УДК 514.84

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕАЛЬНОСТИ

Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D.
Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада

В работе рассмотрена квантовая теория гравитации в многомерных пространствах. Сформулирована модель метрики, удовлетворяющая основным требованиям квантовой теории. Показано, что в такой метрике гравитационные волны описываются уравнением Лиувилля, а волны материи связаны с гравитационными волнами простым уравнением. Обсуждается механизм генерации барионной материи из темной энергии

Ключевые слова: КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ, ТЕОРИЯ СТРУН, ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА, ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ, ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

UDC 514.84

QUANTUM GRAVITY AND REALITY SHOW

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada

In this article, we consider quantum gravity in multidimensional space. The model of the metric satisfying the basic requirements of quantum theory is proposed. It is shown that gravitational waves are described by the Liouville equation, and matter waves associated with gravitational waves by a simple equation. The mechanism of generation of baryonic matter of dark energy is discussed

Keywords: GENERAL RELATIVITY, BLACK ENERGY, BLACK MATTER, STRING-THEORY

Введение

Общая теория относительности является основной современной космологии и квантовой теории гравитации /1-13/. Уравнения гравитационного поля Эйнштейна имеют вид /1/:

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = g_{mn} \Lambda + \frac{8pG}{c^4} T_{mn} \tag{1}$$

R_{mn}, g_{mn}, T_{mn} - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно.

В общем случае имеют место соотношения

$$\begin{gathered} R_{ik} = R^j_{ijk}, \quad R = g^{ik} R_{ik}, \\ R^a_{bgd} = \frac{\partial \Gamma^a_{bd}}{\partial x^g} - \frac{\partial \Gamma^a_{bg}}{\partial x^d} + \Gamma^m_{bd}\Gamma^a_{mg} - \Gamma^m_{bg}\Gamma^a_{md}, \\ \Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2} g^{is}\left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^s} \right) \end{gathered} \tag{2}$$

R^{a}_{bgd} - тензор Римана, Γ^{i}_{kl} – символы Кристоффеля второго рода.

Множество споров вызывала космологическая постоянная, введенная Эйнштейном в 1917 г в работе /1/. Однако происхождение этого эффекта относится к одной из самых больших загадок современной физики. Действительно, это слагаемое могло бы возникнуть как следствие квантовых флуктуаций, но соответствующие оценки показывают, что существует огромное различие, составляющее 120 порядков между экспериментальной величиной Λ и предсказанием квантовой теории /2-5/. Это различие можно несколько сократить, используя различные соображения, но нельзя устранить.

Отмеченное огромное различие между фактами и теорией означает, что гипотеза о зависимости геометрии от распределения материи, происхождение которой остается неизвестным даже в современной теории, представляется недоказуемой, тем более что эта гипотеза берет свое начало в теории Ньютона, феноменологической по существу. В этой связи Эйнштейн и Инфельд сформулировали программу /6/:

«Все попытки представить материю тензором энергии-импульса неудовлетворительны, и мы хотим освободить нашу теорию от специального выбора такого тензора. Поэтому мы будем иметь дело здесь только с гравитационными уравнениями в пустом пространстве, а материя будет представлена сингулярностями гравитационного поля».

Этот подход к решению проблемы происхождения материи не является единственным. Чтобы сохранить основную идею определения метрики в теории гравитации Эйнштейна, мы предположим, что уравнение Эйнштейна (1) распадается на два независимых уравнения /7-8/:

$$
\begin{aligned}
&R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = k g_{mn} \\
&\frac{8pG}{c^4} T_{mn} = g_{mn} (k - \Lambda)
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Здесь k – некоторая функция, зависящая от размерности пространства. Отметим, что первым уравнением определяется метрика пространства-времени, а вторым уравнением задается распределение материи, которое соответствует этой метрике. Эта гипотеза соответствует идее о происхождении материи из гравитационного поля /3,8-11/, но без специального предположения о наличии сингулярности метрики.

В работе /7/ модель (3) была использована для построения метрики неоднородной вращающейся Вселенной. Был предложен механизм производства материи из темной энергии путем фазового перехода. В работе /8/ представленная модель квантовой гравитации в многомерных пространствах размерностью D с метрикой

$$
\begin{aligned}
&ds^2 = y(t,r) dt^2 - p(y) dr^2 - df_1^{\,2} - \sin^2 f_1 df_2^{\,2} - \sin^2 f_1 \sin^2 f_2 df_3^{\,2} - \\
&\ldots - \sin^2 f_1 \sin^2 f_2 \ldots \sin^2 f_{N-1} df_N^{\,2}
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Здесь $f_1, f_2, ..., f_N$ - углы на единичной сфере, погруженной в $D-1$ мерное пространство. Метрика (4) описывает многие важные случаи симметрии, используемые в физике элементарных частиц и в теории супергравитации /13-15/. Такой подход позволяет охватить все многообразие материи, которую производит фабрика природы, путем выбора уравнения состояния $p = p(y)$.

В настоящей работе метрика (4) и модель (3) использованы для представления реальности в форме ряда нелинейных процессов, включая гравитационные волны и частицы.

Суперегравитация и движение материи

Рассмотрим гравитацию в пространствах с метрикой (4). Уравнение Эйнштейна в форме (3) является универсальным, поэтому обобщается на пространство любого числа измерений /5,8,13/. Движение материи будем описывать уравнением Гамильтона-Якоби, которое также обобщается на любое число измерений. Вместе эти два уравнения составляют универсальную модель, описывающую движение материи в D-мерном пространстве:

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = k g_{mn} \tag{5}$$

$$g^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^k} = 0 \tag{6}$$

Уравнения поля в метрике (4) сводятся к одному уравнению второго порядка /8/

$$- p' y_{tt} + y_{rr} = -Kpy - \frac{pp' - 2p'' py + p'^2 y}{2py} y_t^2 + \frac{p + p'y}{2py} y_r^2 \tag{7}$$

В общем случае параметры модели и скалярная кривизна зависят только от размерности пространства, имеем

$$\begin{aligned} k &= D(D-5)/2 + 3, \\ K &= 2(D-3), \\ R &= -D^2 + 3D \end{aligned} \tag{8}$$

Отметим, что уравнение (7) изменяет свой тип в зависимости от знака производной p':

в области $p' < 0$ уравнение (7) имеет эллиптический тип;

в области $p' > 0$ уравнение (7) имеет гиперболический тип;

в области $p' = 0$ уравнение (7) имеет параболический тип.

Сигнатура метрики (4) не меняется, если потребовать дополнительно $p(y) > 0, y > 0$.

Уравнение Гамильтона-Якоби в метрике (4) имеет вид

$$\frac{1}{y}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{p}\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2-\left(\frac{\partial S}{\partial f_1}\right)^2-\sin^{-2}f_1\left(\frac{\partial S}{\partial f_2}\right)^2- \\ \sin^{-2}f_1\sin^{-2}f_2\left(\frac{\partial S}{\partial f_3}\right)^2-...-\sin^{-2}f_1\sin^{-2}f_2...\sin^{-2}f_{N-1}\left(\frac{\partial S}{\partial f_N}\right)^2=0 \quad (9)$$

Уравнение (9) можно проинтегрировать при некоторых предположениях, используя метод, который предложил Шредингер /16/. Суть метода состоит в том, чтобы представить решение уравнения (11) в виде

$$S=S_{cl}+\mathbf{h}\ln\Psi_S \quad (10)$$

Здесь в теорию в явном виде вводится классическое действие - S_{cl}, постоянная Планка и волновая функция Ψ_S. Используя классическое действие, мы определяем те параметры задачи, которые могут считаться внешними для квантовой системы. При таком подходе становится очевидной связь квантовой механики с классической механики /17/.

В случае метрики (4) удобно будет выбрать в качестве переменных квантовой механики углы на единичной сфере, а в качестве координат классического действия – время и радиальную координату. Тогда уравнение (9) разделяется на два уравнения

$$\frac{1}{y}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{p}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial r}\right)^2=M^2 \\ \left(\frac{\partial\Psi_S}{\partial f_1}\right)^2+\sin^{-2}f_1\left(\frac{\partial\Psi_S}{\partial f_2}\right)^2+...+\sin^{-2}f_1\sin^{-2}f_2...\sin^{-2}f_{N-1}\left(\frac{\partial\Psi_S}{\partial f_N}\right)^2=\frac{M^2}{\mathbf{h}^2}\Psi_S^2 \quad (11)$$

Здесь M – произвольная постоянная.

Второму уравнению (11) можно сопоставить задачу на собственные значения /16/. Рассмотрим оператор Лапласа

$$\sum_{i=1}^{N}\nabla_i^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{3N-1}{r}+\frac{\Lambda_N^2(\Omega_N)}{r^2} \quad (12)$$

Здесь $\Lambda_N^2(\Omega_N)$ - обобщенный оператор углового момента, собственные функции которого – гиперсферические гармоники, удовлетворяют уравнению

$$(\Lambda_N^2(\Omega_N) + L(L+3N-2))Y_L(\Omega_N) = 0 \tag{13}$$

Гиперсферические гармоники выражаются через обычные сферические функции и полиномы Якоби в виде /18/

$$\begin{gathered}
Y_L(\Omega_N) = \left[\prod_{j=1}^{N} Y_{l_j m_j}(\hat{x}_j)\right]\left[\prod_{j=2}^{N} {}^{(j)}P_{L_j}^{al_j, aL_{j-1}}(f_j)\right] \\
{}^{(j)}P_{L_j}^{al_j, aL_{j-1}}(f_j) = N_{n_j}^{al_j, aL_j}(\cos f_j)^{l_j}(\sin f_j)^{L_{j-1}} P_{n_j}^{aK_{j-1}, al_j}(\cos 2f_j) \\
N_n^{ab} = \sqrt{\frac{2(2n+a+b+1)n!\Gamma(n+a+b+1)}{\Gamma(n+a+1)\Gamma(n+b+1)}}
\end{gathered} \tag{14}$$

$\hat{x}_j$ - координаты точки на единичной сфере в метрике (4). Квантовые числа в метрике (4) удовлетворяют соотношениям

$$L_j = \sum_{i=1}^{j}(l_i + 2n_i),\ n_1 = 0, \quad L = L_N$$
$$aL_j = L_j + \frac{3j}{2} - 1, \quad al_j = l_j + \frac{1}{2}$$

В результате решения вариационной задачи масса системы определяется как функция квантовых чисел, характеризующих вращение единичной сферы. В случае метрики адронов эта задача рассматривалась в наших работах /19-22/. В частности, были определены массы кварков в составе барионов и массы преонов в составе кварков и лептонов.

Эффективный спектр и теория струн

В случае статической метрики решение первого уравнения (11) сводится к интегралу

$$S_{cl} = Et + \int \sqrt{E^2 p/y - pM^2}\, dr \tag{15}$$

Здесь E – энергия системы.

Рассмотрим статические решения уравнения (7), полагая $y_t = y_{tt} = 0$, находим

$$y_{rr} = -Kpy + \frac{p + p'y}{2py} y_r^2 \tag{16}$$

Интегрируя уравнение (16), получим

$$py(C - 2Ky) = y_r^2 \tag{17}$$

C – произвольная постоянная. Из уравнения (17), в случае $C = 0$, имеем $p = -y_r^2/(2Ky^2)$, следовательно, интеграл (15) можно вычислить в общем виде:

$$S_{cl} = Et - \frac{\sqrt{M^2 y - E^2}}{\sqrt{Ky/2}} + \frac{M}{\sqrt{K/2}} \ln\left[M\left(M\sqrt{y} + \sqrt{M^2 y - E^2}\right)\right] \tag{18}$$

Зависимость радиуса от времени задается уравнением $\partial S/\partial E = const$, отсюда находим

$$t = \frac{E}{\sqrt{Ky/2}\left(\sqrt{M^2 y - E^2} + M\sqrt{y}\right)} \tag{19}$$

К уравнению (19) можно добавить условие квантования, связывающее период колебания и энергию системы, например, в форме

$$E\Delta t = \mathbf{h}q$$

Это позволяет определить уровни энергии системы

$$E = \sqrt{(M^2 - K\mathbf{h}^2 q^2/2) y(r_1)} \tag{20}$$

r_1 - точка поворота.

Отметим, что выражение (20) согласуется с аналогичным выражением энергии основного состояния в теории струн /23-24/

$$E_0 = \frac{R}{2a^2}\sqrt{1 - \frac{8a^2}{R^2}\left(\frac{D-2}{24}\right)} \tag{21}$$

Здесь $2pR, 1/4pa^2$ - длина струны и ее натяжение соответственно. Для согласования выражений (20) и (21) необходимо предположить, что размерность плоского пространства теории струн на единицу меньше, чем размерность пространства постоянной кривизны, в котором определена метрика (4), поскольку $K = 2(D-3)$. Тогда, полагая в (20) $M = R/2a^2, \mathbf{h}^2 q^2 = 1/12a^2$ и $y = 1$, приходим к выражению (21).

Гравитационные волны

Возникающие в каждом пространстве формы движения являются универсальными. Кроме связанных состояний существует свободное движение с постоянной скоростью, которое можно определить, потребовав для уравнения (7) наличие решений вида $y = y\,(r + ut)$, тогда (7) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$(1-u^2 p')y'' = -Kpy - \frac{pp' - 2p''py + p'^2 y}{2py}u^2 y'^2 + \frac{p + p'y}{2py}y'^2 \tag{22}$$

В частном случае, выбирая уравнение состояния в виде $p = ay$, находим общее решение уравнения (22)

$$y = 2\frac{(1-au^2)}{aK}b^2\left(1 - \tanh^2\left[b\,(r + ut - r_0)\right]\right) \tag{23}$$

Здесь b, r_0 – произвольные постоянные. Полученное решение описывает уединенную волну, которая распространяется с постоянной скоростью в радиальном направлении. Если положить $p = y / c^2$, то метрика (23) получает зависимость от скорости как в теории Лоренца. Действительно, потребуем, чтобы в начале координат выполнялось уравнение $y = 1$, тогда в случае 4-мерного пространства-времени выражение (23) принимает вид

$$y = 1 - \tanh^2\left(\frac{r + ut - r_0}{\sqrt{c^2 - u^2}}\right) \tag{24}$$

В общем случае положим в уравнении (7) $p = y\ / c^2, y\ = e^w$, тогда уравнение (7) приводится к виду уравнения Лиувилля:

$$w_{tt} = c^2 w_{rr} + Ke^w \tag{25}$$

Для уравнения (25) можно указать алгоритм построения общего решения и различных частных решений типа уединенных волн /25-27/. Общее решение дается формулой Лиувилля:

$$w(r,t) = \ln\left[\frac{8c^2 f'(h)g'(V)}{K\left(f(h)+g(V)\right)^2}\right], \quad h\ = ct - r, V\ = r + ct \tag{26}$$

Здесь $f(h), g(V)$ – произвольные функции. Отметим, что уравнение (25) широко используется в теории струн и квантовой гравитации /28-30/, поскольку соответствующая модель является полностью интегрируемой.

Используя формулу Лиувилля, можно указать общее решение уравнений Эйнштейна в форме (3), описывающее гравитационные волны в метрике (4):

$$\begin{gathered} y\ (r,t) = \frac{8c^2 f_h(h)g_V(V)}{K\left(f(h)+g(V)\right)^2}, \quad p(y\ ) = y\ / c^2, \\ K = 2(D-3), \quad h\ = ct - r, V\ = r + ct \end{gathered} \tag{27}$$

Гравитационные волны типа (27) распространяются в комбинации, включающей опережающие и запаздывающие волны. Это обстоятельство наводит на мысль, что скалярные гравитационные волны могут служить источником квантового движения частиц, например, в форме волн де Бройля.

Действительно, запишем первое уравнение (11) в метрике (27), имеем

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial r}\right)^2 = \frac{8M^2}{K}\frac{f_h(h)g_V(V)}{\left(f(h)+g(V)\right)^2} \tag{28}$$

Предполагая, что действие зависит от координат h, V, преобразуем обе части уравнения (28) к эквивалентному виду

$$4\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial h}\right)\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial V}\right)=\frac{8M^2}{K}\frac{\partial \ln\left(f(h)+g(V)\right)}{\partial h}\frac{\partial \ln\left(f(h)+g(V)\right)}{\partial V} \tag{29}$$

Отсюда следует, что действие можно выразить через произвольные функции $f(h), g(V)$ в виде

$$S_{cl} = M\sqrt{\frac{2}{K}}\ln[f(h)+g(V)] \tag{30}$$

Уравнение (30) можно рассматривать и в обратную сторону, предполагая, что неизвестные функции $f(h), g(V)$ связаны с действием пробных частиц

$$f(h)+g(V)=\exp(S_{cl}/h),\ h = M\sqrt{\frac{2}{K}} \tag{31}$$

Все функции, входящие в уравнение (31) являются вещественными.

Если предположить, что $p = -y\ /c^2$, тогда, полагая в уравнении (7) $y\ = e^w$ приходим к уравнению Лиувилля эллиптического типа

$$w_{tt} + c^2 w_{rr} = Ke^w \tag{32}$$

В этом случае также можно получить решения уравнения (32) общего вида, которые выражаются через аналитические функции /26/. Применение эллиптической модели (32) в квантовой теории гравитации можно найти в работе /29/. В совокупности модели (25) и (32) дают представление реальности, содержащей большое число частиц и событий, включая бозонные струны /28-31/.

Уравнение (31) позволяет определить метрику, если известно движение произвольных пробных частиц, тогда как уравнение (30) позволяет определить действие, если известна метрика. Такая взаимосвязь действия и волновой функции возникает в квантовой теории Шредингера /16/. Можно, поэтому предположить, что гравитационные волны связаны с волнами материи, на существование которых впервые указал де Бройль /32/.

В таком случае уравнение (30) является прямым доказательством гипотезы де Бройля о волнах материи, а уравнение (31) является доказательством гипотезы Шредингера (10), который опирался на идеи де Бройля и Эйнштейна при создании квантовой механики.

Волны материи, предсказанные де Бройлем в 1924 г, были обнаружены экспериментально уже в 1927 году, когда Дэвисон и Джермер осуществили дифракцию электронов на кристалле никеля в лаборатории Белла /33/. Однако поиск гравитационных волн, предсказанных Эйнштейном в 1916 г /1/, так и не увенчался успехом.

В этой связи приведем фрагмент из письма Шредингера к Эйнштейну: «…я уже давно думаю, что следует отождествлять ψ-волны с волнами нарушения гравитационного потенциала - конечно, не с теми, которые ты исследовал впервые, но с теми, которые обладают действительной массой, т.е. не исчезающим T_{ik}. Это значит, я думаю, что нужно в абстрактной общей теории относительности, содержащей T_{ik} еще как «asylum ignorantial» (по твоему собственному выражению), ввести материю не в качестве массивных точек или чего-нибудь подобного, а как квантованные гравитационные волны» /16/.

Если гравитационные волны связаны с волнами материи, как предполагал Шредингер, то должны быть определенные эффекты обусловленные излучением и поглощением гравитационных волн электронами в атомах. Однако до последнего времени никаких эффектов такого рода не было обнаружено. Теория гравитационного излучения, развитая для атома водорода, позволяет определить ширину перехода с излучением одного гравитона из состояния 3d (m = 2) в состояние 1s /34-36/:

$$\Gamma(3d \to 1s) = \frac{a^6 G m_e^3 c}{360 \mathbf{h}^2} = 5.7 \cdot 10^{-40} s^{-1} \qquad (33)$$

Здесь $a = \frac{e^2}{\mathbf{h} c}$ – постоянная тонкой структуры.

В формуле (33) фигурирует константа гравитационного взаимодействия, заимствованная из макроскопической теории, которая также фигурирует в уравнении (1). Как известно, в теории Эйнштейна гравитационное излучение связано с изменением квадрупольного механического момента системы /1, 34-36/. Однако из уравнения (31) следует, что гравитационные волны связаны с изменением действия.

Заметим, что Эйнштейн, создавая теорию гравитационного излучения в 1918 году /1/, не предполагал, что его теория гравитации будет использована в квантовой теории без всяких изменений. Более того, Эйнштейн считал, что развитие квантовой теории позволит создать теорию гравитации, свободную от проблемы теплового излучения гравитонов. Эйнштейн предполагал зависимость интенсивности излучения гравитационных волн от движения материи, как и в электродинамике, но такую, чтобы система не теряла энергию достаточно долго.

В этом смысле выражение (33) отражает квазиклассический подход в квантовой теории гравитации, в котором не учитывается истинная природа гравитационных волн и квантовый характер гравитационных переходов. В результате имеем крайне низкую вероятность излучения (33), поэтому эффект гравитационного излучения такого рода, видимо, невозможно наблюдать в лабораторных условиях /34/.

С другой стороны, волны де Бройля были не только зарегистрированы в лабораториях, но и нашли широкое применение в прикладной физике. Однако в силу определенных исторических причин эти волны больше уже не отождествлялись с гравитационными волнами. Развитие квантовой механики пошло в направлении противоположном тому, которое указал Шредингер. Лишь в последнее время, в связи с открытием темной энергии и темной материи возникла проблема интерпретации барионной материи, содержание которой во Вселенной составляет не более 5% /12, 37-38/.

Если содержание барионной материи мало, то почему в лабораториях наблюдаются только частицы, находящиеся в связи с барионной материей, но нет никаких следов темной энергии или темной материи? Этот вопрос, на наш взгляд, напрямую связан с гравитационными волнами, которые также не были обнаружены, не смотря на все усилия. Не исключено, что ответ лежит на поверхности и сводится к интерпретации уравнения (31), которое указывает на прямую связь волн де Бройля с гравитационными волнами.

Метрика Шварцшильда и уравнение состояние материи

Все статические метрики вида (4) описываются уравнением (16). Для физических приложений представляют интерес статические решения, которые имеют в качестве асимптотики метрику Шварцшильда, описывающую гравитационное поле точечной массы

$$y = 1 - \frac{2m}{R} \tag{34}$$

Метрика (34) широко используется в теории в связи с явлением коллапса, ведущим к образованию черных дыр /34/. Заметим, что метрика Шварцшильда определена в сферических координатах, тогда как метрика (4) является центрально-симметрической. Для согласования метрик положим $R = 1/r$, тогда метрика Шварцшильда преобразуется к виду

$$y = 1 - 2mr \tag{35}$$

Среди статических метрик, имеющих в качестве асимптотики метрику Шварцшильда (35), можно выделить экспоненциальную зависимость

$$y = \exp(-2mr) = 1 - 2mr + \ldots \tag{36}$$

Подставляя выражение (36) в уравнение (17), находим уравнение состояния, которое согласовано с метрикой Шварцшильда

$$\begin{aligned} p &= \frac{4m^2 y}{C - 2Ky} = \frac{2m^2}{K}\frac{-1}{1 \pm \exp(2mr - m)}, \\ \frac{dp}{dy} &= \frac{C}{(C - 2Ky)^2}, \quad C = \pm 2Ke^{-m} \end{aligned} \tag{37}$$

Заметим, что в метрике Шварцшильда (34) параметр m соответствует массе или энергии покоя системы. Мы предполагаем, что источник гравитации типа точечной массы обусловлен в метрике (4) наличием двух типов уравнения состояния, соответствующих бозонам и фермионам.

Сопоставим первое уравнение (37) с квантовыми статистиками:

- в случае бозонов $p = \frac{2m^2}{K}\frac{1}{\exp(2mr - m) - 1}, \quad C > 0, p(y) > 0, p'(y) > 0$;

- в случае фермионов $p = -\frac{2m^2}{K}\frac{1}{\exp(2mr - m) + 1}, \quad C < 0, p(y) < 0, p'(y) < 0$.

Указанное деление материи на бозоны и фермионы по виду уравнения состояния (37) является условным. Как известно, деление частиц на фермионы и бозоны первоначально возникло в статистической физике, и лишь благодаря теореме Паули была установлена связь спина со статистикой /39/.

Существование материи на основе фермионов приводит к тому, что уравнение поля (7) имеет эллиптический тип. Как известно, в этом случае малые возмущения затухают, или нарастают по экспоненте, что согласуется с общим поведением барионной материи во Вселенной, подверженной инфляции /5/.

С другой стороны, существование материи на основе бозонов приводит к уравнению поля гиперболического типа. В таком пространстве-времени существуют гравитационные волны конечной амплитуды. В случае линейных возмущений уравнения состояния, когда $p = y / c^2$ эти волны могут быть описаны волновыми решениями (26) уравнения Лиувилля (25).

Происхождение барионной материи

Вопрос о происхождении материи обсуждается здесь лишь в связи с моделью (4)-(6). Указанная модель описывает движение материальной частицы в гравитационном поле в метрике (4). Материя представлена уравнением (6), решение которого в случае гравитационных волн сводится к уравнению (30), а в случае статических решений типа Шварцшильда к уравнению состояния (37). Модель не содержит никаких параметров, кроме констант интегрирования. Следовательно, для описания материи не требуется никаких специальных гипотез, а сама материя представлена решениями уравнений поля, не содержащими особенностей.

Наиболее важный результат модели (4)-(6) заключается в объяснении происхождения квантовой механики – уравнение (31), и квантовой статистики – уравнение (37). Оба результата являются следствием уравнений поля и гипотезы о существовании материи. Поскольку гипотеза о существовании материи, вообще говоря, не противоречит экспериментальным данным, то сама эта гипотеза не обсуждается.

Возникает вопрос, при каких условиях происходит разделение материи на барионную материю и темную материю? Частично ответ на этот вопрос дан выше при обсуждении уравнения (37). Требуется доказать, что фермионы могут порождать все многообразие элементарных частиц, атомных ядер и атомов.

Эта проблема была исследована в наших работах /19-22, 40/ и других. В указанных работах была использована метрика пузыря, построенная на основе эллиптической функции Вейерштрасса и являющаяся решением уравнений Эйнштейна и Янга-Миллса /8/. Опираясь на уравнение состояния (37) можно предположить, что существуют первичные возбуждения гравитационного поля в форме бозонов и фермионов, из которых образуются первичные частицы - преоны. Приведем краткий обзор результатов, опубликованных в работах /19-22, 40/.

Преоны являются элементарными частицами способными объединяться в структуры типа электронов и кварков - таблица 1, а также в нейтральные молекулы – рис. 1. В последнем случае они составляют особый вид тонкой материи, которая, может быть зарегистрирована в земных лабораториях в форме нейтрино.

Можно предположить, что существует нейтральный газ преонов, состоящий из равных пропорций альфа, бета и дельта частиц. Такой газ пронизывает видимую материю насквозь, практически с ней не взаимодействуя. В частном случае, когда три частицы - альфа, бета и дельта, образуют нейтрино, можно наблюдать специфические эффекты, которые в свое время были использованы для обоснования гипотезы о существовании элементарной частицы нейтрино. Во всех остальных случаях этот газ можно рассматривать как гипотетический эфир, который фигурировал в теории Максвелла, Лоренца и других.

Таблица 1. Свойства преонов и составных частиц.

Частица	Символ	Спин	Заряд	Состав	Состояние
Преон	a	½	1/3		
Преон	b	½	-2/3		
Преон	d	½	1/3		
Антидипреон		0	1/3	$\overline{b}\,\overline{d}$	↑↓
Антидипреон		0	-2/3	$\overline{a}\,\overline{d}$	↑↓
Антидипреон		0	1/3	$\overline{a}\,\overline{b}$	↑↓
Кварк	u	½	2/3	$a\,\overline{b}\,\overline{d}$	↑↓↑
Кварк	d	½	-1/3	$b\,\overline{b}\,\overline{d}$	↑↓↑
Кварк	s	½	-1/3	$a\,\overline{a}\,\overline{d}$	↑↓↑
Электрон	e^{-}	½	-1	bbd	↑↑↓
Нейтрино	n_{e}	½	0	abd	↑↑↓

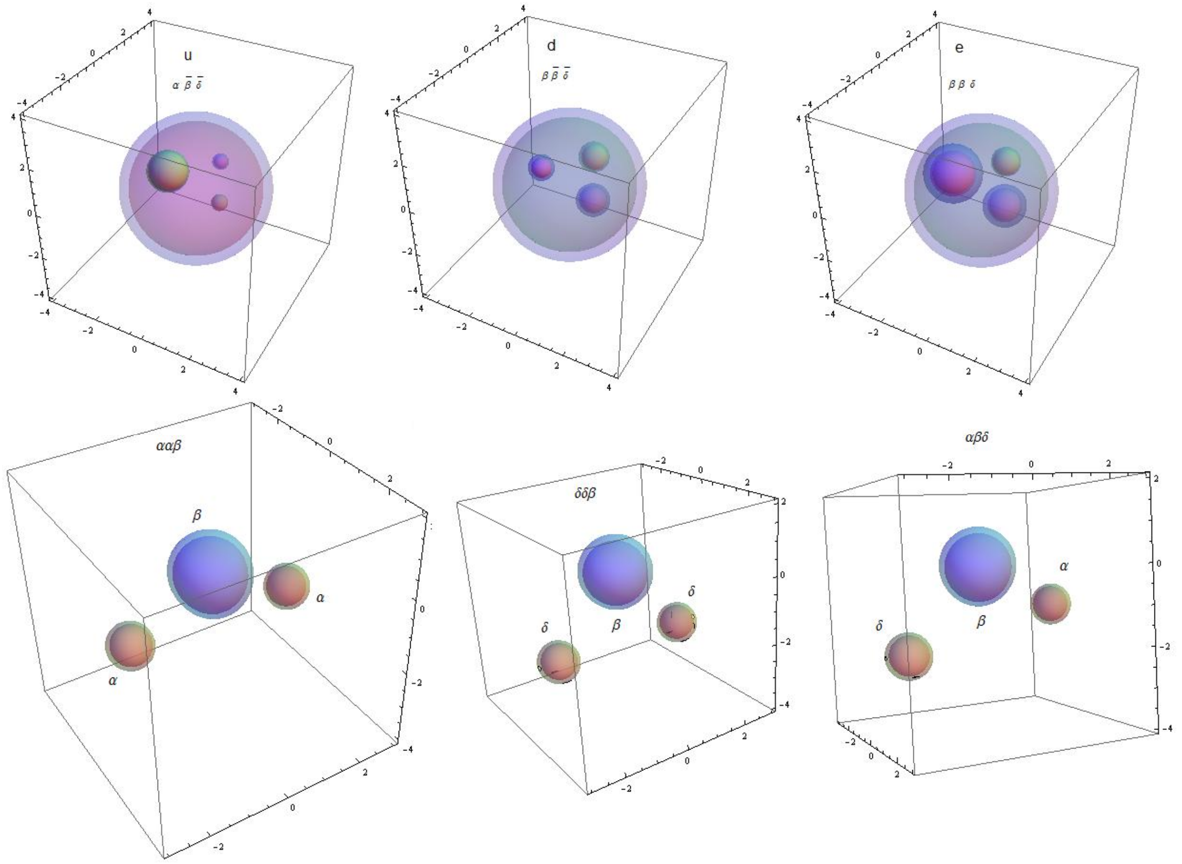
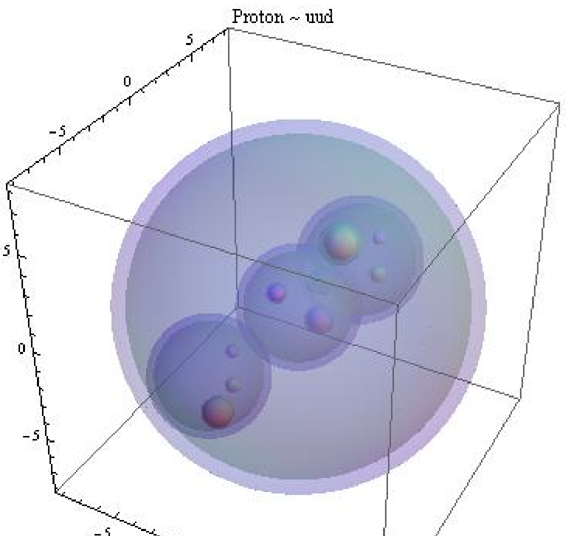


Рис. 1. Структура кварков, электронов и свободных молекул преонов.

Рассмотрим нейтральные молекулы преонов, состоящие из двух частиц с зарядом $\pm 1/3$ и одной частицы с зарядом $\mp 2/3$. Теоретически таких молекул должно быть шесть - aab, ddb, abd + соответствующие античастицы. Таким образом, можно предположить, что существует газ преонов, представляющий собой смесь молекул aab, ddb, abd, в некоторой пропорции. Эта смесь может пребывать в различных агрегатных состояниях – твердом, жидком и газообразном. Обычное вещество практически не взаимодействует с тонким веществом преонов, но электромагнитные свойства вакуума, очевидно, определяются наличием материи преонов, так как молекулы преонов могут поляризоваться во внешнем электромагнитном поле.

Одним из приложений модели преонов является обычный атом, состоящий из ядра и электронных оболочек – рис. 2-3. С точки зрения теории преонов атом является макроскопическим образованием - кластером, состоящим из большого числа частиц. Действительно, ядро атома состоит из 9(N+Z) частиц преонов, а электронная оболочка из 3Z частиц, здесь N, Z число нейтронов и протонов соответственно. Самый легкий изотоп атома водорода содержит 12 преонов. Любой атом состоит из двух вложенных пузырей, один из которых содержит ядро, а другой ограничивает электронные оболочки — рис. 3.



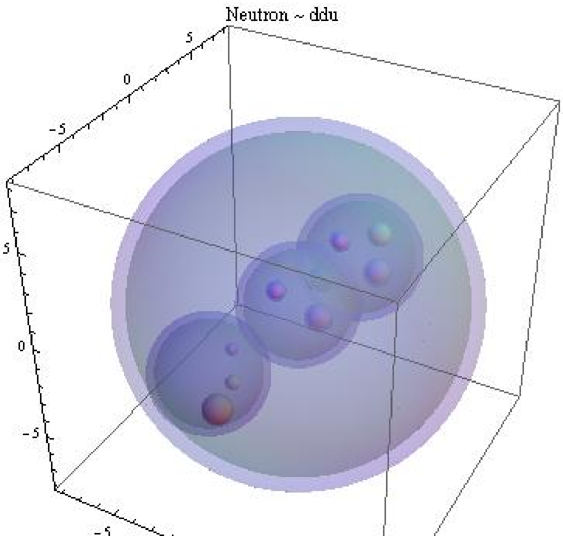


Рис. 2. Структура протона и нейтрона включает три кварка, каждый из которых состоит из трех преонов.

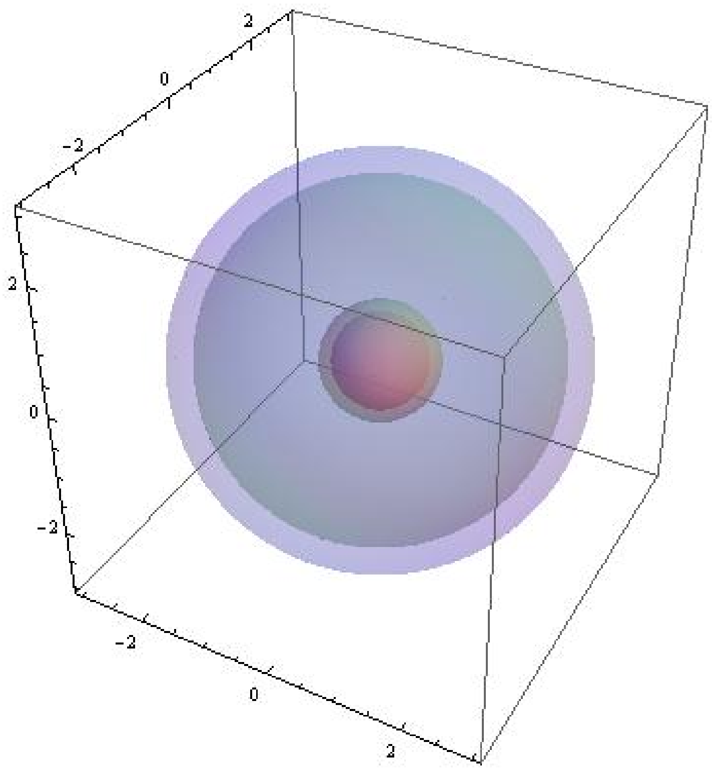


Рис. 3. Атом состоит из молекул трех типов - $a\overline{b}\,\overline{d}$, $b\overline{b}\,\overline{d}$ и bbd. Молекулы преонов $a\overline{b}\,\overline{d}$, $b\overline{b}\,\overline{d}$ образуют жидкое ядро, заключенное в пузырь, окруженный газом, состоящим из молекул bbd и заключенный во второй пузырь.

В природе существует закон, позволяющий преонам объединяться в системы по три частицы, которые соответствуют электронам, кваркам и другим элементарным частицам, а также нейтральным молекулам преонов. В атомах преоны образуют ферми-газ по следующей схеме /22, 40/:

- каждый нуклон в ядре диссоциирует на отдельные кварки, которые распадаются на преоны;
- преоны каждого типа образуют ферми-газ, обладающий химическим потенциалом как у релятивистских частиц; при диссоциации масса

нуклона расходуется на возбуждение кинетической энергии преонов и на создание связей между преонами;

- во внутренней области пузыря преоны объединяются в кластеры кварков, электронов, протонов, нейтронов, ядер дейтрона, альфа-частиц и других ядер;
- существует симметрия электронных и ядерных оболочек заключающаяся в последовательности заполнения электронных и ядерных оболочек.

Рассмотрим правило заполнения оболочек преонами /22/: если две частицы обладают энергией E_i каждая, то вероятность того, что третья частица обладающая энергией E_{i+1} образует с ними кластер, пропорциональна величине $-E_{i+1}E_i^2$ (знак минус обусловлен тем, что энергия связи является отрицательной, тогда как вероятность является положительной величиной). Поскольку статистика преонов определяется распределением Ферми, то в результате приходим к модели:

$$E_{i+1}E_i^2 = -\frac{kT^3}{\exp[(E_i - m_p)/T] + 1} \qquad (38)$$

Здесь E_i, m_p, T, k - энергия, химический потенциал, температура системы и параметр модели соответственно. Все размерные величины в модели (38) имеют размерность МэВ.

На рис. 4 представлена бифуркационная диаграмма модели (38), по которой определяется правило заполнения оболочек. Мы предполагаем, что вся диаграмма в целом описывает ядерные и электронные оболочки. Действительно, как следует из данных, приведенных на рис. 4, существует два типа оболочек, которые соответствуют малой и большой величине параметра k, а также два типа оболочек с малой и большой величиной отношения энергии к температуре при заданной величине параметра k.

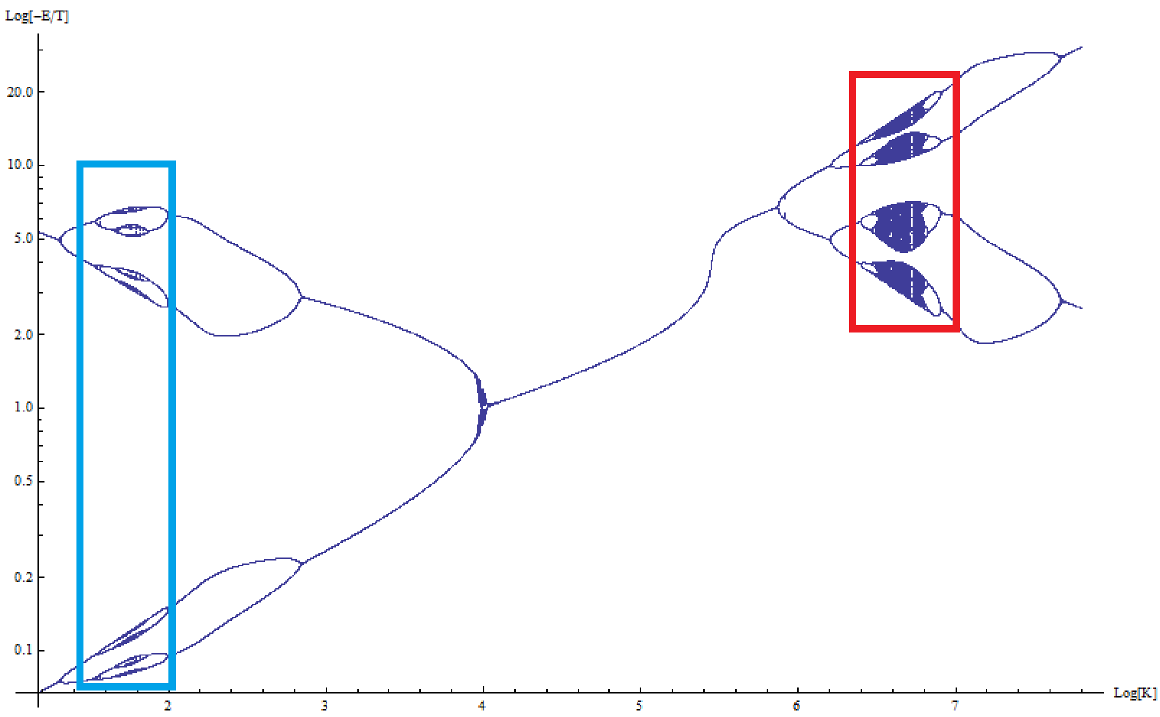


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма модели (38) иллюстрирующая правило заполнения оболочек в атомах и в ядрах (оболочки выделены рамкой синего и красного цвета соответственно).

Далее заметим, что в случае адиабатического расширения релятивистского газа фермионов выполняется соотношение $VT^3 = const$. Отсюда находим

$$T = \frac{T_0 r_0}{r} \tag{39}$$

Здесь параметры T_0, r_0 характеризуют состояние ядра системы. Следовательно, при заданной энергии среднее число частиц зависит от размера системы как

$$n_i = \frac{n_{i0}}{\exp(2m_i r - m) + 1}, \quad m_i = \frac{E_i - m_i}{2T_0 r_0}, \quad m_p = m_i + mT \tag{40}$$

Но уравнение (40) с точностью до множителя соответствует уравнению состояния (37) для случая фермионов. Таким образом, доказано, что газ фермионов в общем случае образует скопление с метрикой Шварцшильда.

Как было установлено в работах /40-41/, бифуркационная диаграмма, приведенная на рис. 4, впервые образуется при значении химического потенциала

$$m_p = T \ln a$$

Здесь $a = 0.00729735$ – параметр, по величине совпадающий с постоянной тонкой структуры. Этот результат позволяет определить электрический заряд, не прибегая к сложным топологическим построениям. Таким образом, теория гравитации Эйнштейна и теория Янга-Миллса являются основой для построения ряда моделей, объясняющих природу элементарных частиц и происхождение квантовой механики.

Библиографический список

1. Einstein A. Zur allgemeinen Relativitatstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1915, 44, 2, 778—786; Erklarung der Perihelbeivegung der Merkur aus der allgemeinen Relativitdtstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1915, 47, 2, 831—839; Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstneorie. Ann. Phys., 1916, 49, 769—822; Nahemngsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1916, 1, 688—696; Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitdtstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152; Uber Gravitationwellen. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1918, 1, 154—167.
2. Zeldovich, Y. B. The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles// Soviet Physics Uspekhi vol. 11, 381-393, 1968.
3. Steven Weinberg. The Cosmological Constant Problems// arXiv:astro-ph/0005265v1 12 May 2000.
4. C.P. Burgess. The Cosmological Constant Problem: Why it's hard to get Dark Energy from Micro-physics//arXiv:1309.4133v1 [hep-th] 16 Sep 2013
5. Andrei Linde. Inflationary Cosmology after Planck 2013//arXiv:1402.0526v1 [hep-th] 3 Feb 2014.
6. Einstein A., Infeld L. Gravitational Equations and the Problems of Motion //Ann.Math., 1940,41, 455—464; On the Motion of Particles in General Relativity Theory// Canad. J. Math., 1949, 1, 209—241.

7. Trunev A.P. Cosmology of inhomogeneous rotating universe and reality show//, Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 2014. – №01(095). – IDA [article ID]: 0951401028, http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/28.pdf

8. Trunev A.P. QUANTUM GRAVITY AND YANG-MILLS THEORY // Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 2014. – №01(095) http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/70.pdf

9. Wheeler J. A. On the Nature of Quantum Geometrodynamics// Annals of Physics 2, No, 6 (Dec 1957): 604 – 614.

10. John A Wheeler. Neutrinos, Gravitation, and Geometry/ In Rendiconti della Scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi." Corso XI, by L. A.Radicati. Bologna: Zanichelli, 1960, 67 – 196.

11. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model//arXiv:hep-th/0603022, 21 Apr 2007.

12. Planck 2013 results. XXVI. Background geometry and topology of the Universe. Planck Collaboration. Submitted to A&A (2013).

13. Bernard de Wit. Supergravity // arXiv: hep-th/0212245v1 19 Dec 2002.

14. Yang C. N., Mills R. L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance// Phys. Rev. 96: 191–195. 1954.

15. H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler. Advantages of the color octet gluon picture// Phys. Lett. B 47 (1973) 365.

16. Erwin Schrödinger. Quantisierung als Eigenwertproblem (Erste Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 361-376; Quantisierung als Eigenwertproblem (Zweite Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 489-527; Letter Schrodinger to Einstein, Jul 19, 1939.

17. Stephen L. Adler. Where is quantum theory headed? // arXiv:1401.0896 [quant-ph], 5 Jan 2014; Incorporating gravity into trace dynamics: the induced gravitational action//Class. Quantum Grav. 30, 2013.

18. M. Gattobigio, A. Kievsky, M. Viviani. Non-symmetrized hyperspherical harmonic basis for A–bodies//arXiv:1009.3426v1 [nucl-th] 17 Sep 2010.

19. A.P.Trunev, Dynamics of quarks in the hadrons metric with application to the baryon structure// Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 85(2013), 525–542. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf

20. Trunev A.P., Dynamics of quarks in the baryons metric and structure of nuclei//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 85(2013), 623–636. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/49.pdf (in Russian).

21. Trunev A.P. Quark dynamics in atomic nuclei and quark shells//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 86(2013), Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/02/pdf/59.pdf

22. Trunev A.P. Preon shells and atomic structure//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 87(2013), no. 03. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/03/pdf/61.pdf (inRussian).

23. J. F. Arvis, The exact q anti-q potential in Nambu string-theory// Phys. Lett. B127(1983) 106.

24. Ofer Aharony, Matan Field, Nizan Klinghoffer. The effective string spectrum in the orthogonal gauge//arXiv:1111.5757v2, 22 Feb 2012.

25. N.H. Ibragimov. Transformation Groups Applied to Mathematical Physics. – Reidel, Boston, 1984.

26. Darren G. Growdy. General Solution to the 2D Liouville Equation//Int. J. Engng Sci., Vol. 35, No. 2, pp. 141-149, 1997.

27. Nir Cohen, Julia V. Toledo Benavides. Exact solutions of Bratu and Liouville equations// CNMAC 2010, pp. 750-756.

28. Polyakov A.M. Quantum geometry of bosonic strings//Phys. Letter, 103B, 3, 1981.

29. Zamolodchikov A, Zamolodchikov Al. Liouville Field Theory on a Pseudosphere// arxiv: hep-th/0101152v1. 23 Jan, 2001.

30. J. Teschner. Liouville theory revisited// arxiv: hep-th/0104158v3, 9 Nov 2001.

31. Yu Nakayama. Liouville Field Theory// arxiv: hep-th/0402009v7, 10Dec, 2004.

32. L. de Broglie. Recherches sur la theorie des quanta. - Thesis (Paris), 1924.

33. Clinton J. Davisson, Lester H. Germer. Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel// Phys. Rev. 30, 705, 1927; Clinton J. Davisson. The discovery of electron waves. Nobel Lecture, Dec 13, 1937.

34. Steven Weinberg. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.

35. C. Kiefer. Quantum Gravity. – Clarendon Press, Oxford, 2004.

36. Stephen Boughn, Toni Rothman. Aspect of Gravitation Detection: Graviton Emission and Absorption by Atomic Hydrogen// arxiv: gr-gc/0605052v2 Feb 6, 2008.

37. Plank Collaboration: Cosmological parameters. – Plank 2013 results, Astronomy & Astrophysics manuscript, March 21, 2013.

38. J. Rosner. Planning the Future of U.S. Particles Physics// arxiv: 1401.6075v1 [hep-ex] 23 Jan 2014.

39. Pauli W. The Connection Between Spin and Statistics// Phys. Rev. 58 (8), 716-722, 1940.

40. Трунев А.П. Токи и преоны // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1534 – 1560. – IDA [article ID]: 0911307103. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/103.pdf

41. D. B. Volov. Specific behavior of one chaotic dynamics near the fine-structure constant// arXiv:1205.6091v1 [nlin.PS]

42. Alexander Trunev. BINDING ENERGY BIFURCATION AND CHAOS IN ATOMIC NUCLEI// Journal KubGAU, 2012. - № 05 (79). P. 403 - 413.

References

1. Einstein A. Zur allgemeinen Relativitatstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1915, 44, 2, 778—786; Erklarung der Perihelbeivegung der Merkur aus der allgemeinen Relativitdtstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1915, 47, 2, 831—839; Die Grundlage der

allgemeinen Relativitatstneorie. Ann. Phys., 1916, 49, 769—822; Nahemngsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1916, 1, 688—696; Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitdtstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152; Uber Gravitationwellen. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1918, 1, 154—167.

2. Zeldovich, Y. B. The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles// Soviet Physics Uspekhi vol. 11, 381-393, 1968.

3. Steven Weinberg. The Cosmological Constant Problems// arXiv:astro-ph/0005265v1 12 May 2000.

4. C.P. Burgess. The Cosmological Constant Problem: Why it's hard to get Dark Energy from Micro-physics//arXiv:1309.4133v1 [hep-th] 16 Sep 2013

5. Andrei Linde. Inflationary Cosmology after Planck 2013//arXiv:1402.0526v1 [hep-th] 3 Feb 2014.

6. Einstein A., Infeld L. Gravitational Equations and the Problems of Motion //Ann.Math., 1940,41, 455—464; On the Motion of Particles in General Relativity Theory// Canad. J. Math., 1949, 1, 209—241.

7. Trunev A.P. Cosmology of inhomogeneous rotating universe and reality show//, Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 2014. – №01(095). – IDA [article ID]: 0951401028, http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/28.pdf

8. Trunev A.P. QUANTUM GRAVITY AND YANG-MILLS THEORY // Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 2014. – №01(095) http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/70.pdf

9. Wheeler J. A. On the Nature of Quantum Geometrodynamics// Annals of Physics 2, No, 6 (Dec 1957): 604 – 614.

10. John A Wheeler. Neutrinos, Gravitation, and Geometry/ In Rendiconti della Scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi." Corso XI, by L. A.Radicati. Bologna: Zanichelli, 1960, 67 – 196.

11. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model//arXiv:hep-th/0603022, 21 Apr 2007.

12. Planck 2013 results. XXVI. Background geometry and topology of the Universe. Planck Collaboration. Submitted to A&A (2013).

13. Bernard de Wit. Supergravity // arXiv: hep-th/0212245v1 19 Dec 2002.

14. Yang C. N., Mills R. L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance// Phys. Rev. 96: 191–195. 1954.

15. H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler. Advantages of the color octet gluon picture// Phys. Lett. B 47 (1973) 365.

16. Erwin Schrödinger. Quantisierung als Eigenwertproblem (Erste Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 361-376; Quantisierung als Eigenwertproblem (Zweite Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 489-527; Letter Schrodinger to Einstein, Jul 19, 1939.

17. Stephen L. Adler. Where is quantum theory headed? // arXiv:1401.0896 [quant-ph], 5 Jan 2014; Incorporating gravity into trace dynamics: the induced gravitational action//Class. Quantum Grav. 30, 2013.

18. M. Gattobigio, A. Kievsky, M. Viviani. Non-symmetrized hyperspherical harmonic basis for A–bodies//arXiv:1009.3426v1 [nucl-th] 17 Sep 2010.

19. A.P.Trunev, Dynamics of quarks in the hadrons metric with application to the baryon structure// Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 85(2013), 525–542. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf

20. Trunev A.P., Dynamics of quarks in the baryons metric and structure of nuclei//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 85(2013), 623–636. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/49.pdf (in Russian).

21. Trunev A.P. Quark dynamics in atomic nuclei and quark shells//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 86(2013), Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/02/pdf/59.pdf

22. Trunev A.P. Preon shells and atomic structure//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 87(2013), no. 03. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/03/pdf/61.pdf (inRussian).

23. J. F. Arvis, The exact q anti-q potential in Nambu string-theory// Phys. Lett. B127(1983) 106.

24. Ofer Aharony, Matan Field, Nizan Klinghoffer. The effective string spectrum in the orthogonal gauge//arXiv:1111.5757v2, 22 Feb 2012.

25. N.H. Ibragimov. Transformation Groups Applied to Mathematical Physics. – Reidel, Boston, 1984.

26. Darren G. Growdy. General Solution to the 2D Liouville Equation//Int. J. Engng Sci., Vol. 35, No. 2, pp. 141-149, 1997.

27. Nir Cohen, Julia V. Toledo Benavides. Exact solutions of Bratu and Liouville equations// CNMAC 2010, pp. 750-756.

28. Polyakov A.M. Quantum geometry of bosonic strings//Phys. Letter, 103B, 3, 1981.

29. Zamolodchikov A, Zamolodchikov Al. Liouville Field Theory on a Pseudosphere// arxiv: hep-th/0101152v1. 23 Jan, 2001.

30. J. Teschner. Liouville theory revisited// arxiv: hep-th/0104158v3, 9 Nov 2001.

31. Yu Nakayama. Liouville Field Theory// arxiv: hep-th/0402009v7, 10Dec, 2004.

32. L. de Broglie. Recherches sur la theorie des quanta. - Thesis (Paris), 1924.

33. Clinton J. Davisson, Lester H. Germer. Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel// Phys. Rev. 30, 705, 1927; Clinton J. Davisson. The discovery of electron waves. Nobel Lecture, Dec 13, 1937.

34. Steven Weinberg. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.

35. C. Kiefer. Quantum Gravity. – Clarendon Press, Oxford, 2004.

36. Stephen Boughn, Toni Rothman. Aspect of Gravitation Detection: Graviton Emission and Absorption by Atomic Hydrogen// arxiv: gr-gc/0605052v2 Feb 6, 2008.

37. Plank Collaboration: Cosmological parameters. – Plank 2013 results, Astronomy & Astrophysics manuscript, March 21, 2013.

38. J. Rosner. Planning the Future of U.S. Particles Physics// arxiv: 1401.6075v1 [hep-ex] 23 Jan 2014.

39. Pauli W. The Connection Between Spin and Statistics// Phys. Rev. 58 (8), 716-722, 1940.

40. Trunev A.P. Toki i preony // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU)

[Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 1534 – 1560. – IDA [article ID]: 0911307103. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/103.pdf

41. D. B. Volov. Specific behavior of one chaotic dynamics near the fine-structure constant// arXiv:1205.6091v1 [nlin.PS]

42. Alexander Trunev. BINDING ENERGY BIFURCATION AND CHAOS IN ATOMIC NUCLEI// Journal KubGAU, 2012. - № 05 (79). P. 403 - 413.