

УДК 530.12+524.7

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И  
МЕТРИКА ГАЛАКТИК**

Трунев Александр Петрович  
к.ф.-м.н., Ph.D.  
*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто,  
Канада*

Обсуждается метрика галактики совместная с метрикой Вселенной. Показано, что метрика галактики должна быть универсальной, зависящая только от фундаментальных констант. Даны примеры универсальных метрик, получаемых в теории гравитации Эйнштейна и в теории Янга-Миллса. На основе осесимметричных решений уравнений Эйнштейна для вакуума дано объяснение вращения материи в спиральных галактиках

Ключевые слова: ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ, ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА, ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА, ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ, ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

UDC 530.12+524.7

**GENERAL RELATIVITY AND GALACTIC  
METRICS**

Alexander Trunev  
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.  
*Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

It is shown that the metric of the galaxy should be universal, depending only on the fundamental constants. There are examples of universal metrics obtained in Einstein's theory of gravitation and Yang-Mills theory. The axial-symmetric solutions of Einstein's equations for a vacuum are applied to explain the rotation of matter in spiral galaxies

Keywords: SPACE-TIME GEOMETRY, YANG-MILLS THEORY, GENERAL RELATIVITY, BLACK MATTER, BLACK ENERGY

## **Введение**

Теория гравитации Эйнштейна /1-3/ широко используется в современной космологии, особенно, в связи с открытием ускоренного расширения Вселенной /4-5/.

Эйнштейн /2/ так определил принципы теории относительности: «Теория, как мне кажется сегодня, покоится на трех основных положениях, которые ни в какой степени не зависят друг от друга. Ниже они будут коротко сформулированы, а в дальнейшем освещены с некоторых сторон.

а) Принцип относительности: законы природы являются лишь высказываниями о пространственно-временных совпадениях; поэтому они находят свое естественное выражение в общековариантных уравнениях.

б) Принцип эквивалентности: инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что

симметричный «фундаментальный тензор» ( $g_{mn}$ ) определяет метрические свойства пространства, движение тел по инерции в нем, а также и действие гравитации. Описываемое фундаментальным тензором состояние пространства мы будем обозначать как «G-поле».

в) Принцип Маха: G-поле полностью определено массами тел. Масса и энергия, согласно следствиям специальной теории относительности, представляют собой одно и то же; формально энергия описывается симметричным тензором энергии; это означает, что G-поле обуславливается и определяется тензором энергии материи».

Здесь первые два положения – принцип относительности и принцип эквивалентности, видимо, являются универсальными, тогда как принцип Маха, очевидно, не может быть непосредственно реализован в построении геометрии. Действительно, если геометрия определяется массами тел, то чем тогда определяются сами массы? Этот вопрос в современной науке привел к открытию бозона Хиггса, от которого зависят массы всех других элементарных частиц. Механизм Хиггса, ведущий к возникновению массы, является весьма специфическим, поскольку связан со спонтанным нарушением симметрии /6-7/. Но симметрия это геометрическое свойство системы, поэтому принцип Маха в этом случае сводится к тавтологическому утверждению, что геометрия определяется геометрией. Другие механизмы генерации массы, основанные на результатах квантовой теории гравитации /8/ и теории Янга-Миллса /9-10/, приводят к аналогичному выводу.

Поэтому следует изменить принцип Маха таким образом, чтобы он соответствовал физическому содержанию не только теории гравитации Эйнштейна, но и любой другой теории /11/. Уравнения гравитационного поля Эйнштейна имеют вид /1/:

$$R_{mm} - \frac{1}{2} g_{mm} R = g_{mm} \Lambda + \frac{8pG}{c^4} T_{mm} \quad (1)$$

Здесь  $R_{mm}, g_{mm}, T_{mm}$  - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса;  $\Lambda, G, c$  - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно. Как известно, Эйнштейн предложил в 1912-1955 гг. несколько альтернативных теорий гравитации, среди которых теория (1) получила всеобщее признание, особенно в последнее время в связи с открытием ускоренного расширения Вселенной /4-5/.

Множество споров вызывала космологическая постоянная, введенная Эйнштейном в 1917 г в работе /1/ для объяснения существования статической Вселенной. Однако в 1922 г Фридман получил решение, описывающие нестационарную Вселенную, на основе уравнений общей теории относительности, предложенных Эйнштейном в 1915 г, в которых  $\Lambda = 0$ . В 1929 г Хаббл экспериментально обнаружил разбегание галактик и сформулировал закон, связывающий расстояние до галактик с красным смещением. Эти результаты явились подтверждением модели Фридмана, после чего Эйнштейн опубликовал статью /2/, в которой написал, что «При этих обстоятельствах следует задать вопрос, можно ли описать опытные факты; не вводя  $\Lambda$ -член, явно неудовлетворительный с теоретической точки зрения».

В настоящее же время, учитывая многочисленные данные, свидетельствующие об ускоренном расширении Вселенной, следует признать, что  $\Lambda$ -член является вполне удовлетворительным и, более того, единственным разумным объяснением наблюдаемого эффекта. Однако происхождение этого эффекта относится к одной из самых больших загадок современной физики /12-15/. Действительно, это слагаемое могло бы

возникнуть как следствие квантовых флуктуаций, но соответствующие оценки показывают, что существует огромное различие, составляющее 120 порядков между экспериментальной величиной  $\Lambda$  и предсказанием квантовой теории гравитации. Это различие можно несколько сократить, используя различные соображения /12/, но нельзя устранить.

Отмеченное огромное различие между фактами и теорией означает, что между геометрией микромира и геометрией в масштабе всей Вселенной нет никакой связи. Но тогда и принцип Маха, и следующее из него уравнение Эйнштейна (1) теряют свой смысл. Чтобы разрешить это противоречие, был сформулирован новый принцип, который, как нам представляется, управляет геометрией миров /11/.

***Принцип максимальной определенности:** Метрика пространства-времени зависит только от таких фундаментальных констант, которые определяются с максимально возможной точностью.*

Отметим, что в современной физике к таким константам относятся скорость света, постоянная Планка, постоянная тонкой структуры, масса электрона, масса протона и некоторые другие величины. Гравитационная постоянная и космологическая постоянная Эйнштейна имеют сравнительно низкую точность определения, поэтому они, видимо, не входят в число констант, от которых зависит метрика пространства-времени /16/. Вызывает большое сомнение, что геометрия пространства-времени может зависеть от констант, которые не могут быть измерены с высокой точностью.

Чтобы сохранить основную идею определения метрики в теории гравитации Эйнштейна и при этом удовлетворить принципу максимальной определенности, мы предположим, что уравнение Эйнштейна (1) распадается на два независимых уравнения:

$$\begin{aligned} R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R + I g_{mn} &= 0 \\ g_{mn} (\Lambda + I) + \frac{8pG}{c^4} T_{mn} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $I$  – некоторая функция, зависящая от фундаментальных констант доступных измерению с максимально возможной точностью. Отметим, что первым уравнением определяется метрика пространства-времени, а вторым уравнением задается распределение материи, которое соответствует этой метрике.

В модели (2) сохраняются все результаты, связанные с определением так называемых пространств Эйнштейна /17/, поскольку соответствующие метрики являются решением первого уравнения (2). Среди этих решений отметим метрику Шварцшильда /18/, которой определяется поле тяготения точечной массы в сферически-симметричном случае; метрику Фридмана — Леметра — Робертсона — Уокера (FLRW) /19/, описывающую расширение Вселенной в стандартной космологической модели; метрику аксиально-симметричных гравитационных полей /17, 20-22/.

При таком подходе отпадает необходимость строить гипотезы относительно распределения массы и энергии во Вселенной. Основой всех наблюдаемых феноменов является метрика, которой соответствует распределение массы и энергии, определяемое из второго уравнения (2). Метрика зависит только от фундаментальных констант, а распределение массы и энергии полностью определяется геометрией, что согласуется с механизмом возникновения массы и в стандартной модели, и в квантовой теории гравитации. Очевидно, что нет необходимости выводить этот механизм из каких-то других физических явлений, так как все эти явления уже отражены в метрике пространства-времени, которое является не только ареной всех событий, но и их причиной и следствием. Материя в модели (2)

является пассивной компонентой, наличие которой не является обязательным. Это можно сравнить с течением подкрашенной воды, в котором краска является пассивной компонентой, позволяющей осуществлять визуализацию движения, но не влияющей на само движение.

Главное же достоинство модели (2) заключается в том, что метрика пространства-времени может быть описана с любой требуемой точностью. Вопрос заключается в том, насколько подробной должна быть модель. Например, в нашей Вселенной, видимо, существует минимальный масштаб, которым определяется предел Грейзена-Кузьмина-Зацепина и максимальная энергия частиц в космических лучах /23-26/. Но тогда среди решений уравнений модели (2) должна быть метрика, отражающая наличие периодической решетки, лежащей в основе нашего мира.

Такого типа метрика, описывающая решетку с двумя периодами функции Вейерштрасса, была получена в нашей работе /9/ на основе сферически-симметричных решений в теории Янга-Миллса /10/. Рассмотрим центрально-симметричную метрику вида

$$\Psi = h_{ij} w^i w^j = -dt^2 + e^{2n} dr^2 + dq^2 + s^2(q) dj^2$$
$$\frac{d^2 s}{dq^2} = -ks \tag{3}$$

$$w^1 = dt, w^2 = e^n dr, w^3 = dq, w^4 = sdj$$

Здесь  $h_{ij} = h^{ij}$  - метрический тензор пространства Минковского сигнатуры  $(-+++)$ ,  $k = const$  - гауссова кривизна квадратичной формы  $dq^2 + s^2(q) dj^2$ , Функция  $n = n(r, t)$  определяется путем решения уравнений Янга-Миллса /10/. Среди всех решений уравнений Янга-Миллса, в случае метрики (3), есть такое, которое выражается через эллиптическую

функцию Вейерштрасса. В этом случае уравнения модели приводятся к виду /9/:

$$\begin{aligned}
 A_{tt} &= \frac{1}{2}(A^2 - k^2), \quad e^n = A_t, \quad t = t \pm r + t_0 \\
 A &= \sqrt[3]{12} \wp(t / \sqrt[3]{12}; g_2, g_3), \\
 b_{11} = -b_{22} &= \frac{1}{3}A - \frac{k}{6}, \quad b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6}A - \frac{k}{3}, \quad b_{12} = b_{21} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Здесь обозначено:  $g_2, g_3$  - инварианты функции Вейерштрасса, причем  $g_2 = k^2 \sqrt[3]{12}$ ;  $t_0$  - свободный параметр, связанный с выбором начал координат;  $b_{ij} + b_{ji} - 2(h^{ij} b_{ij})h_{ij} = T_{ij}$  - тензор энергии-импульса материи. Отметим, что в этих обозначениях уравнение Эйнштейна имеет вид

$$b_{ij} + b_{ji} + b h_{ij} = R_{ij}
 \tag{5}$$

$b = h^{ij} b_{ij}$ ;  $R_{ij}$  - тензор Риччи.

Интересно, что и среди решений уравнений Эйнштейна (1) существует метрика, зависимость которой от координат и времени определяется функцией Вейерштрасса. Эта метрика была получена в 1934 году как решение уравнений Эйнштейна для пустого пространства французским математиком Jean Delsarte /22/:

$$ds^2 = \frac{du^2 - dv^2 + \wp'(u; g_2, g_3)^2 dy^2 + \wp'(v; g_2, g_3)^2 dz^2}{(\wp(u; g_2, g_3) - \wp(v; g_2, g_3))^2}
 \tag{6}$$

Теория Эйнштейна и теория Янга-Миллса приводят к одинаковому представлению о структуре пространства-времени, согласно которому в одном масштабе пространство является решеткой, а в другом масштабе оно выглядит как плоское пространство с перегородкой в форме светового конуса

/11/. Параметры решетки связаны с фундаментальными константами, как это следует из уравнений (2).

В настоящей работе на основе аксиально-симметричных решений уравнений Эйнштейна для вакуума и модели (2) исследована метрика галактик. Получено общее выражение гравитационных полей во внутренней области, согласующееся с экспериментальными данными по скорости вращения полученной на основе сдвига линий СО и нейтрального водорода в 50 галактиках /27-28/. Развита численная модель, описывающая движение звезд в гравитационных полях галактик.

### Аксиально-симметрические поля

Гравитационные поля, обладающие осевой симметрией, рассматривались в работах Вейля /20/, Леви-Чевита /21/, Дельсарта /22/, Петрова /17/ и других. Метрический тензор таких полей в предположении их статичности может быть приведен к виду /17/:

$$\begin{aligned} g_{pq} &= e^{-m} \left[ -d_{pq} + (1 - e^{-n}) \frac{x^p x^q}{r^2} \right], \\ g_{13} &= g_{23} = g_{34} = g_{14} = g_{24} = 0, \\ g_{33} &= -e^{n-m}, g_{44} = e^m \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $p, q = 1, 2$ ;  $r = \sqrt{x^1{}^2 + x^2{}^2}$ ;  $m = m(r, x^3), n = n(r, x^3)$  - функции, удовлетворяющие уравнениям Эйнштейна. Легко видеть, что метрика (7) имеет в качестве предела при  $m, n \rightarrow 0$  метрику плоского пространства Минковского, что соответствует специальному выбору граничных условий далеко за пределами рассматриваемой системы. Этот выбор не является очевидным в случае галактик, которые, согласно современным представлениям, погружены не в пустое пространство Минковского, а в пространство наполненное темной материей и темной энергией /13-15, 29-30/.



Компоненты тензора Эйнштейна  $G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab}$  в метрике (7) имеют вид

$$\begin{aligned}
 G_{pq} &= e^{-m} \left( d_{pq} - \frac{x^p x^q}{r^2} \right) \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial x^3{}^2} \right) - \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\} + \\
 &\quad \left\{ -\frac{1}{2r} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 - \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\} \frac{x^p x^q}{r^2}, \\
 G_{34} &= G_{4p} = 0, \\
 G_{3p} &= \frac{x^p}{2r} \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial x^3} + \frac{\partial m}{\partial r} \frac{\partial m}{\partial x^3} \right), \\
 G_{33} &= \frac{1}{2r} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 - \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right], \\
 G_{44} &= e^{2m-n} \left\{ -\left( \frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{\partial^2 m}{\partial x^3{}^2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial x^3{}^2} \right) + \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

В частности для вакуума, полагая  $G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = 0$ , находим уравнения поля:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= \frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{\partial^2 m}{\partial x^3{}^2} = 0, \\
 w_2 &= \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{r}{2} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 - \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0, \\
 w_3 &= \frac{\partial n}{\partial x^3} - r \frac{\partial m}{\partial r} \frac{\partial m}{\partial x^3} = 0, \\
 w_4 &= \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial x^3{}^2} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Можно проверить, что не все уравнения (9) являются независимыми и что выполняются следующие два соотношения

$$w_4 \equiv \frac{\partial w_2}{\partial r} + \frac{\partial w_3}{\partial x^3} + r w_1 \frac{\partial m}{\partial r}, \quad r w_1 \frac{\partial m}{\partial x^3} \equiv \frac{\partial w_2}{\partial x^3} - \frac{\partial w_3}{\partial r} \tag{10}$$

Следовательно, можно в качестве системы уравнений для определения двух функций  $m = m(r, x^3), n = n(r, x^3)$  выбрать, например, первое и четвертое уравнения (9), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{\partial^2 m}{\partial x^{3^2}} = 0, \\ \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial x^{3^2}} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial m}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Разрешая систему уравнений (11) приходим к определению статических полей гравитации в случае наличия осевой симметрии. Решение задачи зависит от граничных условий, но не зависит от распределения обычной материи. Действительно, предположим, что решение зависит от распределения обычной материи. Тогда, практически для всех галактик потребуется до определить тензор энергии-импульса путем добавления вклада темной материи, чтобы согласовать наблюдаемые зависимости орбитальной скорости от расстояния /29-30/. Но, как известно, вклад темной материи не является малым, а является, скорее, определяющим, поэтому теряется сам смысл утверждения о том, что гравитационное поле зависит от распределения обычной материи.

С другой стороны, решение системы уравнений (11) зависит от граничных условий, которые можно сформулировать, например, на осях симметрии галактики и на удаленной границе. В результате находим гравитационный потенциал, не используя объемных источников. В этом случае роль темной материи играют граничные условия, которые можно определить путем измерений орбитальной скорости звезд в галактиках /27-28/.

Сила, действующая на частицу в статическом гравитационном поле, определяется в общем случае из выражения /31/

$$\mathbf{f} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2/c^2}} \left\{ -\nabla \ln \sqrt{g_{44}} + \frac{\sqrt{g_{44}}}{c} [\mathbf{v}\mathbf{g}] \right\} \quad (12)$$

Здесь  $m, \mathbf{v}$  - масса и вектор скорости частицы,  $g_a = -g_{4a} / g_{44}$  (все компоненты этого вектора равны нулю в случае метрики (7)).

Отметим, что в нерелятивистском пределе потенциал  $m = 2j / c^2$ , где  $j$  - гравитационный потенциал в теории гравитации Ньютона. Из второго уравнения (11) находим оценку  $n \sim m^2 = 4j^2 / c^4$ . В галактиках параметр орбитальной скорости и гравитационный потенциал связаны между собой, что позволяет оценить величину  $m = 2j / c^2 \sim 10^{-6}$ . В таком случае в первом приближении можно пренебречь малой величиной  $n \sim m^2 \sim 10^{-12}$ . В результате, как и в теории гравитации Ньютона, приходим к уравнению Лапласа для определения гравитационного потенциала.

Динамика отдельных тел моделируется в соответствии с теорией Ньютона с использованием выражения силы (12), что согласуется с гипотезой (2). Рассмотрим уравнение движения тела в гравитационном поле в нерелятивистском приближении, имеем

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla j \quad (13)$$

В метрике (7) условие равновесия тел на круговых орбитах имеет вид

$$\frac{\mathbf{v}^2}{r} = \frac{\partial j}{\partial r} \quad (14)$$

Отсюда находим зависимость потенциала от радиальной координаты

$$j(r) = \int_{r_0}^r \frac{\mathbf{v}^2}{r} dr + j_0 \quad (15)$$

Путем обработки данных для 50 галактик /27-28/ было установлено, что наилучшее соответствие со всей совокупностью данных получается в том случае, когда зависимость потенциала от радиальной координаты имеет вид

$$j(r,0) = -\frac{m}{r} + a \ln r + br^2 + kr + j_0 \quad (16)$$

Здесь  $a, b, k, m, j_0$  - некоторые константы, характеризующие распределение гравитационного потенциала во внутренней области галактики. На рис. 1 представлены результаты моделирования распределения гравитационных потенциалов в галактиках NGC 3495, NGC 3521, NGC 3628 на основе стандартной процедуры NonlinearModelFit системы Wolfram Mathematica 9 /32/ и данных /27-28/.

Из этих данных следует, что параметр  $m = 0$ , а параметр при квадратичном слагаемом в этих галактиках является отрицательным,  $b < 0$ . Следовательно, можно предположить, что гравитационный потенциал во внутренней области галактики имеет вид

$$j(r,z) = -\frac{m}{\sqrt{r^2 + z^2}} + a \ln r + b(r^2 - 2z^2) + kr + j_0 \quad (17)$$

Где  $z = x^3$ , а параметры  $a, b, k, m, j_0$  вычисляются по данным скорости вращения согласно приведенной выше процедуре.

На рис. 2 представлен гравитационный потенциал во внутренней области галактики NGC 1808, восстановленный по уравнению (17) на основе данных /27-28/. В этом случае в центре галактики, видимо, есть точечный источник.

Далее заметим, что при вычислении потенциала (17) не использованы никакие гипотезы о распределении материи в галактиках. Более того, потенциал точечной массы, логарифмический и квадратичный потенциалы в выражении (17) удовлетворяют уравнению Лапласа (11) и, следовательно, в этом приближении они являются решением уравнений Эйнштейна (1) для вакуума. И только линейное по радиальной координате слагаемое является решением первого уравнения (11) с ненулевой правой частью:

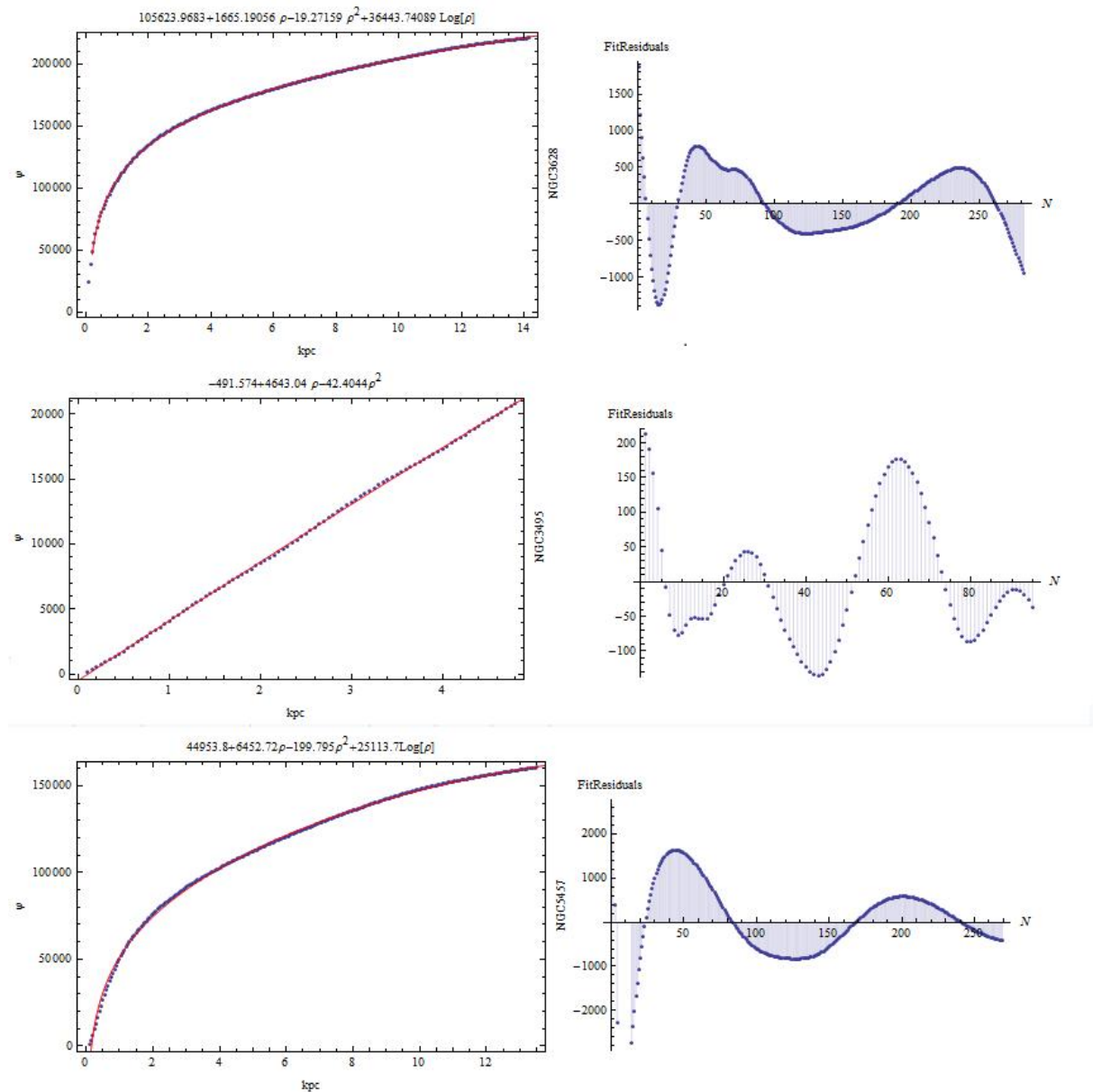


Рис. 1. Зависимость гравитационного потенциала от радиальной координаты в галактиках NGC 3628, NGC 3495, NGC 5457 по данным /27-28/: справа показаны отклонения от расчетной зависимости (16) для всех точек экспериментальных данных в используемых единицах гравитационного потенциала —  $\text{км}^2/\text{с}^2$ .

$$\frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{\partial^2 m}{\partial z^2} = \frac{l}{r} \quad (18)$$

В этом уравнении  $k = 2l$ , а правая часть возникает при решении первого уравнения (2) в метрике (7) при дополнительном условии

$$n - m = -\ln r \quad (19)$$

Мы, таким образом, показали, что обычная материя не дает никакого вклада в гравитационное поле галактик, а само гравитационное поле определяется метрикой пространства-времени, которая зависит от начальных и граничных условий, но не зависит от распределения обычной или темной материи, как это предполагается в работах /29-30/ и других.

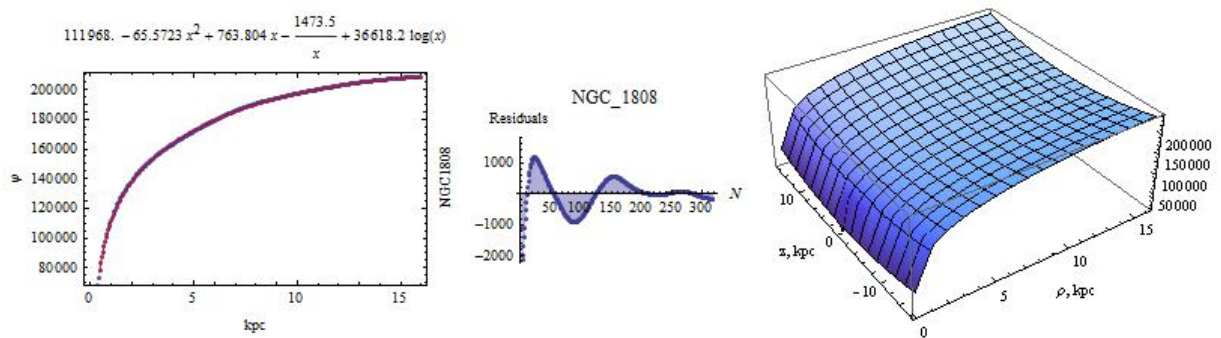


Рис. 2. Гравитационный потенциал (в  $\text{км}^2/\text{с}^2$ ) в галактике NGC 1808: слева представлен потенциал в плоскости симметрии вместе с данными /27-28/; справа потенциал во внутренней области, восстановленный по уравнению (17); в центре показаны отклонения от расчетной зависимости (16) для всех точек экспериментальных данных.

Отметим, что отклонение от расчетной зависимости на рис. 1 носит регулярный характер, что может быть описано решениями уравнения Лапласа, содержащими цилиндрические функции Бесселя. Однако и в этом случае не требуется никаких гипотез, касающихся распределения материи. С

другой стороны, используя вычисленные гравитационные потенциалы для каждой галактики, можно определить траектории звезд, а также установить тензор плотности энергии-импульса согласно второму уравнению (2).

В том случае, когда выражение (17) не позволяет описать гравитационное поле во внутренней области галактики, можно использовать следующее решение

$$j(r, z) = \frac{m}{\sqrt{r^2 + z^2}} + a \ln r + b(r^2 + z^2) + j_0 \quad (20)$$

Квадратичное по радиальной координате слагаемое в правой части (20) является решением первого уравнения (11) с ненулевой правой частью:

$$\frac{\partial^2 m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial m}{\partial r} + \frac{\partial^2 m}{\partial z^2} = l \quad (21)$$

В этом уравнении следует положить  $12b = l$ . Здесь правая часть возникает при решении первого уравнения (2) в метрике (7) при дополнительном условии

$$n - m = 0 \quad (22)$$

Последнее уравнение может выполняться только приближенно с учетом установленной выше оценки  $n \sim m^2 \sim 10^{-12}$ . В качестве примера применения потенциала вида (20) можно указать галактику NGC 1068 – рис. 3 и нашу Галактику — рис. 4.

В некоторых галактиках, таких как наша Галактика, среди слагаемых в правой части выражения (17) или (20) присутствует и потенциал точечной массы, расположенной в начале координат — рис. 2, 4. Потенциал этого типа также удовлетворяет уравнению Лапласа с нулевой правой частью. Поэтому само по себе наличие этого слагаемого не меняет выводов о том, что материя не вносит вклада в гравитационное поле в галактиках.

Как известно, в центре нашей Галактики находится точечный источник гравитационного поля, который обычно отождествляют с черной дырой /33/.

Это означает, что вблизи этого источника следует заменить метрику (7) на метрику Шварцшильда /18/ или другую подходящую метрику, описывающую гравитационное поле вблизи особенности типа точечного источника.

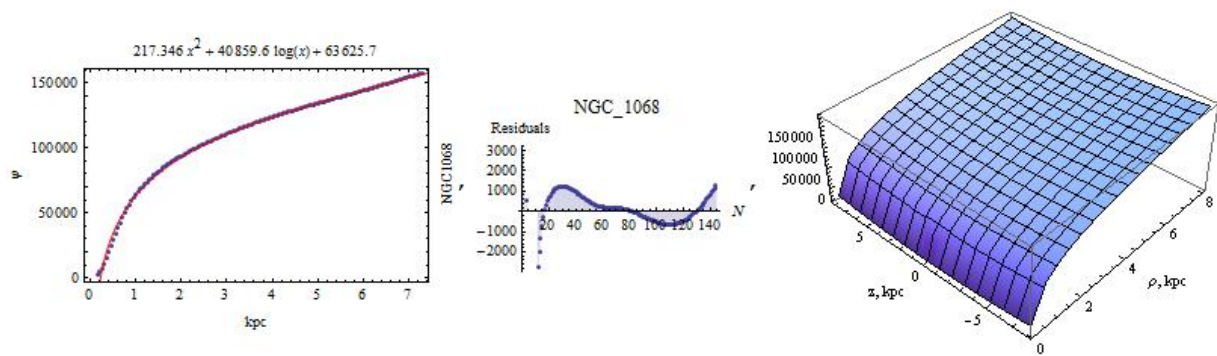


Рис. 3. Гравитационный потенциал галактики NGC 1068, вычисленный по уравнению (20) и данным /27-28/.

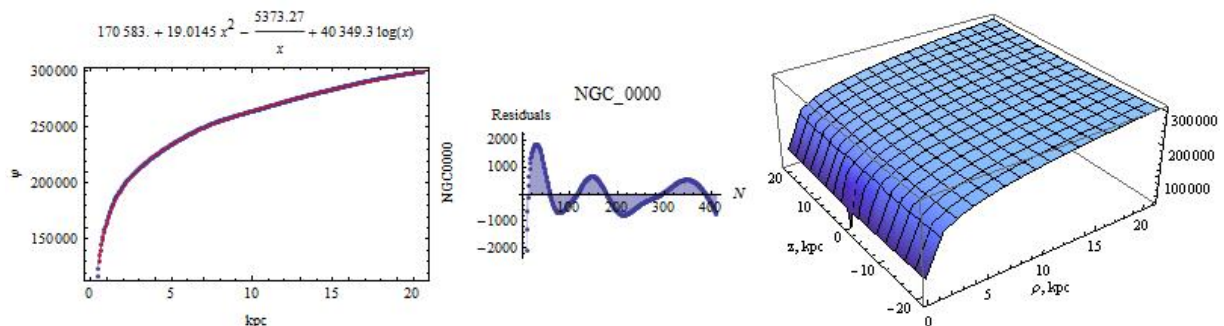


Рис. 4. Гравитационный потенциал нашей Галактики, вычисленный по уравнению (20) и данным /27-28/. В центре Галактики есть точечный источник гравитационного поля, который обычно отождествляют с черной дырой /33/.



### **Моделирование движения звезд в галактиках**

Для определения траекторий звезд в галактиках мы использовали уравнение (13) с потенциалом вида (17) или (20). Численная модель была создана на основе системы /32/. На рис. 5 приведены типичные формы потенциалов, рассчитанные по данным /27-28/ для галактик NGC 3198 и NGC 4736 вместе с фотографиями самих галактик. Эти данные использованы ниже для моделирования траекторий движения звезд в галактиках этого типа.

Отметим, что движение звезд вдоль оси симметрии в галактиках этого типа описывается уравнением гармонического осциллятора. Движение в плоскости симметрии зависит от начальной скорости, которую зададим равной 1, поделив все коэффициенты в правой части выражения (17) на первый коэффициент. Например, для данных на рис. 6, рассчитанных для галактики NGC 5457, единица скорости составляет 158.473 км/с.

Траектории вблизи центра галактики весьма чувствительны к возмущениям скорости вдоль оси симметрии. Так, при величине скорости составляющей всего 5% от 1, траектория заполняет цилиндрическую область высотой 1 кпс при расстоянии до центра 0.3 кпа – левый верхний фрагмент данных на фиг. 6. По мере увеличения расстояния до центра галактики траектории становятся все более прижатыми к плоскости симметрии, чем, видимо, объясняется характерная форма галактик. На большом удалении от центра траектория может иметь весьма сложный вид, однако существует такая величина начальной скорости вращения, что траектория будет близкой к круговой - правый средний фрагмент данных на фиг. 6.

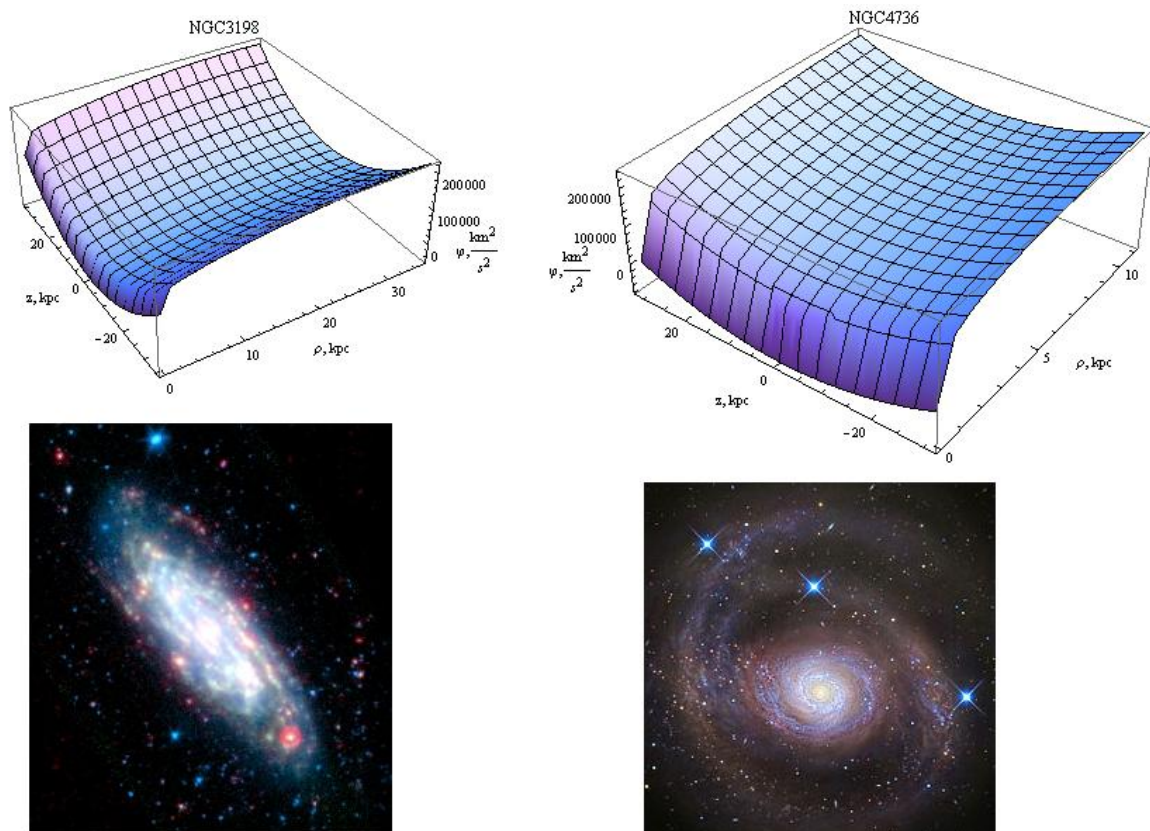


Рис. 5. Гравитационный потенциал галактик NGC 3198 и NGC 4736.

Траектории звезд в гравитационном поле с потенциалом типа (20), вычисленные для нашей Галактики, представлены на рис. 7. В этом случае траектории, лежащие вблизи центра Галактики, рассеиваются вдоль оси симметрии на порядок меньше, чем в галактике NGC 5457, в центре которой, видимо, нет черной дыры. При удалении от центра рассеяние возрастает и достигает 1 кпс на расстоянии около 5 кпс. Единица скорости в нашей Галактике составляет 200.871 км/с, что приблизительно соответствует орбитальной скорости Солнечной системы. При начальной скорости равной единице траектории на расстоянии от 1 до 20 кпс близки к круговым — средние фигуры на рис. 7. Однако если начальную скорость увеличить до 1.42

единицы, то траектории образуют своеобразные фигуры, представленные на рис. 7 справа.

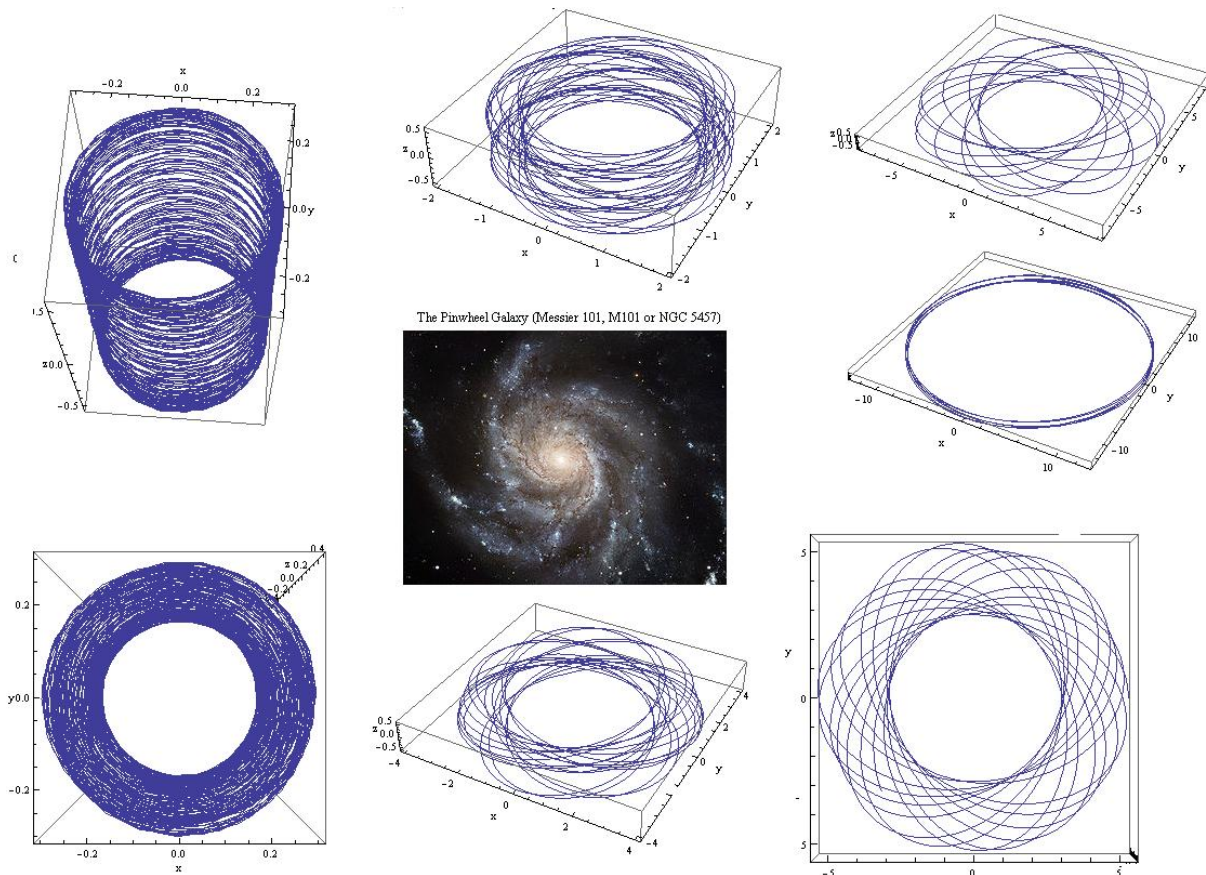


Рис. 6. Траектории звезд в галактике NGC 5457: левый верхний и нижний рисунки демонстрируют движение звезд вблизи центра галактики. Величина скорости вдоль оси симметрии во всех случаях составляет 5% от величины скорости в плоскости симметрии.

Наконец, заметим, что согласно модели (2) материя не оказывает влияния на метрику пространства-времени, но существует благодаря наличию особенностей метрики, к числу которых относятся и элементарные частицы /8-9, 16, 34-36/. Эйнштейн, Инфельд и Гоффман предложили теорию

/34/, в которой элементарные частицы заменялись особенностями метрики, что легло в основу геометродинамики /16, 35-36/ и квантовой теории гравитации /8-9/. Моделирование метрики элементарных частиц, по существу, не отличается от моделирования метрики галактик, но в этом случае в качестве модели используется система уравнений Янга-Миллса /9-10/ или методы квантовой теории гравитации /8, 16, 36/.

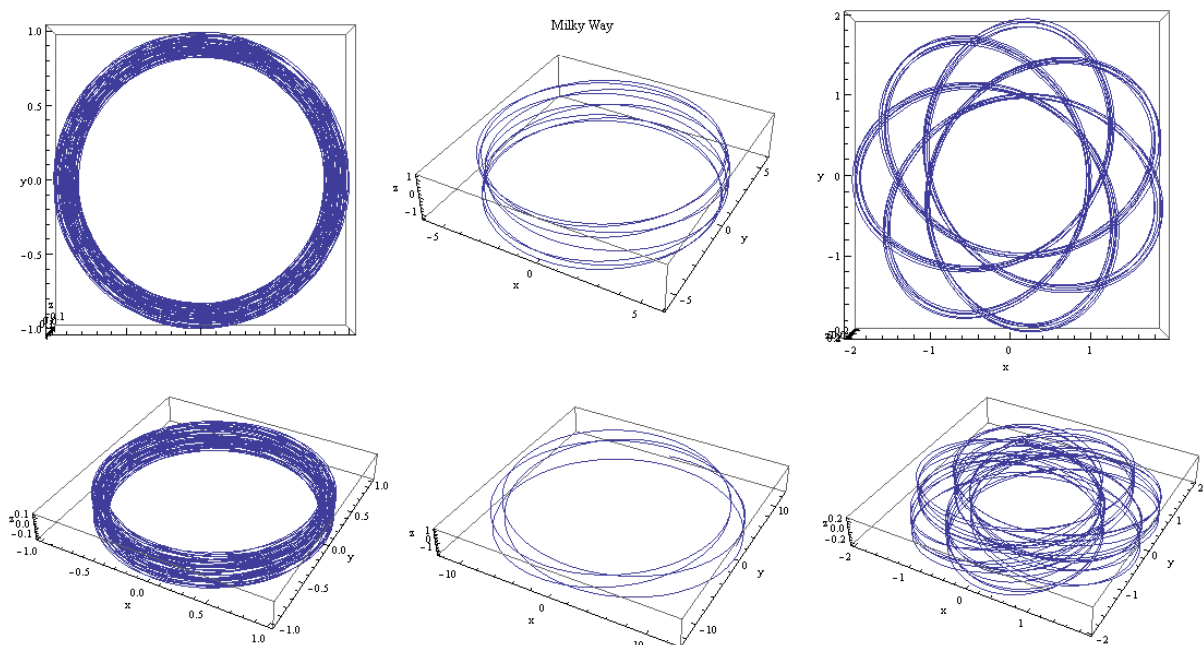


Рис. 7. Траектории звезд в нашей Галактике: левый верхний и нижний рисунки демонстрируют движение звезд вблизи центра галактики. Величина скорости вдоль оси симметрии во всех случаях составляет 5% от величины скорости в плоскости симметрии.

Согласно (17) и (20), в галактиках существует два типа особенностей — простой полюс и логарифмическая особенность. Поэтому следует рассматривать не только точечные источники типа черной дыры, но также

источники, распределенные вдоль оси симметрии, для которых нет никакого физического аналога, хотя с точки зрения модели (2) это просто решения уравнения Эйнштейна для вакуума в нерелятивистском приближении. Приведенные выше расчеты гравитационных полей согласуются с экспериментальными данными /27-28/ для 50 спиральных галактик. Следовательно, гравитационные потенциалы типа (17) или (20) соответствуют природе гравитации в галактическом масштабе.

Полученные результаты показывают, что метрика галактик с осевой симметрией типа (7) в нерелятивистском приближении соответствует гравитационным потенциалам вида (17) или (20), которые возрастают неограниченно с увеличением расстояния до центра системы. Очевидно, что этот рост может быть ограничен на большом расстоянии, где метрика (7) переходит, например, в метрику галактического кластера /37-38/. Однако моделирование этих переходов выходит за рамки настоящей работы.

#### **Библиографический список**

1. Einstein A. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 1. – М., Наука, 1965, с. 601.
2. Einstein A. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. Ann. Phys., 1918, 55, 241—244; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 1. – М., Наука, 1965, с. 613.
3. Einstein A. Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1931, 235—237; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966, с. 349.
4. Adam G. Riess *et al.* Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and Cosmological Constant// arXiv: astro-ph/ 9805201, 15 May, 1998.
5. George F R Ellis, Henk van Elst. Cosmological models//arXiv:gr-qc/9812046v5 2 Sep 2008.
6. P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields // Phys. Lett.. — 1964. — Vol. 12. — P. 132—133.
7. P. W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // Phys. Rev. Lett.. — 1964. — Vol. 13. — P. 508—509.
8. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model// arXiv:hep-th/0603022v2

9. Трунев А.П. Моделирование метрики адронов на основе уравнений Янга-Миллса // Научный журнал КубГАУ, 2012. – №10(084). С. 874 – 887.  
<http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf>
10. Krivonosov LN, Luk'yanov VA. The Full Decision of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics // Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2011, 4 (3), 350-362 (in Russian).
11. Alexander Trunev. On the metric of virtual worlds// Chaos and Correlation, November 23, 2013.
12. Zeldovich, Y. B. The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles// Soviet Physics Uspekhi vol. 11, 381-393, 1968.
13. F. J. Amaral Vieira. Conceptual Problems in Cosmology//arXiv:1110.5634v1 [physics.hist-ph] 25 Oct 2011
14. S.E. Rugh and H. Zinkernagel. The Quantum Vacuum and the Cosmological Constant Problem//Studies in History and Philosophy of Modern Physics, 33(4), 2002.
15. C.P. Burgess. The Cosmological Constant Problem: Why it's hard to get Dark Energy from Micro-physics//arXiv:1309.4133v1 [hep-th] 16 Sep 2013
16. John A Wheeler. Neutrinos, Gravitation, and Geometry/ In Rendiconti della Scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi." Corso XI, by L. A.Radicati. Bologna: Zanichelli, 1960, 67 – 196.
17. A.Z. Petrov. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
18. K. Schwarzschild. Uber das Gravitations-feld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 189–196 (1916); On the Gravitational Field of a Mass Point according to Einstein's Theory//arXiv:physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 May 1999.
19. George F R Ellis, Henk van Elst. Cosmological models (Cargèse lectures 1998)// <http://arxiv.org/pdf/gr-qc/9812046v5.pdf>
20. Weyl H., Zur Gravitationstheorie, Ann. Phys. 54, 1917; Weyl H., Bemerkung uber die axialsymmetrischen Losungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen, Ann. Phys. 59, 1919.
21. Levi-Civita T., ds<sup>2</sup> Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. dei Lincei 27, fasc. 7—8, Roma, 1918; ds<sup>2</sup> Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. Lincei 28, 1919;
22. Delsarte J. Sur les ds<sup>2</sup> d'Einstein a symetrie axiale. - Paris, 1934; Delsarte J. Sur les ds<sup>2</sup> binaires et le probleme d'Einstein, Journ Math. Pures Appl. 13, 19, 1934.
23. K. Greizen// Phys.Rev.Lett., 16, 748, 1966.
24. G. Zatsepin and V. Kuzmin// JETP Lett., 4,78, 1966.
25. J. Abraham et al. (Pierre Auger Collaboration), Phys.Lett., B685, 239 (2010), arXiv:1002.1975 [astro-ph.HE].
26. P. Sokolsky et al. (HiRes Collaboration), PoS, ICHEP2010, 444 (2010), arXiv:1010.2690 [astro-ph.HE]
27. Yoshiaki Sofue and Vera Rubin. Rotation Curves of Spiral Galaxies// Ann. Rev. Astron. Astrophys. 39 (2001) 137-174.
28. Sofue Y. 1999. Publ. Astron. Soc. Japan. 51:445// <http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/h-rot.htm>

29. Paolo Salucci, Mariafelicia De Laurentis. Dark Matter in galaxies: leads to its Nature//arXiv:1302.2268v2 [astro-ph.GA] 24 Feb 2013.
30. Paolo Salucci. Universal properties in galaxies and cored DM profiles// arXiv:1008.4344v1 [astro-ph.CO] 25 Aug 2010ю
31. L.D. Landau, E.M. Lifshitz (1971). The Classical Theory of Fields. Vol. 2 (3rd ed.). Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1.
32. Wolfram Mathematica 9, <http://www.wolfram.com/mathematica/>
33. Ghez A. M., Salim S., Weinberg N. N., Lu J. R., Do T., Dunn J. K., Matthews K., Morris M. R., Yelda S., Becklin E. E., Kremenek T., Milosavljevic M., Naiman J. Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits//The Astrophysical Journal, Volume 689, Issue 2, pp. 1044-1062.
34. Einstein A., Infeld L., Hoffmann B. Gravitational Equations and Problems of Motion // Ann. Math., 39,65-100, 1938.
35. C. Misner and J. Wheeler. Classical Physics as Geometry // Ann. of Phys., 2, No. 6, 525—603, 1957.
36. Wheeler, J. A. On the Nature of Quantum Geometrodynamics// Annals of Physics 2, No, 6 (Dec 1957): 604 – 614.
37. P. Szekeres. A class of inhomogeneous cosmological models//Comm. Math. Phys. Volume 41, Number 1 (1975), 55-64.
38. M. A. Troxel, Austin Peel, Mustapha Ishak. Effects of anisotropy on gravitational infall in galaxy clusters using an exact general relativistic model//arXiv:1311.5651 [astro-ph.CO]

### References

1. Einstein A. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152; Al'bert Jejsnshtejn. Sobranie nauchnyh trudov. T. 1. – M., Nauka, 1965, s. 601.
2. Einstein A. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. Ann. Phys., 1918, 55, 241—244; Al'bert Jejsnshtejn. Sobranie nauchnyh trudov. T. 1. – M., Nauka, 1965, s. 613.
3. Einstein A. Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1931, 235—237; Al'bert Jejsnshtejn. Sobranie nauchnyh trudov. T. 2. – M., Nauka, 1966, s. 349.
4. Adam G. Riess et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and Cosmological Constant// arXiv: astro-ph/ 9805201, 15 May, 1998.
5. George F R Ellis, Henk van Elst. Cosmological models//arXiv:gr-qc/9812046v5 2 Sep 2008.
6. P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields // Phys. Lett.. — 1964. — Vol. 12. — P. 132—133.
7. P. W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // Phys. Rev. Lett.. — 1964. — Vol. 13. — P. 508—509.
8. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model// arXiv:hep-th/0603022v2
9. Trunev A.P. Modelirovanie metriki adronov na osnove uravnenij Janga-Millsa // Nauchnyj zhurnal KubGAU, 2012. – №10(084). S. 874 – 887. <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf>

10. Krivonosov LN, Luk'yanov VA. The Full Decision of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics // Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2011, 4 (3), 350-362 (in Russian).
11. Alexander Trunev. On the metric of virtual worlds// Chaos and Correlation, November 23, 2013.
12. Zeldovich, Y. B. The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles// Soviet Physics Uspekhi vol. 11, 381-393, 1968.
13. F. J. Amaral Vieira. Conceptual Problems in Cosmology//arXiv:1110.5634v1 [physics.hist-ph] 25 Oct 2011
14. S.E. Rugh and H. Zinkernagel. The Quantum Vacuum and the Cosmological Constant Problem//Studies in History and Philosophy of Modern Physics, 33(4), 2002.
15. C.P. Burgess. The Cosmological Constant Problem: Why it's hard to get Dark Energy from Micro-physics//arXiv:1309.4133v1 [hep-th] 16 Sep 2013
16. John A Wheeler. Neutrinos, Gravitation, and Geometry/ In Rendiconti della Scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi." Corso XI, by L. A.Radicati. Bologna: Zanichelli, 1960, 67 – 196.
17. A.Z. Petrov. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
18. K. Schwarzschild. Uber das Gravitations-feld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 189–196 (1916); On the Gravitational Field of a Mass Point according to Einstein's Theory//arXiv:physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 May 1999.
19. George F R Ellis, Henk van Elst. Cosmological models (Cargèse lectures 1998)// <http://arxiv.org/pdf/gr-qc/9812046v5.pdf>
20. Weyl H., Zur Gravitationstheorie, Ann. Phys. 54, 1917; Weyl H., Bemerkung uber die axialsymmetrischen Losungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen, Ann. Phys. 59, 1919.
21. Levi-Sivita T., ds2 Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. dei Lincei 27, fasc. 7—8, Roma, 1918; ds2 Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. Lincei 28, 1919;
22. Delsarte J. Sur les ds2 d'Einstein a symetrie axiale. - Paris, 1934; Delsarte J. Sur les ds2 binaires et le probleme d'Einstein, Journ Math. Pures Appl. 13, 19, 1934.
23. K. Greizen// Phys.Rev.Lett., 16, 748, 1966.
24. G. Zatsepin and V. Kuzmin// JETP Lett., 4,78, 1966.
25. J. Abraham et al. (Pierre Auger Collaboration), Phys.Lett., B685, 239 (2010), arXiv:1002.1975 [astro-ph.HE].
26. P. Sokolsky et al. (HiRes Collaboration), PoS, ICHEP2010, 444 (2010), arXiv:1010.2690 [astro-ph.HE]
27. Yoshiaki Sofue and Vera Rubin. Rotation Curves of Spiral Galaxies// Ann. Rev. Astron. Astrophys. 39 (2001) 137-174.
28. Sofue Y. 1999. Publ. Astron. Soc. Japan. 51:445// <http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/h-rot.htm>
29. Paolo Salucci, Mariafelicia De Laurentis. Dark Matter in galaxies: leads to its Nature//arXiv:1302.2268v2 [astro-ph.GA] 24 Feb 2013.
30. Paolo Salucci. Universal properties in galaxies and cored DM profiles// arXiv:1008.4344v1 [astro-ph.CO] 25 Aug 2010ju
31. L.D. Landau, E.M. Lifshitz (1971). The Classical Theory of Fields. Vol. 2 (3rd ed.). Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1.



32. Wolfram Mathematica 9, <http://www.wolfram.com/mathematica/>
33. Ghez A. M., Salim S., Weinberg N. N., Lu J. R., Do T., Dunn J. K., Matthews K., Morris M. R., Yelda S., Becklin E. E., Kremenek T., Milosavljevic M., Naiman J. Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits//The Astrophysical Journal, Volume 689, Issue 2, pp. 1044-1062.
34. Einstein A., Infeld L., Hoffmann V. Gravitational Equations and Problems of Motion // Ann. Math., 39,65-100, 1938.
35. S. Misner and J. Wheeler. Classical Physics as Geometry // Ann. of Phys., 2, No. 6, 525—603, 1957.
36. Wheeler, J. A. On the Nature of Quantum Geometrodynamics// Annals of Physics 2, No, 6 (Dec 1957): 604 – 614.
37. P. Szekeres. A class of inhomogeneous cosmological models//Comm. Math. Phys. Volume 41, Number 1 (1975), 55-64.
38. M. A. Troxel, Austin Peel, Mustapha Ishak. Effects of anisotropy on gravitational infall in galaxy clusters using an exact general relativistic model//arXiv:1311.5651 [astro-ph.CO]