

## **КВАЗИСТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСТЬЮ**

Аршинов Г. А. – к. ф.-м. н.

*Кубанский государственный аграрный университет*

Исследуется релаксация напряжений вблизи осесимметричных полостей различной конфигурации. Учитывается нелинейная ползучесть вмещающего массива каменной соли.

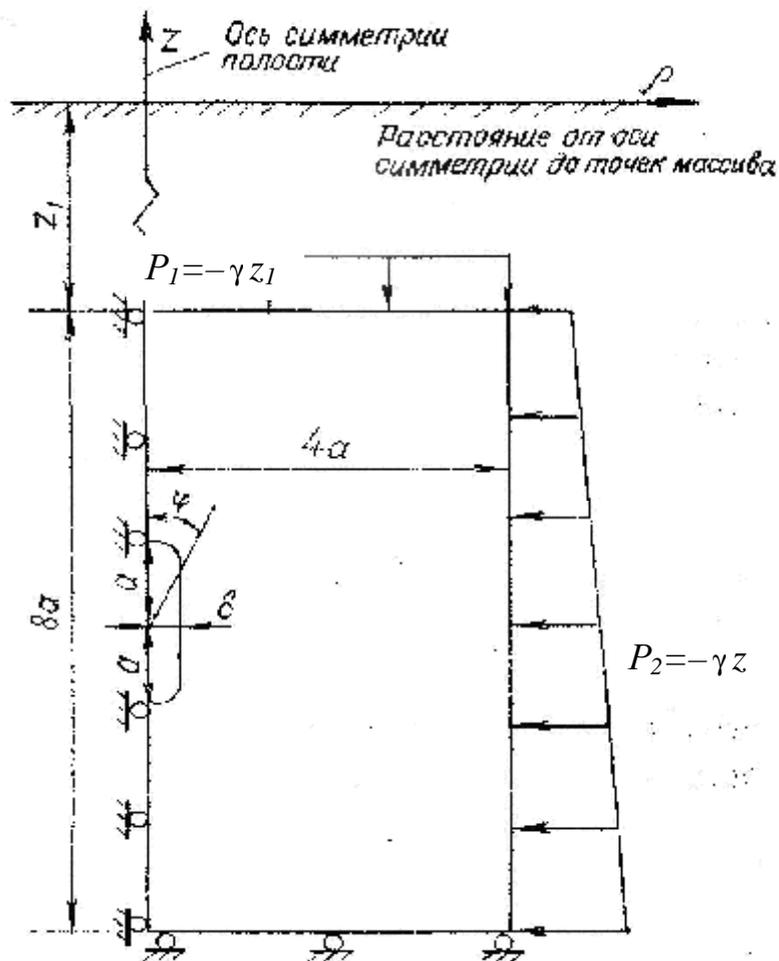
Расчетная модель строилась из предположения, что осесимметричная полость глубокого заложения образована в однородном изотропном весомом массиве, невозмущенное напряженное состояние которого определяется гидростатическим, линейно зависящим от глубины сжимающим полем напряжений и не испытывает влияния полости при удалении от последней на четыре ее характерных размера.

На горизонтальной границе внешнего контура области, определенной четырьмя характерными размерами полости, действует равномерно распределенная нагрузка  $P_1 = -\gamma z_1$ , соответствующая давлению массива на глубине  $z_1$ , а на вертикальной – распределенная нагрузка  $P_2 = -\gamma z$ . Нижняя горизонтальная граница не перемещается в вертикальном направлении (рис. 1). Выделенная область массива аппроксимируется сеткой треугольных конечных элементов, представляющих собой сечение меридиональной плоскостью кольцевых треугольных элементов, с помощью которых моделируется массив с полостью.

Уравнения, связывающие напряжения и деформации, были приняты в виде

$$E\varepsilon_{ij}(t) = \sigma_{ij}(t) + \nu[\sigma_{ij}(t) - 3\delta_{ij}\sigma(t)] + \frac{E}{2G} \int_0^t D\tau^{-\alpha} \sigma_{ij}^2(\tau) [\sigma_{ij}(\tau) - \delta_{ij}\sigma(\tau)] d\tau \quad (1)$$

с параметрами  $E = 299 \times 10^3 \text{ кг/см}^2$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\alpha = 0,73$ ;  $D = 6 \times 10^{-6} (\text{кг/см}^2)^{-2} \text{ч}^{\alpha-1}$  (объемный вес галита  $\gamma = 2,16 \times 10^{-3} \text{ кг/см}^3$ ) [1].



**Рисунок 1 – Схема к расчету осесимметричной полости, заключенной в массиве каменной соли**

Промежуток времени  $[0, t]$  делится на некоторое число интервалов  $[t_k, t_{k+1}]$  таким образом, чтобы с заданной степенью точности приращение

деформации ползучести в каждом из них определялось напряжениями, достигнутыми к моменту времени  $t = t_k$  ( $k=1, 2, \dots, L$ ), т.е. в каждом промежутке  $[t_k, t_{k+1}]$  можно положить

$$\sigma_k = const. \quad (2)$$

Согласно (1) приращения деформации ползучести за  $k$ -й интервал

$$\Delta \epsilon_{ij}^{KB} = \frac{D(t_{k+1}^{1-\alpha} - t_k^{1-\alpha})}{2G(1-\alpha)} \sigma_u^2(t_k) [\sigma_{ij}(t_k) - \delta_{ij} \sigma(t_k)].$$

Вышеприведенные выражения принимаются за начальные деформации  $\Delta \epsilon_u^K$  и решается система линейных алгебраических уравнений относительно приращений узловых перемещений  $K \Delta v_k = \Delta Q_k$ , где  $K$  – матрица жесткости системы конечных элементов, а  $\Delta Q_k$  – вектор начальной узловой нагрузки.

По найденным из  $\Delta v_k$  вычисляется полное приращение деформаций  $\Delta \epsilon_k$  в  $e$ -м конечном элементе, а затем и приращение упругой составляющей  $\Delta \epsilon_y^K = \Delta \epsilon_k - \Delta \epsilon_g^K$ . В соответствии с законом Гука в каждом элементе определяется приращение напряжений  $\Delta \sigma_k$ , вызванное приращением деформаций ползучести  $\Delta \epsilon_g^K$  за время  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ . Сумма  $\sigma_k$  и  $\Delta \sigma_k$  дает новое поле напряжений, по которому вычисляется приращение вязких деформаций в очередном временном интервале  $[t_{k+1}, t_{k+2}]$ . Шаговая процедура по времени заканчивается, как только поле напряжений стабилизируется.

Изложенный алгоритм реализован в комплексе программ, с помощью которых рассчитывалось напряженное и деформированное состояние мгновенно образованных равнообъемных, свободных от нагрузки осесимметричных полостей различных форм: шаровой, эллипсоидальной, цилиндрической с шаровыми торцами и цилиндрической с шаровой потолочной и плоским основанием.

Центры рассматриваемых хранилищ располагались на глубине  $H=1000$  м, а отношение характерных размеров  $b/a$  для эллипсоидальных конфигураций составляло 0,4, для цилиндрических – 0,2 и 0,4 соответственно. Конечно-элементная аппроксимация состояла из 240 кольцевых конечных элементов треугольного поперечного сечения и 147 узловых окружностей.

Рассмотрим полученные результаты. На рисунках 2–5 приведены расчетные эпюры напряжений вблизи поверхности (0,8–1,5 м от нее), емкостей в зависимости от времени  $t$  и угла  $\varphi$  (рис. 1).

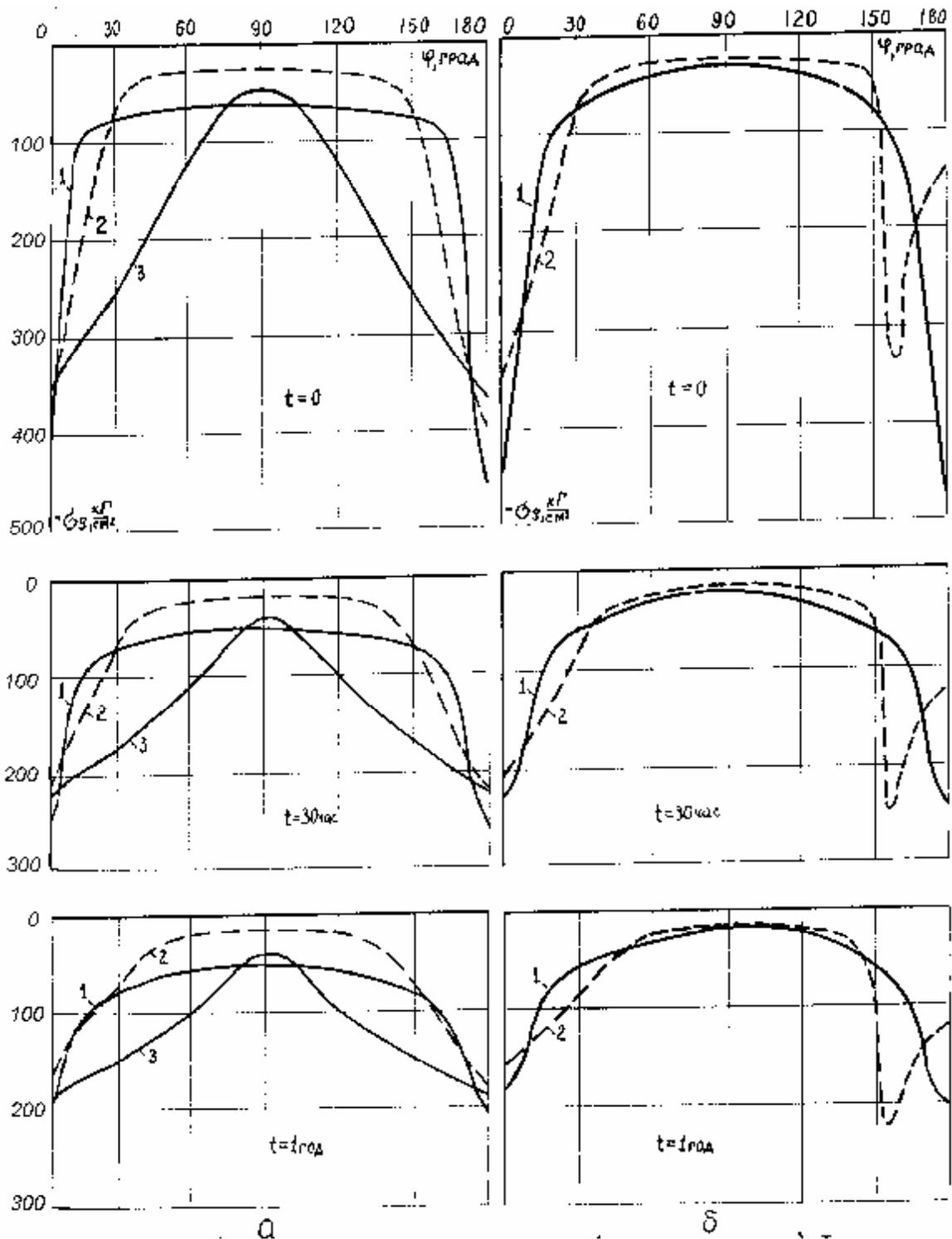


Рисунок 2 – Релаксация компоненты  $\sigma_p$  вблизи полости:

- а) 1 - цилиндрической с шаровыми торцами ( $v/a = 0,2$ );  
 2 - той же геометрии ( $v/a = 0,5$ );  
 3 - шаровой;
- б) 1 - эллипсоидальной ( $v/a = 0,4$ );  
 2 - цилиндрической с шаровой потолочиной и плоским основанием ( $v/a = 0,4$ )

Из рисунков 2–5 следует, что геометрия полостей-газохранилищ в наибольшей степени влияет на упругое распределение напряжений, которое можно рассматривать как начальное для момента времени  $t=0$ . Все эпюры напряжений, соответствующие этому моменту, существенно отличаются друг от друга, особенно в областях интенсивного изменения напряжений. При  $t>0$  разворачивается процесс нелинейной ползучести в окрестности полости, вызывающей релаксацию напряжений. Последняя интенсивна в первые часы после образования полости. Значительные изменения поля напряжений приурочены к местам их максимальной концентрации ( $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$ ), сглаживаемой за счет релаксации.

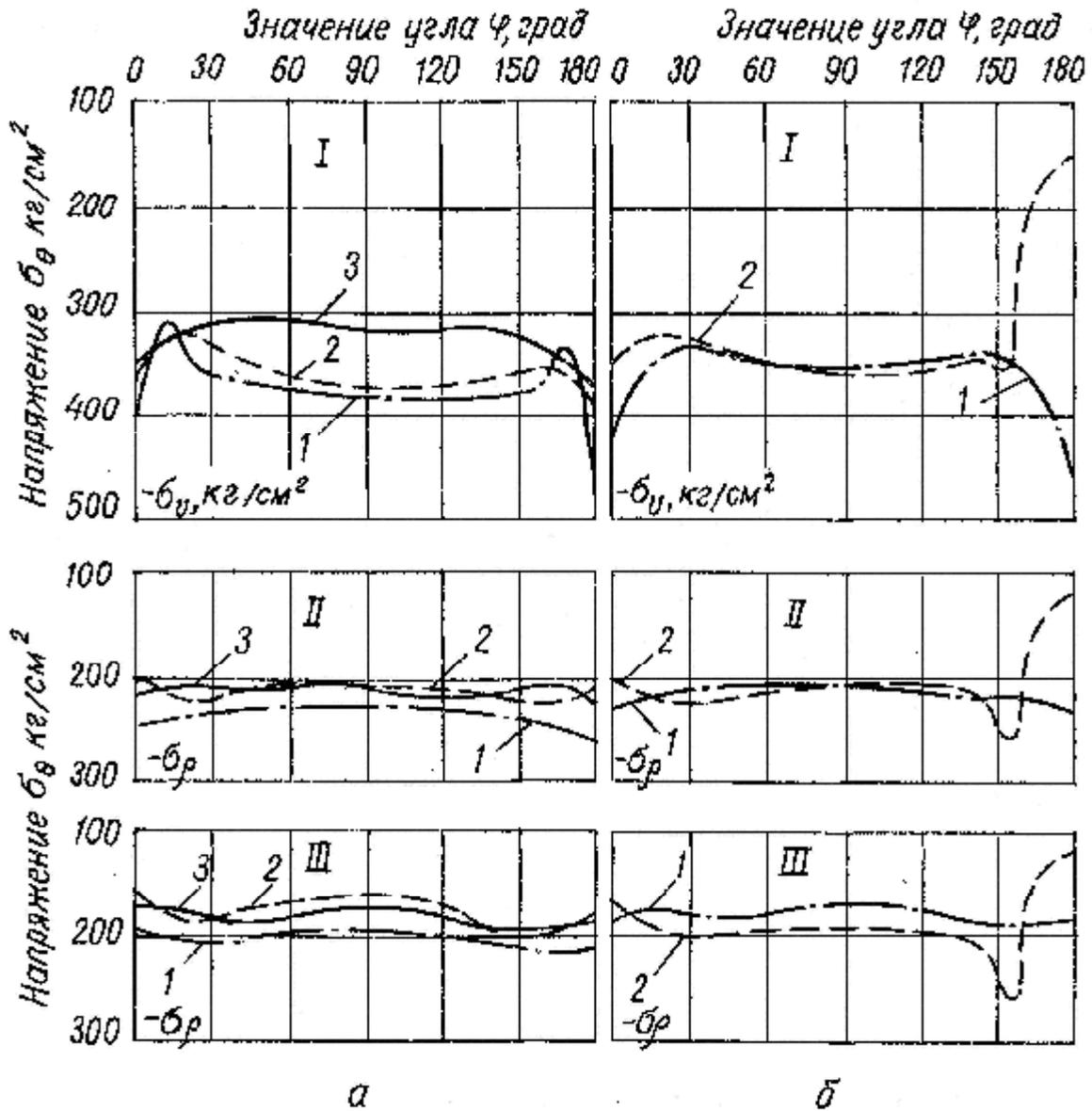


Рисунок 3 – Релаксация компоненты  $\sigma_\theta$  вблизи полости:

- а) 1 - цилиндрической с шаровыми торцами ( $v/a = 0,2$ );  
 2 - той же геометрии ( $v/a = 0,4$ );  
 3 - шаровой;
- б) 1 - эллипсоидальной ( $v/a = 0,4$ );  
 2 - цилиндрической с шаровой потолочиной и плоским основанием ( $v/a = 0,4$ )

Так, к 30 ч компонента  $\sigma_\rho$  в точках пересечения оси  $Oz$  с эллипсоидальной и комбинированной цилиндрической полостями уменьшается в 2

раза, с шаровой – в 1,7 раза. На участках менее интенсивной концентрации напряжений релаксация выражена слабее.

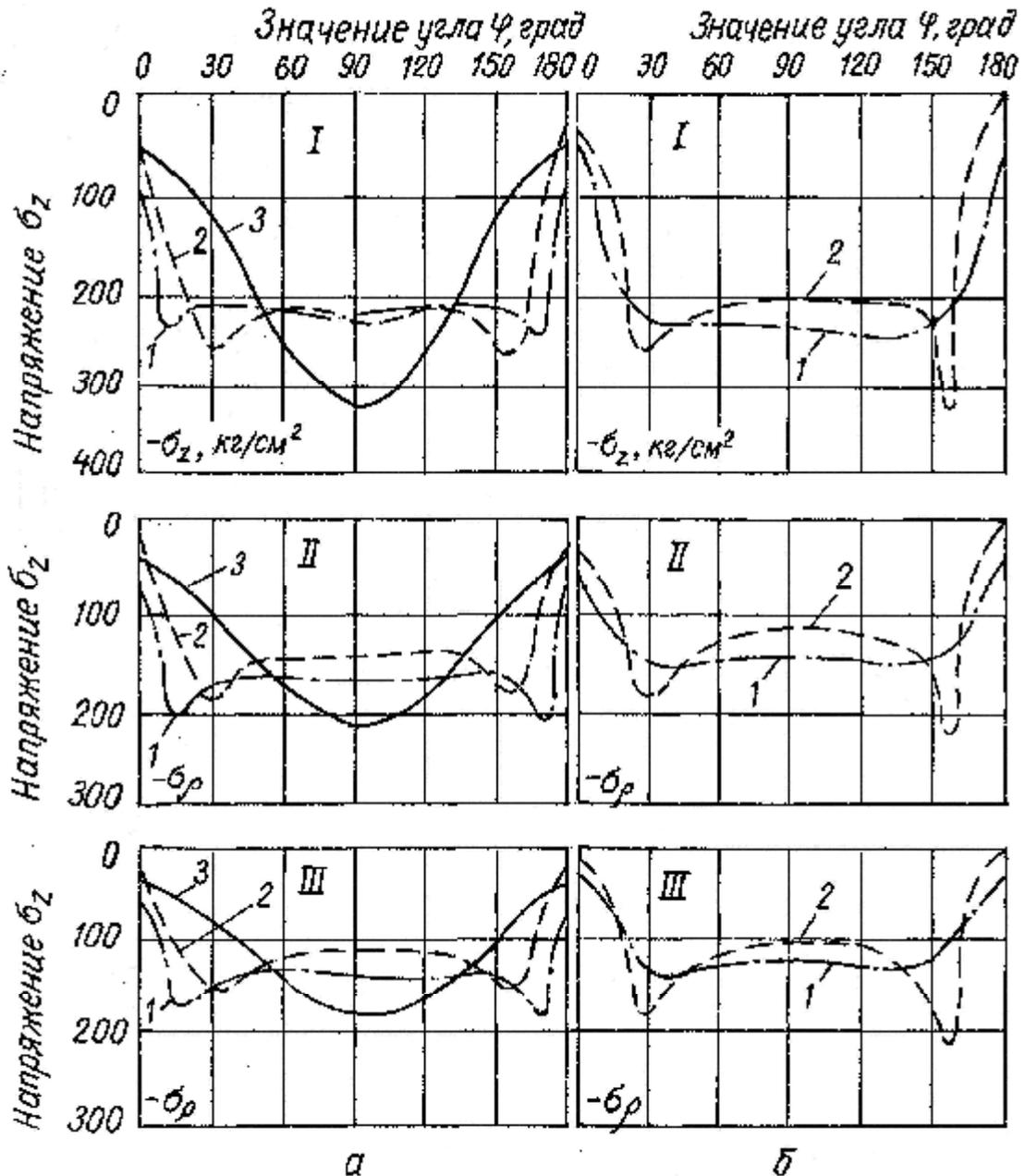


Рисунок 4 – Релаксация компоненты  $\sigma_z$  вблизи полости:

- а) 1- цилиндрической с шаровыми торцами ( $v/a = 0,2$ );
- 2 - той же геометрии ( $v/a = 0,4$ );
- 3 - шаровой;
- б) 1 - эллипсоидальной ( $v/a = 0,4$ );
- 2 - цилиндрической с шаровой потолочиной и плоским основанием ( $v/a = 0,4$ )

Аналогичная картина наблюдается и для компонент  $\sigma_z$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_{pz}$ , так как процессы ползучести и релаксации органично взаимосвязаны.

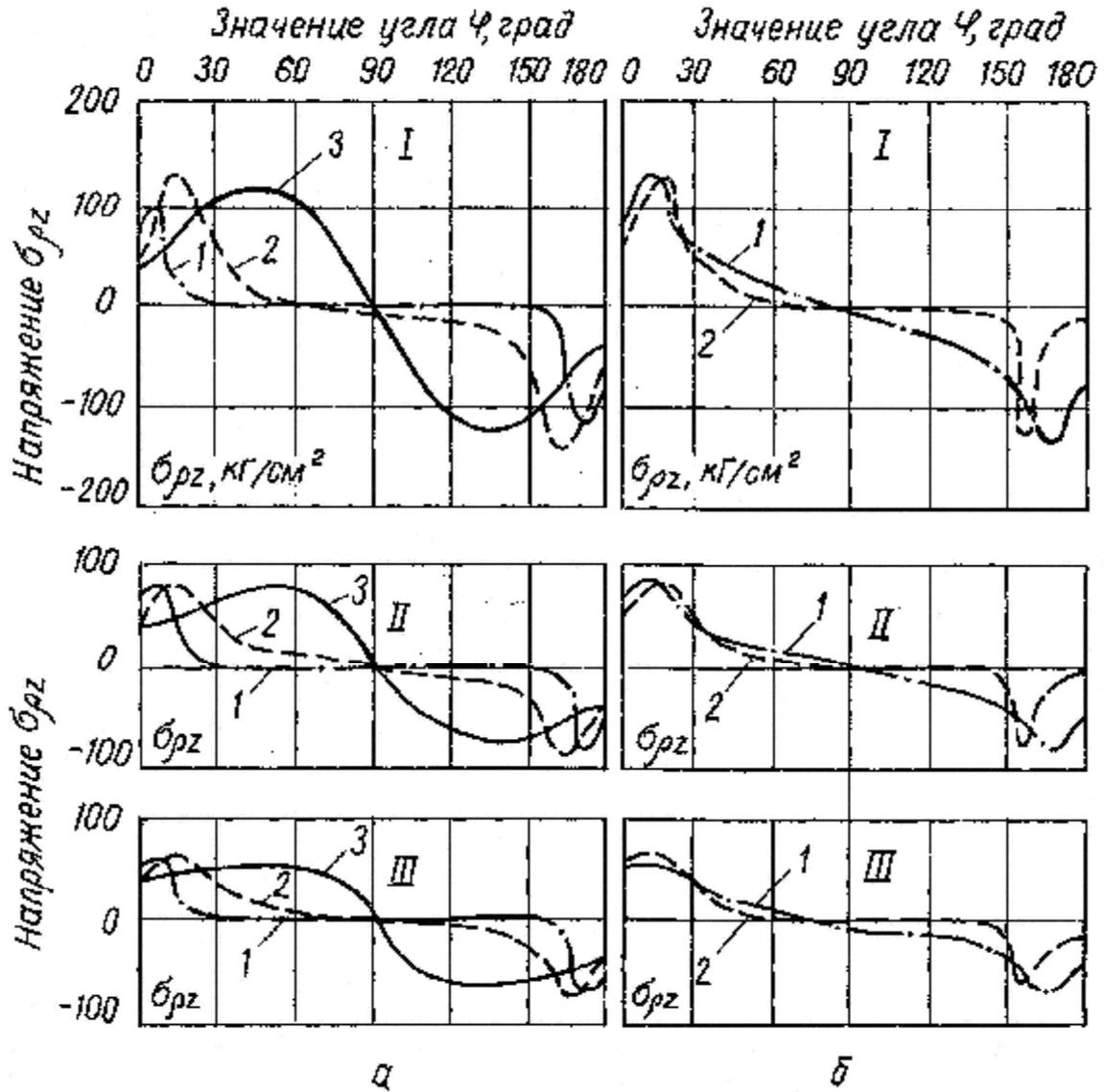


Рисунок 5 – Релаксация компоненты  $\sigma_{pz}$  вблизи полости:

- а) 1 - цилиндрической с шаровыми торцами ( $v/a = 0,2$ );
- 2 - той же геометрии ( $v/a = 0,4$ );
- 3 - шаровой;
- б) 1 - эллипсоидальной ( $v/a = 0,4$ );
- 2 - цилиндрической с шаровой потолочиной и плоским основанием ( $v/a = 0,4$ )

Ползучесть, описываемая соотношениями (1), и вызываемая ею релаксация напряжений носят затухающий характер. В первые 30 ч после образования полости деформации наиболее интенсивны, и в этом временном интервале происходят значительные изменения поля напряжений вблизи полостей.

По истечении 30 ч ползучесть среды ослабевает, вызывая незначительное перераспределение напряжений. Достаточно отметить, что в промежутке времени от 30 ч до года значение напряжений  $\sigma_p$  в вершинах эллипсоидальной полости уменьшилось приблизительно в 1,2 раза, тогда как в течение первых 30 ч – в 2 раза. Подобным образом ведут себя и остальные компоненты тензора напряжений. После годовичного промежутка времени ползучесть массива практически прекращается и напряженное состояние стабилизируется.

Далее обратимся к анализу распределения перемещений, вызванных деформированием массива каменной соли. На рисунках 6–8 приведены расчетные эпюры дополнительных перемещений точек поверхности полости, фиксируемых углом  $\varphi$  (рис. 1), которые соответствуют начальному ( $t=0$ ) и конечному ( $t=1$  год) моментам времени.

Перемещения, вызванные ползучестью среды, значительно превосходят соответствующие им упругие перемещения. Так, например, по истечении года максимальные перемещения ( $\varphi = 0^\circ, \varphi = 90^\circ, \varphi = 180^\circ$ ) превышают упругие ( $t=0$ ) приблизительно в 5 раз в случае шаровой конфигурации; в 4–7 раз – цилиндрической с шаровыми торцами ( $b/a = 0,2$  и  $b/a = 0,4$ ) и эллипсоидальной ( $b/a = 0,4$ ); в 4–6 раз – цилиндрической с шаровой потолочной и плоским основанием конфигураций полостей.

Аналогично распределению напряжений наибольшие градиенты перемещений наблюдаются в области потолочины и оснований хранилищ,

причем более интенсивно меняется вертикальная составляющая вектора перемещений  $V$ .

Максимальные смещения приурочены к вершинам ( $\varphi = 0,180^\circ$ ) и экваториальной окружности ( $\varphi = 90^\circ$ ). Сравнение максимальных вертикальных ( $\varphi = 0,180^\circ$ ) и горизонтальных ( $\varphi = 90^\circ$ ) начальных ( $t=0$ ) перемещений показало, что первые значительно меньше вторых для всех полостей, исключая шаровую и цилиндрическую с шаровой потолочиной и плоским основанием. В процессе ползучести это различие стирается: максимальные значения компонент  $U$ ,  $V$  приблизительно становятся равными. Таким образом, ползучесть массива каменной соли сглаживает влияние особенностей геометрии хранилища на перемещение точек его поверхности, что вполне согласуется с характером изменения эпюр напряжений в процессе релаксации. Сопоставление упругих деформаций с вязкими и максимальных значений перемещений точек поверхности полости с ее исходными размерами показало, что для данного типа вязкоупругой среды характерны малые деформации, практически не изменяющие начальные размеры, а следовательно, и объемы хранилищ.

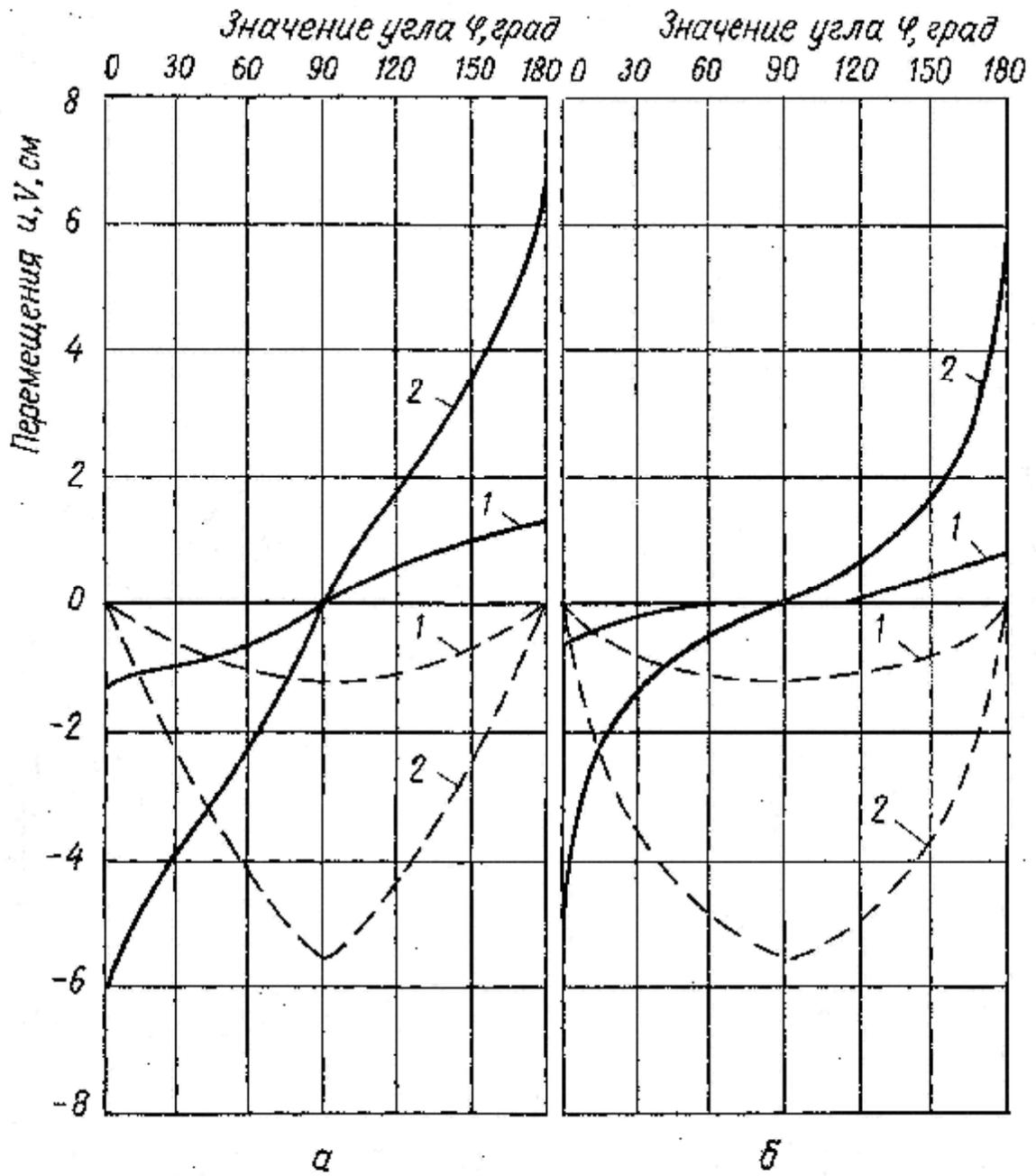


Рисунок 6 – Компоненты перемещений точек поверхности полости: а) - шаровой; б) – эллипсоидальной ( $v/a = 0,4$ )

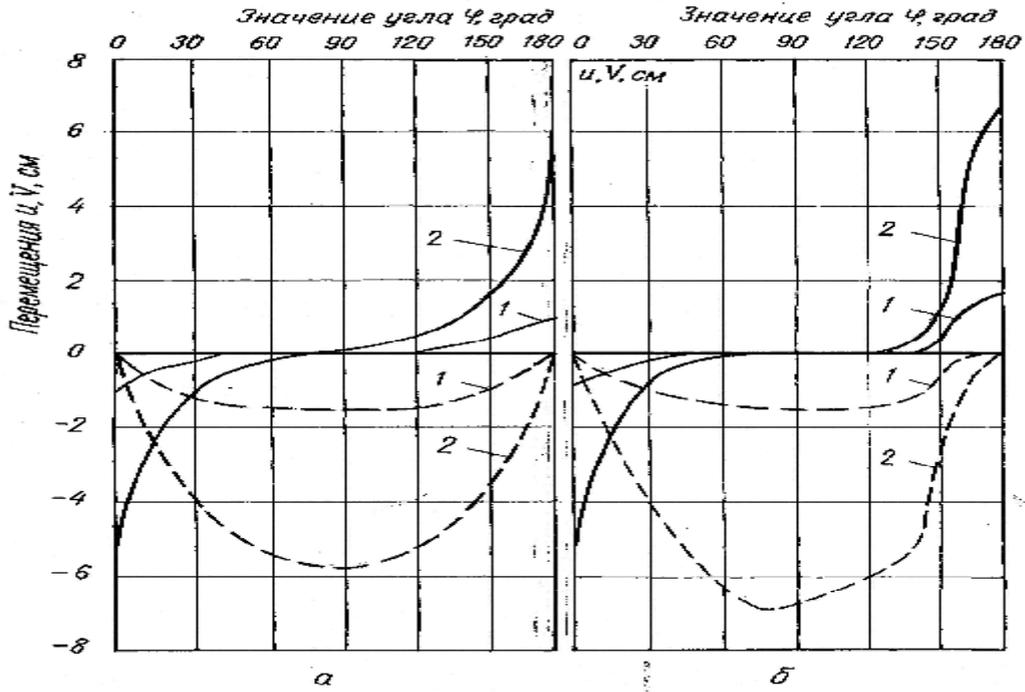
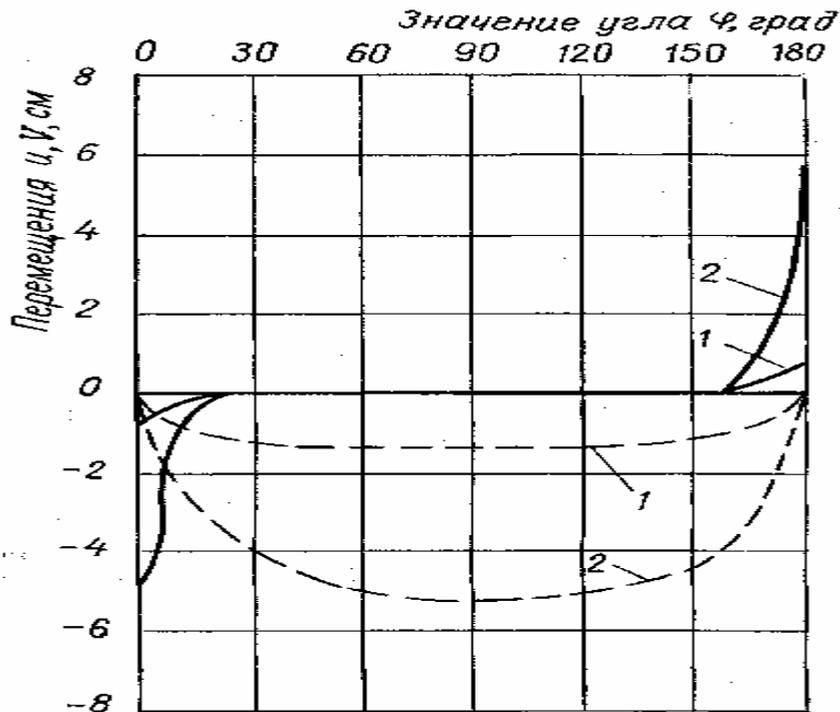


Рисунок 7 – Компоненты перемещений точек поверхности полости:

- а) - цилиндрической с шаровыми торцами ( $v/a = 0,4$ );
- б) - цилиндрической с шаровой потолочиной и плоским основанием ( $v/a = 0,4$ )



**Рисунок 8 – Компоненты перемещений точек цилиндрической поверхности с шаровыми торцами полости ( $v/a = 0,2$ )**

Таким образом, в квазистатических задачах нелинейная вязкоупругость существенным образом влияет на процесс деформирования среды в окрестности осесимметричной полости, вызывая заметное перераспределение концентрации напряжений и увеличение перемещений точек сред в сравнении с упругими перемещениями.

**Список литературы**

1. Ержанов, Ж. С. Ползучесть соляных пород / Ж. С. Ержанов, Э. И. Бергман. – Алма-Ата : Наука, 1977.