УДК 630*332.2.001.57

UDC 630*332.2.001.57

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА ВЫКОПОЧНОЙ МАШИНЫ С ПОЧВОЙ И КОРНЯМИ РАСТЕНИЙ

MATHEMATICAL MODEL OF WORKING UNIT CO-OPERATION OF PLANT LIFTER WITH SOIL AND PLANTS ROOTS

Дручинин Денис Юрьевич
аспирант

Дорняк Ольга Роальдовна
д.т.н., доцент

Драпалюк Михаил Валентинович
д.т.н., профессор

Воронежская государственная лесотехническая академия, Воронеж, Россия

Druchinin Denis Yurievich
post-graduate student

Dornyak Olga Roaldovna
Dr.Sci.Tech., associate professor

Drapaluk Mikhail Valentinovich
Dr.Sci.Tech., professor

Voronezh State Forestry Academy, Voronezh, Russia

Разработана математическая модель взаимодействия рабочего органа выкопочной машины с почвой и корнями растений для оптимизации конструктивных параметров выкопочной машины

The mathematical model of working unit co-operation of plant lifter with soil and roots of plants for optimization of plant lifter’s different parameters is developed

Ключевые слова: ВЫКОПКА САЖЕНЦЕВ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ВЫКОПОЧНАЯ МАШИНА

Keywords: PLANTLETS LIFTING, MATHEMATICAL MODEL, PLANT LIFTER

Введение. В процессе непрерывного движения лезвия рабочего органа выкопочной машины в почве происходит дискретный динамический процесс перерезания корешков саженцев. Данный процесс должен обеспечить качественное перерезание корешков с ровным срезом без их смятия, разрывов и размочаливания, при этом работа и сила резания почвы, а также крошение почвы должны быть по возможности минимальны. Кроме того, должна быть обеспечена устойчивость хода ножа, его жесткость, высокая износостойкость и способность к самозатачиванию.

Актуальной остается задача повышения эффективности работы выкопочной машины за счёт выбора геометрических характеристик рабочего органа, таких как угол заточки лезвия, угол резания, форма поверхности ковша и других. Для решения этой задачи может быть использован метод математического моделирования.

В [1] разработана математическая модель вибрационного процесса подрезки боковых корней сеянцев в питомниках, позволившая оптимизировать основные параметры корнеподрезчика с активным рабочим органом и снизить его энергозатраты. Уравнение движения рабочего органа здесь записано с учетом силы сопротивления резанию корня, а также усилия на штоке гидроцилиндра. В данной работе предложена математическая модель движения рабочего органа выкопочной машины, в которой рассмотрен более полный спектр сил сопротивления этому движению со стороны грунта и корней. Модель опирается на результаты широко известных исследований элементарных процессов резания и вдавливания [2-4].

Постановка задачи. Движение основного элемента выкопочной машины – двуплечего рычага АОВ, представляет собой вращение вокруг неподвижной оси OY (рисунок 1). Уравнение движения рычага имеет вид

$$I_{oy}\ddot{\varphi} = M_{oy}(\vec{P}_{ГЦ}) + M_{oy}(\vec{G}_P) + \tilde{M}_{oy}, \qquad (1)$$

где I_{oy} - момент инерции рычага относительно оси OY; φ - угол поворота; $\vec{P}_{ГЦ}$ - сила давления, создаваемая в гидроцилиндре; $\vec{G}_P$ - сила тяжести рычага; $\tilde{M}_{oy}$ - главный момент сил сопротивления движению рабочего органа относительно оси OY, являющийся нелинейной функцией угла поворота φ.

Рассмотрим распределение сил сопротивления движению рабочего органа выкопочной машины. Выделим для отдельного изучения элементы рабочего органа (рисунок 1):

- два режущих элемента (лезвия) в виде клиньев (p);
- боковые стенки ковша (n);
- рабочие поверхности ковша ($к$).

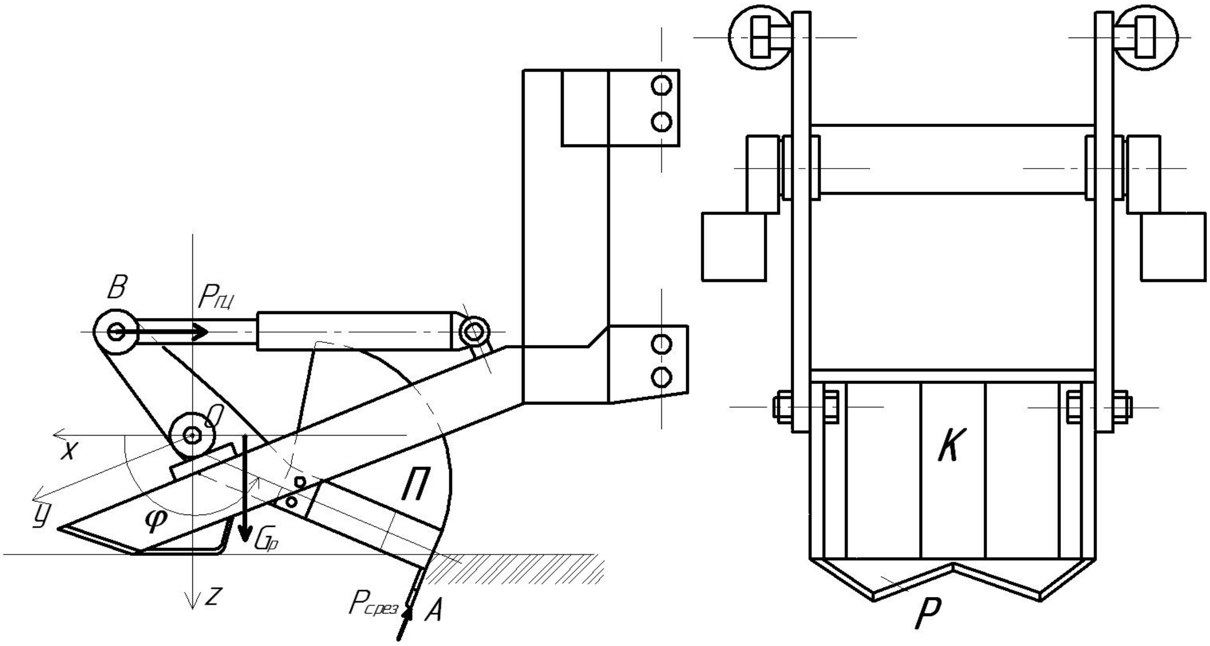


Рисунок 1 – Схема рабочего органа

Условия механического взаимодействия элементов рабочего органа с почвой качественно различны. Для определения $\tilde{M}_{oy}$, изменяющего свое значение в процессе движения рабочего органа, необходимо исследовать:

- сопротивление скользящего резания почвы с корнями растений в условиях изменяющихся угла резания и скорости скольжения;

- сопротивление вдавливанию рабочего периметра ковша – его боковых стенок, не имеющих режущих кромок (резание пуансоном) с учётом переменной высоты заглубления полуковша;

- сопротивление перемещению основания полуковша при изменяющихся величинах плотности и объёма призмы волочения.

Взаимодействие рабочего органа с почвой сопровождается сложным процессом ее деформирования и разрушения структуры. Математическая модель напряжённо-деформированного состояния системы рабочий орган-почва должна учитывать сложную структуру почвы, её многофазность, наличие включений органической природы – корней растений, а также сложное реологическое поведение, как почвы, так и материала корней.

Контактная задача такого типа является весьма сложной и пока далека от разрешения. В инженерной практике силы сопротивления резанию, вдавливанию могут быть вычислены на основе эксперимента, в котором с учётом многих факторов определяется так называемое удельное сопротивление [2-4]. Этот подход использован при разработке модели.

Сопротивление боковых стенок полуковша. Боковые стенки полуковша двигаются в плоскости, составляющей угол $\alpha_П$ = 10° с вертикальной плоскостью. Примем, что профиль стенок испытывает преимущественно сопротивление сжатию грунта. Результирующая сила давления $\vec{P}_{Пn}$ приложена в середине отрезка $|A_2B_2|$ (рисунок 2), а её величина

$$P_{Пn} = \delta_П |A_2B_2| \sigma_П , \qquad (2)$$

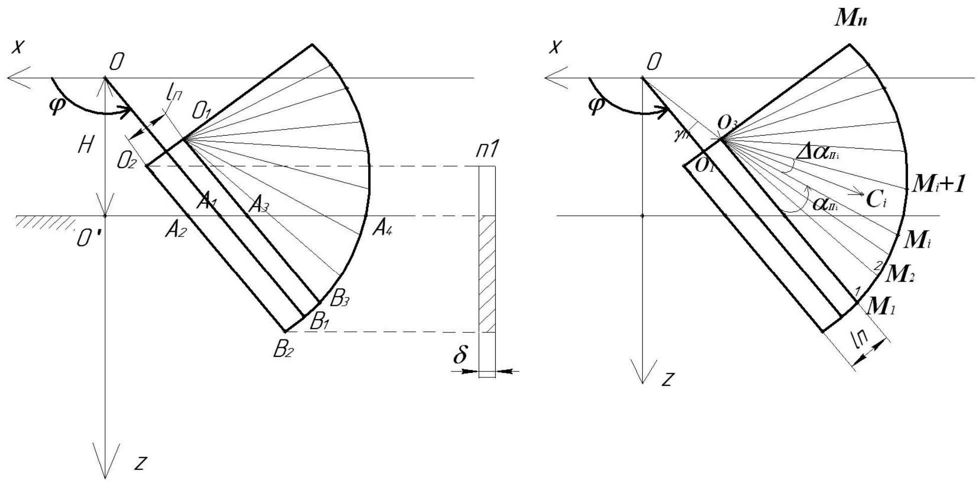
где $\delta_П$ - толщина боковых стенок; A_2B_2 - переменная длина части сечения стенки, находящейся в контакте с грунтом; $\sigma_П$ - удельное сопротивление вдавливанию пуансона во взрыхленный грунт. Величина $\sigma_П$ может быть получена из экспериментальных данных.

Вычислим текущее значение высоты A_2B_2 в зависимости от положения рычага, определяемого углом φ. Для этого найдем координаты точек A_2 и B_2 (рисунок 2). Используя очевидные векторные равенства $\vec{r}_{OA_2} = \vec{r}_{OA_1} + \vec{r}_{A_1A_2}$ и $\vec{r}_{OB_2} = \vec{r}_{OB_1} + \vec{r}_{B_1B_2}$, получим

$$x_{A_2} = H ctg\varphi + \frac{l_П}{2\sin\varphi}, \; z_{A_2} = H ; \qquad (3)$$

$$x_{B_2} = R\cos\varphi + \frac{l_П}{2}\sin\varphi , \; z_{B_2} = R\sin\varphi - \frac{l_П}{2}\cos\varphi . \qquad (4)$$

Здесь H - расстояние от точки O на оси вращения рычага до поверхности почвы; $R = |OB_1|$, $l_П = |O_1O_2|$ - геометрические характеристики рабочего органа. Таким образом, величина $|A_2B_2| = \sqrt{(x_{A_2} - x_{B_2})^2 + (z_{A_2} - z_{B_2})^2}$ вычислена при любом положении рабочего органа относительно уровня почвы.



а) б)

Рисунок 2 – Схема для расчёта сопротивления боковых стенок полуковша

Используя (2-4), получим величину силы давления на профиль боковой стенки полуковша. Момент этой силы относительно оси OY определим, учитывая, что угол $\alpha_П$ мал:

$$M_{oy}(\vec{P}_П) = -\sigma_П d_П \left|A_2B_2\right| \cdot (\mathrm{R} - \frac{\left|\mathrm{A}_1 B_1\right|}{2}), \qquad (5)$$

$$\left|A_1B_1\right| = \sqrt{(x_{A_1} - x_{B_1})^2 - (y_{A_1} - y_{B_1})^2},\ x_{A_1} = Hctg\varphi\ ,\ x_{B_1} = Rcos\varphi\ ,\ z_{B_1} = Rsin\varphi\ . \qquad (6)$$

Из (5-6) видно, что момент сил сопротивления вдавливанию изучаемого профиля зависит от свойств грунта, глубины погружения рабочего органа и его размеров.

Отметим, что выражение для главного момента сил сопротивления $\tilde{M}_{oy}$ должно содержать удвоенное значение осевого момента $M_{oy}(\vec{P}_П)$, поскольку у рабочего органа имеются две боковые стенки. Пренебрегая небольшим отклонением боковых стенок полуковша от вертикали, получаем нулевой момент силы давления грунта на внешней и внутренней поверхности боковых стенок.

Для вычисления главного момента сил трения на внешней боковой поверхности полуковша рассмотрим область $A_2A_4B_3B_2$, погруженную в почву (рисунок 2), обозначив точки разбиения на дуге полуковша $M_1, M_2, ..., M_N$. Боковая поверхность полуковша разбивается на секторы с углом $\Delta a_{П_i}$ при вершине.

Для любого i-го элемента разбиения сила сопротивления равна векторной сумме тангенциальной и нормальной составляющих

$$\vec{P}_i = \vec{P}_{n_i} + \vec{P}_{t_i}. \tag{7}$$

Величина $P_t = fP_n$, где f - коэффициент трения скольжения пары грунт-металл. Если известна удельная сила давления на боковые стенки $s_{П2}$, то, вычислив S_i - площадь элементарной ячейки разбиения, получим $P_{n_i} = s_{П2} \cdot \mathrm{S_i}$ и $P_{t_i} = fs_{П2} \cdot \mathrm{S_i}$.

Момент сил сопротивления приложенных к i-ому элементу относительно оси $OУ$ равен

$$M_{oy}(\vec{P}_{\tau_i}) = -P_{\tau_i} \cdot |OC_i| = -f\sigma_{П2} S_i \cdot |OC_i|, \tag{8}$$

где $|OC_i|$ - расстояние от точки О до центра параллельных сил в i-ой ячейке - точки приложения силы $\vec{P}_{t_i}$.

В (8) учтено, что вектор $\vec{P}_{\tau_i}$ перпендикулярен $|OC_i|$, поскольку, с одной стороны, отрезок $|OC_i|$ перпендикулярен вектору $\vec{V}_{C_i}$, где $\vec{V}_{C_i}$ - скорость скольжения центра i-го элемента, с другой стороны, вектор $\vec{P}_{\tau_i}$ параллелен вектору $\vec{V}_{C_i}$.

Вычислим величины S_i и $|OC_i|$, полагая, что при достаточно большом числе элементов разбиения, каждый из них можно считать сектором круга с радиусом $|O_3M_i|$. Тогда площадь сектора

$$S_i = \pi \cdot |O_3M_i|^2 \cdot \frac{\Delta\alpha_{П_i}}{2\pi}, \; |O_3M_i| = \rho_i = \rho(\alpha_{П_i}). \tag{9}$$

Радиус полуковша переменный, он определяется с использованием функции $\rho = \rho(\alpha_П)$ - индивидуальной характеристикой рабочего органа.

Координаты центра параллельных сил, приложенных к i-ому элементу, можно получить, используя очевидные векторные равенства

$$\vec{r}_{OM_i} = \vec{r}_{OO_3} + \vec{r}_{O_3M_i}\,,\quad \vec{r}_{OC_i} = \vec{r}_{OO_3} + \vec{r}_{O_3C_i}\,. \tag{10}$$

Имеем

$$x_{C_i} = |OO_3|\cos(\varphi + \gamma_{П}) + |O_3C_i|\cos(\varphi + \alpha_{П_i} + \frac{\Delta\alpha_{П_i}}{2})\,;\quad \gamma_{П} = arctg\frac{l_{П}/2}{|OO_1|}\,;$$

$$z_{C_i} = |OO_3|\sin(\varphi + \gamma_{П}) + |O_3C_i|\sin(\varphi + \alpha_{П_i} + \frac{\Delta\alpha_{П_i}}{2})\,;\quad |O_3C_i| = \frac{2}{3}\frac{|O_3M_i|\sin(\frac{\Delta\alpha_{П_i}}{2})}{\Delta\alpha_{П_i}/2}\,.$$

Величина $|OC_i| = \sqrt{x_{C_i}^{\,2} + z_{C_i}^{\,2}}$.

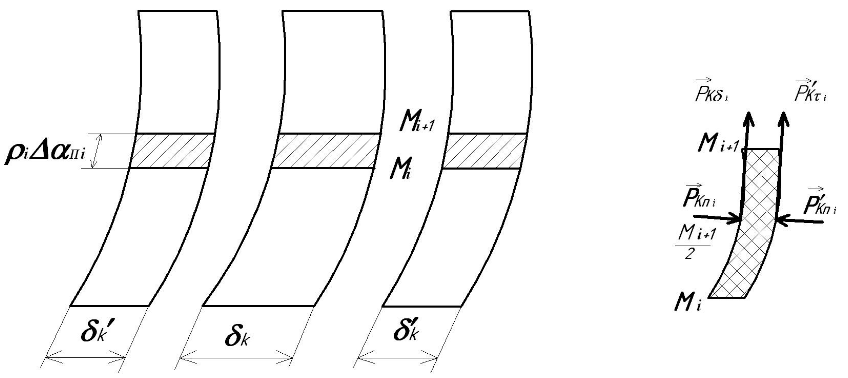
Главный момент сил сопротивления боковых поверхностей полуковша равен $2\sum_{i=1}^{N} M_{oy}(\vec{P}_{t_i})$. В алгоритме расчёта следует учесть, что формула (7) справедлива для элемента полностью погружённого в почву. Элементы, не имеющие контакта с грунтом, свободны от внешних усилий, здесь $\vec{P}_{t_i} = 0$ и $M_{oy}(\vec{P}_{t_i}) = 0$. Приближенно будем полагать, что если $z_{C_i} < H$, то i-ый элемент боковой поверхности полуковша, свободен от усилий (находится выше уровня почвы).

Сопротивление внутренней и внешней рабочей поверхности полуковша. Рассмотрим внутреннюю рабочую поверхность полуковша (рисунок 3а). Воспользуемся разбиением кривой $\rho = \rho(\alpha)$, описанным выше. Построим элементы разбиения, имеющие в плане вид прямоугольников, если число элементов достаточно велико. Ширина этих прямоугольников δ_K или d'_K, а высота, совпадающая с $|M_iM_{i+1}| \approx r_i\Delta\alpha_{П_i}$.

Площадь элементов разбиения полуковша равна $S_i = d_K r_i \Delta\alpha_{П_i}$ и $S'_i = d'_K r_i \Delta\alpha_{П_i}$. Сила сопротивления грунта элементу полуковша с номером i может быть разложена на нормальную и касательную составляющие (рисунок 3б):

$$\overset{\mathbf{r}}{P}_{K_i} = \overset{\mathbf{r}}{P}_{K_{t_i}} + \overset{\mathbf{r}}{P}_{Kn_i}\,;\; P_{Kn_i} = s_K S_i = s_K (d_K + 2d'_K) r_i \Delta a_{П_i}\,,\; P_{K_{t_i}} = f s_K (d_K + 2d'_K) r_i \Delta a_{П_i}\,, \qquad (11)$$

где σ_K - удельное сопротивление движению полуковша, f - коэффициент трения металл-грунт.



а) б)

Рисунок 3 – К расчету сопротивления элементов внутренней и внешней рабочей поверхности полуковша: а) вид спереди; б) вид сбоку

Сумму моментов сил нормального давления на внешней и внутренней поверхностях i-го элемента полуковша можно приблизительно считать равной нулю , полагая $\left|\overset{\mathbf{r}}{P}_{Kn_i}\right| \approx \left|\overset{\mathbf{r}}{P}'_{Kn_i}\right|$ (рисунок 3б).

Момент относительно оси OY силы $\overset{\mathbf{r}}{P}_{\tau_i}$ определим следующим образом

$$M_{oy}(\overset{\mathbf{r}}{P}_{K_{t_i}}) = z_{M_{i+\frac{1}{2}}} P_{K_{t_i x}} - x_{M_{i+\frac{1}{2}}} P_{K_{t_i z}}\,. \qquad (12)$$

Здесь $z_{M_{i+\frac{1}{2}}}$, $x_{M_{i+\frac{1}{2}}}$ - координаты точки на поверхности полуковша, расположенной посередине между точками M_i и M_{i+1}. Текущее значение этих координат можно определить, используя соотношения

$$x_{M_i} = \left|O_3 M_i\right| \cdot \cos(j + a_{П_i} + \frac{\Delta a_{П_i}}{2}) + \left|OO_3\right| \cdot \cos(j + g_{П})\,, \qquad (13)$$

$$z_{M_i} = \left|O_3 M_i\right| \cdot \sin(j + a_{П_i} + \frac{\Delta a_{П_i}}{2}) + \left|OO_3\right| \cdot \sin(j + g_{П})\,, g_{П} = arctg\frac{l_{П}/2}{\left|OO_1\right|}\,. \qquad (14)$$

Проекции $P_{Kt_{ix}}$ на оси координат имеют вид

$$P_{Kt_{ix}} = \left|P_{Kt_i}\right| \cdot \cos(\varphi + \alpha_{\Pi_i} + \frac{\Delta\alpha_{\Pi_i}}{2} + \frac{\pi}{2}), \tag{15}$$

$$P_{Kt_{iy}} = \left|P_{Kt_i}\right| \cdot \sin(\varphi + \alpha_{\Pi_i} + \frac{\Delta\alpha_{\Pi_i}}{2} + \frac{\pi}{2}). \tag{16}$$

Момент относительно оси OY силы трения скольжения $\vec{P}'_{Kt_i}$, приложенной к i-му элементу внешней поверхности полуковша можно определить по формулам (12-16), при этом толщиной элементов по сравнению с плечом $\left|OM_{i+\frac{1}{2}}\right|$ можно пренебречь.

Главный момент сил сопротивления движению полуковша должен содержать сумму моментов сил трения, приложенных к элементам, погруженным в почву, для которых справедливо условие $z_{M_{i+\frac{1}{2}}} > H$. Следует учесть вклад сил сопротивления с внешней и внутренней стороны элементов трёх полос полуковша, так что в качестве $\left|P_{K_{t_i}}\right|$ в выражениях (15) и (16) должна фигурировать величина

$$\left|P''_{Kt_i}\right| = (f + f') \cdot \sigma_K \cdot (\delta_K + 2\delta'_K) \cdot \rho_i \cdot \Delta\alpha_{\Pi_i}, \tag{17}$$

где f, f' - коэффициент трения скольжения металла о грунт с внутренней и внешней стороны полуковша, δ_K и δ'_K - ширина полос полуковша, σ_K - удельная сила сопротивления движению полуковша.

Сопротивление лезвий с режущей кромкой. Рассмотрим процесс резания грунта клиновидным лезвием. Предположим, что главный вклад в величину момента сил сопротивления резанию дают нормальные компоненты сил, приложенные к режущей кромке резца, так что влиянием сопротивления на верхней и нижней фасках режущего элемента можно пренебречь.

На фаске лезвия лобовая сила сопротивления считается преобладающей, поэтому

$$\vec{P}_P = \vec{P}_{Pn} + \vec{P}_{Pt} \approx \vec{P}_{Pn}, \quad \left|\vec{P}_{Pn}\right| = \sigma_P \delta_P l_P, \tag{18}$$

где P_P - сила сопротивления, приложенная к лезвию резца, δ_P - высота лезвия, l_P - длина лезвия, σ_P - удельное сопротивление резания.

Величина удельного нормального сопротивления резанию σ_P из-за наличия корней саженцев σ_P изменяется вдоль лезвия.

Представим σ_P в виде функции

$$s_P = s_{Pгр}(1-U(x,y,z)) + s_{Pкор}U(x,y,z)\,. \tag{19}$$

Здесь $U(x,y,z)$ - единичная функция, принимающая значения либо 0, либо 1. $U(x,y,z)=0$, если точка, принадлежащая лезвию с координатами (x,y,z), взаимодействует с почвой. $U(x,y,z)=1$, если в данной точке лезвие контактирует с корнем саженца. Величины $\sigma_{Pгр}$ и $\sigma_{Pкор}$ представляют собой удельное сопротивление резанию при контакте лезвия с грунтом и корнем. Значения $\sigma_{Pгр}$ и $\sigma_{Pкор}$ зависят, как известно, от многих факторов.

В работах [2-6] показано, что на силу резания существенно влияет угол резания. Анализ опытных данных позволил автору работы [2] получить зависимость силы лобового сопротивления ножу от угла резания грунта.

Угол резания резца рабочего органа a_P рассматриваемого типа в процессе выемки грунта не остается постоянным. Его значение можно определить из геометрических соображений, рассматривая треугольник OB_4B_1 (рисунок 4):

$$a_P = \begin{cases} j - 81^{\circ}, если\, j \ge 81^{\circ} \\ 81^{\circ} - j\,, если\, j < 81^{\circ} \end{cases}. \tag{20}$$

По классификации процессов резания, предложенной академиком В. П. Горячкиным исследуемый процесс выкопки крупномерного саженца с комом почвы представляет собой резание со скольжением (лезвие перемещается не по направлению нормали к его кромке, а дополнительно смещается параллельно кромке) [3,6].

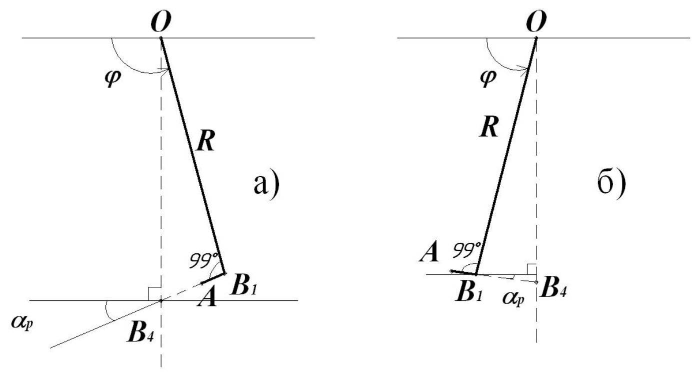


Рисунок 4 – К определению угла резания рабочего органа

Для характеристики процесса скользящего резания используется так называемый коэффициент скольжения $e = \frac{\mathrm{V}_t}{\mathrm{V}_\mathrm{n}}$, где V_t и V_n - тангенциальная и нормальная (по отношению к кромке лезвия) составляющие вектора скорости частицы лезвия. В работе [2,3,6] показано, что при изменении соотношения между нормальным и касательным перемещениями лезвия угол его заточки в направлении результирующего перемещения трансформируется. Чем больше e, тем более значима трансформация угла заточки и тем меньше усилие резания.

Угол заточки β также имеет важное значение для процесса резания. В [3] введено понятие коэффициента трансформации k, как отношение разницы между исходным β и трансформированным β_1 углами заточки к исходному углу заточки

$$k = \frac{b - b_1}{b} = \frac{b - arctg(tgb \cdot \cos t)}{b},\ t = arctge\ . \qquad (21)$$

Имеющиеся опытные данные, например, Т. И. Егоровой [3], позволяют получить аппроксимирующую зависимость нормальной силы резания от угла заточки β и коэффициента скольжения ε, или от коэффициента трансформации k и коэффициента скольжения ε. Примем, что удельное сопротивление резанию является функцией угла резания α_P, угла заточки β и коэффициента скольжения ε

$$s_P = s_P(a_P, b, e)\,. \tag{22}$$

В рассматриваемом процессе выкопки саженцев часть элементов лезвия разрезает корни, другая часть почву. Для моделирования этого процесса выполним разбиение фаски лезвия на N участков. Для i-го участка ($i = 1,...,N_P$) определим момент нормальной силы сопротивления резанию $\vec{P}_{P_i} \cong \vec{P}_{Pn_i}$ относительно оси OY, считая силу приложенной в центре режущей кромки i-го участка.

$$M_{oy}(\vec{P}_{P_i}) = z_i P_{Pn_i} \cos(\vec{n}\,\hat{,}\,x) - x_i P_{P_{n_i}} \cos(\vec{n}\,\hat{,}\,\vec{z})\,, \tag{23}$$

где x_i, z_i - координаты точки приложения силы $\vec{P}_{Pn_i}$, $\vec{n}$ - вектор внешней нормали к плоскости лезвия.

Для того чтобы определить проекции вектора $\vec{n}$ на оси координат в любой момент времени, составлено уравнение плоскости фаски лезвия в текущем положении $D'A'O'C$ (рисунок 5) в системе координат $XYZO$, оси которой параллельны осям неподвижной системы координат.

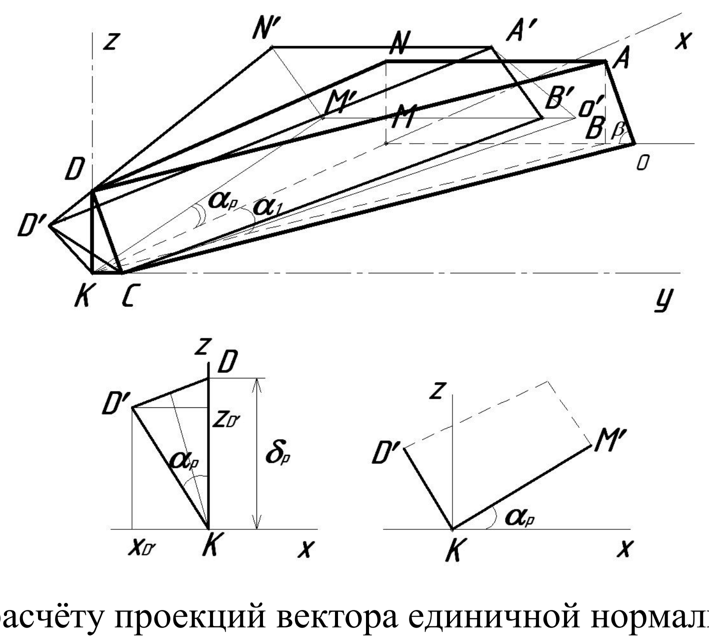


Рисунок 5 – К расчёту проекций вектора единичной нормали к поверхности лезвия

Для вычисления главного момента сил сопротивления к поверхности рассматриваемого лезвия относительно оси OY $\sum_{i=1}^{N_P} M_{oy}(\mathbf{P}_{Pn_i})$ необходимо сложить выражения типа (23). Для остальных трёх кромок лезвий необходимо проделать аналогичные действия.

Удельное сопротивление резанию материалов грунта и корней растений различно, поскольку различны их физико-механические свойства. Для моделирования неоднородного и нестационарного поля сил сопротивления резанию предлагается расчётный алгоритм, учитывающий задаваемое случайным образом расположение элементов корневой системы саженцев.

Пусть прямоугольник $A'B'C'D'$ (рисунок 6а) ограничивает участок, где происходит выемка грунта вместе с растением (вид сверху). Стороны этого прямоугольника $\left|B'C'\right| = \left|A'D'\right| = S$, где $S-$ ширина ковша, $\left|A'B'\right| = \left|C'D'\right| = L$, величина $L = 2\cdot\sqrt{R^2 - H^2}$.

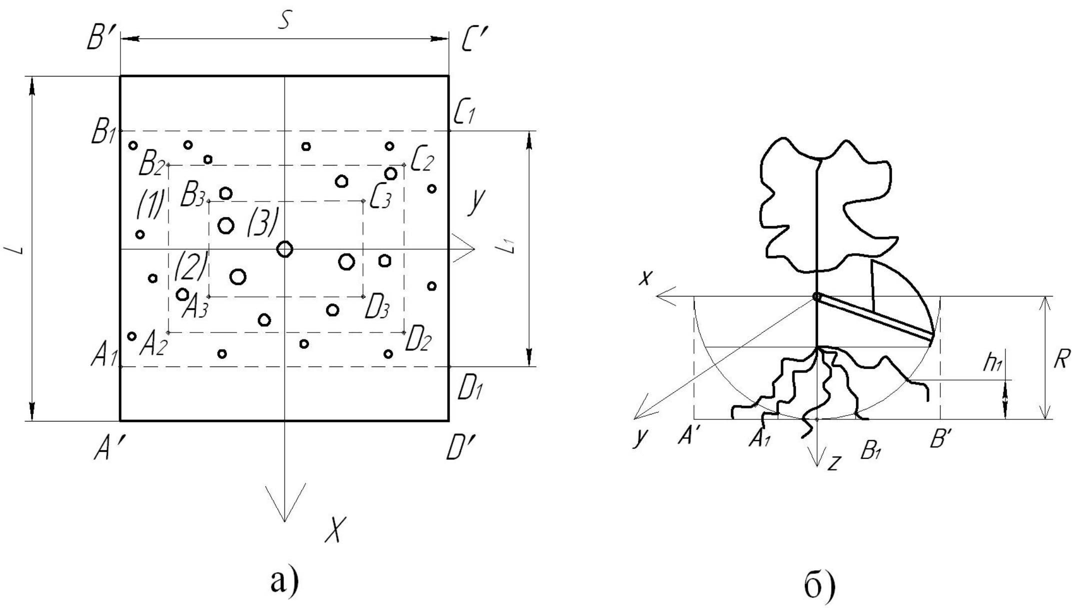


Рисунок 6 – Схема участка грунта с корневой системой саженца - (а); зона среза корневой системы (б)

Для определённости предположим, что корни саженца располагаются, в основном, в зоне $A_1B_1C_1D_1$. Выделим внутри этой зоны три подобласти, в каждой из которых преобладают корни со средним значением диаметра d_1, d_2, d_3 (количество подобластей можно варьировать). При этом в зоне (3) - $A_3B_3C_3D_3$, как правило, располагаются корни более крупного диаметра d_3, в зоне (2) – меньшего диаметра d_2, в зоне (1) – мелкие корни диаметра d_1. Предположим, что в зоне среза при $R-h_1 \le z \le R$ (рисунок 6б) диаметр корня по высоте практически не изменяется.

Координаты центров поперечного сечения корней $(\tilde{x}_k,\tilde{y}_k)$, где $k=1...K$ могут быть заданы с помощью генератора случайных чисел для каждой из трёх зон участка $A_1B_1C_1D_1$.

Предположим, что момент резания корня наступает или продолжается при выполнении условия следующего вида

$$\sqrt{(\tilde{x}_k - x_{M_j})^2 + (\tilde{y}_k - y_{M_j}^2)} \le d_k/2\,,\ \sqrt{(\tilde{x}_k - x_{L_i})^2 + (\tilde{y}_k - y_{L_i})^2} \le d_k/2\,, \qquad (24)$$

где $(\tilde{x}_k,\tilde{y}_k)$ - координаты центра поперечного сечения корня с номером K; (x_{M_j}, y_{M_j}) - текущие координаты центра участка с номером j, расположенного на острие режущей кромки QM, полученного при разбиении отрезка QM точками $M_0, M_1,...,M_j,...,M_J$, $j=0,...J$; (x_{L_i}, y_{L_i}) - текущие координаты центра участка с номером i, расположенного на острие режущей кромки QT, полученного при разбиении отрезка QT точками $L_0, L_1,...,L_i,...,L_I$, $i=0,...I$.

Для оценки условий типа (24) для обоих резцов необходимо определить закон движения точек M_j ($i=1,...,J$) и L_i ($i=1,...,I$). Примем за полюс точку M (рисунок 7б), расположенную на нижней поверхности резца. Точка M – общая для двух резцов, она принадлежит плоскости симметрии рабочего органа. Координаты точки M совпадают с координатами B_2 (рисунок 2)

$$x_M = R sin j + \frac{l_П}{2} sin j\ ,\ y_M = 0\ ,\ z_M = R sin j + \frac{l_П}{2} cos j\ . \qquad (25)$$

Введем для удобства подвижную систему координат $X'MY'Z'$ с осями, параллельными неподвижным осям $XOYZ$. Используя очевидные векторные соотношения (рисунок 7а)

$$\vec{r}_{M_j} = \vec{r}_M + \vec{r}_{MN} + \vec{r}_{NN_j} + \vec{r}_{N_j M_j}\ , \qquad \vec{r}_{L_i} = \vec{r}_M + \vec{r}_{MT} + \vec{r}_{TN} + \vec{r}_{NN_i} + \vec{r}_{N_i L_i}\ , \qquad (26)$$

получим текущие координаты точек разбиения M_j $(j = 1,...,J)$ и L_i $(i = 1,...,I)$ на нижней грани резца в виде

$$x_{M_j} = x_M + \left|MM_j\right| cos a_2 \cdot cos(j - \frac{\pi}{2}),\ y_{M_j} = -\left|MM_j\right| sin\alpha_2\ ,$$

$$z_{M_j} = z_M + \left|MM_j\right| cos a_2 sin(j - \frac{p}{2}).$$

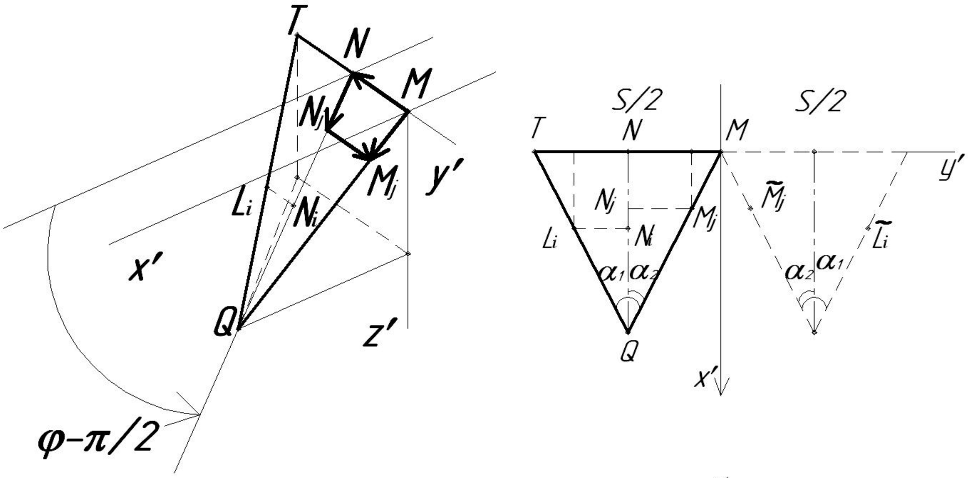
$$x_{L_i} = x_M + \left|TL_i\right| cos a_1 cos(j - \frac{p}{2}),\ y_{L_i} = -\left|MT\right| + \left|TL_i\right| sin\alpha_1\ ,$$

$$z_{L_i} = z_M + \left|TL_i\right| cos a_1 sin(j - \frac{\pi}{2}). \qquad (27)$$

Для второго резца, симметричного рассмотренному, координаты точек $\tilde{M}_j$ и $\tilde{L}_i$ связаны с координатами точек M_j и L_i следующим образом

$$x_{M_j} = x_{\tilde{M}_j}\ ;\ y_{M_j} = -y_{\tilde{M}_j}\ ;\ z_{M_j} = z_{\tilde{M}_j}\ ; x_{L_i} = x_{\tilde{L}_j}\ ;\ y_{L_i} = -y_{\tilde{L}_j}\ ;\ z_{L_i} = z_{\tilde{L}_J}\ .$$

Таким образом, по заданному множеству $(\tilde{x}_k, \tilde{y}_k)$, $k = 1,\dots,K$ и геометрическим характеристикам резцов для любого положения рычага рабочего органа можно определить с использованием (24-26), осуществляет ли элемент лезвий срез корня растения, или он участвует в процессе резания почвы.



а б

Рисунок 7 – К расчёту координат центров отрезков разбиения режущих кромок лезвия: QTM - нижняя грань резца.

Заключение. Предложенная математическая модель позволяет получить закон движения рычага выкопочной машины в зависимости от непрерывно изменяющихся условий взаимодействия рабочего органа с почвой и корнями растений. Для изучаемого рабочего органа выкопочной машины получены необходимые для исследования модели выражения *главных моментов сил сопротивления*

- вдавливанию рабочего периметра полуковша;

- перемещению внутренней и внешней рабочей поверхности полуковша;

- резанию почвы и корней растений.

Величина сил сопротивления может быть определена на основе известных методик. Модель учитывает нестационарное и случайное распределение величины удельного сопротивления резанию вдоль кромки лезвия. Элементы лезвия могут находиться в контакте с материалом грунта и корня. Учтено, что четыре режущих кромки рабочего органа осуществляют скользящее резание.

Нелинейное дифференциальное уравнение (1) может быть решено с использованием численных методов. Анализ решения позволит усовершенствовать конструктивные элементы рабочего органа, а также выбрать наиболее энергоэффективные режимы работы выкопочной машины.

Список литературы

1. Драпалюк М. В., Попиков П. И., Кондратов М. В. Математическая модель процесса подрезки корней сеянцев и саженцев в питомниках // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2006. № 53. С 111-114.

2. Ветров Ю. А. Резание грунтов землеройными машинами. М.: Машиностроение, 1971. 357 с.

3. Резник Н. Е. Теория резания лезвием и основы расчёта режущих аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 311 с.

4. Зеленин А. Н. Физические основы теории резания грунтов. Ленинград: Издательство академии наук СССР, 1950. 354 с.

5. Дорожные машины. Теория, конструкция и расчёт / Н. Я. Зархута, М. И. Капустин, В. П. Семенов, И. М. Эвентов. – Л.: Машиностроение, Ленинград. отделение, 1976. 472 с.

6. Горячкин В. П. Собрание сочинений/ М.: Колос, 1968. 465 с.