheskie metody v zadachah ocenki zon zemledelija s točki zrenija bezopasnosti finansovyh vložhenij / A. M. Kumratova, E. V. Popova, V. I. Tinjakova, L. A. Chikatueva // Jekonomika ustojchivogo razvitija. – 2014. – № 1 (17). – S. 83-92.
4. Kumratova A. M. Metody klassicheskoj statistiki v issledovanii stepeni «riskovosti» trend-sezonnyh processov / A. M. Kumratova, E. V. Popova, G. I. Popov, D. K. Tekeev, N. S. Kurnosova // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal KubGAU. – 2014. – № 100. – S. 1118-1137.
5. Kumratova A. M. Metody mnogokriterial'noj optimizacii i klassicheskoj statistiki dlja ocenki risk-jektremal'nyh znachenij / A. M. Kumratoav, E. V. Popova, N. V. Tret'jakova // Izvestija Kubanskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye nauki. – 2014. – № 1(3). – S. 55-60.
6. Kumratova A. M. Sezonnje kolebanija vremennogo rjada turistskogo potoka / A. M. Kumratova, E. V. Popova, N. V. Tret'jakova, V. Ju. Chikatueva // Mezhdunarodnyj studencheskij nauchnyj vestnik. – 2014. – № 1. – S. 19-26.
7. Kumratova A. M. Sravnitel'nyj analiz prognoznyh ocenok urozhajnosti zon zemledelija raznoj stepeni riska / A. M. Kumratova, V. I. Tinjakova, N. V. Tret'jakova // Sovremennaja jekonomika: problemy i reshenija. – 2013. – № 12. – S. 111-117.
8. Kumratova A. M. Jekonomiko-matematicheskoe modelirovanie riska v zadachah upravlenija resursami zdavoohranenija: monografija / A. M. Kumratova, E. V. Popova, A. Z. Bidzhiev. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – 168 s.
9. Kumratova A. M. Vlijanie sezonnoj i sobytijnoj sostavljajushhih na processy planirovanija i upravlenija turistskimi potokami / A. M. Kumratova, E. V. Popova, M. I. Popova // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal KubGAU. – 2014. – №05(099). – S. 1154-1165.
10. Kumratova A. M. Ocenka i upravlenie riskami: analiz vremennyh rjadov metodami nelinejnoj dinamiki: monografija / A. M. Kumratova, E. V. Popova. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – 212 s.
11. Perepelica V. A. Analiz osnovnyh istoricheskikh i sovremennyh opredelenij ponjatija «risk» / V. A. Perepelica, E. V. Popova, D. N. Savinskaja // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal KubGAU. – 2011. – № 72. – S. 210-223.
12. Perepelica V. A. Zadacha investora: teoretiko-grafovyj podhod, mnogokriterial'naja optimizacija / V. A. Perepelica, E. V. Popova, A. S. Vlaskov, A. G. Terehov // Trudy KubGAU. – 2007. – №5. – S. 7-13.

13. Perepelica V. A. Predprognoznyj analiz ob#emov stoka gornyh rek kak jelement jekonomicheskoj bezopasnosti regiona / V. A. Perepelica, E. V. Popova, T. M. Lenshova, A. M. Jangishieva // Vestnik Voronezh. un-ta. Ser. Jekonomika i upravlenie. - 2005. - №1. - S. 168-176.
14. Perepelica V. A. Ispol'zovanie metodov nelinejnoj dinamiki dlja predprognoznogo analiza ob#ema stoka gornyh rek / V. A. Perepelica, E. V. Popova, A. M. Jangishieva, A. D. Salpagarov // Jekologicheskij vestnik nauchnyh centrov Chernomorskogo jekonomicheskogo sotrudnichestva. – 2005. – № 1. – S. 73-84.
15. Popova E. V. O prognozirovanii diskretnyh jevoljucionnyh processov na baze teorii nechetkih mnozhestv i linejnyh kletochnyh avtomatov / E. V. Popova, A. M. Jangishieva, S. N. Stepanov, S. A. Chizhikov // Trudy KubGAU. – 2007. – № 5. – S. 32-36.
16. Popova E. V. Teorija nechetkih mnozhestv i kletochnyh avtomatov kak instrumentarij prognoza i adekvatnogo otrazhenija stohasticheskoj prirody jekonomicheskikh processov / E. V. Popova, N. O. Pozdnysheva, D. N. Savinskaja, A. M. Kumratova i dr. // Politematiceskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal KubGAU. – Krasnodar: KubGAU. – 2011. – № 67. – S. 173-194.
17. Popova E. V. Turistsko-rekreacionnaja dejatel'nost': metody, modeli, prognoz: monografija / E. V. Popova, A. M. Kumratova i dr. – Krasnodar: KubGAU, 2008. – 194 s.
18. Popova E. V. Ustojchivost' razvitija agrarnogo sektora: kompleks matematicheskikh metodov i modelej / E. V. Popova, A. M. Kumratova, L. A. Chikatueva // Politematiceskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal KubGAU. – 2013. – №06(090). - S. 794-809.
19. Jembrehts P. Trudnosti ocenki risk-jekstremumov // Upravlenie riskami. – M.: OOO «Vershina», 2004. – 352 s.
20. Jangishieva A. M. Modelirovanie jekonomicheskikh riskov metodami nelinejnoj dinamiki: Avtoreferat diss. kand. jekon. nauk / Stavropol'skij gosudarstvennyj universitet. Stavropol', 2005.