

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НАПРЯЖЕНИЙ ВБЛИЗИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОЛОСТЕЙ
РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ**

Аршинов Г. А. – к. ф.-м. н.

Кубанский государственный аграрный университет

Исследуется распределение напряжений вблизи осесимметричных полостей различной конфигурации. Принимается гипотеза А. Н. Динника об отклонении невозмущенного поля напряжений от гидростатического.

В естественных условиях напряженное состояние нетронутого массива близко к гидростатическому, но возможны и такие случаи, когда имеет место отклонение от гидростатики. Особенно это касается штоковых и купольных образований, являющихся результатом тектонических движений пород. Если следовать гипотезе А. Н. Динника, то отклонение невозмущенного поля напряжений от гидростатического определяется коэффициентом бокового распора $\lambda = \frac{\nu}{1+\nu}$, где ν – коэффициент Пуассона. В этом случае в массиве каменной соли с коэффициентом $\nu = 0,3$ $\lambda = 0,23$. Возможны и другие зависимости λ от внешних условий, поэтому коэффициент бокового распора варьировался от 0,5 до 1,5 с шагом 0,25.

Рассмотрим распределение напряжений только вблизи поверхности полости (приблизительно в 0,5–1 м от нее). Для различных значений λ в таблице представлена зависимость компонент тензора напряжений от угла α , отсчитываемого от вертикальной оси симметрии емкости. Анализируя эти данные, легко заметить, что с возрастанием параметра λ от 0,5 до 1,5

компонента σ_{θ} увеличивается по всей поверхности емкостей, достигая своего максимума в вершине потолочин.

Таблица – Расчетные напряжения вблизи поверхности исследуемых полостей для различных значений коэффициентов бокового распора λ

α град.	$\sigma_{\rho} / \gamma H$	$\sigma_z / \gamma H$	$\sigma_{\theta} / \gamma H$	$\sigma_{\rho z} / \gamma H$
1	2	3	4	5

Эллипсоидальная полость с отношением полуосей $b/a=0,2$				
$\lambda=0,50$				
0	-0,967	-0,205	-0,967	0,286
4	-0,775	-0,454	-0,986	0,405
6	-0,557	-0,774	-1,045	0,485
8	-0,409	-0,924	-1,072	- 0,416
10	-0,296	-1,017	-1,054	0,522
12	-0,281	-1,099	-1,012	0,250
14	0,254	-1,152	-1,019	0,186
16	-0,199	-1,157	-1,009	0,156
18	-0,176	-1,140	-0,999	0,151
22	-0,161	-1,145	-0,991	0,109
25	-0,149	-1,145	-0,985	0,090
29	-0,141	-1,147	-0,980	0,072
57	-0,155	-1,149	-0,975	0,056
45	-0,151	-1,151	-0,972	0,040
56	-0,125	-1,152	-0,970	0,025
85	-0,110	-1,146	-0,966	0,019
90	-0,102	-1,146	-0,982	0,021

1	2	3	4	5
$\lambda=1,25$				
0	-3,060	-0,557	-3,060	0,475
4	-2,182	-0,840	-2,956	0,762
6	-1,221	-1,229	-2,858	0,796
8	-0,857	-1,287	-2,809	0,588
10	-0,615	-1,255	-2,662	0,588
12	-0,620	-1,262	-2,585	0,244
14	-0,528	-1,229	-2,562	0,191
16	-0,454	-1,201	-2,524	0,155
18	-0,407	-1,185	-2,495	0,128
22	-0,575	-1,172	-2,468	0,106
25	-0,551	-1,164	-2,447	0,087
29	-0,555	-1,158	-2,451	0,069
57	-0,525	-1,156	-2,418	0,055
45	-0,515	-1,154	-2,409	0,059
56	-0,505	-1,151	-2,402	0,024
85	-0,269	-1,156	-2,595	0,050
90	-0,246	-1,126	-2,420	0,047
$\lambda =1,50$				
0	-3,758	-0,582	-3,758	0,538
4	-2,651	-0,968	-3,586	0,881
6	-1,449	-1,580	-3,462	0,900
8	-1,007	-1,408	-3,388	0,645
10	-0,722	-1,552	-3,205	0,410
12	-0,755	-1,516	-3,109	0,249
14	-0,625	-1,261	-3,077	0,192
16	-0,559	-1,225	-3,050	0,155
18	-0,484	-1,198	-2,990	0,127
22	-0,446	-1,181	-2,960	0,105
25	-0,419	-1,170	-2,954	0,085
29	-0,400	-1,162	-2,914	0,068
57	-0,386	-1,158	-2,900	0,052
45	-0,376	-1,155	-2,888	0,058
56	-0,362	-1,150	-2,879	0,024
85	-0,322	-1,152	-2,868	0,054
90	-0,295	-1,119	-2,900	0,056

1	2	3	4	5
Эллипсоидальная полость с отношением полуосей $b/a=0,4$				
$\lambda=0,50$				
0	-0,706	-0,148	-0,706	0,155
5	-0,666	-0,245	-0,725	0,201
7	-0,575	-0,422	-0,725	0,516
9	-0,458	-0,670	-0,750	0,590
15	-0,526	-0,820	-0,702	0,429
17	-0,469	-0,958	-0,867	0,408
20	-0,359	-1,045	-0,880	0,365
25	-0,316	-1,096	-0,885	0,300
28	-0,269	-1,152	-0,915	0,265
32	-0,256	-1,184	-0,916	0,229
38	-0,208	-1,206	-0,921	0,198
44	-0,186	-1,226	-0,925	0,162
50	-0,169	-1,240	-0,925	0,128
57	-0,156	-1,248	-0,927	0,094
65	-0,144	-1,252	-0,928	0,065
85	0,124	-1,245	-0,926	0,059
90	-0,116	-1,256	-0,959	0,050
$\lambda=0,75$				
0	-1,559	-0,190	-1,559	0,199
5	-1,179	-0,547	-1,558	0,266
7	-0,922	-0,548	-1,250	0,597
9	-0,669	-0,885	-1,195	0,468
15	-0,426	-0,967	-1,101	0,510
17	-0,676	-1,090	-1,557	0,468
20	-0,495	-1,142	-1,561	0,400
25	-0,455	-1,162	-1,559	0,520
28	-0,565	-1,180	-1,584	0,260
32	-0,517	-1,195	-1,579	0,250
38	-0,282	-1,204	-1,382	0,198
44	-0,255	-1,211	-1,381	0,160
50	-0,255	-1,216	-1,381	0,126
57	-0,216	-1,217	-1,581	0,092
65	-0,202	-1,215	-1,381	0,064
85	-0,179	-1,205	-1,378	0,042
90	-0,164	-1,204	-1,388	0,058

1	2	3	4	5
$\lambda = 1,00$				
0	-1,971	-0,232	-1,971	0,243
5	-1,692	-0,449	-1,951	0,331
7	-1,270	-0,674	-1,775	0,447
9	-0,881	-0,997	-1,657	0,546
13	-0,527	-1,113	-1,500	0,591
17	-0,884	-1,221	-1,848	0,527
20	-0,632	-1,239	-1,841	0,436
23	-0,550	-1,228	-1,835	0,430
28	-0,457	-1,207	-1,854	0,276
32	-0,398	-1,206	-1,843	0,230
38	-0,356	-1,202	-1,843	0,197
44	-0,321	-1,197	-1,840	0,159
50	-0,297	-1,191	-1,837	0,124
57	-0,277	-1,185	-1,836	0,091
63	-0,260	-1,178	-1,835	0,064
83	-0,234	-1,161	-1,830	0,045
90	-0,212	-1,151	-1,836	0,045
$\lambda = 1,25$				
0	-2,604	-0,274	-2,604	0,286
3	-2,205	-0,551	-2,564	0,395
7	-1,617	-0,801	-2,300	0,558
9	-1,092	-1,160	-2,120	0,624
13	-0,628	-1,260	-1,900	0,672
17	-1,091	-1,353	-2,338	0,587
20	-0,768	-1,336	-2,321	0,473
23	-0,667	-1,295	-2,311	0,362
28	-0,551	-1,235	-2,324	0,282
32	-0,479	-1,218	-2,306	0,231
38	-0,430	-1,199	-2,304	0,197
44	-0,389	-1,182	-2,298	0,157
50	-0,360	-1,167	-2,292	0,123
57	-0,337	-1,154	-2,290	0,090
63	-0,317	-1,142	-2,288	0,064
83	-0,288	-1,119	-2,282	0,048
90	-0,260	-1,098	-2,285	0,053

1	2	3	4	5
$\lambda=1,50$				
0	-3,256	-0,315	-3,256	0,550
3	-2,719	-0,625	-5,177	0,460
7	-1,964	-0,927	-2,854	0,658
9	-1,504	-1,524	-2,584	0,702
15	-0,729	-1,406	-2,299	0,755
17	-1,299	-1,482	-2,859	0,647
20	-0,904	-1,455	-2,802	0,510
25	-0,784	-1,561	-2,787	0,585
28	-0,646	-1,262	-2,794	0,288
52	-0,560	-1,229	-2,769	0,252
58	-0,505	-1,197	-2,765	0,197
44	-0,457	-1,168	-2,756	0,155
50	-0,424	-1,145	-2,748	0,121
57	-0,598	-1,122	-2,744	0,089
65	-0,575	-1,105	-2,741	0,065
85	-0,545	-1,077	-2,755	0,052
90	-0,508	-1,045	-2,754	0,060

Цилиндрическая полость с шаровыми торцами, $v/a=0,2$

$\lambda=0,50$				
0	-0,633	-0,146	-0,633	0,154
4	-0,630	-0,226	-0,658	0,208
6	-0,635	-0,456	-0,742	0,349
8	-0,576	-0,771	-0,827	0,440
10	-0,474	-1,077	-0,888	0,420
12	-0,375	-1,269	-0,908	0,305
14	-0,304	-1,275	-0,882	0,158
16	-0,147	-1,247	-0,848	0,049
18	-0,170	-1,177	-0,975	0,086
20	-0,313	-1,141	-1,106	0,033
22	-0,303	-1,099	-0,962	0,017
26	-0,194	-1,144	-1,089	0,018
55	-0,212	-1,124	-1,044	-0,012
45	-0,218	-1,132	-1,049	0,008
51	-0,228	-1,113	-1,050	0,015
70	-0,188	-1,101	-1,054	0,023
90	-0,137	-1,090	-1,068	0,056

1	2	3	4	5
$\lambda=0,75$				
0	-1,271	-0,188	-1,271	0,199
4	-1,167	-0,326	-1,282	0,276
6	-1,044	0,586	-1,305	0,435
8	-0,862	-0,881	-1,331	0,512
10	-0,664	-1,156	-1,350	0,466
12	-0,504	-1,324	-1,349	0,327
14	-0,404	-1,305	-1,328	0,147
16	-0,263	-1,242	-1,316	0,048
18	-0,280	-1,198	-1,472	0,083
20	-0,424	-1,172	-1,611	-0,043
22	-0,419	-1,135	-1,460	0,020
26	-0,282	-1,178	-1,609	0,029
33	-0,303	-1,156	-1,576	-0,026
43	-0,352	-1,162	-1,553	0,006
51	-0,350	-1,136	-1,568	0,029
70	-0,278	-1,110	-1,582	0,034
90	-0,207	-1,085	-1,600	0,051
$\lambda=1,00$				
0	-1,910	-0,231	-1,910	0,244
4	-1,703	-0,427	-1,906	0,345
6	-1,453	-0,716	-1,868	0,521
8	-1,148	-0,992	-1,836	0,584
10	0,855	-1,234	-1,812	0,512
12	-0,634	-1,379	-1,791	0,349
14	-0,502	-1,137	-1,775	0,157
16	-0,379	-1,238	-1,783	0,046
18	-0,390	-1,219	-1,969	0,079
20	-0,534	-1,203	-2,116	-0,052
22	-0,535	-1,172	-1,958	0,023
26	-0,371	-1,212	-2,227	0,040
33	-0,394	-1,187	-2,108	-0,039
43	-0,485	-1,193	-2,056	0,005
51	-0,471	-1,160	-2,085	0,044
70	-0,369	-1,120	-2,110	0,045
90	-0,276	-1,081	-2,131	0,066

1	2	3	4	5
$\lambda=1,25$				
0	-2,548	-0,275	-2,548	0,289
4	-2,240	-0,528	-2,551	0,414
6	-1,865	-0,846	-2,451	0,607
8	-1,455	-1,102	-2,540	0,657
10	-1,045	-1,512	-2,275	0,557
12	-0,754	-1,455	-2,252	0,570
14	-0,600	-1,569	-2,221	0,167
16	-0,495	-1,255	-2,251	0,044
18	-0,450	-1,240	-2,466	0,075
20	-0,644	-1,255	-2,621	-0,062
22	-0,651	-1,208	-2,456	-0,026
26	-0,459	-1,247	-2,648	0,050
55	-0,485	-1,219	-2,640	-0,055
45	-0,619	-1,2255	-2,560	0,004
51	-0,592	-1,185	-2,605	0,058
70	-0,459	-1,150	-2,658	0,056
90	-0,546	-1,077	-2,662	0,081
$\lambda=1,50$				
0	-5,187	-0,516	-5,187	0,554
4	-2,777	-0,628	-5,155	0,485
6	-2,272	-0,997	-2,995	0,695
8	-1,721	-1,215	-2,845	0,729
10	-1,256	-1,590	-2,755	0,605
12	-0,894	-1,488	-2,674	0,592
14	-0,699	-1,401	-2,667	0,266
16	-0,611	-1,228	-2,719	0,045
18	-0,610	-1,260	-2,962	0,071
20	-0,754	-1,266	-5,127	-0,072
22	-0,767	-1,245	-2,955	0,029
26	-0,548	-1,281	-5,168	0,061
55	-0,576	-1,251	-5,171	-0,067
45	-0,755	-1,255	-5,064	0,002
51	-0,714	-1,206	-5,121	0,075
70	-0,549	-1,140	-5,166	0,067
90	-0,549	-1,140	-5,166	

1	2	3	4	5
Цилиндрическая полость с шаровыми торцами, $v/a=0,4$				
$\lambda=0,50$				
0	-0,555	-0,100	-0,555	0,107
4	-0,555	-0,125	-0,549	0,158
9	-0,592	-0,256	-0,611	0,245
12	-0,598	-0,419	-0,678	0,535
17	-0,572	-0,652	-0,746	0,451
20	-0,517	-0,910	-0,810	0,452
23	-0,454	-1,115	-0,859	0,577
28	-0,597	-1,514	-0,918	0,556
31	-0,298	-1,565	-0,951	0,247
35	-0,212	-1,505	-0,925	0,160
39	-0,161	-1,221	-0,919	0,105
44	-0,148	-1,179	-0,917	0,081
52	-0,141	-1,166	-0,924	0,069
61	-0,140	-1,167	-0,927	0,060
70	-0,142	-1,184	-0,952	0,052
80	-0,155	-1,217	-0,956	0,041
90	-0,125	-1,262	-0,950	0,055
$\lambda=0,75$				
0	1,166	-0,157	-1,166	0,147
4	-1,114	-0,208	-1,172	0,205
9	-1,075	-0,565	-1,204	0,559
12	-0,987	-0,557	-1,254	0,457
17	-0,870	-0,779	-1,265	0,524
20	-0,757	-1,015	-1,296	0,525
25	-0,615	-1,181	-1,295	0,420
28	-0,506	-1,557	-1,550	0,558
31	-0,577	-1,565	-1,556	0,255
35	-0,281	-1,291	-1,558	0,161
39	-0,228	-1,207	-1,569	0,102
44	-0,214	1,165	-1,572	0,078
52	-0,206	-1,149	-1,584	0,068
61	-0,204	-1,148	-1,587	0,059
70	-0,204	-1,162	-1,591	0,052
80	-0,191	-1,190	-1,590	0,044
0	-0,172	-1,221	-1,594	0,040

1	2	3	4	5
$\lambda=1,00$				
0	-1,799	-0,174	-1,799	0,187
4	-1,672	-0,292	-1,796	0,268
9	-1,555	-0,490	-1,796	0,435
12	-1,577	-0,694	-1,790	0,561
17	-1,169	-0,906	-1,784	0,616
20	-0,958	-1,115	-1,785	0,594
23	-0,775	-1,247	-1,747	0,463
28	-0,615	-1,360	-1,782	0,381
31	-0,456	-1,360	-1,781	0,264
35	-0,350	-1,279	-1,795	0,162
39	-0,295	-1,195	-1,818	0,100
44	-0,280	-1,147	-1,828	0,076
52	-0,270	-1,152	-1,844	0,067
61	-0,268	-1,129	-1,848	0,058
70	-0,266	-1,140	-1,850	0,053
80	-0,249	-1,162	-1,844	0,047
90	-0,220	-1,179	-1,837	0,047
$\lambda=1,25$				
0	-2,452	-0,212	-2,432	0,227
4	-2,251	-0,575	-2,419	0,333
9	-2,056	-0,616	-2,388	0,530
12	-1,766	-0,851	-1,345	0,665
17	-1,467	-1,055	-2,306	0,709
20	-1,178	-1,218	-2,269	0,665
25	-0,955	-1,515	-2,201	0,507
28	-0,724	-1,585	-2,214	0,404
31	-0,555	-1,558	-2,206	0,272
35	-0,420	-1,267	-2,228	0,163
39	-0,562	-1,179	-2,267	0,098
44	-0,547	-1,151	-2,283	0,074
52	-0,555	-1,115	-2,304	0,065
61	-0,552	-1,109	-1,309	0,057
70	-0,528	-1,117	-2,309	0,053
80	-0,507	-1,154	-2,298	0,050
90	-0,269	-1,157	-2,281	0,054

1	2	3	4	5
$\lambda=1,50$				
0	-5,064	-0,249	-5,064	0,267
4	-2,790	-0,459	-5,045	0,598
9	-2,517	-0,745	-2,980	0,626
12	-2,155	-0,969	-2,901	0,769
17	-1,765	-1,161	-2,825	0,802
20	-1,599	-1,521	-2,756	0,756
23	-1,096	-1,579	-2,655	0,550
28	-0,855	-1,406	-2,647	0,425
31	-0,615	-1,556	-2,651	0,280
35	-0,489	-1,256	-2,665	0,165
39	-0,429	-1,166	-2,717	0,097
44	-0,415	-1,116	-2,758	0,072
52	-0,400	-1,098	-2,764	0,064
61	-0,596	-1,090	-2,769	0,056
70	-0,591	-1,095	-2,768	0,054
80	-0,565	-1,107	-2,752	0,055
90	-0,518	-1,096	-2,725	0,061

Компоненты σ_ρ и $\sigma_{\rho z}$ интенсивно нарастают в интервале углов $\alpha = 0^\circ - 40^\circ$ (максимумы достигаются на вертикальной оси симметрии), а вне этого промежутка – незначительно зависят от λ и от формы хранилища.

Меньше всего изменения коэффициента бокового распора сказываются на распределении аксиальной компоненты тензора напряжений σ_z , остающейся практически неизменной и имеющей максимум, близкий к значению σ_z в основном поле напряжений.

На рисунке изображены эпюры напряжений σ_ρ , σ_z , σ_θ , $\sigma_{\rho z}$ вблизи поверхности полостей, соответствующие гидростатической внешней нагрузке ($\lambda = 1$). Из рисунков следует, что наиболее интенсивное изменение компоненты σ_ρ наблюдается в диапазоне углов $\varphi = 0^\circ - 40^\circ$, а в угловых точках цилиндрических конфигураций имеют место пики напряжений. Максимумы σ_ρ формируются в точках пересечения вертикальной оси симметрии с поверхностью емкостей (с

худшей стороны отличается эллипсоидальная геометрия с отношением полуосей $b/a = 0,2$).

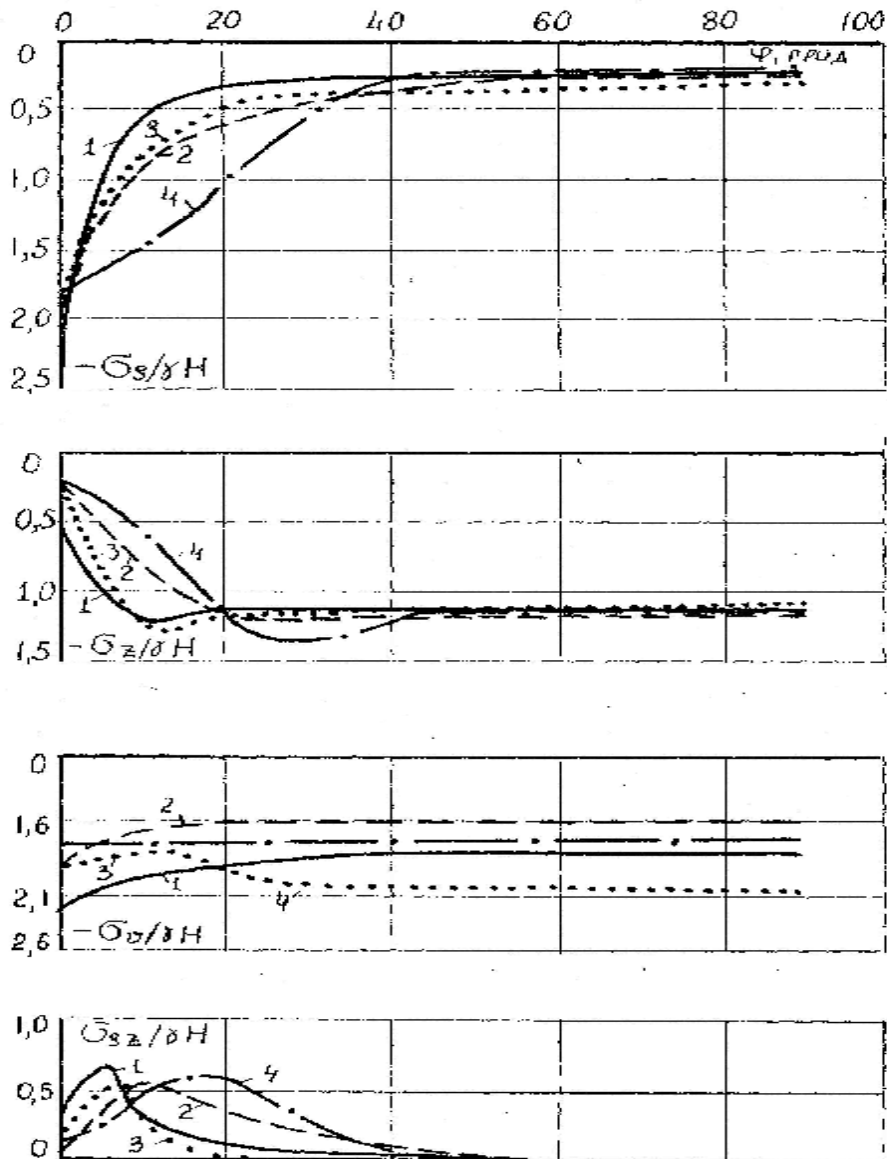


Рисунок – Эпюры напряжений вблизи поверхности:

- эллипсоидальной ($b/a=0,2$),
- - той же геометрии ($b/a=0,4$),
- ... цилиндрической с шаровыми торцами ($b/a=0,2$),
- · - той же геометрии ($b/a=0,4$)

В отличие от σ_p распределение компоненты σ_z в меньшей степени зависит от геометрии хранилища: это прослеживается и в близости ее максимальных значений, мало отличающихся от значения в невозмущенном поле напряжения, и в близости градиентов, имеющих место с изменением α . По распреде-

лению σ_θ эллипсоидальная и цилиндрическая с шаровыми торцами конфигурации аналогичны.

Как явствует из рисунка, тангенциальное напряжение σ_θ играет определяющую роль в масштабе концентрации напряжения, вызванной присутствием полости. Максимальные значения σ_θ хотя и совпадают с максимумами компоненты σ_ρ , однако в отличие от последней незначительно уменьшаются при удалении от вершины потолочины ($\alpha = 0$). Близко к нулю распределение тангенциальной составляющей вблизи поверхности эллипсоидальной и цилиндрической с шаровыми торцами емкостей ($b/a = 0,4$), причем вторая конфигурация характеризуется практической независимостью от величины α . Самые существенные вариации напряжения σ_θ находятся в диапазоне углов $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$, а в интервале $20^\circ - 90^\circ$ его градиенты близки к нулю. По сравнению с нормальными величинами касательных напряжений незначительны. Их максимумы, приблизительно равные для всех полостей, достигаются в интервале углов $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$.

По распределению $\sigma_{\rho z}$ эллипсоидальная и цилиндрическая с шаровыми торцами конфигурации аналогичны ($b/a = 0,4$).