УДК 622.011.43

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы экономики (физико-математические науки, экономические науки)

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПУСТИМЫХ РАЗМЕРОВ ПОДЗЕМНЫХ ПОЛОСТЕЙ, ВЫЩЕЛАЧИВАЕМЫХ В СОЛЯНЫХ ПОРОДАХ

Аршинов Георгий Александрович
д.т.н., профессор
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Аршинов Александр Георгиевич
студент факультета прикладной информатики
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Предлагается методика оценки допустимых размеров подземных полостей, выщелачиваемых в соляных породах на основе стохастической теории хрупкого разрушения

Ключевые слова: СОЛЯНЫЕ ТОЛЩИ, ПОЛЗУЧЕСТЬ СОЛЕЙ, ПОДЗЕМНЫЕ ВЫРАБОТКИ, ПОЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ, МЕТОД УПРУГИХ ПРИБЛИЖЕНЙ

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-190-028

UDC 622.011.43

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods of economics (physical and mathematical sciences, economic sciences)

STUDY OF PERMISSIBLE SIZES OF UNDERGROUND CAVITIES, LEACHED IN SALT ROCKS

Arshinov Georgy Aleksandrovich
Dr.Sci.Tech., Professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

Arshinov Alexander Georgievich
student of the Faculty of Applied Informatics
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

The article presents a technique for estimating the allowable sizes of underground cavities leached in salt rocks based on the stochastic theory of brittle fracture

Keywords: SALT SEQUENCES, SALT CREEP, UNDERGROUND WORKINGS, STRAIN AND STRESS FIELDS, ELASTIC APPROXIMATION METHOD

Подземные отложения солей применяются для сооружения полостей, предназначенных для хранения газа, нефти, нефтепродуктов, а также для захоронения токсичных отходов различных предприятий. Подземные выработки широко применяются, поскольку соляные породы представляют собой идеальный материал для сооружения в них различных хранилищ.

При больших значениях горного давления соляные породы проявляют свойства нелинейной ползучести. Ползучесть солей вызывает значительные деформации, которые могут приводить к потери прочности сооружений, возводимых горных породах.

Прочность соляных пород такова, что в них возможно создавать большие устойчивые полости. Соли хорошо растворимы в воде, что позволяет сооружать полости недорогим методом глубинного размыва, и химически инертны по отношению к нефтепродуктам, газам и различным отходам производства, поэтому непроницаемы для них, т.к. при большом горном давлении в силу свойства ползучести все трещины в соляных породах залечиваются и исчезают.

По сравнению с наземными хранилищами подземные хранилища нефтепродуктов и газов в солях не ухудшают экологию окружающей среды, не занимают площадь на поверхности земли и безопасны в пожарном отношении.

Произвольный выбор форм, размеров подземных сооружений может вызывать их разрушение, поэтому необходимо разработать методы расчета концентрации напряжений в окрестности подземных сооружений на основе обоснованных моделях.

Выбор конфигурации, размеров подземных полостей-хранилищ зависят от деформационных и прочностных характеристик соляной толщи, обладающей реологическими свойствами. Строительство и эксплуатация хранилищ в соляных массивах опирается на большой практический опыт, однако расчеты их на прочность, если не считать некоторые частные случаи, не имеют достаточного обоснования.

Известные строгие методы расчета подземных емкостей позволяют изучить лишь частные геометрические формы, то есть не обеспечивают полного анализа прочности таких хранилищ.

Емкости-хранилища, сооружаемые под землей, предназначены для длительной эксплуатации, поэтому в расчетах их прочности необходимо опираться на модели деформирования солей, которые учитывают влияния времени в длительных опытах при одноосном сжатии (растяжении) стержня, а также в опытах над полыми образцами цилиндрической формы под нагрузкой при формировании плоской деформации.

Опубликованные приближенные расчеты распределения напряжений вблизи полостей-хранилищ опираются на модели деформирования солей, которые недостаточно экспериментально обоснованы и не учитывают нелинейность свойств ползучести соляной толщи.

Нелинейная ползучесть соляных пород приводит к исследованию важных классов задач, возникающих при изучении деформации конструкций, поскольку в линейных моделях, которые не учитывают свойство нелинейности материала, невозможно даже качественно выявить эффекты влияния нелинейности не деформирование среды.

Нелинейность физических свойств реологических материалов с учетом возможности развития больших деформаций требует разработки математических моделей, которые предназначены для расчета полей напряжений и деформаций в конструкциях и в их элементах, когда изучается квазистатическое равновесие.

Опубликованные материалы, в которых предлагаются результаты расчета полей напряжений и деформаций, возникающих вблизи полостей, опираются на линейно-упругие методы, а поэтому недостаточно точны.

Аналитическими методами исследуется концентрация напряжений возле шаровой и эллипсоидальной форм емкостей-хранилищ. Эти формы не исчерпывают множество конфигураций полостей, возводимых в соляных породах.

Кроме того, нелинейные свойства ползучести дополнительно осложняют методы расчета выработок в соляных отложениях, поэтому необходимо применять численные методы анализа полей напряжений и деформаций, возникающих вблизи хранилищ реальных конфигураций.

В частности, для подобных расчетов успешно применяется метод конечных элементов. Он нашел широкое использование при расчетах различных деталей в ракетостроении, судостроении, исследовании на прочность плотин и откосов.

Для того, чтобы повысить надежность и безопасность подземных полостей-хранилищ необходимо при расчетах корректно поставить квазистатическую краевую задачу для массива, обладающего нелинейными вязкоупругими свойствами и содержащего полость с осевой симметрией с применением экспериментально обоснованных уравнений связи между напряжениями и деформациями соляных пород. Применение метода конечных элементов обеспечивает более полный учет механических свойств горных массивов и, в частности, солей.

Прочность полостей-газохранилищ, размываемых в подземных соляных толщах зависит от размеров, влияние которых на устойчивость емкости невозможно оценить, если считать соляные породы однородными. Оценить влияние размеров можно, используя стохастическую теорию хрупкого разрушения, предложенную В. В. Болотиным. Разрушение в материале согласно этой теории зависит от количества дефектов структуры среды.

Если предположить, что единица объема массива с полостью содержит в среднем n микродефектов, распределение которых в рассматриваемом объеме задается вероятностной функцией $F(\sigma)$, то можно вычислить вероятность обнаружения дефекта структуры материала, снижающего прочность тела при нагрузке.

Пусть в теле объема V содержится nV микродефектов, и процесс разрушения начнется при напряжении, превышающим предел прочности каждого дефектного элемента, тогда вероятностное распределение пределов прочности массива возможно задать функцией

$$F_V(\sigma_n) = 1 - [1 - F(\sigma_n)]^{nV}.$$

Если применить некоторую выбранную теорию прочности для вычисления приведенного напряжения σ и предположить, что число nV в массиве достаточно большое, то для $F_V(\sigma_n)$ имеют место

а) $F_v(\sigma\} = 0$ когда $\sigma \le \sigma_n^0$, $F(\sigma)>0$, для $\sigma > \sigma_n^0$;

б) $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{F_V(\sigma+\varepsilon)}{\varepsilon^\alpha} = c$,

где c >0 и α>0 – некоторые константы, величина ε > 0 – мала.

Пусть число nV велико, σ_n^0 – наименьшая прочность дефектов структуры, тогда в пределе

$$F_V(\sigma) = P = 1 - \exp[-cnV(\sigma - \sigma_n^0)^\alpha]$$

или после замены $cn = 1/V_0\sigma_c^\alpha$

$$P = 1 - \exp[\frac{V}{V_0}(\frac{\sigma - \sigma_n^0}{\sigma_c})^\alpha].$$

Если в сложном напряженном состоянии представить массив V группой микрообъемов ΔV_k, в которых имеет место однородное поле напряжений, то перемножая вероятности прочности микрообъемов ΔV_k, получаем вероятность прочности массива в целом

$$P = 1 - \exp[-\frac{1}{V_0}\sum_K \Delta V_k (\frac{\bar{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c})^\alpha],$$

где сумма вычисляется по микрообъемам ΔV_k, в которых $\sigma \ge \sigma_n^0$, т.е. по зоне вероятного разрушения.

Определение допустимых размеров производится сравнением вычисленных вероятностей потери прочности проектируемой и используемой на практике емкостей на основе применения формулы

$$P = 1 - \exp[-\frac{1}{V_0}\int_{V_P}(\frac{\bar{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c})^\alpha dV],$$

(1)

в которой интегрирование выполняется по зоне возможного разрушения.

Для вычисления приведенного напряжения для солей применяется соотношение прочности, предложенное Мором:

$$\bar{G} = \frac{1}{1 - \sin\delta}[G_1 - G_3 - (G_1 + G_3)\sin\delta], \qquad (2)$$

где внутреннее трение в соляной породе определяется углом δ, а главными напряжениями являются σ_1, σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_3$).

Допускается, что устойчивость проектируемой полости будет достигнута, если вероятность ее потери прочности будет меньше в сравнении с вероятностью нарушения устойчивости эксплуатируемой емкости

$$P \le P_э. \qquad (3)$$

Значение интеграла в (1) определяется видом полости и пропорционально характерному размеру выработки, возведенному в квадрат или куб.

С учетом (1), (3) получается формула для отношения характерных размеров проектируемой и эксплуатируемой выработок имеет вид

$$\frac{L}{L_э} = \left[\frac{\int_{Vp} \left(\frac{\bar{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)_э^{\alpha} dv}{\int_{Vp} \left(\frac{\bar{\sigma} - \sigma_n^0}{\sigma_c}\right)^{\alpha} dv}\right]^{1/n} \quad (n = 2,3), \qquad (4)$$

где индекс э отмечает компоненты для эксплуатируемой емкости.

Формула (4) позволяет найти такой характерный размер проектируемой выработки, который обеспечит ее устойчивость при эксплуатации.

В экспериментах по прочности солей показана применимость соотношения Мора для прочностной оценки подземных выработок, вымываемых в толщах соляных отложений.

В расчетах можно применять линейные (2) и нелинейные соотношения Мора с главными напряжениями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$; σ_c, σ_p – напряжениями потери прочности в опытах при одноосных сжатии и растяжении; константами a,b для каменных солей a =2, b =1:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3\sigma_1^{'}}{\sigma_1^{'} + 1};$$

$$\tau_{nt} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1^{'})^{0,5}}{\sigma_1^{'} + 1};$$

$$\sigma_1^{'} = \frac{b\sigma_c^a}{a\sigma_p\sigma_1^{a-1}},$$

или условие

$$\bar{\sigma} = \chi[\sigma_И - \sigma_1] + \sigma_1, \quad (5)$$

с интенсивностью напряжений $\sigma_и$, наибольшим главным напряжением σ_1 , константой χ, определяющей вклад в разрушения нормальных и касательных усилий.

Из (5) получаем теорию прочности, использующую наибольшие нормальные усилия при $\chi = 0$, и соотношение Мизеса, когда $\chi = 1$

В случае применения в расчетах сети конечных элементов интегралы в (4) заменяются суммами по совокупности конечных кольцевых элементов:

$$\frac{L}{L_Э} = \left[\frac{\sum\limits_K \Delta V_k(\bar{\sigma} - \sigma_n^0)_Э^{\alpha}}{\sum\limits_K V_k(\bar{\sigma} - \sigma_n^0)^{\alpha}}\right]^{\frac{1}{3}}.$$

В расчетах соляного массива с осесимметричной полостью ее окрестность заменяется на группу кольцевых треугольных в сечении элементов.

Поле перемещений u(ρ, z) точек конечного элемента представляется в виде

$$\overline{\upsilon}(\rho,z)=\sum_{e=1}^{E}q_N^{(e)}(a_N+b_N\rho+c_N z),$$

где число E есть количество треугольников в конечно элементной сетке, а перемещения вершин в треугольнике с номером e обозначаются

$$q_N^{(e)}=\begin{bmatrix}u_N\\ v_N\end{bmatrix}\quad (N=1,2,3)$$

Неизвестные постоянные a_N, b_N, c_N вычисляются с помощью координат вершин треугольников.

По известным формулам Коши строится матрица, представляющая деформации в элементе:

$$\varepsilon_{(e)}=\begin{bmatrix}\varepsilon_\rho\\ \varepsilon_z\\ \varepsilon_\theta\end{bmatrix}=B_{(e)}q_{(e)},\tag{6}$$

здесь

$$B_{(e)}=[B_1B_2B_3];\quad B_i=\begin{bmatrix}b_i & 0\\ 0 & c_i\\ \dfrac{a_i}{\rho}+b_i+\dfrac{c_i z}{\rho} & 0\\ c_i & b_i\end{bmatrix},\ i=1,2,3,\quad a\ q_{(e)}=\begin{bmatrix}q_1^{(e)}\\ q_2^{(e)}\\ q_3^{(e)}\end{bmatrix}$$

Матрица напряжений в элементе с номером e определяется законом Гука

$$\sigma_{(e)}=DE(e),\tag{7}$$

а

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \mu & \mu & 0 \\ \mu & \lambda + 2\mu & \mu & 0 \\ \mu & \mu & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}.$$

где λ, μ – константы Ламе.

Смешанная краевая задача решается путем минимизации функционала

$$J(u) = 2\pi\left(\int_V \frac{1}{2}\varepsilon^{|}\sigma\rho d\rho dz - \int_s u^{|} p ds\right). \tag{8}$$

Приближенное значение (8) с учетом (6) и (7) вычисляется по формуле

$$J(\overline{\upsilon}) = \sum_{e=1}^{E}\frac{1}{2}q^{|}_{(e)}k_{(e)}q_{(e)} - 2\pi\sum_{e=1}^{E}q^{|}_{(e)}\int_{s_{(e)}} A^{|}_{(e)}\rho ds. \tag{9}$$

Здесь матрица

$$k_{(e)} = 2\pi\int_{v_{(e)}} B^{|}_{(e)} D B_{(e)}\rho d\rho dz$$

определяет жесткость е-го элемента, а

$$A_{(e)} = [A_1 A_2 A_3]; \quad A_i = \begin{bmatrix} a_i + b_i\rho + c_i z & 0 \\ 0 & a_i + b_i\rho + c_i z \end{bmatrix}.$$

Вводятся матрицы $C_{(e)}$, имеющие размеры $6 \times 2G$ с элементами, принимающими значения 0 или 1. Для любой вершины с номером m, принадлежащей конечному элементу с номером е, совпадающей в общей нумерации вершин аппроксимирующей сетки с ее вершиной i, элементы $C_{(e)2m-1,2i-1}$, $C_{(e)2m-1,2i}$, $C_{(e)2m,2i-1}$, $C_{(e)2m,2i}$ равны единице. После прохождения всех конечных элементов аппроксимации и приравнивания к 1 соответствующих элементов матрицы $C_{(e)}$, оставшиеся ее элементы полагаются равными 0.

Если обозначить через $\upsilon = [u_1, v_1 ... u_G, v_G]'$ матрицу узловых перемещений в соответствие с общей нумерацией вершин сетки, то

$$q_{(e)}=C_{(e)}\upsilon. \qquad (10)$$

С учетом (9) , (10) функционал J(u) представим в виде

$$J(\upsilon) = \frac{1}{2}\upsilon^{|}(\sum_{e=1}^{E} C^{|}_{(e)} K_{(e)} C_{(e)}\upsilon - 2\pi \sum_{e=1}^{E_1} C^{|}_{(e)} \int_{s_{(e)}} A^{|}_{(e)} \rho ds)$$

или иначе

$$J(\upsilon) = \frac{1}{2}\upsilon^{|} K\upsilon - \upsilon^{|} F.$$

Наименьшее величина функционала достигается при условиях

$$\frac{\partial J}{\partial \upsilon_i} = 0\ ;\quad \upsilon_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}; \qquad I = 1,2,\ldots,\sigma,$$

из которых получается система, содержащая линейные алгебраические уравнения относительно матрицы v, элементы которой есть неизвестные глобальные перемещения узлов конечно-элементной аппроксимации:

$$K\upsilon = F.$$

Определив из этой системы неизвестные перемещения вектора υ, можно определить значения деформаций и напряжений исследуемой области.

Список литературы

1. Аршинов Г.А. Исследование размеров, обеспечивающих устойчивость подземных полостей в вязкоупругих горных породах / Г.А. Аршинов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2004. – №02(004). С. 27 – 37. – IDA [article ID]: 0040402003. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2004/02/pdf/03.pdf, 0,688 у.п.л.

References

1. Arshinov G.A. Issledovanie razmerov, obespechivayushhix ustojchivost` podzemny`x polostej v vyazkouprugix gorny`x porodax / G.A. Arshinov // Politematicheskij setevoj e`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny`j zhurnal KubGAU) [E`lektronny`j resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2004. – №02(004). S. 27 – 37. – IDA [article ID]: 0040402003. – Rezhim dostupa: http://ej.kubagro.ru/2004/02/pdf/03.pdf, 0,688 u.p.l.