УДК 629.366

UDC 629.366

4.3.1. Технологии, машины и оборудование для агропромышленного комплекса (технические науки, сельскохозяйственные науки)

4.3.1. Technologies, machinery and equipment for the agro-industrial complex (technical sciences, agricultural sciences)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ К РАСЧЕТУ УЗЛОВ И ДЕТАЛЕЙ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

THEORETICAL PREREQUISITES FOR CALCULATION OF UNITS AND PARTS OF TRACKED VEHICLES FOR DURABILITY

Аникин Алексей Александрович[1]
д.т.н.
Scopus Author ID: 57200211568
РИНЦ SPIN-код: 6777-7753
E-mail: anikin.zvm@mail.ru

Орлов Лев Николаевич[1]
д.т.н., профессор
Scopus Author ID: 57203354216
РИНЦ SPIN-код: 5419-5911
E-mail: lev.n.orlov@mail.ru

Вахидов Умар Шахидович[1]
д.т.н., профессор
Scopus Author ID: 55794612500
РИНЦ SPIN-код: 6999-3294
E-mail: umar-vahidov@mail.ru

Наумов Валерий Николаевич[2]
д.т.н., профессор
Scopus Author ID: 8947283200
РИНЦ SPIN-код: 3089-6634
E-mail: vn.naumov1941@yandex.ru

Коростелев Сергей Анатольевич[3]
д.т.н., доцент
Scopus Author ID: 57211492844
РИНЦ SPIN-код: 1971-8460
E-mail: korsan73@mail.ru

Палло Максим Дмитриевич[1]
аспирант
E-mail: pallomaksim@yandex.ru

Макаров Владимир Сергеевич[1]
д.т.н., доцент
Web of Science ResearcherID: B-2739-2014
Scopus Author ID: 55871122000
РИНЦ SPIN-код: 9834-6239
E-mail: makvl2010@gmail.com

[1] Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева, 603155, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д.24
[2] Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская улица, 5
[3] Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, 656038, г. Барнаул, пр. Ленина, 46

Anikin Alexey Alexandrovich[1]
Doctor of Technical Sciences
Scopus Author ID: 57200211568
RSCI SPIN-code: 6777-7753
E-mail: anikin.zvm@mail.ru

Orlov Lev Nikolaevich[1]
Doctor of Technical Sciences, Professor
Scopus Author ID: 57203354216
RSCI SPIN-code: 5419-5911
E-mail: lev.n.orlov@mail.ru

Vakhidov Umar Shahidovich[1]
Doctor of Technical Sciences, Professor
Scopus Author ID: 55794612500
RSCI SPIN-code: 6999-3294
E-mail: umar-vahidov@mail.ru

Naumov Valery Nikolaevich[2]
Doctor of Technical Sciences, Professor
Scopus Author ID: 8947283200
RSCI SPIN-code: 3089-6634
E-mail: vn.naumov1941@yandex.ru

Korostelev Sergey Anatolievich[3]
Doctor of Technical Sciences, Associate Professor
Scopus Author ID: 57211492844
RSCI SPIN-code: 1971-8460
E-mail: korsan73@mail.ru

Pallo Maxim Dmitrievich[1]
Graduate student
E-mail: pallomaksim@yandex.ru

Makarov Vladimir Sergeevich
Doctor of Technical Sciences, Associate Professor
Web of Science ResearcherID: B-2739-2014
Scopus Author ID: 55871122000
RSCI SPIN-code: 9834-6239
E-mail: makvl2010@gmail.com

[1] Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E.Alekseev, 603155, Nizhny Novgorod, ul.Minina, 24
[2] Bauman Moscow State Technical University, 105005, 105005, Moscow, 2ya Baumanskaya, 5
[3] Polzunov Altai State Technical University, 656038, Barnaul, pr. Lenina, 46

В статье изложены теоретическое обоснование применения математических методов необходимых для решения задачи определения долговечности трансмиссии и ходовой части гусеничных машин. Приведены теоретические предпосылки необходимые для оценки узлов и деталей машины на долговечность. Изложены основные положения и соотношения теории вероятности и математической статистики необходимые для проведения усталостного расчета. Даны методики расчета описания нагрузочных режимов в случае, когда исследуемый процесс характеризуется поведением одной или двумя случайными величинами. Приведены математические зависимости для расчета параметров

Ключевые слова: ГУСЕНИЧНЫЕ МАШИНЫ, ДОЛГОВЕЧНОСТЬ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ, СТАТИСТИКА

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-203-024

The article presents the theoretical justification for the application of mathematical methods necessary for solving the problem of determining the durability of the transmission and chassis of tracked vehicles. The theoretical prerequisites necessary for assessing the machine's units and parts for durability are given. The main provisions and relationships of probability theory and mathematical statistics necessary for carrying out fatigue calculations are presented. The methods for calculating the description of load modes are given in the case when the process under study is characterized by the behavior of one or two random variables. Mathematical dependencies for calculating the parameters are given

Keywords: TRACKED VEHICLES, DURABILITY, MATHEMATICAL MODEL, PROBABILITY THEORY, STATISTICS

Введение

Одним из основных разделов исследования трансмиссии и ходовой части машин является определение долговечности узлов. Теоретической разработке этого вопроса посвящен целый ряд работ [1], освещающих отдельные стороны этой сложной проблемы. В некоторых случаях при известных упрощениях и с помощью широких экспериментов теория дает удовлетворительное решение поставленной задачи.

Однако, до настоящего времени отсутствуют работы, в которых давалось бы цельное теоретическое разрешение данной проблемы. Вопросы долговечности узлов и деталей машин в настоящее время приобретают все большее государственное значение. В этих условиях становится настоятельно необходимым проведение расчета на долговечность в период проектирования машины.

Характеристики напряженного состояния деталей машин

Долговечность узла определяется долговечностью его деталей, при этом можно рассматривать четыре качественно различные группы деталей:

1. Уплотнения.

2. Подшипники.

Детали, работа которых определяется возникающими в них внутренними напряжениями.

Детали, работа которых определяется появляющимся при работе износом.

В соответствии с этим можно считать, что долговечность узла определяется:

Долговечностью уплотнений.

Долговечностью подшипников.

Долговечностью наиболее напряженной детали.

Долговечностью наиболее изнашиваемой детали.

При эксплуатации в целом ряде узлов трансмиссии и ходовой части определяющим фактором является долговечность наиболее напряженной детали. В стержневой подвеске - это торсион.

Все детали транспортных машин работают в условиях нестационарного режима переменной напряженности [1]. При этом возможны три принципиальных случая напряженного состояния деталей:

1. Напряженное состояние детали, при котором определяющими являются нормальные напряжения. Касательные напряжения принимают малые значения или отсутствуют совсем.

2. Напряженное состояние детали, при котором определяющими являются касательные напряжения. Нормальные напряжения принимают малые значения или отсутствуют совсем.

3. Напряженное состояние детали при котором величинами

касательных и нормальных напряжений пренебрегать нельзя. Деталь работает в условиях сложного напряженного состояния (изгиб и кручение).

Отсутствие систематических исследований не позволяет сформулировать соответствующих предпосылок расчета на долговечность деталей, нагруженных по 3 случаю [1].

Однако целый ряд деталей транспортных машин испытывают напряженное состояние, описанное первым и вторым случаем. Например, разгруженные от изгибающих моментов полуоси, карданные валы и т.д. подходят под второй случай. Первому случаю при определенных допущениях подчиняется напряженное состояние листовых рессор и т.д. Методика расчета, разработанная в данном отчете, относится к первым двум случаям нагружения.

В торсионных подвесках наиболее часто встречаются конструктивные схемы, в которых торсионы разгружены от изгибающих усилий. Напряжениями, определяющими долговечность детали, являются касательные напряжения.

В условиях нестационарного режима переменной напряженности каждый цикл изменения напряжения однозначно характеризуется величинами максимального напряжения цикла $\tau_{\max}$ и коэффициента асимметрии цикла r.

В эксплуатации обе эти величины изменяются в довольно значительных пределах, следовательно, любая методика расчета, основанная на исследовании изменения одной величины, является весьма приближенной [2].

В практике часто рассматривают и другие сочетания, двух характеристик цикла [2]:

$\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$ τ_{m} и τ_a

$\tau_{\max}$ и τ_a $\tau_{\max}$ и τ_{m}

где

$\tau_{\min}$ - минимальное напряжение цикла,

τ_{m} - среднее напряжение цикла

$$\tau_{\mathrm{m}} = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}, \qquad (1)$$

τ_a - амплитуда цикла

$$\tau_{\mathrm{a}} = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}. \qquad (2)$$

Выбор сочетания характеристик в каждом конкретном случае диктуется спецификой работы детали.

При использовании любых сочетаний обе выбранные характеристики являются случайными величинами, и напряженное состояние детали можно охарактеризовать как случайный процесс, полностью определяющийся поведением двух случайных величин. Суждение о случайном процессе можно вести на основании представлений теории вероятности.

При отсутствии достаточного теоретического материала возможно экспериментальное исследование случайного процесса с помощью методов математической статистики.

Основные положения и соотношения теории вероятности и математической статистики

Зависимости для одномерной случайной величины

Прежде, чем перейти к описанию методики статической обработки целесообразно привести ряд основных понятий из теории вероятности и математической статистики. Заметим, что теория вероятностей имеет дело с исследованием случайной величины, поведение которой достаточно хорошо описывается теорией, математическая статистика занимается установлением законов, которым подчиняется случайная величина, Рассматривая совокупность значений максимальных напряжений цикла, можно установить, что в данной совокупности величина

$\tau_{\max_1}$ встречается n_1 раз

$\tau_{\max_2} - n_2$

$\tau_{\max_3} - n_3$

…

$\tau_{\max_i} - n_i$

…

$\tau_{\max_K} - n_k$

$$\sum_{i=1}^{K} n_i = N$$

Если значения n_i установлены теоретически и абсолютно достоверны, то теория вероятности называет отношение $p_i = \frac{n_i}{N}$ вероятностью появления цикла с величиной максимального напряжений $\tau_{\max_i}$.

Если такие данные получены из эксперимента, то математическая статистика называет отношение

$$W_i = \frac{n_i}{N} \quad (3)$$

частостью появления цикла с величиной максимального напряжения $\tau_{\max_i}$.

Если разбить область изменения величин $\tau_{\max}$, на некоторое количество равных промежутков, сгруппировать все значения по интервалам, а затем построить в декартовых осях координат график , отложив на оси абсцисс интервалы и построив над каждым интервалом прямоугольник с высотой, пропорциональной частостям попадания $\tau_{\max}$ в интервал, то данный график будет характеризовать распределение частостей встречи цикла с определенным значением (рис. 1). В математической статистике такой график называется гистограммой. Если рассматривать этот график с позиций теории вероятностей (т.е. такие значения должны получиться по теории) ,то средняя плавной линией середины верхних сторон прямоугольников, получим график распределения вероятности величины $\tau_{\max}$ (рис. 1).

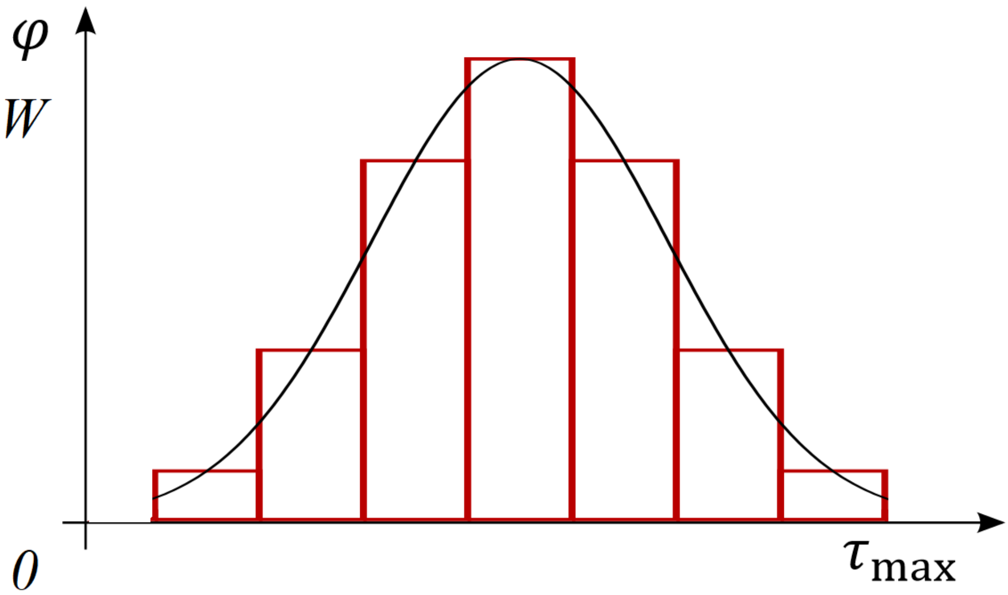

Рис.1 - График распределения вероятности величины

Среднее арифметическое всех полученных значений называется средней в математической статистике, обозначается буквой a и находится по формуле

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tau_{\max_i}}{N} = \sum_{i=1}^{K} \tau_{\max_i} W_i = \frac{\sum_{i=1}^{K} \tau_{\max_i} n_i}{N}. \quad (4)$$

В теории вероятностей эта величина носит более глубокий смысл, называется математическим ожиданием, обозначается буквой M и определяется по формуле

$M = \sum_{i=1}^{K} \tau_{\max_i} P\left(\tau_{\max_i}\right)$ для дискретных величин,

$M = \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{\max} \varphi(\tau_{\max}) d\tau_{\max}$ для непрерывных величин,

где $\varphi(\tau_{\max})$ - функция плотности распределения вероятности величины $\tau_{\max}$.

Для характеристики того, как разбросаны остальные значения около средней, математическая статистика использует выборочное среднее квадратическое отклонение S или выборочную дисперсию S^2. Эти вычисляются по формуле

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\tau_{\max_i} - a\right)^2}{N} = \sum_{i=1}^{K}\left(\tau_{\max_i} - a\right)^2 W_i$$

или

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{K}\left(\tau_{\max_i} - a\right)^2 n_i}{N} \qquad (5)$$

В теории вероятностей аналогичные характеристики носят название среднего квадратичного отклонения $\sigma_{\tau_{\max}}$ и дисперсии $D_{\tau_{\max}}$. Эти величины

$D_{\tau_{\max}} = \sum_{i=1}^{K}\left(\tau_{\max_i} - M_{\tau_{\max}}\right)^2 P\left(\tau_{\max_i}\right)$ для дискретных величин

$D_{\tau_{\max}} = \int_{-\infty}^{\infty}\left(\tau_{\max} - M_{\tau_{\max}}\right)^2 \varphi(\tau_{\max}) d\tau_{\max}$ для непрерывных величин

Как видно, из приведенных формул, функция плотности распределения вероятности случайной величины имеет очень большое значение в теории вероятностей. Если необходимо узнать вероятность встречи цикла, максимальное значение которого лежит в каком-то интервале $[\tau_{\max_1}; \tau_{\max_2}]$, то для этого используется формула

$$P\left(\tau_{\max_1} < \tau_{\max} < \tau_{\max_2}\right) = \int_{\tau_{\max_2}}^{\tau_{\max_1}} \varphi(\tau_{\max}) d\tau_{\max}, \qquad (6)$$

график величины $P\left(\tau_{\max_1} < \tau_{\max} < \tau_{\max_2}\right)$ приведен на рис. 1.

Теория вероятностей позволяет использовать большое количество аналитических выражений для функции φ.

Из множества таких выражений можно подобрать вид функции, которая наиболее полно описывает поведение исследуемой случайной величины.

Наиболее частое применение находит себе нормальный закон распределения. Аналитическое выражение для функции плотности распределения вероятности случайной величины в данном случае выглядит следующим образом

$$\varphi(\tau_{\max}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\tau_{\max}}} l^{-\frac{1}{2}\frac{(\tau_{\max}-M\tau_{\max})^2}{\sigma^2_{\tau_{\max}}}}.$$

Надо отметить, что плотность распределения вероятностей не предоставляет непосредственно вероятности значения $\tau_{\max}$, но произведение $\varphi(\tau_{\max})\Delta\tau_{\max}$ с точностью до бесконечно малых высшего порядка относительно $\Delta\tau_{\max}$ представляет вероятность встречи цикла с максимальным напряжением, находящимся в интервале $[\tau_{\max};\ \tau_{\max} + \Delta\tau_{\max}]$.

В теории вероятности рассматривается также функция распределения Ф. Зависимость меду Ф и φ можно внравить формулой

$$d\Phi(\tau_{\max}) = \varphi(\tau_{\max})d\tau_{\max}.$$

Если взять интеграл от обеих частей этого уравнения по пределам $\tau_{\max_1}$ и $\tau_{\max_2}$, то будет получена вероятность встречи циклов с параметрами $\tau_{\max}$, находящимися в пределах $\tau_{\max_1}$ и $\tau_{\max_2}$. Отсюда понятен смысл функции распределения. Окончательно необходимо заметить, что если взять пределы интегрирования бесконечными, то

$$\Phi(-\infty;+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(\tau_{\max})d\tau_{\max} = 1,$$

т.е. сумма всех вероятностей должна быть равна 1.

Теперь, когда введены основные понятия теории вероятностей и математической статистики, можно сформулировать основную задачу статистики. Она заключается в том, чтобы по известному распределению эмпирических частостей найти соответствующее теоретическое распределение вероятностей. Для этого необходимо найти неизвестные параметры распределения из опыта и оценить надежность найденных значений.

Например, в случае нормального распределения необходимо найти математическое ожидание и дисперсию, точнее установить доверительные границы, в которых эти параметры лежат с наперед заданной вероятностью.

Найти параметры распределения можно исходя из следующего условия: при неограниченном увеличении числа данных можно считать, что

$$\lim_{N\to\infty} W = P, \tag{7}$$

$$\lim_{N\to\infty} a = M, \tag{8}$$

$$\lim_{N\to\infty} S^2 = D \qquad \lim_{N\to\infty} S = \sigma. \tag{9}$$

А при дальнейшем увеличении числа участков разбития интервала $[\tau_{\max}^{\min}; \tau_{\max}^{\max}]$ с одновременным увеличением числа данных (N) гистограмма (рис.1) все больше и больше приводятся к графику функций плотности распределения.

Вообще говоря, количество данных, получаемых в эксперименте, ограничено. Поэтому в соответствующей литературе [3, 4] даются поправки к вычисленным из опыта параметрам.

Зависимости для двухмерной случайной величины

Все выше приведенные формулы касались исследования одномерной случайной величины, т.е. того случая, когда исследуемый процесс характеризуется поведением одной случайной величины. Если процесс полностью описывается изменением двух иди более случайных величин, то распределение, его характеристики и закон распределения является двух или многомерным.

Например, нестационарный режим напряженного состояния деталей машин в общем случае характеризуется, как было уже показано, изменением двух параметров цикла: например $\tau_{\max}$ и τ_{m}. Пусть существует совокупность N циклов, в которой значения максимального напряжения цикла находятся в пределах от $\tau_{\max_1}$ до $\tau_{\max_K}$, а значения среднего напряжения цикла изменяются от τ_{m_1} до τ_{m_l}, интервалы изменения $\tau_{\max}$ можно разбить на K равных частей, а τ_{m} соответственно на l частей; условно принимается что все значения $\tau_{\max}$ или τ_{m}, попадающие в один из полученных K или l интервалов можно округлить до среднего значения $\tau_{\max}$ или τ_{m} в этом интервале. Тогда число циклов, параметры которых попадают в интервалы со средними значениями

$\tau_{\max_1}$ и τ_{m_1} встретится n_{11} раз

$\tau_{\max_2}$ и τ_{m_1} встретится n_{21} раз

$\tau_{\max_2}$ и τ_{m_2} встретится n_{22} раз

…

$\tau_{\max_i}$ и τ_{m_j} встретится n_{ij} раз

…

$\tau_{\max_K}$ и τ_{m_l} встретится n_{Kl} раз

Если число N достаточно велико, то можно считать, что вероятность встречи цикла с параметрами

$\tau_{\max_1}, \tau_{\mathrm{m}_1}$ равна $P_{11} = \frac{n_{11}}{N}$

$\tau_{\max_2}, \tau_{\mathrm{m}_1}$ равна $P_{21} = \frac{n_{21}}{N}$

$\tau_{\max_2}, \tau_{\mathrm{m}_2}$ равна $P_{22} = \frac{n_{22}}{N}$ и т.д.

Т.е. обобщенное выражение для вероятности встречи цикла с определенными параметрами можно записать в виде

$$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{N},$$

очевидно

$$\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{l} P_{ij} = 1.$$

Математическая статистика дает следующие формулы для определения средней, которая, как было указано, при достаточно большом

N может быть принята за математическое ожидание в случае двумерного распределения

$$M_{\tau_{\max}} = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l}\tau_{\max_i} n_{ij}}{N}, \tag{10}$$

$$M_{\tau_{\mathrm{m}}} = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l}\tau_{\mathrm{m}_j} n_{ij}}{N}. \tag{11}$$

Т.к. для всех j $\tau_{\max_i} = const$, а для всех i $\tau_{\mathrm{m}_j} = const$, а также приняв $\sum_{j=1}^{l} n_{ij} = n_i$ и $\sum_{i=1}^{K} n_{ij} = n_j$, можно переписав выражения (10) и (11) для математического ожидания в виде более удобном для использования.

$$M_{\tau_{\max}} = \frac{\sum_{i=1}^{K}\tau_{\max_i} n_i}{N} \tag{12}$$

$$M_{\tau_{\mathrm{m}}} = \frac{\sum_{j=1}^{l}\tau_{\mathrm{m}_j} n_j}{N} \tag{13}$$

При достаточно большом N можно считать, что выборочная дисперсия S практически равна дисперсии D. Математическая статистика дает следующие формулы для определения дисперсии в случае двумерного распределения.

$$D_{\tau_{\max}} = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l}\left(\tau_{\max_i} - M_{\tau_{\max}}\right)^2 n_{ij}}{N}$$

$$D_{\tau_{\mathrm{m}}} = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l}\left(\tau_{\mathrm{m}_j} - M_{\tau_{\mathrm{m}}}\right)^2 n_{ij}}{N}$$

Или, учтя выше приведенные доводы, более удобная формула вычисления дисперсии

$$D_{\tau_{\max}} = \sigma_{\tau_{\max}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{K}\left(\tau_{\max_i} - M_{\tau_{\max}}\right)^2 n_i}{N}, \tag{14}$$

$$D_{\tau_{\mathrm{m}}} = \sigma_{\tau_{\mathrm{m}}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{l}\left(\tau_{\mathrm{m}_j} - M_{\tau_{\mathrm{m}}}\right)^2 n_j}{N}. \tag{15}$$

Соответственно среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_{\tau_{\max}} = \sqrt{D_{\tau_{\max}}}, \tag{16}$$

$$\sigma_{\tau_{\text{m}}} = \sqrt{D_{\tau_{\text{m}}}}. \quad (17)$$

Теория вероятности дает только одно аналитическое выражение для функции плотности распределения вероятности двумерной случайной величины.

Оно запишется в виде

$$\varphi(\tau_{\max}, \tau_{\text{m}}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\tau_{\max}}\sigma_{\tau_{\text{m}}}\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(\tau_{\max}-M_{\tau_{\max}})^2}{\sigma^2_{\tau_{\max}}} - 2\rho\frac{(\tau_{\max}-M_{\tau_{\max}})(\tau_{\text{m}}-M_{\tau_{\text{m}}})}{\sigma_{\tau_{\max}}\sigma_{\tau_{\text{m}}}} + \frac{(\tau_{\text{m}}-M_{\tau_{\text{m}}})^2}{\sigma^2_{\tau_{\text{m}}}}\right]}, \quad (18)$$

график этой функции приведен на рис. 2.

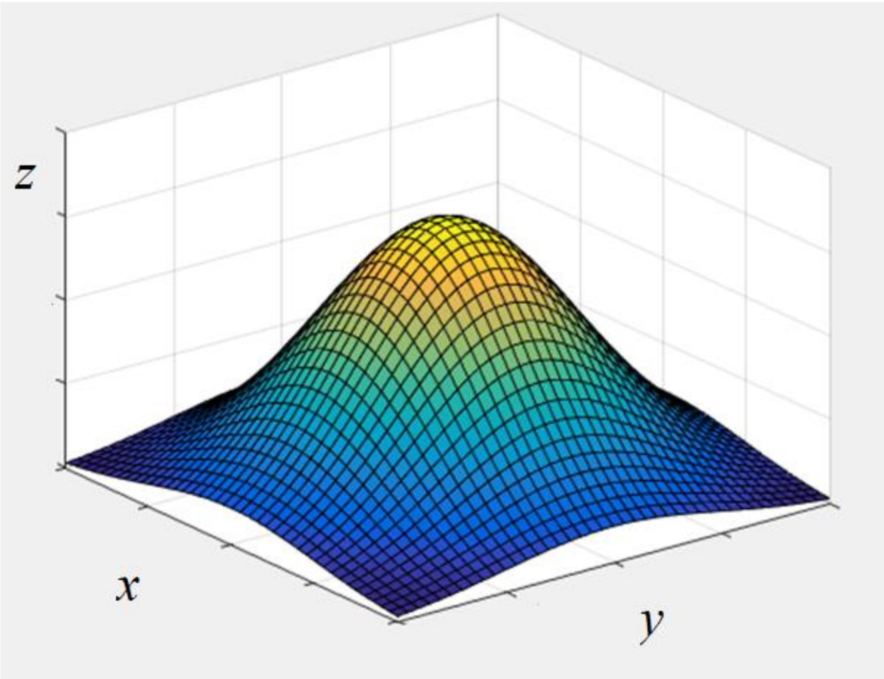

Рис.2 - Функция плотности распределения вероятности двумерной случайной величины

Как видно из приведенной формулы использовать такое уравнение для вычислений крайне сложно. Задача иногда упрощается, если вместо величин $\tau_{\max}$ и τ_{m} рассматривать некоторые нормированные величины x и y, связанные с прежними величинами зависимостями

$$x = \frac{\tau_{\max}-M_{\tau_{\max}}}{\sigma_{\tau_{\max}}}, \quad (19)$$

$$x = \frac{\tau_{\text{m}}-M_{\tau_{\text{m}}}}{\sigma_{\tau_{\text{m}}}}. \quad (20)$$

Нормированные величины обладают такими свойствами, что

$$M_x = 0,$$

$$M_y = 0,$$

$$\sigma_x = 0,$$

$$\sigma_y = 0.$$

Вид функции плотности распределения вероятности примет более простой вид

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[x^2-2\rho xy+y^2]} \quad (21)$$

В формулу входит новая характеристика распределения случайных величин x и y. Дело в том, что между величинами $\tau_{\max}$ и τ_{m} может существовать связь. Это может быть функциональная связь, нулевая связь (т.е. отсутствие связи) или стохастическая связь (вероятностная. связь). Сущность последней заключается в том, что одна из величин реагирует на изменение другой величины изменением закона своего распределения. Изучением связи между случайными величинами занимается теория корреляции – раздел теории вероятности. Коэффициент ρ, входящий в уравнение, называется коэффициентом корреляции и вычисляется по формуле

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l}\left(\tau_{\max_i} - M_{\tau_{\max}}\right)\left(\tau_{\mathrm{m}_j} - M_{\tau_{\mathrm{m}}}\right)n_{ij}}{N\,\sigma_{\tau_{\max}}\sigma_{\tau_{\mathrm{m}}}},$$

а для нормированных величин

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{l} x_i\, y_j\, n_{ij}}{N} \quad (21)$$

Теория корреляции указывает, что

1. при наличии функциональной зависимости $\rho = 1$,

2. при отсутствии функциональной зависимости $\rho = 0$,

1. при наличии стохастической зависимости $0 < |\rho| < 1$.

Следует отметить, что можно говорить лишь о какой-то степени приближения полученного из эксперимента распределения к нормальному.

Более того, полученное распределение может подчиняться какому-то другому закону. Однако, теория вероятности не дает аналитического выражения функции плотности распределения вероятности для других законов распределения. Можно было бы задаться любой степенью приближения, и, подобрав функцию соответствующего вида с произвольными коэффициентами по методу наименьших квадратов, определить эти коэффициенты [5].

На практике реалистичным является оценка степени приближения экспериментального распределения к нормальному. Это можно делать путем статистической проверки соответствия между гипотетическим и реальным распределением [3, 4] Необходимо оценить также и полученные значения величин

$$M_{\tau_{\max}}, M_{\tau_{\mathrm{m}}}, \sigma_{\tau_{\max}}, \sigma_{\tau_{\mathrm{m}}}, \rho.$$

В математической статистике такая оценка производится с помощью доверительных интервалов [3, 4]. Сущность этого метода проверки заключается в том, что вычисляются интервалы, в котором с наперед заданной вероятностью находится действительная оцениваемая величина. После произведенной оценки можно считать, что данный процесс с вычисленной степенью приближения характеризуется нормальным законом распределения. Такое допущение правомерно еще и потому, что теория вероятности утверждает: всякое распределение, близкое к нормальному, при неограниченном увеличении числа наблюдений, становится сколь угодно близким к нормальному [3].

Результаты и выводы

Закон распределения приведенный в статье можно использовать для расчета на усталость узлов и деталей гусеничных машин на долговечность. Изложен конкретный путь решения поставленной задачи и теоретически разработан один из этапов расчета в применении к подвеске гусеничных машин. В дальнейшем используя данный математический аппарат будут проведены работы по получению нагрузочных режимов торсионной подвески, а также проведен расчет на долговечность упругих стержней на примере гусеничных машин, разработанных в Нижегородском государственном техническом университете им. Р.Е. Алексеева.

Библиографический список

1. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность [Текст] / С. В. Серенсен, В. П. Когаев, Л. А. Козлов, Р. М. Шнейдерович ; Под ред. С. В. Серенсена. - Москва : Машгиз, 1975. - 208 с.
2. Прочность при нестационарных режимах нагрузки [Текст] / С. В. Серенсен, Е. Г. Буглов, М. Э. Гарф и др. ; Под ред. акад. С. В. Серенсена ; Акад. наук УССР. Отд. техн. наук. - Киев : Изд-во Акад. наук УССР, 1961. - 295 с.
3. Теория вероятностей и математическая статистика в технике [Текст] : (Общая часть) / И. В. Дунин-Барковский, Н. В. Смирнов. - Москва : Гостехиздат, 1955. - 556 с.
4. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений [Текст] : [Для втузов] / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1965. - 511 с.
5. Метод наименьших квадратов и основы математикостатистической теории обработки наблюдений [Текст]. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматгиз, 1962. - 349 с.

References

1. Nesushhaja sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost' [Tekst] / S. V. Serensen, V. P. Kogaev, L. A. Kozlov, R. M. Shnejderovich ; Pod red. S. V. Serensena. - Moskva : Mashgiz, 1975. - 208 s.
2. Prochnost' pri nestacionarnyh rezhimah nagruzki [Tekst] / S. V. Serensen, E. G. Buglov, M. Je. Garf i dr. ; Pod red. akad. S. V. Serensena ; Akad. nauk USSR. Otd. tehn. nauk. - Kiev : Izd-vo Akad. nauk USSR, 1961. - 295 s.
3. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika v tehnike [Tekst] : (Obshhaja chast') / I. V. Dunin-Barkovskij, N. V. Smirnov. - Moskva : Gostehizdat, 1955. - 556 s.
4. Kurs teorii verojatnostej i matematicheskoj statistiki dlja tehnicheskih prilozhenij [Tekst] : [Dlja vtuzov] / N. V. Smirnov, I. V. Dunin-Barkovskij. - 2-e izd., ispr. i dop. - Moskva : Nauka, 1965. - 511 s.
5. Metod naimen'shih kvadratov i osnovy matematikostatisticheskoj teorii obrabotki nabljudenij [Tekst]. - 2-e izd., ispr. i dop. - Moskva : Fizmatgiz, 1962. - 349 s.