УДК 519.71(075.9); 681.5

05.20.01 – Технологии и средства механизации сельского хозяйства (технические науки)

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Галиев Карим Сулейманович
к.т.н., доцент
РИНЦ SPIN-код=8093-5110
E-mail: shachri42.galiev@yandex.ru
Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина, Краснодар, Россия

Рассматриваются дифференциальные уравнения типовых звеньев систем автоматического управления с заданными входными сигналами. По вычисленной функции выходного сигнала строятся графики при различных параметрах переходной функции и обосновывается название звена

Ключевые слова: СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ, ПЕРЕХОДНАЯ ФУНКЦИЯ, ТИПОВОЙ ВХОДНОЙ СИГНАЛ

UDC 519.71(075.9); 681.5

05.20.01 – Technologies and means of agricultural mechanization (technical sciences)

VISUALIZATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF TYPICAL LINKS IN AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

Galiev Karim Suleymanovich
Cand.Tech.Sci., associate professor
RSCI SPIN-code =8093-5110
E-mail: shachri42.galiev@yandex.ru
Kuban state agrarian University named after I. T. Trubilin, Krasnodar, Russia

The article considers differential equations of typical links of automatic control systems with specified input signals. According to the calculated function of the output signal, graphs are plotted for various parameters of the transition function and the name of the link is justified

Keywords: AUTOMATIC CONTROL SYSTEM, TRANSITIONAL FUNCTION, TYPICAL INPUT SIGNAL

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-173-003

Предисловие

Почему Джон фон Нейман упоминается в учебниках по Информатике? Не только потому, что он был соавтором разработки одного из первых компьютеров EDVAC. Джон фон Нейман упоминается в учебниках Информатики потому, что он простыми словами технически грамотно объяснил принципы работы компьютера. Именно за простоту объяснения тех положений, которые были известны ученым до него.

«В ВУЗе нужно излагать материал на высоком профессиональном уровне. Но поскольку этот уровень проходит значительно выше головы среднего студента, то нужно объяснять на пальцах. Это не очень профессионально, зато понятно». Смысл высказывания взят из книги К. Ю. Полякова [5]. Опыт преподавания, подтверждаемый изданиями учебной литературы [6-8], показывает злободневность высказывания.

В научном журнале КубГАУ сказано: «Назначение Научного журнала КубГАУ — … освещать … учебно-методических и практических результатах **преподавания …**».

Актуальность данной статьи заключается в том, что наглядно показано, почему некоторые термины в САУ названы именно такими словами. Во всех учебниках и учебных пособиях по САУ употребляются термины передаточных функций типовых звеньев без объяснения их происхождения (этимологии), что приводит к их запоминанию без понимания [1-4].

Введение

Системы автоматического управления (САУ) состоят из звеньев, которые могут быть представлены как комбинация типовых звеньев. К последним относятся апериодические, усилительные, колебательные и т. п. В учебной литературе широко освещаются различные вопросы организации структурной схемы САУ, удовлетворяющие требованиям устойчивости, статической точности, качеству переходного процесса и к динамической точности системы. В частности, приводятся передаточные функции типовых звеньев с указанием названий этих звеньев, но не показывается, почему им присвоены такие названия. В учебном процессе аграрных университетов в части средств механизации сельского хозяйства уделяется пристальное внимание вопросам автоматизации систем управления [4].

Рассмотрим передаточные функции некоторых звеньев и их реакцию на входное воздействие для понимания названия этих звеньев.

Отметим также следующие особенности. Рассматриваются звенья САУ, передающие непрерывные сигналы. Передаточные функции являются сложным оператором дифференцирования применительно к входному и выходному сигналам звена, т. е. $Y(p) = W(p)X(p)$. Для выяснения реакции звена, достаточно рассматривать типовые входные воздействия в виде: функции Хевисайда, Дирака и гармонической функции.

Вначале, по заданной передаточной функции, строится дифференциальное уравнение звена с типовым входным возмущением. Затем уравнение решается, далее строится график выходного сигнала при различных параметрах передаточной функции и обосновывается название звена САУ.

Рассмотрим реакцию звеньев САУ на типовые входные воздействия.

1а. Задана передаточная функция звена $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$, где k и T - постоянные числа. Пусть x(t) = 1(t).

Тогда уравнение состояния звена принимает вид:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot 1(t).$$

Решением такого дифференциального уравнения является функция

$$y(t) = k \cdot 1(t) + C \cdot e^{-\frac{t}{T}},$$

где постоянная С определяется из начальных условий 1(t=0) = 1; y(0) = 0.

Отсюда k = -C и $y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$ для $t > 0$.

Построим график этой функции, т. е. посмотрим реакцию звена на такое входное воздействие (рисунок 1).

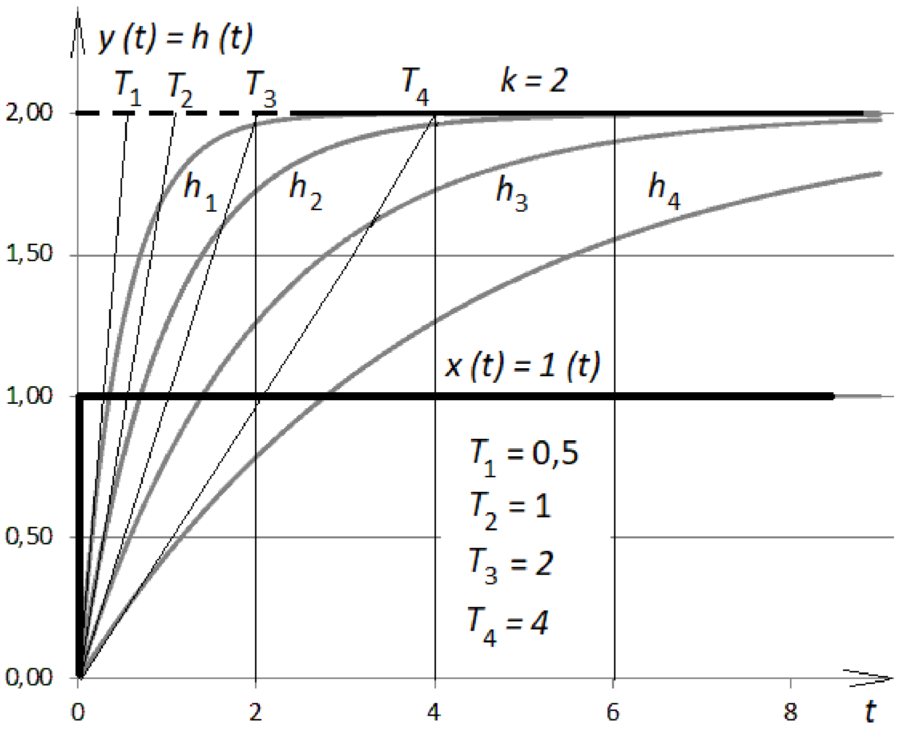

Рисунок 1 – Реакция звена
на единичное ступенчатое воздействие

Видно, что параметр k (коэффициент усиления) характеризует усиление выходного сигнала по отношению к входному сигналу. Чем меньше параметр T (постоянная времени), тем ближе поведение y(t) к x(t).

Видно также, что различные значения параметров *k* и *T* не меняют характер поведения *y(t)*, другими словами, функция монотонная и нельзя выделить периодичность поведения *y(t)*. Поэтому принято называть такое звено **апериодическим**.

1б. Рассмотрим это же звено при другом входном воздействии – при дельта-функции Дирака с шириной ε (рисунок 2).

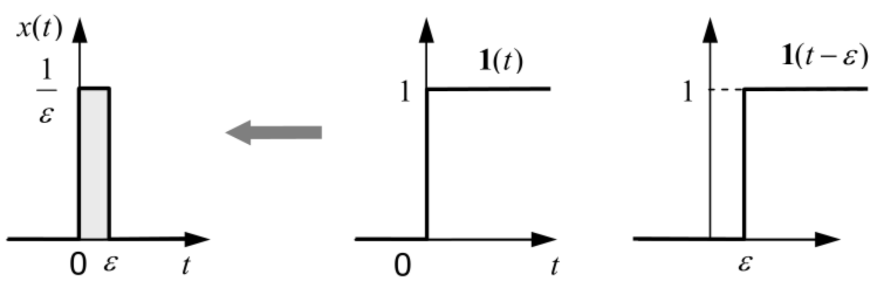

Рисунок 2 – Дельта-функция Дирака (импульсная функция)

Такая функция получена как разность двух единичных ступенчатых функций:

$$x(t) = \frac{1}{\varepsilon} \cdot [1(t) - 1(t - \varepsilon)].$$

Состояние звена описывается уравнением:

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{k}{\varepsilon} \cdot [1(t) - 1(t - \varepsilon)].$$

Уравнение также можно разделить на две части, определенные на временных участках [0; ε] и [ε; t] :

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{k}{\varepsilon} \cdot 1(t) \quad \text{при} \ \ t = [0;\ \varepsilon];$$

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \quad \text{при} \ \ t > \varepsilon;$$

Решение такого дифференциального уравнения ищется с применением метода припасовывания, суть которого в том, что решение на временной границе t = ε терпит разрыв 1-рода:

$$y(t) = \begin{cases} k\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) & \text{при} \ \ t \le \varepsilon\,, \\ k \cdot e^{-\frac{t}{T}} & \text{при} \ \ t > \varepsilon\,. \end{cases}$$

Построим график этой функции, т. е. посмотрим реакцию звена на такое входное воздействие (рисунок 3).

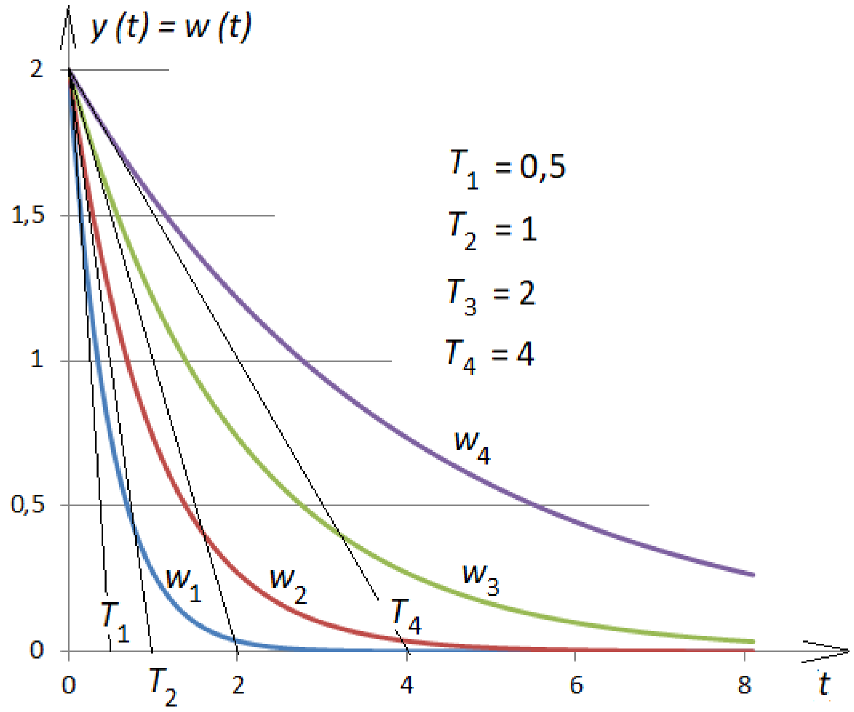

Рисунок 3 – Реакция апериодического звена
на единичное импульсное воздействие

Видно, что параметр k (коэффициент усиления) характеризует увеличение выходного сигнала по отношению к входному сигналу (единичному импульсу). Чем меньше параметр T (постоянная времени), тем ближе поведение y(t) к x(t). Кривая линия $y(t) \equiv w(t)$ определяет импульсную характеристику звена и называется **весовой** функцией.

Видно также, что различные значения параметров k и T не меняют характер поведения $w(t)$, другими словами, функция монотонная и нельзя выделить периодичность поведения $w(t)$. Поэтому принято называть такое звено **апериодическим**.

1в. Рассмотрим это же апериодическое звено при гармоническом входном воздействии $x(t) = A \cdot \sin \omega t$, где A = 1 (рисунок 4).

Тогда уравнение состояния звена принимает вид:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot sin(\omega t).$$

Здесь звено характеризуется параметрами T и k, а входное воздействие с частотой ω. Реакция звена (решение уравнения) на входное воздействие:

$$y(t) = \frac{k}{1+\omega^2 T^2} \cdot [sin(\omega t)] - \omega T \cdot cos(wt)].$$

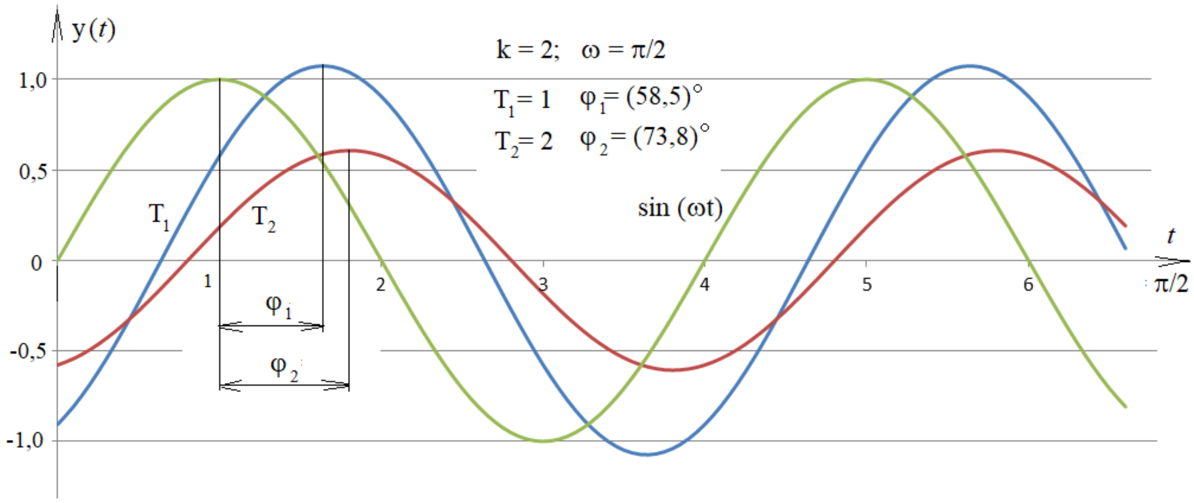

Рисунок 4 – Реакция апериодического звена
на единичное гармоническое воздействие

Известно, что при гармоническом воздействии, реакция звена отстает по фазе. Если x(t) =A·sin(ωt), то y(t) =B·sin(ωt+φ). Видно по графику, чем меньше T (постоянная времени), тем ближе y(t) к x(t) и по амплитуде и по фазе. Кроме того, периодичность функций x(t) и y(t) не нарушается, поэтому звено названо апериодическим.

2. Рассмотрим другую типовую передаточную функцию и обоснуем название звена по характеру внешнего воздействия.

2а. Пусть задана передаточная функция

$$W(p) = k \cdot (Tp + 1);$$

Уравнением звена является выражение:

$$y(t) = k \cdot [T \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t)]$$

В качестве внешнего воздействия примем единичную ступенчатую функцию Хевисайда [9], полученную путем применения предельного перехода ε→0 (рисунок 5).

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot arctg\left(\frac{t}{\varepsilon}\right)$$

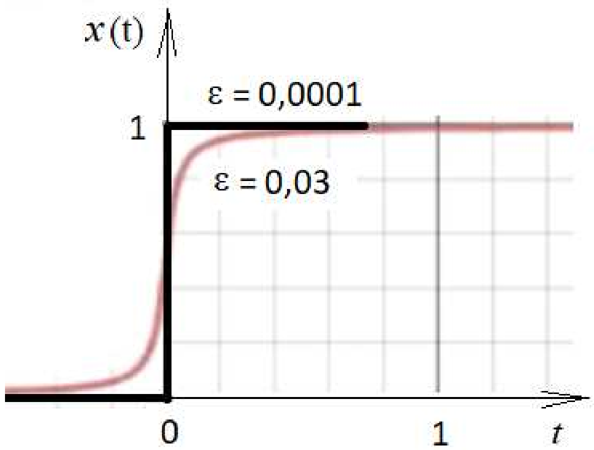

Рисунок 5 – Функция Хевисайда

Учитывая выражение производной

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{t^2 + \varepsilon^2} \to \infty$$

получим

$$y(t) = k \cdot \left[T \cdot \frac{dx(t)}{dt} + 1\right] \to \infty$$

Видно, что при $t > 0$ значение $x(t) = 1$ и $y(t)$ значительно превосходит входное воздействие. Звено названо форсирующим.

2б. При этой же передаточной функции

$$W(p) = k \cdot (Tp + 1);$$

рассмотрим воздействие единичной гармоники (рисунок 6):

$$x(\mathrm{t}) = \sin(\omega \mathrm{t}); \quad \frac{dx(t)}{dt} = \omega \cdot \cos(\omega t).$$

Уравнением звена является выражение:

$$y(t) = k \cdot [T \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) + sin(\omega t)]$$

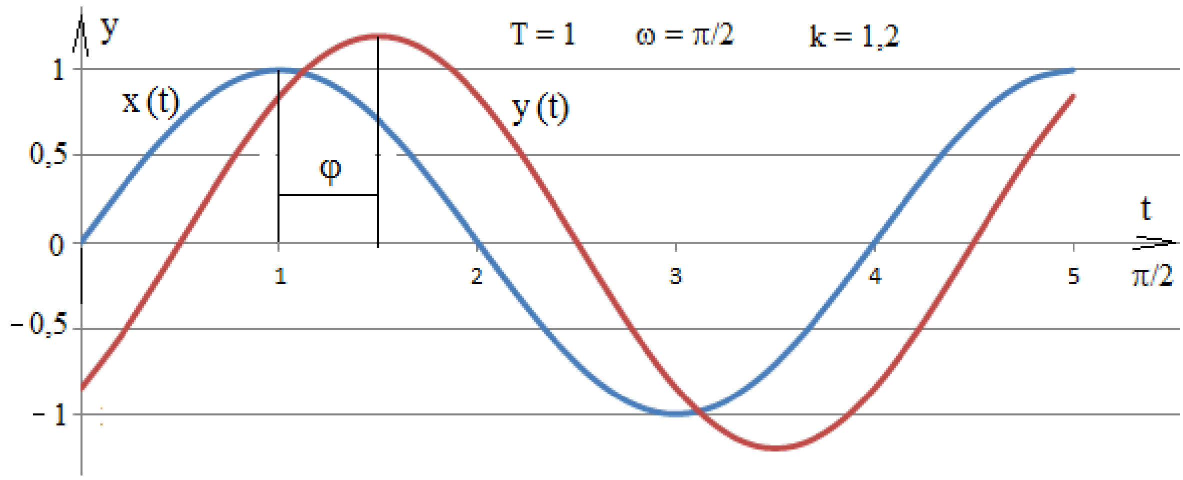

Рисунок 6 – Реакция форсирующего звена на единичное гармоническое воздействие

Видно, что реакцией звена на входное гармоническое воздействие является форсирование сигнала с фазой φ.

Аналогично можно составить уравнение звена с любой типовой передаточной функцией, найти решение и, построив график при различных значениях параметров, обосновать поведение и название звена.

Литература

1. Карпов А. Г. Теория автоматического управления. Часть 1: учеб. пособие. − Томск: ТМЛ-Пресс, 2011 − 212 с.
2. Яковлева Д.А. Теория автоматического управления: учеб. пособие / Д.А. Яковлева, Е.Б. Биктеева — М.: ИД Академии Жуковского, 2018. — 80 с.
3. Лукьяненко Т. В. Основы теории управления (аналитика технических систем) / Т. В. Лукьяненко, Е. К. Печурина. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2019. – 90 с. – ISBN 9785000979211.
4. Николаенко С. А. Автоматизация систем управления: учеб. пособие / С. А. Николаенко, Д. С. Цокур. – Краснодар: Изд-во ООО « Крон», 2015. – 119 с.
5. Поляков К. Ю. Теория автоматического управления для чайников. Санкт-Петербург, 2008. – 80 с.
6. Галиев К. С. Двоичная система и представление информации в компьютере : учеб.-метод. пособие / К. С. Галиев, Е. К. Печурина; под ред. д-ра техн. наук, проф. В. И. Лойко. – Краснодар : КубГАУ, 2014. – 107 с.
7. Галиев К. С. Базы данных и СУБД : для студентов бакалавров младших курсов, изучающих дисциплину «Информатика» / К. С. Галиев, Е. К. Печурина. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2015. – 77 с.

8. Галиев К. С. Работа в MS Access 2010 : для студентов бакалавров, изучающих дисциплину «Базы данных» / К. С. Галиев, Е. К. Печурина. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2017. – 50 с.
9. https://zen.yandex.ru/media/id/5f395cf09c3ef8573af9ff60/ Единичная функция Хевисайда и дельта-функция Дирака.

References

1. Karpov A. G. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. Chast' 1: ucheb. posobie. − Tomsk: TML-Press, 2011 − 212 s.
2. Jakovleva D.A. Teorija avtomaticheskogo upravlenija: ucheb. posobie / D.A. Jakovleva, E.B. Bikteeva — M.: ID Akademii Zhukovskogo, 2018. — 80 s.
3. Luk'janenko T. V. Osnovy teorii upravlenija (analitika tehnicheskih sistem) / T. V. Luk'janenko, E. K. Pechurina. – Krasnodar : Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet imeni I.T. Trubilina, 2019. – 90 s. – ISBN 9785000979211.
4. Nikolaenko S. A. Avtomatizacija sistem upravlenija: ucheb. posobie / S. A. Nikolaenko, D. S. Cokur. – Krasnodar: Izd-vo OOO « Kron», 2015. – 119 s.
5. Poljakov K. Ju. Teorija avtomaticheskogo upravlenija dlja chajnikov. Sankt-Peterburg, 2008. – 80 s.
6. Galiev K. S. Dvoichnaja sistema i predstavlenie informacii v komp'jutere : ucheb.-metod. posobie / K. S. Galiev, E. K. Pechurina; pod red. d-ra tehn. nauk, prof. V. I. Lojko. – Krasnodar : KubGAU, 2014. – 107 s.
7. Galiev K. S. Bazy dannyh i SUBD : dlja studentov bakalavrov mladshih kursov, izuchajushhih disciplinu «Informatika» / K. S. Galiev, E. K. Pechurina. – Krasnodar : Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet imeni I.T. Trubilina, 2015. – 77 s.
8. Galiev K. S. Rabota v MS Access 2010 : dlja studentov bakalavrov, izuchajushhih disciplinu «Bazy dannyh» / K. S. Galiev, E. K. Pechurina. – Krasnodar : Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet imeni I.T. Trubilina, 2017. – 50 s.
9. https://zen.yandex.ru/media/id/5f395cf09c3ef8573af9ff60/ Edinichnaja funkcija Hevisajda i del'ta-funkcija Diraka.