УДК 519.711.2:536.422.1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИСПАРЕНИЯ

Попов В. А. – д. т. н., профессор

Рындин А. Н. – аспирант

Всероссийский научно-исследовательский институт риса

В статье рассмотрены вопросы испарения с сельскохозяйственного поля. Приведены математические формулы для расчета испарения с открытой и затененной поверхности рисового чека, а также с поверхности грунтовых вод.

В последнее десятилетие внимание аграрной науки всего мира привлечено к проблеме "точного" (*precision*) земледелия. В основу точного земледелия положен симбиоз информационных технологий с сельским хозяйством, который открывает путь к существенному совершенствованию методов принятия решений в агрономии и мелиорации.

Одним из ключевых компонентов системы точного земледелия (СТЗ) является математическая модель управляемого объекта, на которой можно отработать определенные агротехнические приемы до применения их на практике. За рубежом такие математические модели широко распространены в рисоводческих хозяйствах [1]. К сожалению, наработки зарубежных ученых не могут быть применены к условиям зон рисосеяния России, т. к. не учитывается важный лимитирующий фактор – сезон дождей, наступающий ранней осенью. Игнорирование этого приводит к ведению уборки по сильно переувлажненной почве и к потере урожайности до 1,6–1,8 [2].

Для учета этого фактора необходимо ввести математическую модель, позволяющую смоделировать процесс сработки слоя и воды и дальнейшего понижения уровня грунтовых вод. Происходит это за счет следующего [3]:

1) испарение с открытой водной поверхности;
2) испарение с закрытой водной поверхности;
3) испарение с поверхности грунтовых вод.

Будем рассматривать испарения как диффузию пара в атмосферу, которую можно описать уравнением диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \qquad (1)$$

Диффузия пара не зависит от времени *t*:

$$D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0. \qquad (2)$$

Решением этого уравнения является стационарное распределение концентрации пара в заданной области при условии, что концентрация на границах (0; l) известна.

Физический процесс, отраженный математически в виде уравнения (2), в уравнениях математической физики называется задачей Дирихле. В одномерном случае, т. е. когда в соответствующей системе координат неизвестная функция C зависит только от одной из координат, ее решением является линейная функция $C = Ax + B$ (стационарное распределение), т. е.

$$C = \frac{C_l - C_o}{l}x + C_o \qquad (3)$$

при x=l;

$$C = C_l - C_o + C_o = C_l \qquad (4)$$

при x=0 $C = C_o$, что физически правдоподобно.

Уравнение (4) описывает стационарное распределение пара между плоскостями $x=0$ и $x=1$ при условии, что на границе $\Gamma_x=1$ какими-то силами поддерживается концентрация пара $C=C_1$. В естественных условиях этими силами является градиент упругости водяного пара (C_0-C_1), в связи с чем уравнение испарения с открытой водной поверхности получает вид (в обозначениях, характерных для гидрометеорологии):

$$E=D(E_1-e_0)t, \qquad (5)$$

где E_1 – упругость насыщения, мб;

e_0 – парциальное давление водяного пара в воздухе, Мб;

D – удельная всасывающая сила атмосферы [4], по данным ГГИ 0,14 $\frac{мм}{мб \cdot сутки}$.

Сила ветра способствует увеличению интенсивности испарения; по данным ГГИ, это влияние учитывает специальный коэффициент $B=1+aw$:

$$E=D(E_1-e_0)(1+aw)t. \qquad (6)$$

Рисовый чек во время вегетации можно рассматривать как зарастающий водоем, и для учета интенсивности испарения использовать уравнение

$$\frac{\partial C}{\partial t}=D(t)\frac{\partial^2 C}{\partial x^2},$$

в котором коэффициент D является переменной величиной, зависящей от времени t ($D=D(t)$).

Это уравнение можно привести к более простом виду, введя вместо независимой переменной t новую переменную τ:

$$Q=\int_0^t D(\tau)d\tau. \qquad (7)$$

Задача может быть упрощена, если учесть следующее:

1) в период созревания риса, т. е. в период, когда осуществляется

предуборочное осушение, индекс листовой поверхности (ИЛП, $м^2/м^2$) достигает максимума (6–8 в зависимости от сорта) и затем практически не изменяется;

2) в густом стеблестое при ИЛП>6 наблюдается т. н. ветровая тень, в связи с чем B=1;

3) густой стеблестой, препятствующий проникновению прямых солнечных лучей, снижает температуру воздуха в приземном слое.

Таким образом, в случае установления закономерности снижения температуры воздуха в приземном слое (стеблестое) по сравнению с открытой водной поверхностью

$$\gamma = \gamma(ИЛП), \qquad (8)$$

уравнение (6) принимает вид:

$$E = D(\gamma E_1 - E_0) \equiv D(E_2 - e_0), \qquad (9)$$

где γ – коэффициент, учитывающий влияние температуры воздуха на величину упругости насыщенного пара над поверхностью воды;

E_2 – упругость насыщения при конкретной температуре воздуха в стеблестое.

Последний этап осушения – это испарение с поверхности грунтовых вод. Физическая модель этого испарения приведена на рисунке.

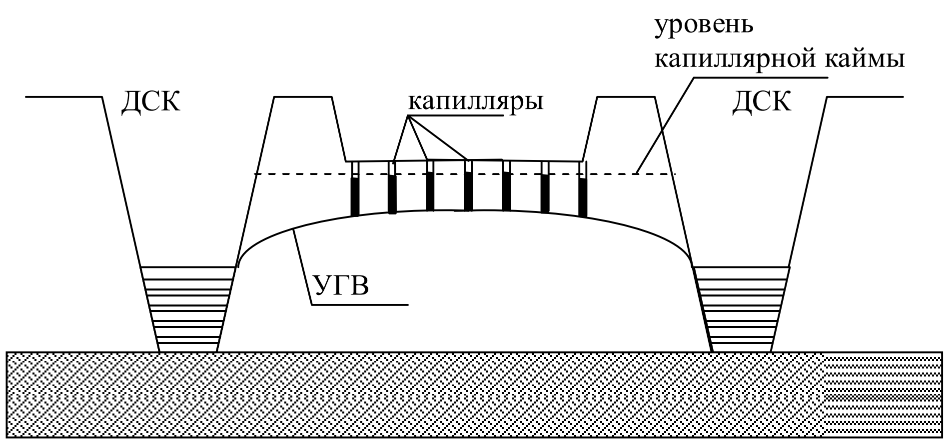

Рисунок – Физическая модель испарения с поверхности понижающихся грунтовых вод

Функцию испарения с поверхности грунтовых вод ($E_{угв}$) можно представить следующим уравнением в общем виде:

$$E_{угв} = f(E;\mu), \qquad (10)$$

где E – испаряемость с открытой водной поверхности;

μ – доля пор капилляров в единице поверхности почвы.

После поверхностного осушения рисового поля влажность почвы равна полной влагоемкости (ПВ), при которой все поры почвы заняты водой (100 %); при снижении УГВ до максимальной капиллярной каймы – наименьшей влагоемкости (НВ). В этом случае количество выходящих на дневную поверхность пор, занятых водой, снижается со 100 до 80–85 % ПВ.

Поскольку испарение жидкости с устьев капилляров и пор подчиняется тем же законам термодинамики и молекулярной физики, что и с больших водоемов, уравнение испарения можно записать в следующем виде:

$$E_{угв} = 0{,}14(E_1 - e_0)(1 + aw)\mu .$$

Вывод формулы для определения средней продолжительности понижения уровня грунтовых вод за счет испарения воды с их поверхности до заданной глубины h_n осуществим на основе следующих предпосылок.

Вода над поверхностью грунтовых вод находится в капиллярах, общая площадь поверхности $F_{гр}$ которых на единице площади составляет

$$F_{гр} = \frac{1}{\mu_n}, \qquad (11)$$

где μ_n – пористость почвы. В гумусовых пахотных горизонтах глинистых и суглинистых почв она составляет в среднем 20 % от общего объема почвы, в подпахотных горизонтах тех же почв – 45 % [5].

В заданном слое почвы h_n (h_n – безопасная глубина, при которой уборочная техника работает почти без колеи и с наибольшей производительностью; $h_n = 0{,}6\,м$) объем воды $W_в$ составляет на единицу площади

$$W_в = 1 \cdot \mu_n h_n \,. \qquad (12)$$

Отсюда средняя продолжительность понижения УГВ до глубины h_n:

$$t_{cp} = \frac{\mu_n h_n}{E} = \frac{\mu_n h_n}{0{,}14(E_1 - e_0)(1 + am)\mu} \,. \qquad (13)$$

Построение полной математической модели позволяет спрогнозировать время понижения грунтовых вод до заданного уровня, что в свою очередь дает возможность заранее спланировать уборку риса и провести ее в сжатые сроки.

Список литературы

1. Bouman, B. A. M. ORYZA 2000: modeling lowland rice / B. A. M. Bouman, M. J. Kropff, T. P. Tuong, [etc.]. – Los Banos : IRRI, 2001. – 235 pp.
2. Попов, В. А. Эколого-биологические аспекты программирования урожаев / В. А. Попов // Вестник РАСХН. – 2005. – № 2. – С. 26–28.
3. Miyazaki, Tsuyoshi Water Flow in Soils / Ts. Miyazaki. – Marcel Dekker, 1993. – 312 pp.
4. Попов, В. А. Физика и математическая модель транспирации / В. А. Попов, Л. Д. Квасинин // Рисоводство. – 2002. – № 2. – С. 85–88.
5. Растворова, О. Г. Физика почв / О. Г. Растворова. – Л. : ЛГУ, 1983. – 191 с.