

УДК 51-73:532.5.013

UDC 51-73:532.5.013

**МЕТОДИКА ПРОГНОЗА ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПАВОДКОВОЙ СИТУАЦИИ НА УЧАСТКЕ РУСЛА ГОРНО-РАВНИННОЙ РЕКИ, ОСНОВАННАЯ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ УРАВНЕНИЯ ВОДНОГО БАЛАНСА****FORECASTING METHOD OF FLOOD SITUATION IN A CHANNEL OF THE MOUNTAIN-FLAT RIVER BASED ON USING WATER BALANCE EQUATION**

Вандина Наталья Валерьевна  
*Армавирская государственная педагогическая академия, Армавир, Россия*

Vandina Natalia Valerievna  
*Armavir State Pedagogical Academy, Armavir, Russia*

Описана методика прогноза расхода потока на участке русла горно-равнинной реки, основанная на уравнении водного баланса и стохастической модели прогноза возникновения паводковой ситуации в гидрометрическом створе реки. Приведены результаты тестовых расчетов, выполненных для участков русла реки Кубань

Forecasting method of flow discharge on the reach of the mountain-flat river channel based on water balance equation and stochastic forecasting model of flood situation in a hydrometric section line of river canal is described. The results of test calculations executed for a reaches of the river Kuban are presented

Ключевые слова: УРАВНЕНИЕ ВОДНОГО БАЛАНСА, ОПТИМАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА-БЮСИ, РАСХОД ПОТОКА, ПРОГНОЗ ПАВОДКОВОЙ СИТУАЦИИ

Keywords: WATER BALANCE EQUATION, KALMAN-BUCY OPTIMAL FILTER, FLOW DISCHARGE, FORECAST OF FLOOD SITUATION

## 1. Постановка задачи

В настоящее время остро стоит проблема поиска методов и моделей прогноза возникновения паводковых ситуаций в руслах горно-равнинных рек, наносящих значительный экономических ущерб регионам России.

Задача прогноза возникновения паводковой ситуации на участке русла реки основывается на экстраполяции кривых зависимостей гидрологических характеристик потока от времени (глубины  $h(t)$ , средней скорости  $v(t)$ , расхода  $Q(t)$ ) за пределы диапазона измеренных или вычисленных значений.

Пусть в результате расчетов найдена функция  $j(t)$  определяющая зависимость некоторой основной гидрологической характеристики потока от времени  $t$ .

Под чрезвычайной (паводковой) ситуацией, возникшей на заданном участке русла горно-равнинной реки, будем понимать такую ситуацию, при которой будет наблюдаться превышение рассматриваемой

характеристики потока  $j(t)$  некоторой критической величины  $j_{кр}$ , т.е.

$$j(t+t) > j_{кр},$$

где  $j(t+t)$  – расчетное значение характеристики потока в момент времени  $t+t$ ,  $j_{кр}$  – критическое значение характеристики потока, превышение которой приведет к выходу воды на пойму и затоплению прибрежных построек.

Практический интерес представляет также задача определения момента времени  $t+t$  начала затопления территории в районе рассматриваемого участка русла.

Момент времени затопления  $t+t$  можно определить из алгебраического уравнения

$$j(t+t) = j_{кр}.$$

Разобьем русло реки на расчетные участки  $P_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) таким образом, чтобы их границы находились на гидрологических постах, расположенных на реке (рис. 1).

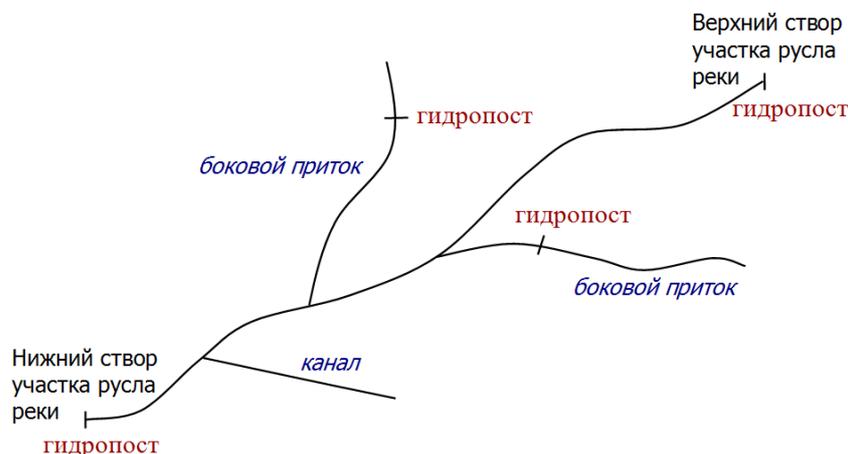


Рис. 1. Участок русла горно-равнинной реки

Рассмотрим некоторый участок  $P_i$  русла реки. Математическая модель движения потока воды в верхнем створе данного участка описывается уравнением

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{gn^2}{Bh^{7/3}}Q^2 + gJBh, \quad (1)$$

при заданном начальном условии

$$Q(t_0) = Q_0, \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $B$  – ширина потока,  $J$  – уклон дна русла,  $n$  – коэффициент шероховатости.

Будем считать, что в каждый момент времени  $t$  результаты наблюдений  $Q(t)$  содержат случайные ошибки  $w(t)$ :

$$z(t) = Q(t) + w(t),$$

где  $w(t)$  – случайный процесс типа белого гауссова шума с нулевым средним и корреляционной функцией:

$$j_{ww}(t, t) = M[w(t)w(t)] = P(t)d(t - t),$$

$P(t)$  – интенсивность белого шума,  $P(t) > 0$  при  $t \in [t_0, T]$ . Предполагаем, что функция  $P(t)$  непрерывно дифференцируема при  $t \in [t_0, T]$ .

Пусть на основе методики построения оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки расхода потока  $\bar{Q}(t)$  решения  $Q(t)$  задачи (1) – (2) построена стохастическая модель прогноза возникновения паводковой ситуации в створе русла реки [1]:

$$\frac{d}{dt}\bar{u}(t+t) = F(t) \cdot \bar{u}(t+t), \quad (3)$$

$$[\bar{u}(t+t)]_{t=0} = \bar{u}(t), \quad (4)$$

$$\bar{Q}(t+t) = \bar{u}(t+t) + \tilde{Q}(t+t), \quad (5)$$

$$\bar{Q}(t+t) > Q_{кр},$$

где  $F(t) = -\frac{2gn^2\tilde{Q}(t)}{Bh(t)^{7/3}}$ ,  $\tilde{Q}(t)$  – приближенное решение уравнения (1) при

заданном начальном условии  $Q(t_0) = \tilde{Q}_0$ .  $\bar{u}(t)$  является решением фильтра Калмана-Бьюси и находится из соотношений

$$\bar{u}(t) = \left( \int_{t_0}^t \frac{R(s)y(s)e^{-F_1(s)}}{P(s)} ds + \bar{u}_0 \right) \cdot e^{F_1(t)},$$

$$F_1(t) = \int_{t_0}^t \left( F(s) - \frac{R(s)}{P(s)} \right) ds;$$

$$R(t) = \frac{\bar{u}_0^2 e^{F_2(t)}}{1 + \bar{u}_0^2 \int_{t_0}^t \frac{e^{F_2(s)}}{P(s)} ds},$$

$$F_2(t) = \int_{t_0}^t 2F(s) ds;$$

$$y(t) = z(t) - \tilde{Q}(t).$$

Пусть в результате решения задачи (3) – (5) найдена зависимость расхода потока от времени в верхнем створе участка русла реки  $Q_e(t + t)$ . Поставим задачу прогноза возникновения паводковой ситуации в створе русла реки, расположенном ниже по течению. Для решения данной задачи необходимо найти функцию  $Q_n(t + t)$ , позволяющую вычислить прогнозное значение расхода потока в нижнем створе в будущий момент времени  $t + t$ .

## 2. Методика решения поставленной задачи

Решение поставленной задачи прогноза возникновения паводковой ситуации выполним на основе уравнения водного баланса, которое для участка русла реки имеет вид [2]:

$$Q_n = Q_e + Q_{\bar{o}} - Q_{\bar{e}z} + Q_{\bar{c}b} \pm Q_{\bar{f}} - Q_{u.m} \pm Q_0, \quad (6)$$

где  $Q_n$  – расход воды в нижнем по течению створе реки,  $Q_e$  – расход воды в верхнем створе реки,  $Q_{\bar{o}}$  – боковой приток,  $Q_{\bar{e}z}$  и  $Q_{\bar{c}b}$  – суммарный водозабор и сброс воды в реку,  $Q_{\bar{f}}$  – фильтрационный приток или отток,  $Q_{u.m}$  – испарение с водной поверхности и транспирация воды, влаги

растительностью,  $Q_0$  – остаточный член, компенсирующий неучтенные компоненты и погрешности определения учтенных.

Отметим, что данная модель не учитывает время руслового добегания  $t$ , которое влияет на результаты прогноза характеристик потока при рассмотрении участков русла реки большой протяженности. Более того, в модели должна быть учтена отдаленность гидрологических постов, расположенных на боковых притоках реки от точек их впадения в русло. Также при составлении прогноза необходимо учитывать количество осадков, прогнозируемых на участке за период времени  $t$ .

Возникает необходимость в уточнении модели (6) с учетом времени добегания, количества выпадающих осадков и специфики расположения гидропостов на боковых притоках реки.

Функция расхода потока  $Q_n(t)$  может быть найдена в результате расчетов или известна из непосредственных наблюдений расхода воды в верхнем створе реки участка  $P_i$ . Функцию  $Q_n(t)$ , представляющую собой зависимость расхода потока в нижнем створе рассматриваемого участка, будем определять из соотношения:

$$Q_n(t) = Q_0(t - t_p) + \sum_{j=1}^N Q_{\delta_j}(t - t_{\delta_j} - t_{np_j}) - \sum_{k=1}^M Q_{z_k}(t - t_{z_k}) + F(t - t_p), \quad (7)$$

где  $Q_{\delta}$  – боковой приток,  $Q_z$  – забор воды из русла реки в каналы для сельскохозяйственных нужд,  $F$  – количество прогнозируемых за период времени  $t_p$  осадков,  $t_p$  – время добегания объема воды от верхнего до нижнего створа,  $t_{\delta_j}$  – время добегания объема воды от точки впадения  $j$ -го бокового притока в русло реки до нижнего створа,  $t_{np_j}$  – время добегания объема воды от створа  $j$ -го бокового притока, в котором известна функция  $Q_{\delta}$  до точки его впадения в русло реки,  $t_{z_k}$  – время добегания объема воды от  $k$ -го створа, в котором производится отъем

воды, до нижнего створа.

В предлагаемом уравнении (7) не учитываются фильтрационный приток (или отток) и испарение с водной поверхности, поскольку их величина в русле горно-равнинной реки при больших расходах воды, наблюдающихся во время паводка, не оказывает значительное влияние на величину расхода в замыкающем створе реки.

Время добегания  $t$  на участке реки, границами которого являются гидрологические посты, может быть найдено по результатам многолетних наблюдений расходов воды в русле реки и анализа гидрографов гидропостов (рис. 2).

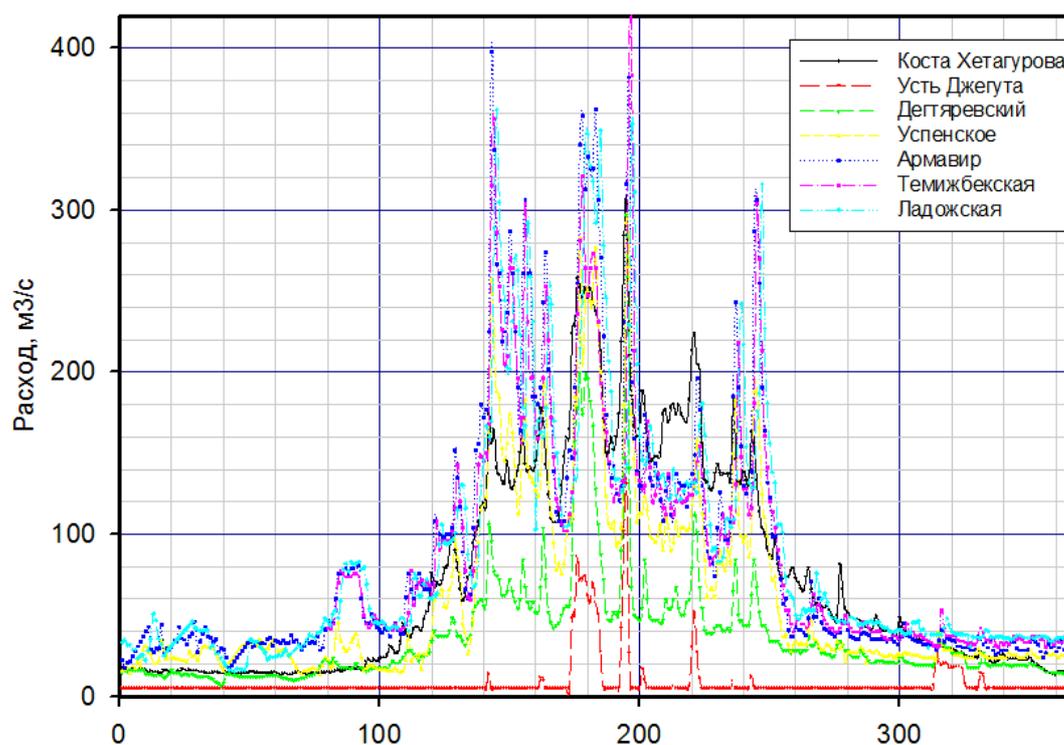


Рис. 2. Гидрографы р. Кубань

На рисунке 3 представлены гидрографы, полученные по результатам измерений расхода воды на гидропостах города Армавира и станицы Ладожской. Среднее время добегания может быть найдено как разность абсцисс пиковых значений расхода воды. Из рисунка видно, что время

добегания на данном участке русла реки Кубань составляет два дня ( $t_p = 2$ ).

Разница значений ординат пиков гидрографов обусловлена наличием Новокубанского канала, в котором производится забор воды.

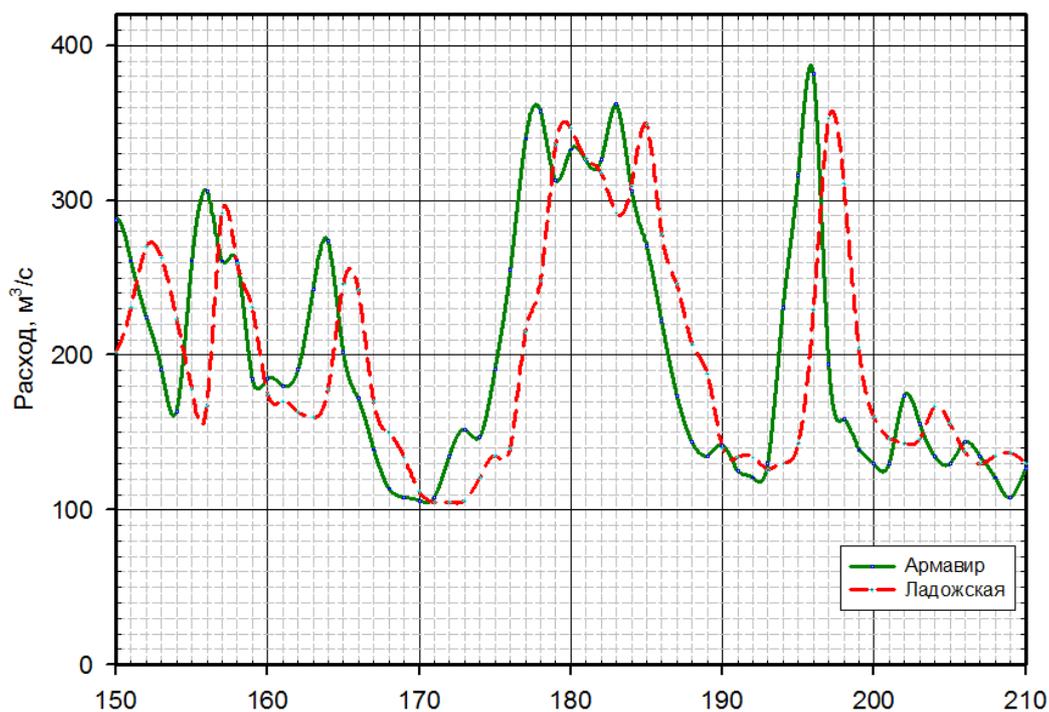


Рис.3. Гидрографы р. Кубань – г. Армавир, ст. Ладожская

На практике часто возникает задача прогноза возникновения паводковой ситуации в нижнем створе русла реки, в районе которого отсутствует гидрологический пост и не имеется данных измерений. В этом случае приближенное значение времени добегания может быть найдено по формуле

$$t_p = \frac{x_p}{v_p}, \quad (8)$$

где  $x_p$  – расстояние между створами,  $v_p$  – средняя скорость движения потока на заданном участке.

Аналогичным образом могут быть получены величины  $t_{\delta_j}$ ,  $t_{np_j}$ ,  $t_{3_k}$ .

Для вычисления средней по сечению скорости потока воды  $v_p$  воспользуемся уравнением Шези [3]:

$$J = \frac{v_p^2}{C^2 R}, \quad (9)$$

где  $J$  – уклон дна русла реки,  $C$  – коэффициент Шези,  $R$  – гидравлический радиус, равный отношению площади живого сечения потока к длине смоченного периметра живого сечения потока (для достаточно широких русел принимается равным глубине потока  $R \approx h$ ).

Уравнение (9) с учетом эмпирической формулой Маннинга для вычисления коэффициента Шези

$$C = \frac{1}{n} \sqrt[6]{R}$$

может быть представлено в виде:

$$v_p = \frac{1}{n} \sqrt[3]{h^2 \sqrt{J}}, \quad (10)$$

где  $n$  – коэффициент шероховатости.

В (10) коэффициент  $n$  находится по справочным таблицам [3]. Уклон дна русла  $J$  определяется путем продольного нивелирования русла реки [4].

### 3. Расчет расхода воды на бесприточном участке русла реки

Рассмотрим участок реки Кубань, расположенный между гидростами в городе Армавире и станице Ладожской. Используя уравнение водного баланса для участка русла реки (7), найдем зависимость расхода воды от времени в нижнем створе рассматриваемого участка по известным результатам наблюдений расходов в верхнем створе с учетом

времени руслового добегания.

Уравнение (7) для рассматриваемого участка русла реки принимает вид:

$$Q_{Л}(t) = Q_{А}(t - t), \quad (11)$$

где  $Q_{Л}(t)$  – зависимость расхода потока от времени в ст. Ладожской,  $Q_{А}(t)$  – зависимость расхода потока от времени в г. Армавире,  $t$  – время добегания объема воды от верхнего до нижнего створа.

Результаты измерений расхода воды в г. Армавире, представленные на рисунке 4, аппроксимированы многочленом 8-й степени с коэффициентом детерминации  $R^2 = 0,999$ :

$$Q_{А}(t) = -8,68 \cdot 10^{-5} t^8 + 0,00938 \cdot t^7 - 0,241 \cdot t^6 + 2,538 \cdot t^5 - 11,205 \cdot t^4 + 8,74 \cdot t^3 + 76,83 \cdot t^2 - 186,73 \cdot t + 216,1.$$

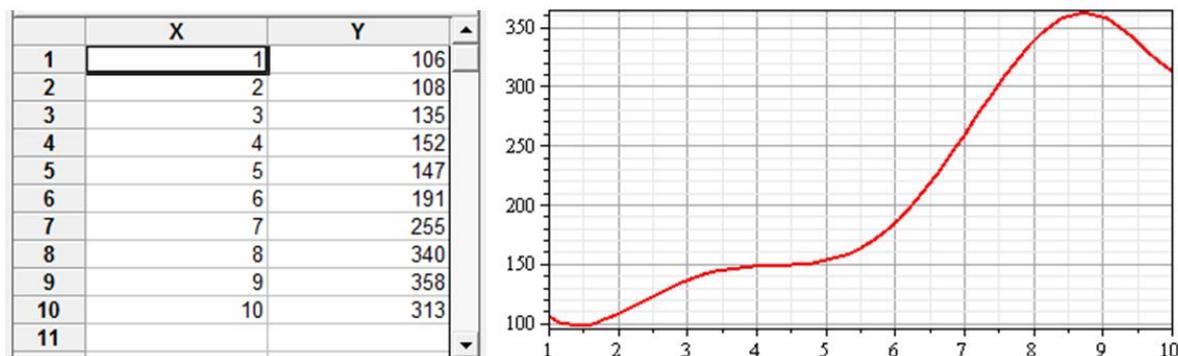


Рис. 4. Данные измерения расхода воды в г. Армавире и график аппроксимирующей их функции

Анализ гидрографов, построенных по экспериментальным данным измерений расхода потока в заданных створах, показывает, что среднее время добегания  $t$  объема воды на данном участке составляет 2 дня.

На рисунке 5 представлен график изменения во времени расхода воды в ст. Ладожской, построенный по результатам расчетов по формуле

(11), а также гидрограф, построенный по результатам непосредственных измерений расхода воды в данный период времени.

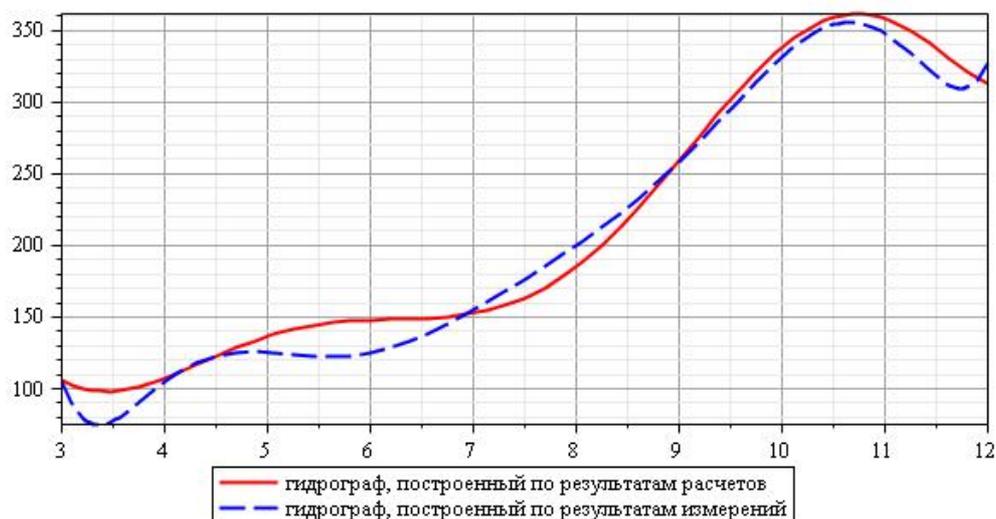


Рис. 5. Сравнительный анализ результатов расчета с данными измерений

Средняя относительная погрешность вычислений по формуле (11) составляет  $d_{cp} = 5,4\%$ .

#### 4. Расчет расхода воды на участке русла реки с притоком

Пусть функция  $Q_6$  известна из результатов непосредственных измерений. Выполним расчет расхода потока в нижнем створе участка русла реки с боковым притоком. Будем рассматривать участок русла реки Кубань от села Успенское до города Армавира. На данном участке имеется боковой приток (река Уруп), который впадает в реку Кубань в районе Армавира.

Для данного участка русла реки с одним боковым притоком без учета выпадающих в рассматриваемый период времени осадков уравнение (7) примет вид:

$$Q_A(t) = Q_V(t - t_p) + Q_C(t - t_{np}), \quad (12)$$

где  $Q_A(t)$  – зависимость расхода потока от времени в г. Армавира,  $Q_V(t)$  –

зависимость расхода потока от времени в с. Успенское,  $Q_c(t)$  – зависимость расхода потока от времени в хуторе Стеблицком (р. Уруп),  $t_p$  – время добегания объема воды от створа в Армавире до створа в Успенском,  $t_{np}$  – время добегания объема воды от створа в Стеблицком до точки впадения Урупа в русло реки Кубань.

Результаты измерений расхода воды в с. Успенском и х. Стеблицком аппроксимированы многочленами 7-й и 8-й степени с коэффициентами детерминации соответственно  $R = 0,97$  и  $R = 0,999$ :

$$Q_y(t) = 0,002 \cdot t^7 - 0,067 \cdot t^6 + 0,797 \cdot t^5 - 4,128 \cdot t^4 + 7,85 \cdot t^3 + 5,657 \cdot t^2 - 22,46 \cdot t + 87,64.$$

$$Q_c(t) = -0,001 \cdot t^8 + 0,0446 \cdot t^7 - 0,745 \cdot t^6 + 6,65 \cdot t^5 - 34,184 \cdot t^4 + 102,59 \cdot t^3 - 173,38 \cdot t^2 + 149,076 \cdot t - 27,55.$$

Данные измерений расхода и их аппроксимация представлены на рисунках 6 и 7.

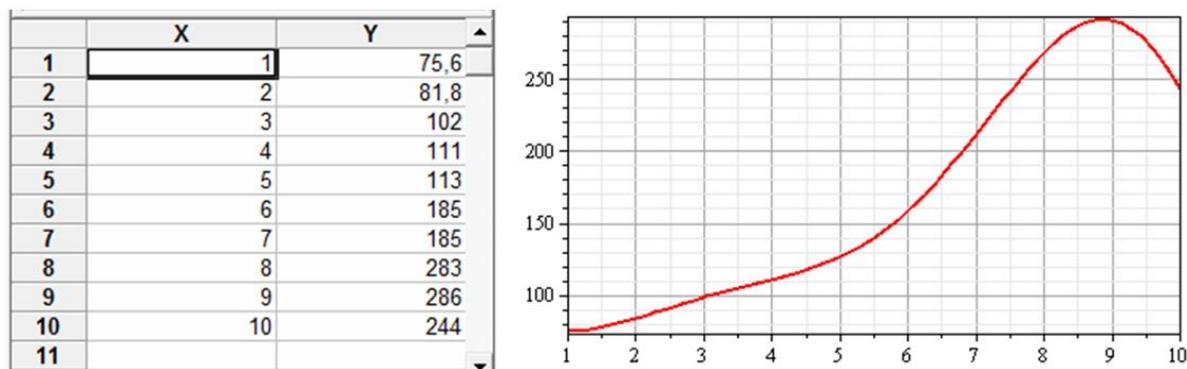


Рис. 6. Данные измерения расхода воды в с. Успенском и график аппроксимирующей их функции

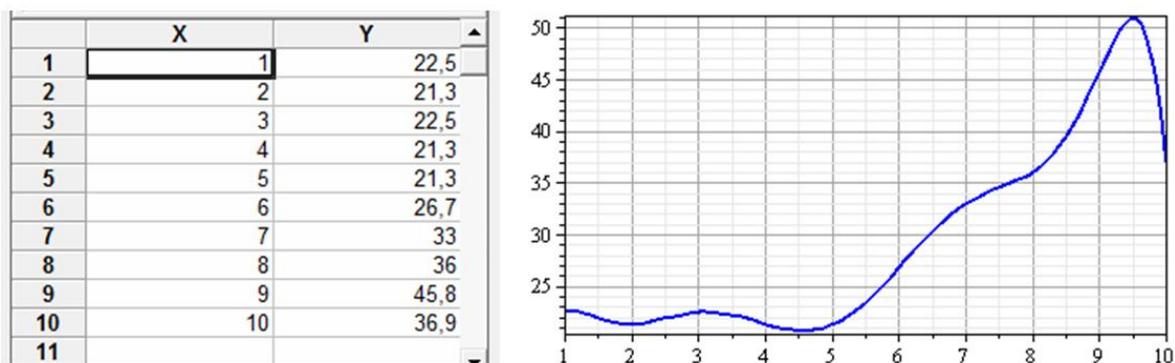


Рис. 7. Данные измерения расхода воды в х. Стеблицком и график аппроксимирующей их функции

Вычислим время добегания  $t_p$  объема воды от створа в Армавире до створа в Успенском с помощью формул (8), (10):

$$t_p = \frac{x_p \cdot n}{\sqrt[3]{h^2} \sqrt{J}}. \tag{13}$$

Для рассматриваемого участка расстояние между створами  $x_p = 30000\text{м}$ , глубина потока  $h = 2\text{м}$ , уклон дна русла реки  $J = 0,0014$ , коэффициент шероховатости  $n = 0,04$ . Тогда, по формуле (13)  $t_p \approx 0,23$  дня.

Аналогичным образом найдем время добегания  $t_{np}$ . Расстояние от створа в Стеблицком до точки впадения Урупа в русло реки Кубань  $x_{np} = 13000\text{м}$ ,  $J = 0,00118$ ,  $h = 1,5\text{м}$ ,  $n = 0,04$ . При данных условиях  $t_{np} \approx 0,13$  дня.

На рисунке 8 приведен сравнительный анализ гидрографов, построенных по результатам расчетов по формуле (12) и по данным измерений расхода потока в Армавире в рассматриваемый период времени.

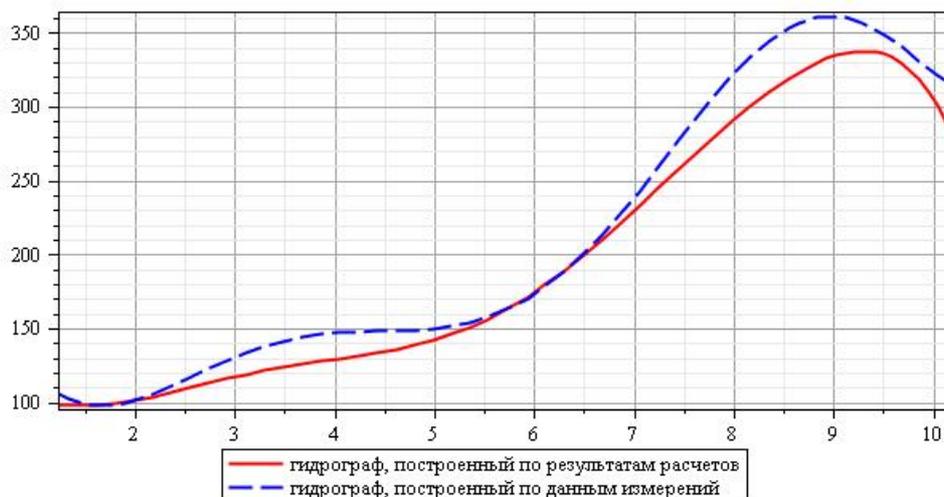


Рис. 8. Сравнительный анализ результатов расчета с данными измерений

Средняя относительная погрешность вычислений по формуле (12) составляет  $d_{cp} = 7,64\%$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенчин Е. А., Вандина Н. В. Стохастическая модель прогноза возникновения паводковой ситуации в гидрометрическом створе русла реки // Экологические системы и приборы. – 2011. – №8. – С. 42–46.
2. Карасев И. Ф., Васильев В. В., Субботина Е. С. Гидрометрия. – СПб.: Гидрометеиздат, 1991. – 376 с.
3. Штеренлихт Д. В. Гидравлика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
4. Ревенко (Вандина) Н. В. Использование геоинформационных систем и программ математической статистики для расчета средней скорости течения и расхода воды в русле Кубани // Вестник Армавирского государственного педагогического университета. – 2007. – №1. – С. 78–83.