

**ДИНАМИКА КВАРКОВ В МЕТРИКЕ
БАРИОНОВ И СТРУКТУРА ЯДРА**

**DYNAMICS OF QUARKS IN THE BARYON
METRIC AND THE STRUCTURE OF NUCLEI**

Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D.
*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто,
Канада*

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
*Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto,
Canada*

В работе рассмотрена система уравнений Дирака, описывающая динамику кварков в метрике адронов. Вычислен магнитный момент и энергия связи нуклонов в случае ядра дейтерия.

In this paper we consider a system of Dirac equations describing the dynamics of quarks in hadrons metric. The magnetic moment and the energy of the nucleons in the case of deuterium nuclei calculated.

Ключевые слова: ДЕЙТРОН, КВАРКИ, НЕЙТРОН, МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ, МЕТРИКА, ПРОТОН, ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ, ЯДРО.

Keywords: BINDING ENERGY, QUARKS, MAGNETIC MOMENT, METRIC, PROTON, NEUTRON, NUCLEI.

Введение

Модели квантовой хромодинамики в плоской метрике широко используется для моделирования адронов и атомных ядер [1-5]. В работе [6] сформулирована модель метрики адронов, удовлетворяющая основным требованиям физики элементарных частиц и космологии. В работе [7] рассмотрена динамика кварков в метрике [6] с векторным полем Янга-Миллса. Получены результаты по магнитным моментам барионов, согласующиеся с экспериментом с высокой точностью. В настоящей работе рассмотрено применение модели динамики кварков к моделированию магнитных моментов и энергии связи нуклонов в ядре дейтерия в скалярном поле.

Основные уравнения модели метрики адронов

Рассмотрим центрально-симметричную метрику вида [6-8]

$$\Psi = \eta_{ij} \omega^i \omega^j = -dt^2 + e^{2\nu} dr^2 + d\theta^2 + \sigma^2(\theta) d\varphi^2$$
$$\frac{d^2 \sigma}{d\theta^2} = -\kappa \sigma \tag{1}$$

$$\omega^1 = dt, \omega^2 = e^\nu dr, \omega^3 = d\theta, \omega^4 = \sigma d\varphi$$

Здесь $\eta_{ij} = \eta^{ij}$ - метрический тензор пространства Минковского сигнатуры (- + + +), $\kappa = const$ - гауссова кривизна квадратичной формы $d\theta^2 + \sigma^2(\theta)d\varphi^2$, Функция $v = v(r, t)$ определяется путем решения уравнений Янга-Миллса [8]. Всюду, где не оговорено, используется система единиц, в которой $c = \hbar = 1$.

Среди всех решений уравнений Янга-Миллса, в случае метрики (1), есть такое, которое выражается через эллиптическую функцию Вейерштрасса [8]. В этом случае уравнения модели приводятся к виду [6]:

$$\begin{aligned} A_{\tau\tau} &= \frac{1}{2}(A^2 - \kappa^2), e^v = A_\tau, \quad \tau = t \pm r + \tau_0 \\ A &= \sqrt[3]{12}\wp(\tau / \sqrt[3]{12}; g_2, g_3), \\ b_{11} = -b_{22} &= \frac{1}{3}A - \frac{\kappa}{6}, b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6}A - \frac{\kappa}{3}, b_{12} = b_{21} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь обозначено: g_2, g_3 - инварианты функции Вейерштрасса, причем $g_2 = \kappa^2 \sqrt[3]{12}$; τ_0 - свободный параметр, связанный с выбором начал координат; $b_{ij} + b_{ji} - 2(\eta^{ij} b_{ij})\eta_{ij} = T_{ij}$ - тензор энергии-импульса материи. Отметим, что в этих обозначениях уравнения Эйнштейна имеют вид

$$b_{ij} + b_{ji} + b\eta_{ij} = R_{ij} \quad (3)$$

$b = \eta^{ij} b_{ij}$; R_{ij} - тензор Риччи.

Положим $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$, тогда полупериоды функции Вейерштрасса определяются в виде $\omega_1 = 1.33003$, $\omega_2 = 0.66501 + 1.61260i$. Отметим, что вычисление полупериодов и построение 3D изображений осуществлялось с использованием системы Wolfram Mathematica 9.0 [9].

В метрике (2) можно определить дефект решетки типа пузыря. В области пузыря считаем, что $A^2 = \kappa^2$, а во внешней области решение зададим в виде (2), имеем

$$\begin{aligned} A^2 &= \kappa^2, e^v = 0, \quad |\tau| < \tau_0 \\ A &= \sqrt[3]{12} \wp(\tau / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), e^v = A_\tau, \quad |\tau| > \tau_0 \end{aligned} \quad (4)$$

На границах пузыря непрерывна функция A и ее первая производная,

$$\kappa = \sqrt[3]{12} \wp(\tau_0 / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), A_\tau = 0, \quad |\tau| = \tau_0 \quad (5)$$

В частном случае решетки с инвариантами заданными в виде $g_2 = \sqrt[3]{12}, g_3 = 1$, находим первый ноль и соответствующее значение параметра метрики $\tau_0 = 3.0449983, \kappa = 2.1038034$. Отметим, что метрика во внутренней области пузыря является трехмерной, поскольку не содержит радиальной координаты. Действительно, используя уравнения (1) и (4), находим

$$\Psi = -dt^2 + d\theta^2 + \cos^2(\sqrt{\kappa}\theta + \theta_0) d\varphi^2 \quad (6)$$

Аналогично строится решение для других корней второго уравнения (5). Все эти решения отличаются только размером пузыря, тогда как значение параметра κ не меняется.

Всякий пузырь можно вывернуть наизнанку, просто изменив на противоположные неравенства (4). В этом случае можно определить метрику во внешней области пузыря, используя решение первого уравнения (2), так, чтобы метрика внешнего пространства совпала с метрикой нашей Вселенной [6]. Наконец, третий тип частиц можно составить как комбинацию двух первых, в результате возникает пузырь, ограниченный оболочкой конечной толщины.

Преобразуем метрику (6) к стандартному виду. Для этого умножим обе части выражения (6) на постоянное число $-\kappa$ и введем новые переменные, отличающиеся от старых переменных на постоянный множитель $\sqrt{\kappa}$, в результате находим

$$\Psi \rightarrow \Psi_1 = dt^2 - d\theta^2 - \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (7)$$

Метрика (7) использовалась для моделирования структуры барионов [7], в том числе протона и нейтрона.

Динамика кварков

Для описания динамики кварков во внутренней области пузыря с метрикой вида (7) рассмотрим систему уравнений Дирака во внешнем поле Янга-Миллса. Отметим, что согласно (2) в метрике (7) тензор энергии импульса является постоянным. Следовательно, будем предполагать, что поле Янга-Миллса во внутренней области пузыря сводится к некоторой совокупности констант. В настоящей модели использованы три константы, а само поле описывается скалярным и векторным потенциалом

$$B_{\mu}^b = (\phi^b, A_{\mu}^b)$$

Кроме того, будем учитывать электромагнитное поле, которое генерируют кварки. Используя результаты работы [10], преобразуем уравнение Дирака к криволинейным координатам (7). Имеем систему уравнений

$$i\gamma^{\mu}(\nabla_{\mu} + iq_{ab}A_{\mu}^b)\psi_a = m_{ab}\psi_a \quad (8)$$

Здесь обозначено $\gamma^{\mu}, q_{ab}, A_{\mu}^b, \psi_a, m_{ab}$ - матрицы Дирака, параметры взаимодействия, векторный потенциал, волновая функция и эффективная масса поля кварка a входящего в состав частицы b соответственно.

Матрицы Дирака в метрике (7) имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -ie^{-i\varphi} \\ 0 & 0 & ie^{i\varphi} & 0 \\ 0 & ie^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ -ie^{i\varphi} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^\theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin \theta & e^{-i\varphi} \cos \theta \\ 0 & 0 & e^{i\varphi} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -e^{-i\varphi} \cos \theta & 0 & 0 \\ -e^{i\varphi} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В этих обозначениях оператор Дирака в метрике (7) можно представить в форме

$$\gamma^\mu \nabla_\mu = \gamma^0 \partial_t + \gamma^\theta \partial_\theta + \frac{\gamma^\varphi}{\sin \theta} \partial_\varphi$$

Поскольку кварки обладают электрическим зарядом, они генерируют электромагнитное поле, посредством которого взаимодействуют друг с другом. Для описания этого взаимодействия используем уравнения квантовой электродинамики в форме

$$\alpha q_{ab} \bar{\psi}_a \gamma^\mu \psi_a = (\partial_t^2 - \nabla^2) A_e^\mu \quad (9)$$

Здесь $\alpha = e^2 / \hbar c$ - постоянная тонкой структуры, $\bar{\psi}_a = \psi_a^+ \gamma^0, \psi_a^+$ - сопряженный (по Эрмиту) вектор. Таким образом, предполагаем, что токи и заряды кварков суммируются, создавая коллективное поле, с которым кварки взаимодействуют в соответствии с уравнениями (8).

Система уравнений (8)-(9) использовалась для моделирования динамики кварков в случае барионов [7]. В простейшем случае, в котором учитывается только одно электромагнитное поле, модель содержит $3 \times 4 + 3 = 15$ нелинейных уравнений в частных производных. Для понижения порядка системы представим решение уравнений (8)-(9) в форме

$$\psi_a = e^{-i\omega t + iL\varphi} \begin{pmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta)e^{i\varphi} \\ if_3(\theta) \\ if_4(\theta)e^{i\varphi} \end{pmatrix}_a \quad (10)$$

Здесь L, ω - проекция углового момента на выделенную ось и энергия системы соответственно. Система уравнений Дирака для случая представления решения в форме (10), приводится к виду,

$$\begin{aligned}
 f'_1 &= (L + q_{ab} A_b \sin \theta)(f_1 \cot \theta + f_2) + f_2 + \\
 &(m_{ab} + \omega - q_{ab} \Phi_b)(f_3 \sin \theta - f_4 \cos \theta) \\
 f'_2 &= (L + q_{ab} A_b \sin \theta)(f_1 - f_2 \cot \theta) - f_2 \cot \theta - \\
 &(m_{ab} + \omega - q_{ab} \Phi_b)(f_3 \cos \theta + f_4 \sin \theta) \\
 f'_3 &= (m_{ab} - \omega + q_{ab} \Phi_b)(f_1 \sin \theta - f_2 \cos \theta) + \\
 &(L + q_{ab} A_b \sin \theta)(f_3 \cot \theta + f_4) + f_4 \\
 f'_4 &= -(m_{ab} - \omega + q_{ab} \Phi_b)(f_1 \cos \theta + f_2 \sin \theta) + \\
 &(L + q_{ab} A_b \sin \theta)(f_3 - f_4 \cot \theta) - f_4 \cot \theta
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь предполагается, что $A_b = A_e + A_{YM}, \Phi_b = \Phi_e + \Phi_{YM}$.

Отметим, что масса и заряд являются индивидуальными для каждого кварка, а момент и энергия всей системы выбираются из условия образования стоячих волн вдоль меридиональной координаты. Вычисляя ток в левой части уравнения (9) и оператор набла в правой части, находим уравнения, описывающие электродинамическую часть потенциала

$$\alpha q_{ab} \bar{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = \alpha q_{ab} \left(\sum_{i=1}^4 f_i^2 \right)_a = -\Phi_e'' - \Phi_e' \cot \theta, \tag{12}$$

$$\alpha q_{ab} \bar{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = 2\alpha q_{ab} (f_1 f_4 - f_2 f_3)_a = -A_e'' - A_e' \cot \theta + \frac{A_e}{\sin^2 \theta},$$

$$\bar{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = 0.$$

Здесь по индексу a осуществляется суммирование по всем кваркам, входящим в систему. Таким образом, в случае нуклонов задача сводится к решению системы из 14 обыкновенных дифференциальных уравнений, а в случае дейтрона число уравнений в системе вырастает до 26.

Как известно, электромагнитные свойства элементарных частиц характеризуются электрическим зарядом и магнитным моментом. Поэтому

параметры поля Янга-Миллса, фигурирующие в уравнениях (11), должны быть связаны с величиной заряда и магнитного момента системы кварков, которые для данной системы определяются следующим образом

$$Q_b = \int dV q_{ab} \bar{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = 4\pi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta q_{ab} \left(\sum_{i=1}^4 f_i^2 \right)_a \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mu_b &= \frac{1}{2} \int dV [\mathbf{r} \times \mathbf{j}]_z = 2\pi\mu_q \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^2 \theta q_{ab} \bar{\psi}_a \gamma^{\varphi} \psi_a = \\ &4\pi\mu_q \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^2 \theta \sum_a q_{ab} (f_1 f_4 - f_2 f_3)_a \end{aligned}$$

В качестве единицы измерения массы возьмем 1 МэВ, тогда параметры поля Янга-Миллса, векторный потенциал и энергия системы будут выражаться в единицах МэВ. Единицей магнитного момента в этом случае является $\mu_q = e\hbar / MeV = 2m_e \mu_B = 1.0219978 \mu_B$, где μ_B - магнетон Бора. Сомножителем здесь выступает удвоенная масса электрона, выраженная в принятых единицах массы.

Модель нуклонов

Влияние векторного потенциала на параметры барионов исследовалось в работе [7]. Было установлено, что масштаб изменения параметров векторного поля Янга-Миллса не превышает 1 МэВ. Следовательно, можно исключить это поле из рассмотрения, заменив его скалярным потенциалом, влияющим на эффективную массу кварков [11]. Решение системы уравнений (11)-(12) с нулевым векторным потенциалом Янга-Миллса можно получить в виде ряда по степеням параметра α . Для системы кварков основное состояние с нулевым моментом представляется в стандартном виде (10) с постоянными функциями f_i :

$$L = 0, f_1 = f_{ab}, f_2 = 0, f_3 = f_4 = g_{ab} \quad (14)$$

В случае (14) система уравнений (11) с нулевым векторным потенциалом приводится к виду:

$$2g_{ab} + (m_{ab} - \omega_{ab})f_{ab} = 0, \omega_{ab} = -m_{ab} \quad (15)$$

Вычисляя компоненты 4-вектора тока, и используя первое условие нормировки (13), находим

$$\begin{aligned} j^0 &= f_{ab}^2 + g_{ab}^2 = (1 + m_{ab}^2)f_{ab}^2, \\ j^{\varphi} &= 2f_{ab}g_{ab} \sin \theta = -2m_{ab}f_{ab}^2 \sin \theta, \\ 4\pi j^0 &= 1, f_{ab}^2 = \frac{1}{4\pi(1 + m_{ab}^2)} \end{aligned} \quad (16)$$

Используем полученные результаты для вычисления магнитных моментов нейтрона и протона. Общие свойства исследуемых нуклонов и кварков представлены в таблицах 1-2.

Таблица 1. Свойства барионов

Symbol	Spin	Charge	Mass	BaryonNumber	GFactor	Hypercharge	Isospin	QuarkContent
p	$\frac{1}{2}$	1	938.27203	1	5.585694713	1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuark, UpQuark, UpQuark}}
\bar{p}	$\frac{1}{2}$	-1	938.27203	-1	5.585694713	-1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuarkBar, UpQuarkBar, UpQuarkBar}}
n	$\frac{1}{2}$	0	939.56536	1	-3.82608545	1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuark, DownQuark, UpQuark}}
\bar{n}	$\frac{1}{2}$	0	939.56536	-1	-3.82608545	-1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuarkBar, DownQuarkBar, UpQuarkBar}}

Таблица 2. Свойства кварков

Symbol	Spin	Charge	Mass	BaryonNumber	Bottomness	Charm	Hypercharge	Isospin	Strangeness	Topness
u	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	2.2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
\bar{u}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	2.2	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	5.0	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
\bar{d}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	5.0	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0

Если предположить, что в составе протона кварки типа *u* имеют противоположно направленные спины, а в составе нейтрона кварки *d* имеют противоположно направленные спины, тогда магнитный момент протона зависит от эффективной массы *d* кварка, а магнитный момент

нейтрона зависит от эффективной массы u кварка. В этих предположениях находим

$$\mu_b / \mu_q = -\frac{2m_{ab}q_{ab}}{3(1+m_{ab}^2)}, b = n, p; a = u, d. \quad (17)$$

В случае протона имеем $\mu_p / \mu_q = 1.5544916 \times 10^{-3}$, соответственно уравнение (17) имеет два корня

$$m_{dp} = 0.00699556 \text{ MeV}; 142.948 \text{ MeV} . \quad (18)$$

Для нейтрона $\mu_n / \mu_q = -1.06479466 \times 10^{-3}$, а эффективная масса u кварка имеет два значения:

$$m_{un} = 0.0023958 \text{ MeV}; 417.397 \text{ MeV} . \quad (19)$$

Следовательно, в каждом случае имеем два корня уравнения (17). Один из них соответствует очень малой энергии кварков порядка нескольких кэВ.

Модель дейтрона

Как известно, нуклоны объединяются в атомные ядра под влиянием ядерных сил. Однако сами ядерные силы долгое время оставались загадкой, не смотря на многочисленные феноменологические модели, в которых ядерные силы моделировались гипотетическими потенциалами типа потенциала Юкава, Вудса-Саксона или квантового гармонического осциллятора, положенного в основу модели ядерных оболочек [12]. Заметный прогресс в моделировании ядерных сил связан с развитием квантовой хромодинамики [13-14] и численных моделей нуклонов и легких ядер [1-5].

Объединяя два пузыря, путем погружения одного пузыря в другой, приходим к метрике ядра дейтерия — рис. 1. В этом случае возможны две комбинации, когда нейтрон погружен в протон — структура $D=\{n,p\}$, и когда протон погружен в нейтрон, $D=\{p,n\}$.

Можно предположить, что нуклоны образуют атомные ядра в состоянии с низкой энергией кварков. Эффективная масса кварка связана с массой покоя и потенциалом скалярного поля линейным уравнением [11]

$$m_{ab} = m_a + \lambda_{ab} \phi_b \quad (20)$$

Здесь λ_{ab} - параметр взаимодействия кварков с полем Янга-Миллса. Таким образом, если предположить, что в основном состоянии эффективная масса совпадает с минимальным корнем уравнения (17), то из уравнения (20) следует простая оценка

$$m_a \approx -\lambda_{ab} \phi_b, \quad a = u, d; \quad b = n, p. \quad (21)$$

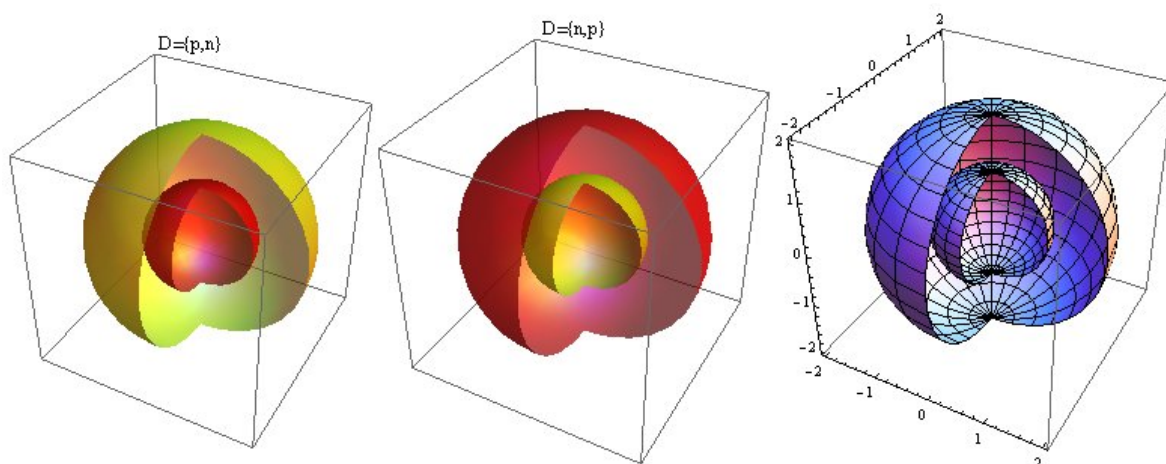


Рис. 1. Модель метрики ядра дейтерия: слева протон погружен в нейтрон, в центре нейтрон погружен в протон, справа геометрия двух метрик типа (7).

Используя приведенную выше модель барионов, можно оценить магнитный момент и энергию связи нуклонов в ядре дейтерия. Будем предполагать, что спины нейтрона и протона параллельны. Тогда магнитный момент системы оценивается просто как сумма магнитных моментов протона и нейтрона, что составляет

$$\mu_D \approx \mu_n + \mu_p = (2.792847356 - 1.91304272)\mu_N = 0.879805\mu_N \quad (22)$$

Здесь μ_N - ядерный магнетон. Экспериментальное значение магнитного момента дейтрона равно $\mu_D = 0.85743823\mu_N$, что отличается от величины в правой части (20) на 2.6%.

Энергию связи можно оценить, используя гипотезу, что общая энергия связи складывается из разности потенциалов Янга-Миллса, тогда в случае системы $D=\{p,n\}$, состоящей из протона и нейтрона — рис. 1, имеем с учетом (21)

$$E_b \approx m_u = 2.2 \text{ MeV} \quad (23)$$

Полученная оценка лишь на 1% отличается от энергии связи дейтрона $E_b = 2.22457 \text{ MeV}$. Детальный расчет магнитных моментов и энергии связи осуществляется в рамках численной модели, описанной в работе [7]. Объединенная модель дейтрона включает 26 обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются численными методами, реализованными в системе [9].

Возникает вопрос, почему в природе не реализуется комбинация нуклонов типа нейтрона вложенного в протон с энергией связи порядка массы d кварка? Можно предположить, что эта комбинация реализуется в ядре трития, которое состоит из двух нейтронов и одного протона - рис. 2. В этом случае полная энергия связи составляет 8.4818 МэВ, что близко к величине суммарной массы u и d кварков.

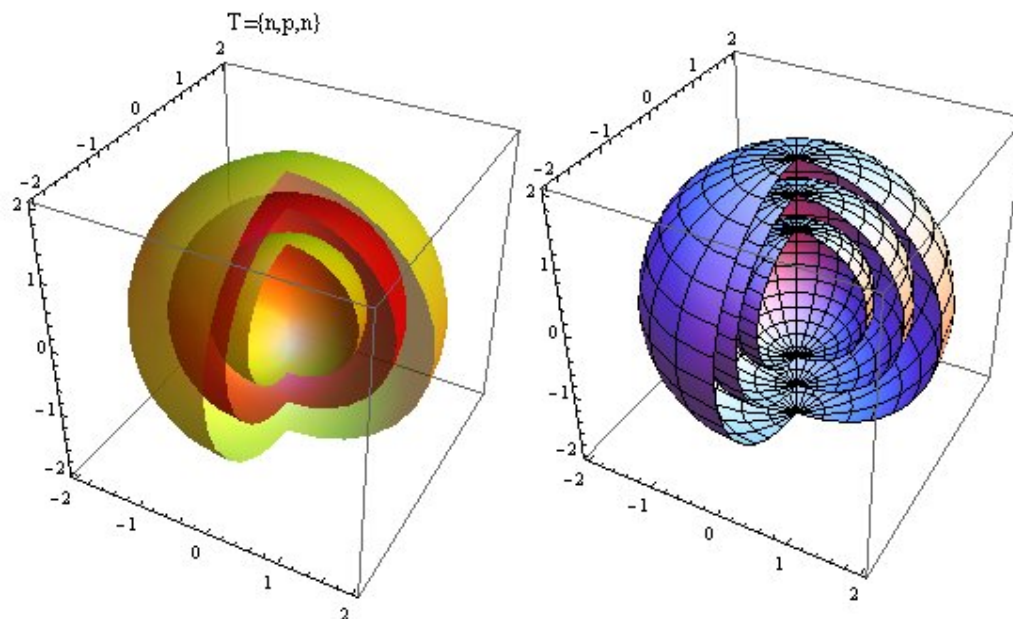


Рис. 2. Модель метрики ядра трития.

Можно предположить, что и в общем случае при любом числе нуклонов атомные ядра организованы по принципу вложенных оболочек. Эта гипотеза согласуется с теорией ядерных оболочек [12,15-16]. Отметим, что в [15-16] ядерные силы моделировались векторным потенциалом в пространстве пяти измерений на основе модифицированной теории Калуцы-Клейна. В рамках этой модели была вычислена энергия связи нуклонов для всех известных нуклидов.

Таким образом, развитая модель позволяет объяснить природу ядерных сил, которые обусловлены, главным образом, метрикой барионов и топологией атомных ядер. Сами ядра состоят из оболочек с метрикой типа (7) и остова, состоящего из глюонного конденсата. Такая модель позволяет описать свойства всех известных нуклидов [15-16] и адронов [17-18].

Наконец заметим, что результаты исследования свойств атомных ядер на основе сформулированной модели можно применить для решения

проблемы многих тел в квантовой теории, в частности, для описания свойств многоэлектронных атомов [15].

References

1. S. Durr, Z. Fodor, J. Frison *et all.* Ab Initio Determination of Light Hadron Masses// Science, 21 November 2008: Vol. 322, no. 5905 pp. 1224-1227.
2. R. G. Edwards (LHPC Collaboration), B. Joó (UKQCD Collaboration). The Chroma Software System for Lattice QCD// arXiv:hep-lat/0409003, Proceedings of the 22nd International Symposium for Lattice Field Theory (Lattice2004), Nucl. Phys B1 40 (Proc. Suppl) p832, 2005.
3. Doron Gazit, Sofia Quaglioni and Petr Navratil. Three-Nucleon Low-Energy Constants from the Consistency of Interactions and Currents in Chiral Effective Field Theory//arXiv:0812.4444v2 [nucl-th] 21 Sep 2009
4. S. Quaglioni, P. Navratil, R. Roth, and W. Horiuchi. From nucleons to nuclei to fusion reactions//arXiv:1203.0268 [nucl-th]
5. M. Hirai, H. Kawamura, S. Kumano, and K. Saito. Selected topics on parton distribution functions//arXiv:1111.0353v1 [hep-ph] 2 Nov 2011.
6. Трунев А.П. Моделирование метрики адронов на основе уравнений Янга-Миллса // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(84). С. 874 – 887. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf>, 0,875 у.п.л.
7. Трунев А.П. Динамика кварков в метрике адронов и структура барионов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №01(85). С. 525 – 542. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf>
8. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Полное решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметричной метрики// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2011, 4(3), 350-362.
9. Wolfram Mathematica 9.0/ <http://www.wolfram.com/mathematica/>

10. V. Dzhunushaliev. Canonical conjugated Dirac equation in a curved space// arXiv:1202.5100, Feb. 25, 2012.
11. J.J.J. Kokkedee. The Quark Model. – W.A. Benjamin Inc., NY-Amsterdam, 1969.
12. Maria Goeppert-Mayer. On Closed Shells in Nuclei/ [DOE Technical Report](#), [Phys. Rev. Vol. 74](#); 1948. II [DOE Technical Report](#), [Phys. Rev. Vol. 75](#); 1949
13. S. Weinberg, Physica 96A, 327 (1979); Phys. Lett. B 251, 288 (1990); Nucl. Phys. B363, 3 (1991);
14. G. Gasser and H. Leutwyler, Ann. Phys. 158, 142 (1984).
15. Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И. Менделеева / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(79). С. 414 – 439. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/29.pdf>
16. Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И.Менделеева. Часть 2. / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 491 – 514. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/37.pdf>
17. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>
18. Alexander Trunev. Hadrons mass spectrum and the gluon thermodynamics//Chaos and Correlation, Nov. 25, 2012, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_11_2012.pdf