

УДК 656.13: 681.3

UDC УДК 656.13: 681.3

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫБОРА  
АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ И ИХ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОПЕРАЦИЯМ****MATHEMATICAL MODELS OF SELECTION  
OF VEHICLES AND THEIR DISTRIBUTION ON  
TECHNOLOGICAL OPERATIONS**

Черкасов Олег Николаевич  
д.т.н., главный специалист  
*Закрытое акционерное общество «Лот»,  
Воронеж, Россия*

Cherkasov Oleg Nikolaevich  
Dr.Sci.Tech., chief specialist  
*Closed Joint Stock Company 'Lot'  
Voronezh, Russia*

В статье рассмотрены модели выбора и распределения автотранспортных средств в жизненном цикле автотранспортного предприятия на основе принципа иерархического моделирования для реализации различных технологических операций

The article describes the models of selection and distribution of vehicles in the life cycle transport company based on the principle of hierarchical modeling for various manufacturing operations

Ключевые слова: УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛЬ, ВЫБОР, ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ, АВТОТРАНСПОРТНЫЕ СРЕДСТВА

Keywords: MANAGEMENT MODEL, CHOICE, LIFE CYCLE, VEHICLES

Одной из наиболее значимых задач в функционировании жизненного цикла автотранспортного предприятия (АТП) является выбор автотранспортных средств и их оптимальное распределение по технологическим операциям (ТО). Обычно при этом участниками процесса преследуется множество разных целей. Решение таких многоцелевых задач, как правило, сложно в реализации. В рассматриваемом случае трудности, возникающие в процессе решения, обычно обусловлены не столько количеством целей, сколько особенностями их формулировок. Не всегда легко строго сформулировать понятие «цель». По этой причине лицо, принимающее решение (ЛПР) обычно формулирует их в произвольном виде. Данное обстоятельство не позволяет ЛПР «в чистом виде» решать задачи многоцелевой оптимизации, так как в этом случае ему бывает достаточно трудно формировать множество конфликтующих вариантов решения из-за невозможности соизмерения степени достижения различных целей. Поэтому обычно подобные задачи сводятся к задачам векторной оптимизации. При этом нередко для описания одной цели используется несколько критериев эффективности системы, и между

данной целью и ними наблюдается сложное взаимодействие. Такие задачи возникают на всех этапах жизненного цикла реализации ТО АТП, например планирования, управления, функционирования и др.

Предлагается модель выбора и распределения автотранспортных средств в жизненном цикле ТО АТП. Если не учитывать технологический характер исследуемых объектов, то такая модель может быть записана в следующем виде [2]:

$$Q(d) \rightarrow (q_1(x), \mathbf{K}q_s(x)) \rightarrow Opt,$$

$$\hat{O} : f_k(d) \leq 0, \quad k = \overline{1, K}, \quad d = \|d_{ij}\| \quad (i = \overline{1, n}, \overline{1, m}), \quad (1)$$

где  $Q(d)$  – вектор частных критериев качества;

$d$  – матрица, каждый элемент которой характеризует распределенное количество выбранного  $j$ -го вида автотранспортного средства(АТС) на  $i$ -ю ТО АТП;

$\hat{O}$  – область допустимых решений.

В такой постановке модель (1) не позволяет осуществлять анализ функционирования системы. Для устранения этого недостатка в ней выделено два уровня, обеспечивающие ЖЦ управления АТП.

Проведена декомпозиция модели, были выделены две частные модели: синтеза (2) и функционирования АТП (3), посредством реализации которых будет формироваться область допустимых решений:

$$\bar{q} = \left[ \bar{q}^c(d), \bar{q}^a(d, z) \right] \xrightarrow{d, z \in \hat{O}} Opt,$$

$$\hat{O} = \hat{O}^n \cup \hat{O}^a, \quad \text{и} \quad \hat{O}^n \cap \hat{O}^a = \emptyset,$$

$$\bar{q}^c(d) = \left[ \bar{q}_1^c(d), \dots, \bar{q}_{s_1}^c(d) \right] \xrightarrow{d \in \hat{O}^c} Opt,$$

$$\hat{O}^n : f_{k_1}^c(d) \leq 0, f_{k_1}^c(d) \in F^c, k_1 = \overline{1, K_1}, \hat{O}^n = \bigcup_{k_1=1}^{K_1} \hat{O}_{k_1}^n; \bigcap_{k_1=1}^{K_1} \hat{O}_{k_1}^n \neq \emptyset; \quad (2)$$

$$\bar{q}^a(d, z) = \left[ \bar{q}_1^a(d, z), \dots, \bar{q}_{s_2}^a(d, z) \right] \xrightarrow{z \in \hat{O}^a} Opt,$$

$$\hat{O}^a : f_{k_2}^a(d, z) \leq 0, f_{k_2}^a(d, z) \in F^a, k_2 = \overline{1, K_2}, \quad (3)$$

$$d = const, d \in \hat{O}^{\bar{n}}; \hat{O}^{\bar{a}} = \bigcup_{k_2=1}^{K_2} \hat{O}_{k_2}^{\bar{a}}; \bigcap_{k_2=1}^{K_2} \hat{O}_{k_2}^{\bar{a}} \neq 0.$$

Введенные здесь индексы «с» и «ä» характеризуют принадлежность того или иного параметра к модели оптимизации соответствующего уровня.

В такой постановке модель (2) соответствует выполнению первого этапа моделируемого процесса, а модель (3) – второму этапу [3,4,5]. Основное отличие данных моделей заключается в особенностях формирования соответствующих им множеств решений  $\{d\}$  и  $\{d = const, z\}$ , где  $z$  – дополнительные варьируемые параметры, позволяющие ЛПР, получить более полные оценки качества функционирования объекта. При этом модель синтеза является как бы «вложенной» в модель функционирования, т.е. динамические состояния системы, формируются на этапе ее синтеза. Для этого предлагается из всего множества ограничений  $\{f\}$  и частных критериев качества  $\{q\}$  первоначально выделить те параметры, которые зависят только от  $d$ , а затем параметры, зависящие от  $d$  и  $z$ . Последовательное решение указанных частных задач приводит к формированию множества решений  $\{d, z\} = \{d\} \cup \{d = const, z\}$ , каждый элемент которой учитывает статические и динамические аспекты выбора и распределения АТС по ТО на соответствующих этапах. После чего дальнейшая оптимизация заключается в выделении Парето-оптимального множества  $\{d, z\}^1 \subset \{d, z\}$ .

Следует отметить, что при реализации моделей (2) и (3) часто возникают ситуации, когда вначале, на первых этапах осуществления общего ресурсного процесса,  $\hat{O}_{\bar{n}} = 0$  или  $\hat{O}_{\bar{a}} = 0$ , что не позволяет ЛПР сформировать множество  $\{d, z\}$ . Обычно это имеет место в тех случаях, когда ограничения на указанных уровнях формируются независимо друг от друга сразу несколькими ЛПР, интересы которых противоречат друг

другу. В подобных задачах, как правило, основная проблема состоит в выделении множеств  $\hat{O}_n$  и  $\hat{O}_a$ , применяемые же при этом решения именуются согласованными решениями [1], учитывающими интересы всех сторон.

Так как невозможно в общем виде описать процедуры формирования согласованных решений, из-за трудностей, связанных с формированием практических задач (например, выбор АТС в условиях их замещения на этапе синтеза, или наличие ресурсного конфликта между АТС на этапе анализа), в данном случае ограничимся лишь записью условий существования таких решений:

$$\bigcup_{k_1=1}^{K_1} \hat{O}_{k_1}^- \neq 0 \text{ и } \bigcap_{k_2=1}^{K_2} \hat{O}_{k_2}^a \neq 0, \text{ где } \hat{O}_{k_1}^- \text{ и } \hat{O}_{k_2}^a - \text{выделенные области. При}$$

невыполнении же данных условий задача ЛПР состоит в том, чтобы осуществить определенные процедуры по целенаправленному изменению области  $\hat{O}$ , формируемой ограничениями задачи.

Используя предложенный выше подход к формулированию модели выбора и распределения АТС по ТО АТП, можно укрупнено определить последовательность ее реализации. Она должна включать следующие три основных уровня: решение ТЗ на этапе синтеза системы перевозок, решение ТЗ на этапе реализации ТО, а также получение окончательно согласованного решения общей ресурсной задачи в условиях замещения, векторной оценки и конфликта целей, критериев, стратегий и ресурсов. Третий этап здесь требуется для того, чтобы ЛПР могло накапливать все полученные ранее результаты решения частных задач и тем самым формировать общее множество решений  $\{d, z\}$ .

Взаимодействие статической и динамической моделей (2) и (3) в рамках общего процесса может осуществляться различными способами, что во многом определяется спецификой рассматриваемых задач, степенью их формализации, размерностью и другими факторами. При этом

эффективность использования применяемого способа к решению задачи во многом зависит от субъективных качеств ЛПР, осуществляющего подобный поиск. Обосновать полученные результаты ЛПР бывает обычно очень сложно, поскольку часто трудно определить, в какой мере качество функционирования системы может быть еще улучшено.

Рассмотрение предлагаемого подхода к решению будем проводить согласно классификации ТО по виду (дискретные, непрерывные и их комбинация). Это оправданно, так как именно вид ТО АТП во многом определяет условия и специфику поиска оптимального решения задачи.

Предлагаемая математическая модель обеспечивает три уровня решения ТЗ на этапах: синтеза, функционирования и согласованного решения задачи.

На основе изложенного выше принципа иерархического моделирования разработаны модели и алгоритмы оптимального выбора и распределения АТС для реализации различных ТО АТП [1].

Построение моделей выбора количественного состава и распределения (ВКСиР) АТС по «дискретным» ТО АТП необходимо проводить на этапе параметрического синтеза транспортной системы, когда ЛПР необходимо определить типы и количество АТС, на сформированные ранее ТО. Решение таких задач, как правило, проводится для различного рода транспортных систем, которые могут отличаться по сложности технологической структуры, по степени гибкости ее компонентов (множество типов и взаимозаменяемость АТС, возможность изменения их маршрутов и т.д.). Главной особенностью решения задачи ВКСиР является то, что элементы искомой матрицы  $d_{ij}$  могут принимать только целые положительные значения, что существенно ограничивает возможности ЛПР в выборе метода оптимизации. Задача ВКСиР на этапе синтеза была сформулирована в виде векторной задачи целочисленного выпуклого программирования [2]. Алгоритмы ее решения основаны на

предложенной модификации метода нормирующих функций: на его каждом шаге рассматриваются не все ТО, а только те из них, которые составляют критический путь. Модель функционирования АТП соответствует векторной задаче оптимизации и записана в виде модели (3).

Рассмотрим один из подходов к реализации модели оптимизации ВКСиР на этапе синтеза транспортной системы.

Такие статические характеристики АТС, как: суммарная стоимость единиц транспорта; их грузоподъемность и т.п., могут выступать в качестве ограничений задачи оптимизации. Однако при этом ЛПР должен будет выбрать такие показатели, которые, хотя бы косвенно, определяли динамику функционирования объекта.

Заметим, что на этапе статической оптимизации ЛПР не может воспользоваться «в чистом виде» динамическими характеристиками АТС, так как для этого ему требуется произвести анализ функционирования объекта. Отсюда вытекает следующий подход к реализации рассматриваемого этапа: вычленив статические составляющие исследуемых динамических характеристик и попытаться их оптимизировать.

Из-за большого количества целей, преследуемых обычно в процессе синтеза транспортной системы, решение задачи ВКСиР носит многокритериальный характер, постановка ее в общем виде соответствует совокупной векторной модели (2) и (3). Однако в частном случае реализация такой модели может быть сведена к последовательности решения задач скалярной оптимизации. Предположим, что исследуемая задача статической оптимизации в рамках общего процесса ВКСиР решается с помощью одного из методов, реализующих принцип покомпонентной оптимизации, например, метода последовательных уступок [5]. Тогда в процессе решения задачи вначале будет оптимизироваться один (наиболее важный) критерий, некоторым образом

характеризующий, например, динамику функционирования объекта. В этом случае задача распределения АТС по ТО может быть сформулирована в виде задачи целочисленного выпуклого программирования и решаться с помощью метода нормирующих функций. Рассмотрим вначале решение этой задачи на примере линейной структуры исследуемой системы.

Пусть в процессе проектирования транспортной системы определены: номенклатура в системе видов автотранспорта  $I = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$  и совокупность ТО  $J = \{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$ . Каждой паре  $(i, j)$  соответствуют  $p_{ij}$  – количество  $i$ -го АТС, используемых на  $j$ -ой ТО. Технологические операции являются элементами маршрутов АТС, а обобщенный технологический маршрут представляет собой цепочку последовательно соединенных операций, что соответствует линейной структуре транспортной системы. Для каждой  $j$ -ой ТО выбран один тип АТС  $l_j \in L$ , где  $L$  – множество используемых в системе типов АТС) и определено подмножество используемых на этой ТО видов АТС  $I_j = \{1, 2, \dots, i, \dots, n_j\}$ ,  $I_j \in I$ .

Будем оптимизировать вектор целевых функций  $q$ , характеризующий эффективность формирования исходной структуры транспортной системы. Тогда задачу статической оптимизации можно будет сформулировать в виде задачи оптимального выбора и распределения неоднородных АТС:

$$\begin{aligned} \bar{q}(d) &\xrightarrow{d \in \hat{O}^c} \min, \\ d &= \{d_1, \mathbf{K}, d_j, \mathbf{K}, d_m\}, \quad d_j \in \{1, 2, \mathbf{K}\}, \quad j = \overline{1, m}, \\ \hat{O}^c : \sum_{j=1}^m a_{rj} d_j &\leq b_r, \quad b_r > 0, \quad r = \overline{1, R}, \quad a_{rj} \geq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $d_j$  – количество единиц АТС на  $j$ -ой ТО;

$b_r$  – имеющееся в наличии количество  $r$ -го АТС;

$a_{rj}$  – удельное количество  $r$ -го АТС при использовании на  $j$ -ой

ТО.

Допустим, что в процессе решения задачи ВКСиР первым оптимизируется такой критерий как длительность ТО. Такой выбор можно сделать из тех соображений, что данный критерий является важной характеристикой функционирования транспортной системы. В тоже время это позволит нам рассмотреть достаточно сложный случай решения задачи: на значение этого критерия большое влияние оказывают связи между элементами ТО системы, которые часто необходимо учитывать в задаче распределения АТС.

Однако на данном этапе общего вычислительного процесса мы можем воспользоваться только статическими составляющими данного критерия для каждой ТО, а именно, временами «чистого» выполнения этих операций (в отличие от динамических составляющих, например, простоев АТС и т.п., которые определяются в процессе имитационного моделирования). Можно предположить, что при линейной структуре системы минимизация суммарного времени на всех ТО обеспечит минимум длительности производственного цикла. Тогда целевую функцию модели оптимизации можно будет записать следующим образом:

$$q(t) = \sum_{j=1}^m t_j \xrightarrow{t \in \hat{O}} \min, \quad (5)$$

$$\hat{O} : t_j = \sum_{i=1}^{n_i} t_{ij} = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{p_{ij}}{e_{ij}} d_j, \quad j = \overline{1, m},$$

где  $t_{ij}$  – время выполнения перевозки  $i - \tilde{a}i$  вида АТС на  $j - \acute{e}$  ТО;  
 $p_{ij}$  – производительность (грузоподъёмность)  $l_j$  при использовании  $i - \tilde{a}i$  вида АТС,  
 $e_{ij}$  – план для  $i - \tilde{a}i$  вида АТС на  $j - \acute{e}$  ТО.

Требование целочисленности элементов из множества  $\hat{O}_n$  и нелинейность выбранной целевой функции  $q$  значительно затрудняют решение задачи. И, хотя существуют специальные методы решения



подобных задач математического программирования, например, метод ветвлений и метод отсечений [6], существенным ограничением к их применению является медленная сходимость этих методов и, в соответствии с этим, вычислительные трудности, связанные с решением задач большой размерности. С другой стороны, вид целевой функции и ограничений в представленной постановке делают удобным использование в данном случае одного из приближенных методов – метода нормирующих функций (МНФ) [7], который ориентирован на решение различных целочисленных задач.

На основе предложенной в данной статье модели, разработан алгоритм имитационного моделирования, отличающийся от известных отслеживанием реального времени по мере поступления тех или иных событий и учетом двух аспектов: независимости ТО относительно использования в них АТС и связанности (синхронизации) ТО по времени их выполнения. Разработаны способы задания приоритетов ТО и правила предпочтения ЛПР, варьирование которых в совокупности с известными в теории расписаний видами диспетчеризаций позволило получить до 30 различных алгоритмов составления расписаний работы АТС [2].

Основу информационного обеспечения на этапе согласования решений частных моделей ВКСиР, составляет база знаний, которая структурно разделена на базу данных блок принятия решений (ПР). База данных предназначена для накопления полученных ранее результатов, тем самым формируется множество допустимых решений задачи, из которых строится Парето-оптимальное множество. Специфика состояла в том, что одному решению задачи на этапе синтеза соответствовало несколько ее решений на этапе функционирования АТП. Блок ПР содержит формализованные правила выбора наилучшего варианта распределения АТС по ТО на основе построенной функции полезности, указывающей вес каждого критерия.

Построение моделей выбора и распределения АТС по «непрерывным» ТО АТП проводилось для ТЗ поставки скоропортящегося сырья на перерабатывающие предприятия (ПП). Она включает две задачи: календарного планирования и оперативного (на каждые сутки) планирования и управления (ОПУ) работой АТС по доставке сырья. Объектом исследования в данном случае является трехуровневая иерархическая структура, включающая в себя поставщиков сырья (ПС), АТП и ПП. Участники процесса преследуют противоречивые интересы с нечеткой формой их выражения, что привело к необходимости последовательного решению каждой задачи, характеризующихся цикличностью процедур. В ходе их реализации уточняются и согласуются интересы участников процесса до тех пор, пока не будет получено приемлемое решение.

На этапе синтеза решались вопросы, связанные с установлением баланса между спросом и предложением и необходимых АТС. Для решения задачи разработана модель векторной оптимизации, в которой конфликтность интересов элементов системы выражена через ограничения модели. Разработан алгоритм на основе метода покоординатного спуска, отличающийся от известных способами модификации ограничений модели в зависимости от ситуации и их последовательной реализации.

Итоговым результатом рассматриваемой задачи на этапе функционирования явилось составление графика оперативной поставки в интервале времени  $[\tau_{k-1}, \tau_k]$  скоропортящегося сырья на ПП, которое связано с решением ТЗ на этапе синтеза системы. Поэтому модель оптимизации представлена в виде (3). Разработанный алгоритм имитационного моделирования отличается от известных возможностью построения сетевых графиков групп ТО АТП.

Наличие множества альтернативных вариантов использования АТС, условий их эксплуатации, маршрутов перевозки и др. приводит к

необходимости решения задачи выбора и распределения АТС на этих множествах. Для ее решения была разработана модель оптимизации ОПУ [2]. Построенная модель является достаточно сложной для точного решения. Для этого проведена декомпозиция и разработан алгоритм, основанный на методах дискретного и линейного программирования, имитационного моделирования и случайного поиска. На базе предложенных моделей и алгоритмов разработаны программные модули решения многоцелевых задач.

#### Литература

1. Васильченко, А. И. Согласование решений в транспортных системах / А. И. Васильченко, А. В. Пупышев, В. В. Скалецкий. – М.: Наука, 1988. – 94 с.
2. Черкасов, О. Н. Автотранспортные информационные системы управления: учеб. пособие для студентов специальностей, связанных с управлением транспортом / О. Н. Черкасов, В. Е. Межов, Е. А. Аникеев. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. – 265 с.
3. Черкасов, О.Н. Повышение эффективности управления автотранспортом на базе современных информационных технологий / О.Н. Черкасов, Г.Е.Ковалев, В.Е. Межов, В.К.Зольников // Информационные технологии моделирования и управления. 2005. № 2 (20). С. 178-184.
4. Черкасов, О.Н. Системы MRP/ERP, CSRP; проблемы их применения и развития в решении задач управления автотранспортными предприятиями / О.Н. Черкасов, Е.А. Аникеев // Приводная техника. – 2006. - №6(64) – С. 38-43.
5. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
6. Кофман, А. Методы и модели исследования операций. Целочисленное программирование / А.Кофман, А. Анри-Лабордер / пер. с фр. – М.: Мир, 1977. – 432 с.
7. Берзин, Е. А. Оптимальное распределение ресурсов и теория игр / Е. А. Берзин. – М.: Радио и связь, 1983. – 216 с.