

УДК 630*.232.216

UDC 630*.232.216

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
УНИВЕРСАЛЬНОГО
ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕГО ОРУДИЯ****MATHEMATICAL MODEL OF THE
UNIVERSAL SOIL-PROCESSING
INSTRUMENT**

Попов Игорь Владимирович
аспирант
ГОУВПО "Воронежская государственная лесотехническая академия", Воронеж, Россия

Popov Igor Vladimirovich
postgraduate student
*Voronezh State Academy of Forestry Engineering,
Voronezh, Russia*

Разработана математическая модель универсального почвообрабатывающего орудия, в основе которой лежит представление почвы, как совокупности дискретных элементов, и орудия, как совокупности элементарных плоскостей. С помощью модели изучены стадии работы орудия, произведена оценка качества образования посадочной лунки

The model of the universal soil-processing instrument has been developed. The model is represented as an aggregate of discrete elements; the instrument is represented as an aggregate of elementary planes. The model has allowed to study phases of instrument processing and to assess the quality of tree planting cup

Ключевые слова: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕЕ ОРУДИЕ, ПОСАДКА СЕЯНЦЕВ

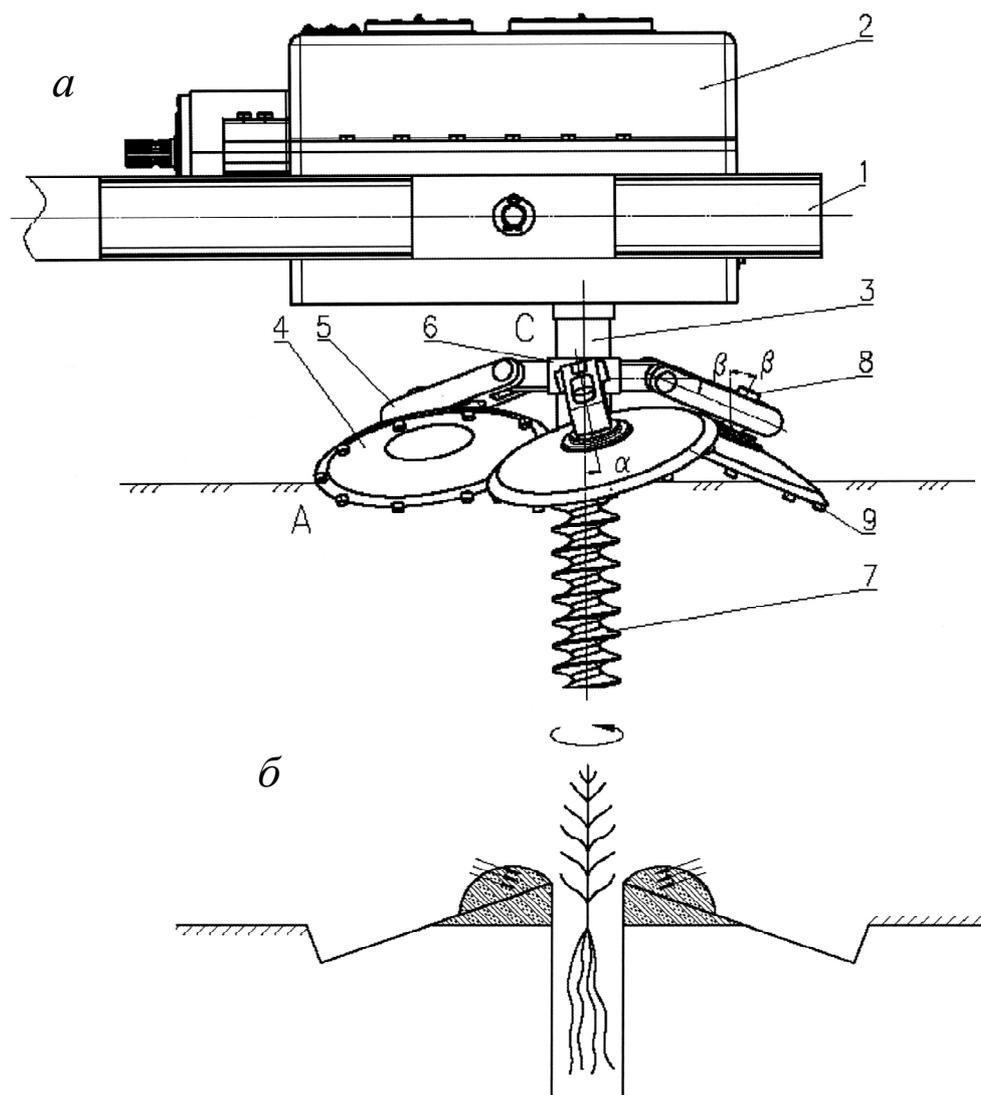
Keywords: MATHEMATICAL MODEL, SOIL-PROCESSING INSTRUMENT, PLANTING SEEDLINGS

В последние годы активно внедряются точечные методы посадки семян древесных пород при лесовосстановлении и лесоразведении. Точечный способ посадки имеет такие преимущества перед линейными способами, как меньшее энергопотребление, возможность учета рельефа поверхности, возможность посадки семян среди растущих деревьев и на вырубках. Для реализации точечной посадки нами предложена конструкция универсального почвообрабатывающего орудия (УПО), позволяющего подготовить лунку для посадки семени, а также образование микроповышения или микропонижения почвы вблизи лунки в зависимости от влажности почвы (Рисунок 1). В процессе работы орудия трактор подъезжает к предполагаемому посадочному месту, останавливается, орудие опускается на землю, после чего включается независимый привод вала отбора мощности (ВОМ) трактора. Сферические диски заглубляются в почву, вращаются

вокруг вертикальной оси орудия и собственной оси вращения. В зависимости от угла установки дисков может образовываться как микроповышение, так и микропонижение в виде горизонтальной площадки. При достижении требуемой глубины лунки привод ВОМ отключается, машина выглубляется, затем трактор переезжает к следующему месту работы.

Целью данной статьи являлась разработка математической модели УПО, которая позволит в дальнейшем оценить эффективность предложенной конструкции в различных режимах работы и оптимизировать его конструктивные и технологические параметры.

При моделировании УПО необходимо корректно представить в модели лесную почву, а также процессы ее взаимодействия с дисками и буром [3]. Лесная почва является сложным для моделирования объектом, ввиду своего типологического разнообразия и большого количества описывающих ее физико-математических параметров, в частности, тип почвы, рыхлость, влажность, рассыпчатость, рельеф поверхности [1, 3]. Модель почвы основана на методе конечных элементов: почва представляется совокупностью большого количества шарообразных элементов (7000 элементов) малого размера, способных взаимодействовать как между собой, так и с рабочими поверхностями орудия.



1 – рама орудия; 2 – редуктор; 3 – выходной вал редуктора; 4 – сферические диски; 5 – поводки; 6 – обойма; 7 – бур; 8 – ось диска; 9 – резцы
 Рисунок 1. Универсальное почвообрабатывающее орудие (а); лунка с микроповышением почвы, образуемая в результате работы орудия (б)

Взаимодействие орудия с почвой, с геометрической точки зрения, представляет собой задачу о нахождении расстояния r_v от некоторой плоскости до поверхности произвольного шарового элемента почвы. При этом вязкоупругая сила \vec{F}_{ij}^{BY} , действующая на i -й элемент почвы со стороны j -го элемента, определяется по формуле:

$$\mathbf{F}_{ij}^{BY} = c \cdot r_e \cdot \mathbf{n} - k\mathbf{v}, \quad (1)$$

где \mathbf{n} и \mathbf{v} – направление и скорость взаимодействия шарового элемента и данной поверхности, рассчитываемые для каждого шарообразного элемента почвы методами аналитической геометрии; c и k – коэффициенты жесткости и вязкости взаимодействия.

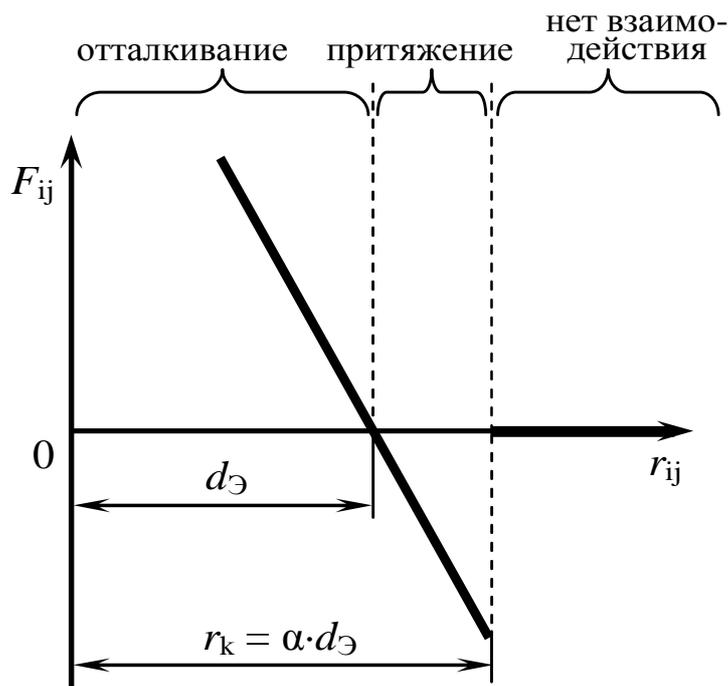


Рисунок 2. Зависимость упругой составляющей силы F_{ij} , возникающей между двумя контактирующими элементами почвы i и j

Упругая составляющая взаимодействия между элементами обеспечивает как отталкивание элементов (расстояние между r_{ij} центрами i -го и j -го элементов менее диаметра элемента $d_{\text{Э}}$), так и притяжение элементов в узком диапазоне расстояний ($d_{\text{Э}} > r_{ij} > r_{\text{к}}$) (Рисунок 2), где $r_{\text{к}} = \alpha d_{\text{Э}}$ – критическое расстояние, до которого элементы взаимодействуют друг с другом; α – коэффициент выражения критического расстояния через диаметр элемента (в большинстве расчетов принимал значение 1,02). При расчете силы \mathbf{F}_{ij} , действующей со стороны элемента i на элемент j , считается, в со-

ответствии с третьим законом Ньютона, что сила со стороны элемента j на элемент i является такой же по модулю и противоположной по направлению, то есть $\dot{F}_{ij} = -\dot{F}_{ji}$. В соответствии со вторым законом Ньютона, уравнения движения i -го элемента следующие.

$$\begin{aligned} m_{\text{Э}} \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{Э}}} F_{xij}^{BY} + \sum_{j=1}^{N_T} F_{xij}^{\Pi} ; \\ m_{\text{Э}} \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{Э}}} F_{yij}^{BY} + \sum_{j=1}^{N_T} F_{yij}^{\Pi} ; \\ m_{\text{Э}} \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{Э}}} F_{zij}^{BY} + \sum_{j=1}^{N_T} F_{zij}^{\Pi} - m_{\text{Э}} g , \end{aligned} \quad (2)$$

где $m_{\text{Э}}$ – масса элемента; t – время; N_T – количество элементарных поверхностей треугольной формы, которые представляют в модели рабочие поверхности; F_{ij}^{Π} – сила, действующая со стороны элементарной поверхности j на элемент i ; g – ускорение свободного падения.

Действуя на шарообразные элементы почвы, рабочие поверхности орудия приводят к изменению пространственного положения шаров – под орудием постепенно формируется конусообразное углубление. Суммарная сила со стороны множества одновременно взаимодействующих с орудием элементов позволяет рассчитать потребляемую орудием мощность.

Орудие представляет собой совокупность нескольких поверхностей сложной геометрической формы, поэтому для его представления в модели также используется конечно-элементный подход. Поверхности орудия заменяются большим количеством состыкованных друг с другом элементов-треугольников [2] (примеры разбиения приведены на Рисунок 3). Так как задачей моделирования является оптимизация формы орудия и характера движения отдельных дисков, то представление орудия в виде совокупности треугольников удобно тем, что можно довольно легко изменить форму орудия, лишь изменяя координаты нескольких вершин треугольников.

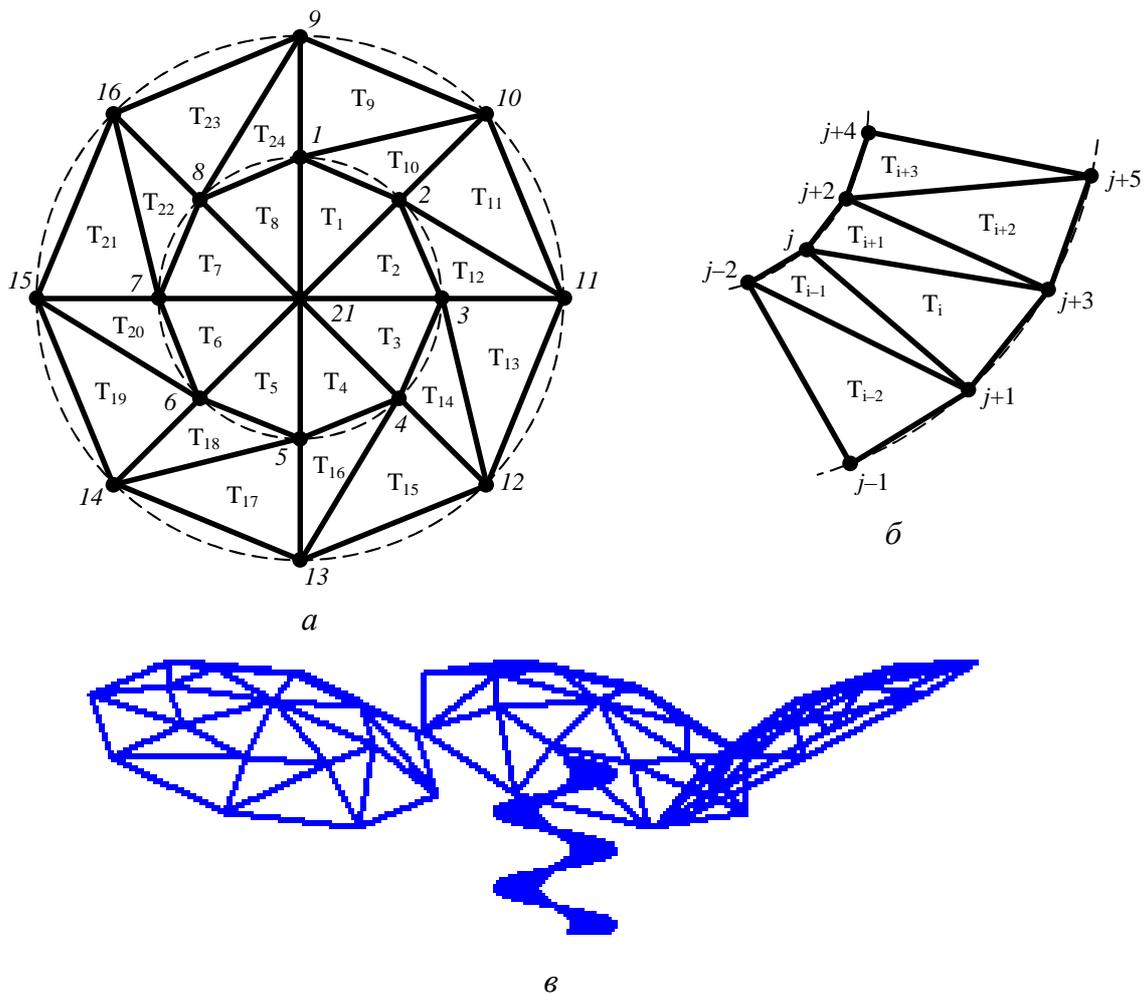


Рисунок 3. Представление в модели рабочих поверхностей УПО: а – сферического диска; б – винтовой поверхности бура; в – орудия в целом. Показаны индексы базовых точек и элементарных треугольников

Треугольник в трехмерном пространстве задается координатами трех его вершин $P_{i1}(x_{i1}, y_{i1}, z_{i1})$, $P_{i2}(x_{i2}, y_{i2}, z_{i2})$, $P_{i3}(x_{i3}, y_{i3}, z_{i3})$, где P – обозначение точки-вершины треугольника; i – номер треугольника; индексы 1, 2 или 3 – означают номер вершины для i -го треугольника. Для образования сложных поверхностей треугольники стыкуются между собой по какому-либо ребру: для соседних треугольников совпадают по две вершины. Так как поверхности орудия не являются замкнутыми, после стыковки всех треугольников остаются свободные ребра, которые выступают, в частности, в

качестве режущих кромок дисков и винтовой поверхности. С течением времени орудие движется в вертикальном направлении по отношению к почве.

В начальный момент времени в модели производится последовательная установка каждого из сферических дисков сначала на угол β по отношению к горизонтальной плоскости, затем на угол атаки α по отношению к направлению вращения диска. Так, в частности, пересчет координат при наклоне диска на угол β относительно горизонтальной плоскости производится следующим преобразованием координат базовых точек P_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{(x_{i1} - x_{Ц})^2 + (z_{i1} - z_{Ц})^2}; \\ j = \begin{cases} \arctan \frac{z_{i1} - z_{Ц}}{x_{i1} - x_{Ц}}, & x_{i1} - x_{Ц} \geq 0; \\ \arctan \frac{z_{i1} - z_{Ц}}{x_{i1} - x_{Ц}} + 180^{\circ}, & x_{i1} - x_{Ц} < 0; \end{cases} \\ x_{i2} = x_{Ц} + r \cos(j + b); \\ y_{i2} = y_{i1}; \\ z_{i2} = z_{Ц} + r \sin(j + b), \end{array} \right. \quad (3)$$

где r и φ – промежуточные переменные (полярные координаты базовых точек в системе координат, связанной с центром диска $(x_{Ц}, y_{Ц}, z_{Ц})$); (x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}) и (x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}) – координаты i -ой базовой точки до и после преобразования вращения относительно оси OY .

Поступательное и вращательное движения рабочих поверхностей орудия приводят к необходимости непрерывно корректировать координаты точек-вершин треугольников P_{ij} (где i – номер треугольника, j – номер вершины). При движении поверхностей орудия они входят в контакт с элементами почвы, что вызывает появление как сил, действующих на поверхности орудия и вызывающих сопротивление движению, так и сил, действующих на элементы почвы и вызывающих движение элементов и изменение конфигурации почвенной системы. Силы рассчитываются в

предположении о вязко-упругом взаимодействии между поверхностью и элементами почвы по формуле, аналогичной (1). При расчете сил основную сложность вызывает проверка, контактирует ли элемент с данным треугольником T_{ij} , и, если контактирует, расчет величины внедрения $r_{\text{вн}}$ элемента в плоскость данного треугольника. Проверка контакта шара j с треугольником i производится в два этапа. Сначала методами аналитической геометрии находится проекция центра шара $Q(x_j, y_j, z_j)$ на плоскость треугольника. Затем проверяется, попадает ли точка проекции внутрь треугольника, для чего используется метод проверки по площадям: сумма площадей трех треугольников с вершиной Q должна равняться площади всего треугольника T_i .

В целом, почвообрабатывающее орудие описывается довольно громоздкой системой дифференциальных и алгебраических уравнений. Решение системы производится численным методом – модифицированным методом Эйлера-Коши [2].

Для удобства исследования модели составлена компьютерная программа "Программа для моделирования универсального почвообрабатывающего орудия" на языке Object Pascal в интегрированной среде программирования Borland Delphi 7.0. При запуске программы на экране появляется несколько окон ввода, позволяющих задать основные параметры орудия, почвы и технологического процесса. Значительная часть геометрических параметров орудия задается в тексте программы и не выносятся на интерфейсную форму.

Первые компьютерные эксперименты подтверждают работоспособность предлагаемой конструкции УПО (Рисунок 4). При ориентации дисков как внутрь, так и наружу пространственная форма микроповышений близка к необходимой для посадки растений.

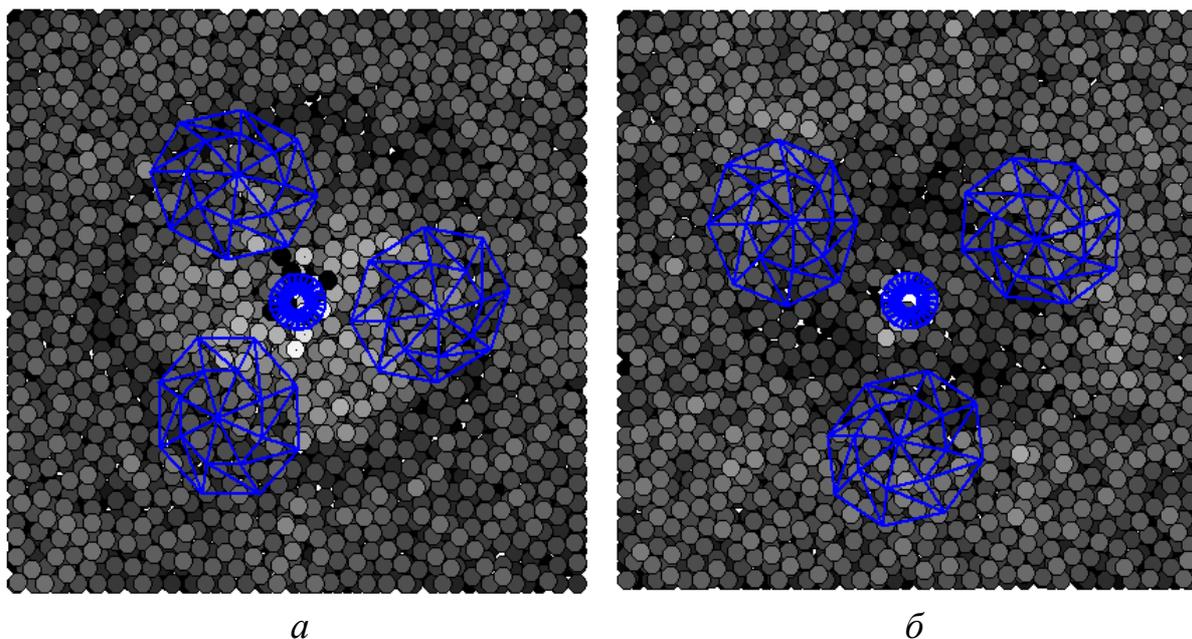


Рисунок 4. Схематичное изображение микроповышений, формируемых универсальным почвообрабатывающим орудием при ориентации дисков вовнутрь (а) и наружу (б)

С помощью модели изучены основные стадии работы УПО (Рисунок 5). Адекватность модели повышается с уменьшением размера шарообразного элемента почвы $d_{ш}$.

Таким образом, разработана математическая модель универсального почвообрабатывающего орудия, позволяющая изучить влияние основных параметров орудия, почвы и технологического процесса на скорость и качество создания лунки, а также на затраты мощности. В дальнейшем модель позволит оптимизировать конструкцию почвообрабатывающего орудия.

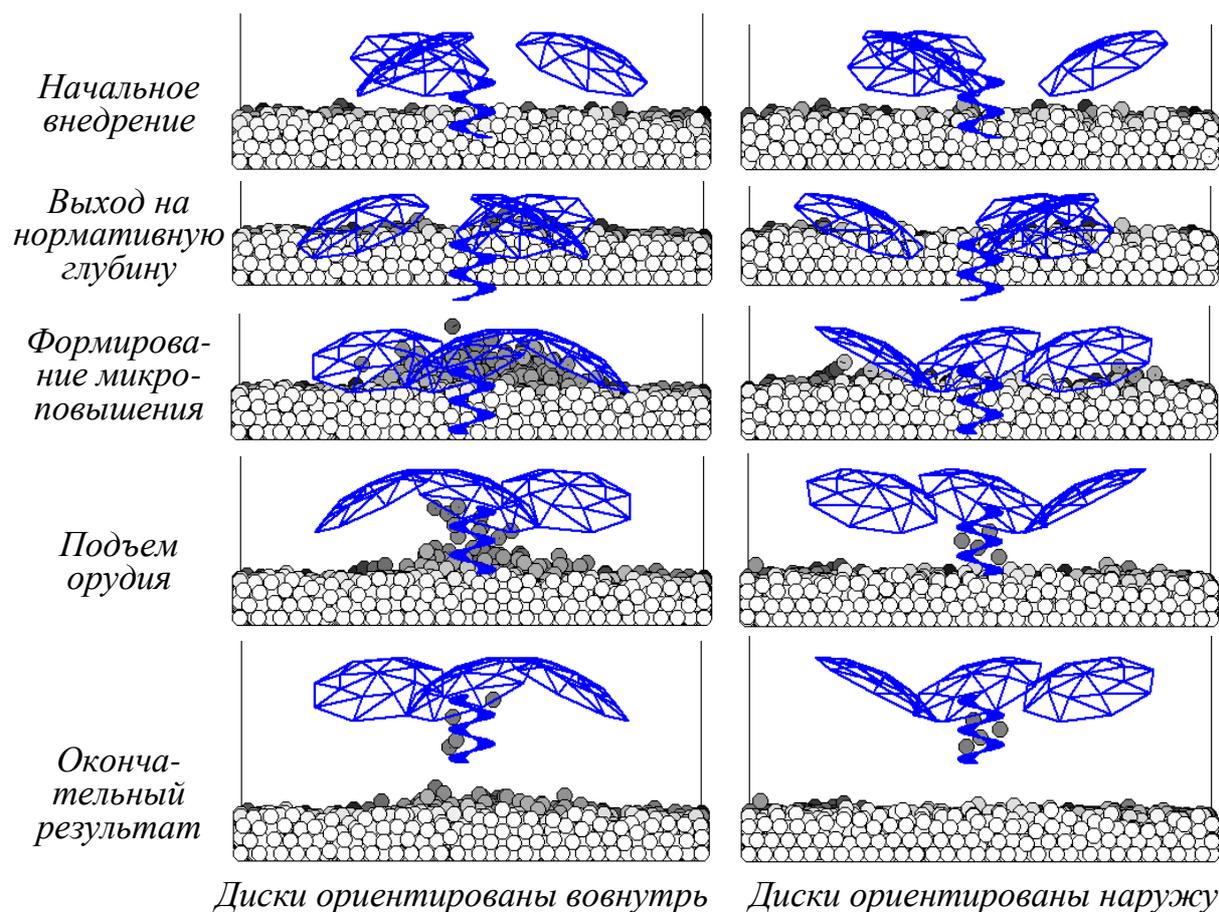


Рисунок 5. Стадии работы универсального почвообрабатывающего орудия

Список литературы

1. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления [Текст]: учеб. для вузов / под ред. А. Б. Лурье. Л.: Колос. Ленингр. отд-ние, 1979. – 312 с
2. Расчет и проектирование строительных и дорожных машин на ЭВМ [Текст]/ под ред. Е. Ю. Малиновского. - М.: Машиностроение, 1980. – 216 с.
3. Синеоков, Г. Н. Теория и расчет почвообрабатывающих машин [Текст] / Г. Н. Синеоков, И. М. Панов. - М.: Машиностроение, 1977. - 328 с.
4. Советов Б. Я. Моделирование систем [Текст] : учеб. для бакалавров: рек. М-вом образования Рос. Федерации в качестве учеб. для студентов высш. учеб. заведений, обучающихся по направлениям "Информатика и выч. техника" и "Информ. системы" / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев; С.-Петерб. гос. электротехн. ун-т. - 7-е изд. - М.: Юрайт, 2012. - 343 с.

References

1. Simulation of agricultural units and their control systems [text]: studies. for higher education / ed. A.B. Lurie. Leningrad: Kolos. Leningrad, 1979. - 312
2. Calculation and design of building and road machines on the computer [Text] / ed. E. J. Malinowski. - Mashinostroenie, 1980. - 216 p.
3. Sineokov, G. Theory and evaluation of tillage machines [Text] / G.N. Sineokov, I.M. Panov. - Mashinostroenie, 1977. - 328 p.
4. Sovetov B.J. systems modeling [text]: studies for bachelors: textbook for students.

Textbook. enrolled in the areas of "Information and Comput. technique" and "Inform. system"
/ B.J. Sovetov, S. Yakovlev, St. Petersburg. State. Electrotechnical. Univ. - 7th ed. - Moscow:
Yurayt, 2012. - 343 p.