

УДК 681.322

UDC 681.322

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗА  
ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ  
БЕЗОПАСНОСТИ****MATHEMATICAL MODEL FOR A SYNTHESIS  
OF AN INTEGRATED SECURITY SYSTEM**

Хализев Вячеслав Николаевич  
к.т.н., профессор

Halizev Vyacheslav Nikolaevich  
Cand.Tech.Sci., professor

Федоров Сергей Юрьевич  
*Институт информационных технологий и  
безопасности Кубанского государственного  
технологического университета,  
Краснодар, Россия*

Fedorov Sergey Yurevich  
*Institute of Information Technology and security of the  
Kuban State Technological University  
Krasnodar, Russia*

В статье рассмотрены модели и методы, позволяющие из предложенных на рынке подсистем и оборудования, на основе анализа требований, предъявляемых к обеспечению безопасности выбрать оптимальное решение для синтеза интегрированной системы безопасности

The article deals with the models and the methods of the market of the proposed sub-systems and equipment, based on the analysis of the requirements for security to choose the best solution for the synthesis of the integrated security system

Ключевые слова: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗА, АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ, ИНТЕГРИРОВАННАЯ СИСТЕМА БЕЗОПАСНОСТИ

Keywords: MATHEMATICAL MODEL FOR SYNTHESIS, ANALYSIS OF REQUIREMENTS, INTEGRATED SECURITY SYSTEMs

Проблема обеспечения безопасности всегда являлась очень важной. Одной из основных проблем при построении систем безопасности объектов является выбор средств сигнализации, видеонаблюдения, контроля доступа, так как именно эти средства задают основу обнаружения нарушителя. Ошибки при выборе этих средств на начальном этапе проектирования могут привести к краху всего проекта в целом. Именно поэтому исследование проблемы оптимального выбора оборудования является актуальной для правильного принятия решения при оснащении учреждений системами безопасности.

В последнее время на предприятиях в целях повышения технической оснащенности объектов стали устанавливаться интегрированные системы безопасности (ИСБ). ИСБ представляет собой аппаратно-программный комплекс технических средств, обладающих технической, информационной, программной и эксплуатационной совместимостью. Использование ИСБ позволяет решить на новом качественном уровне

задачи по обеспечению безопасности объектов, повысить эффективность действий службы безопасности. Данные системы включают в себя: совместно функционирующие подсистемы охранной и тревожной сигнализации, пожарной сигнализации и пожарной автоматики, охранного телевидения, контроля и управления доступом, а также ряд дополнительных подсистем, обеспечивающих защиту от различных видов угроз, возникающих на объектах [1]. В состав ИСБ могут входить изделия разных производителей. Каждая система, входящая в ИСБ имеет формальные (количественные) и неформальные (качественные) параметры. Так системы охранной сигнализации решают разнообразные задачи, работают в разных условиях, на них воздействуют неодинаковые помеховые факторы. Это качественные параметры, из которых можно выделить около 12 главных. Количественных параметров более 50, наиболее важные – это напряжение питания, размеры зоны обнаружения, чувствительность, вероятность обнаружения, время наработки на ложное срабатывание и др. [1]. Так в результате анализа средств обнаружения по физическому принципу действия можно выделить 28 основных самостоятельных типов и 21 вид материальных носителей информации, непосредственно воздействующих на чувствительный элемент. Анализ проводился и по другим подсистемам ИСБ. Перед специалистами встает проблема выбора элементов для оснащения конкретного объекта, что является достаточно трудной задачей в связи с появившимся разнообразием систем и их комплектующих. Решить эту задачу можно применив систему поддержки принятия решения (СППР), базирующуюся на комплексе математических моделей многокритериальной оптимизации, с помощью которых можно произвести минимизацию затрат и временных расходов на поставку оборудования, при этом обеспечивая покрытие заданных требований заказчика, нормативных руководящих документов и возможностей поставки (см. рисунок 1).

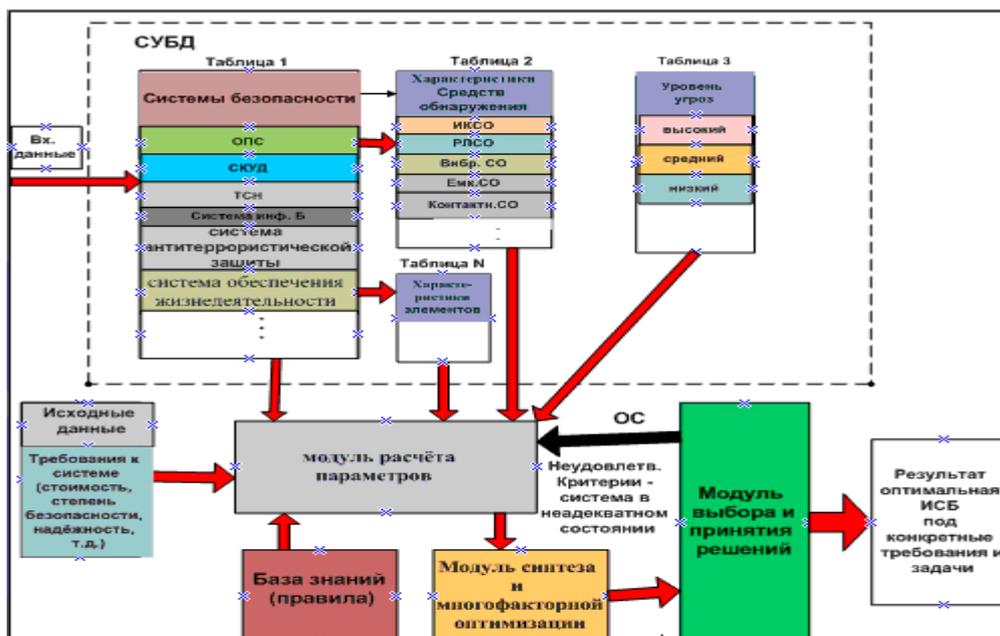


Рисунок 1 – Схема модели, разрабатываемой СППР

В системе должна использоваться обновляемая база данных, включающая различное оборудование и их параметры. Для каждой системы будет выбираться своя стратегия противодействия, но использующая возможности и связи с другими системами. Результатом работы модуля выбора и принятия решения будет автоматически предложен проект архитектуры ИСБ, выдаваемая пояснительная записка, содержащая наиболее эффективно подобранное оборудование, сметный расчёт стоимости и при необходимости обоснование выбора и другие необходимые документы. Задача выбора оптимальной структуры системы из составляющих ее объектов может быть сформулирована в теоретико-множественной интерпретации как задача о наименьшем покрытии (ЗНП) множества следующим образом [2-5].

Пусть определено множество технических параметров ИСБ и требований к ним  $R=\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ , и множество объектов (элементов оборудования)  $S=\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , таких, что каждый  $S_j$  ассоциирован с подмножеством  $R_j \subseteq R$ , где  $j \in N=\{1, \dots, n\}$ . При этом  $S_j$  удовлетворяет всем требованиям из  $R_j$ , либо выполняет функции из  $R_j$  с определенным

качеством. Совокупность  $\{R_j\}$ ,  $j \in J$ ,  $J \subseteq N$  называется покрытием множества  $R$ , если  $\cup R_j = R$ , при  $j \in J$ . Определим матрицу  $A=(a_{ij})$ :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если элемент } r_i \text{ входит в множество } R_j \text{ (требование } r_i \text{ покрыто)} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Задача выбора оптимальной структуры системы из составляющих ее объектов  $S=\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , для реализации полного набора заданных функций (требований)  $R=\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  как задача ЦЛП имеет вид:

$$F_1(x) = \sum_{j=1}^n (C_j x_j) \rightarrow \min, \quad (1)$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j) \geq 1, \quad \text{где } i \in M \quad (2)$$

$$x_j \in 0,1, \quad \text{где } j \in N \quad (3)$$

В этом случае задача структурного синтеза сводится к определению экстремального значения целевой функции (1).

Если  $C_j$  интерпретировать как стоимость элементов оборудования, то значения целевой функции (1) определяют минимальную стоимость оборудования, для построения ИСБ, удовлетворяющей всем заданным требованиям.

Если  $B_j$  интерпретировать как эффективность элементов оборудования, то значения целевой функции (4) определяют максимальную эффективность набора оборудования, для построения системы, удовлетворяющей всем заданным требованиям, при тех же ограничениях (2) и (3):

$$F_2(x) = \sum_{j=1}^n (B_j x_j) \rightarrow \max, \quad (4)$$

В обобщенных задачах о покрытии [2], в правой части ограничения (2) используется вектор натуральных чисел  $b = (b_1, \dots, b_m)$ . Это означает, что элемент  $i$  должен быть «покрыт» не менее  $b$  раз,  $i \in M$ . Эту задачу можно

интерпретировать как требование резервирования отдельных функций системы при поиске решения, либо получения решения с заданным коэффициентом эффективности решения функции  $r_i$ .

Введем в математическую модель (1) данные о технических параметрах решаемых задач  $R$  путем добавления матрицы натуральных чисел  $V$ . Определим матрицу  $V=(b_{ij})$ ,  $i \in M$ ,  $j \in N$ :

$$b_{ij} = \begin{cases} b, & \text{если } a_{ij} = 1 \text{ и требование } r_i \text{ выполнено объектом } j \\ & \text{с качеством } b = 1..100 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (5)$$

Если объекты имеют конкретные числовые характеристики, отражающие их количественные или качественные параметры по реализации функции (требования)  $r_i$ , то их можно взять в качестве величин  $b_{ij}$ , проведя стандартную процедуру нормализации и приведения к единому диапазону [1..100] (1 - лучший показатель, 100 - худший), чтобы их правомерно было сравнивать как показатели качества. Если таких характеристик нет, то следует провести экспертную оценку каким либо из известных методов и получить числовую характеристику качественных параметров решения каждым объектом  $j$  задачи  $r_i$ . Пусть величины  $b$  определяются экспертным путем, например по методу Саати, методом парных сравнений и нормализации по каждому требованию  $r_i$ .

В общем случае технические параметры  $r_i$  имеют разный физический смысл, поэтому для одних  $i$  включение в решение объектов  $j$  и  $k$  требует суммирования показателей  $b_j$  и  $b_k$ , а для других значения  $\max(b_j, b_k)$ , поэтому сумму в критерии (4) необходимо заменить на нелинейный функционал  $\Psi$ :

$$\Psi = \begin{cases} \text{sum}(b_j, b_k), & \text{если } d = 1 \\ \max(b_j, b_k), & \text{иначе,} \end{cases} \quad (6)$$

где  $D=(d_1, \dots, d_m)$  – вектор, учета типа задачи  $r_i$ .

В общем случае функционал  $\Psi$  может иметь и более сложный вид.

Чтобы учесть разный вес задач  $r_i$  в критерии (4) из-за чувствительности результата к изменениям соотношения параметров  $b_j, b_k$  для разных строк  $i$  необходимо ввести весовой коэффициент методом вычисления сумм взвешенных разностей по модулю всех пар строки  $i$ . То есть вводится вектор  $a = \{a_1 a_2 \dots a_m\}$ , ( $a_1 + a_2 + \dots + a_m = 1$ ), и целевая функция (4) приобретает вид:

$$F_3(x) = \sum_i^m a_i \Psi_j(b_{ij} x_j) \rightarrow \min \quad (7)$$

Причем значения вектора  $a$  могут быть определены разными способами: методом парных сравнений и нормализации по методу Саати для экспертных нечетких показателей и арифметически для технических параметров.

Таким образом, при равных  $b_{ij} = b_{ik} + \Delta$ , и  $b_{mj} + \Delta = b_{mk}$ , и  $\alpha_i > \alpha_m$ , критерий отдаст предпочтение  $S_k$ , что и требовалось в этом случае.

Задача выбора оптимальной структуры системы из составляющих ее объектов  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , для реализации заданных функций (требований)  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  по критерию максимума показателя цена/качество решения всех задач  $R$  формулируется заменой в матрице  $B$  всех величин  $b$  на величины  $c/b$  и решения задачи (1), (4), либо (7).

С практической точки зрения интересной задачей является задача определения выбранного состава оборудования минимальной стоимости при заданной степени качества решения задачи  $r_i$  (качества решения всех задач  $R$ ), то есть уровня безопасности  $b^*$  по требованию  $i$ , (уровня безопасности объекта в целом). Эта задача решается как задача ЦЛП вида:

$$F_1(x) = \sum_{j=1}^n (C_j x_j) \rightarrow \min \quad (8)$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^n (B_j x_j) \leq b^* \quad , \quad i \in M \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j) \geq 1, \quad i \in M \quad (10)$$

$$x \in 0,1, \quad j \in N \quad (11)$$

Обратная задача - при заданной максимальной стоимости  $C_{\max}$  выбранного состава оборудования обеспечить максимальную степень безопасности объекта, то есть максимальную степень качества решения всех задач из  $R$  - решается как задача нелинейного программирования вида:

$$F_3(x) = \sum_i^m a_i \Psi_j(b_{ij} x_j) \rightarrow \min, \quad (12)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n (C_j x_j) \leq c_{\max}, \quad i \in M \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} x_j) \geq 1, \quad i \in M \quad (14)$$

$$x \in 0,1, \quad j \in N$$

Известна задача многокритериальной дискретной оптимизации (МДО), в частности двухкритериальная задача о покрытии множества, в которой требуется найти покрытие одновременно минимизирующее функцию затрат (1) и максимизирующее функцию эффективности, имеющую вид (4). Один из наиболее распространенных подходов к решению многокритериальных задач оптимизации связан с понятием оптимальности по В. Парето и использованием приемов снижения критериальности задачи – скаляризации, сведение к однокритериальной задаче различными методами: взвешенной суммы, функции скаляризации Чебышева, методом изменения ограничений [4,5]. Другим известным подходом к определению множества решений многокритериальной задачи является метод уступок, используя который можно поставить задачу нахождения некоторого подмножества парето-оптимальных решений [2]. В

методе уступок по алгоритму А1, при котором от двухкритериальной задачи (1)-(4) переходят к однокритериальной задаче вида (4) и ограничению

$$\sum_{j=1}^n (C_j x_j) \leq c_0 + d, \quad (15)$$

где  $c_0$  - решение задачи (1)  $F_1(x^*)$ ,

$d$  - величина уступки.

Для ограничения количества точек оптимальности, поиска наиболее приемлемых решений из всего множества парето-оптимального фронта, предлагается алгоритм А2 поиска ближайшей точки к  $[c_0, b_0]$ , но лучшей по качеству и не дороже, чем на  $\Delta c$ . Учитывая введенную модель (5), введем обозначения процедуры решения задачи (11-13) с границей качества  $b^*$ , минимальной суммой  $C = F_1(x^*)$  и качеством  $V = F_3(x^*)$  как  $P1(b^*, C, V)$ , а процедуры решения задачи (12-14) с границей суммы  $c^*$ , наилучшим качеством  $V = F_3(x^*)$  минимальной суммой  $C = F_1(x^*)$  как  $P2(c^*, V, C)$ .

Алгоритм А2:

Шаг 1:  $P1(b^{\max}, c_0, b_0)$ ,  $P2(c^{\max}, b_1, c_1)$ ,  $C, c^* = c_0$ ,  $V, b^* = b_0$ ,  $c^m = c_0 + \Delta c$ .

Шаг 2:  $c^* = c^* + d$ ,

Если  $c^* \geq c^m$ , то  $[V, C]$  – искомая точка,

иначе  $P2(c^*, V, C)$ ,

если  $V \geq b^*$ , то перейти на шаг 2,

иначе  $b^* = V$ , перейти на шаг 2.

Для ЛПР имеет практическое значение алгоритм А3 поиска ближайшей точки к  $[c_1, b_1]$ , с минимальной стоимостью, но не хуже по качеству, чем на  $\Delta b$ .

Алгоритм А3:

Шаг 1:  $P1(b^{\max}, c_0, b_0)$ ,  $P2(c^{\max}, b_1, c_1)$ ,  $C, c^* = c_1$ ,  $B, b^* = b_1$ ,  $b^m = b^1 + \Delta b$ .

Шаг 2:  $b^* = b^* - d$ ,

Если  $b^* \geq b^m$ , то  $[B, C]$  – искомая точка,

иначе  $P1(b^*, C, B)$ ,

если  $C \leq c^*$ , то перейти на шаг 2,

иначе  $c^* = C$ , перейти на шаг 2.

Алгоритмы А2 и А3 находят наилучшие решения - ближайšie к идеальному, если парето-оптимальное множество решений является выпуклым. По величинам  $\Delta b$  и  $\Delta c$  ЛПР может оценить “крутизну” фронта Парето и выбрать лучшее решение. Если же выпуклость фронта незначительна или имеет место вогнутость, то алгоритмы А2 и А3 можно применить поочередно, продвигая точки оптимумов друг к другу на максимально близкое расстояние.

Для практического решения реальных задач используются, как правило, приближенные алгоритмы, среди которых ведущее место принадлежит, так называемым “жадным” алгоритмам.

Для поставленных задач наиболее подходит метод модификации “жадного” алгоритма, на каждом шаге которого вычисляется оценка

$$X_j = \frac{C_j}{B_j \sum_i a_{ij}} \quad (16)$$

При этом в покрытие включается элемент  $S_m$  с оценкой  $\xi_m = \min_{\forall j} \xi_j$ .

Для реализации P1 и P2 необходимо только заменить в (16) величину  $B_j$  на  $\sum_i b_{ij}$  в соответствии с введенной моделью (5).

Практическая реализация алгоритмов А2, А3 показала практическую возможность решения задач размерностью 100x50 с приемлемой точностью.

Таким образом, в статье решается задача разработки моделей и методов, позволяющих на основе анализа требований, предъявляемых к обеспечению безопасности ВУЗа, выбирать оптимальный набор

оборудования для синтеза интегрированной системы безопасности из различных подсистем и элементов, предложенных на рынке.

#### **Список литературы**

1. Груба И.И. Системы охранной сигнализации. Технические средства обнаружения. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2012.-220 с.
2. Заозерская Л.А., Колоколов А.А. Исследование и решение двухкритериальной задачи о покрытии множества. //Проблемы информатики №2, 2009, URL: <http://problem-info.ru>2009-2/2.pdf>, (дата обращения: 25.06.2012).
3. Я. Е. Львович, Г. Д. Чернышева, И. Л. Каширина, Воронежский государственный технический университет, Воронежский государственный университет- Оптимизация проектных решений в САПР на основе эквивалентных преобразований задачи о минимальном покрытии. Электронное научно-техническое издание № ФС 77 - 30569. Государственная регистрация №0421100025 URL: <http://technomag.edu.ru/index.html>, (дата обращения: 25.06.2012).
4. Ногин В.Д., Басков О.В. Сужение множества Парето на основе учёта произвольного конечного набора числовой информации об отношении предпочтения // Доклады АН, 2011, т. 438, № 4, С. 1-4.
5. Ногин В.Д. Границы применимости распространенных методов скаляризации при решении задач многокритериального выбора// Методы возмущений в гомологической алгебре и динамика систем: Межвуз. сб. науч. тр. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2004, С. 59-68.