

УДК 621.391

UDC 621.391

05.00.00 Технические науки

Technical sciences

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ С МИНИМАЛЬНЫМ (ЧАСТОТНЫМ) СДВИГОМ И СИНУСОИДАЛЬНЫМ СКРУГЛЕНИЕМ ИМПУЛЬСА

SPECTRAL CHARACTERISTICS OF THE SINUSOIDAL MINIMUM (FREQUENCY) SHIFT-KEYING

Приходько Андрей Иванович
д.т.н., профессор кафедры оптоэлектроники
prikhodkoai@mail.ru

Prikhod'ko Andrey Ivanovich
Dr.Sci.Tech., professor of chair of optoelectronics
prikhodkoai@mail.ru

Тимбай Никита Аркадьевич
магистрант физико-технического факультета
b777bb1@mail.ru
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», 350040, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, Россия

Timbay Nikita Arkadevich
Undergraduate student of Faculty of Physics and Technology
b777bb1@mail.ru
*Kuban State University
350040, 149 Stavropolskaya St., Krasnodar, Russia*

Рассмотрены сигналы с минимальным (частотным) сдвигом и синусоидальным скруглением импульса (СММС), форма которого зависит от параметра μ . Получено выражение для спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов с СММС при различных значениях параметра μ . Представлены результаты расчетов СПМ и эффективной ширины спектра сигналов по различным критериям

Signals with the sinusoidal minimum (frequency) shift-keying (SMSK) which impulse form depends on parameter μ are considered. Expression for power spectral density (PSD) of SMSK signals at various values of parameter μ is obtained. Results of PSD calculations and effective bandwidth of signals by various criteria are presented

Ключевые слова: ЧАСТОТНАЯ МАНИПУЛЯЦИЯ С НЕПРЕРЫВНОЙ ФАЗОЙ, МАНИПУЛЯЦИЯ МИНИМАЛЬНОГО СДВИГА, МАНИПУЛЯЦИЯ МИНИМАЛЬНОГО СДВИГА С СИНУСОИДАЛЬНЫМ СКРУГЛЕНИЕМ, КВАДРАТУРНАЯ ФАЗОВАЯ МАНИПУЛЯЦИЯ СО СДВИГОМ, СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ МОЩНОСТИ, ЭФФЕКТИВНАЯ ШИРИНА СПЕКТРА

Keywords: CONTINUOUS-PHASE FREQUENCY SHIFT-KEYING, MINIMUM SHIFT-KEYING, SINUSOIDAL MINIMUM SHIFT-KEYING, OFFSET QUADRATURE PHASE SHIFT-KEYING, POWER SPECTRAL DENSITY, EFFECTIVE BANDWIDTH

Doi: 10.21515/1990-4665-132-045

Частотно-манипулированные сигналы с непрерывной мгновенной начальной фазой (ЧМНФ) находят широкое применение в современных цифровых системах связи, обладающих высокой спектральной и энергетической эффективностью [1, 2, 5, 6]. Наибольший практический интерес среди этого класса сигналов представляют сигналы с ЧМНФ и индексом модуляции 0,5. Такой вид модуляции называется модуляцией минимального (частотного) сдвига (ММС). Важной модификацией сигналов с ММС

являются сигналы с ЧМНФ и синусоидальным скруглением импульса (СММС).

Выражение для спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов с ММС приведено, например, в [1, 2, 5, 6]. Формулы, определяющие СПМ сигналов с СММС, получены в [5].

Цель работы: рассмотреть сигналы с СММС общего вида, у которых форма манипулирующего импульса зависит от неотрицательного параметра μ (при $\mu = 0$ они вырождаются в сигналы с ММС, а при $\mu = 0,25$ – в сигналы с СММС), получить выражения для СПМ этих сигналов, провести расчет СПМ при различных μ и оценить эффективную ширину спектра сигналов по различным критериям.

Сигнал с ЧМНФ определяется выражением [5, 6]

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[2\pi f_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_0], \quad kT_b \leq t \leq (k+1)T_b \quad (1)$$

где E_b и T_b – энергия и длительность элемента сигнала; f_c и ϕ_0 – частота и начальная фаза несущего колебания; $\{\alpha_k\} = \{\dots, \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \dots\}$ – последовательность статистически независимых одинаково распределенных двоичных символов, каждый элемент которой с одинаковой вероятностью принимает значения $+1$ и -1 . Передаваемая информация заключена в фазе

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k \int_{-\infty}^t h g(\tau - kT_b) d\tau, \quad (2)$$

где $h = \Delta f T_b$ – индекс модуляции Δf – разнос частот; $g(t)$ – частотный импульс, отражающий форму изменения частоты сигнала.

В случае, когда в (2) $h = 0,5$ и частотный импульс имеет прямоугольную форму

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T_b} & \text{при } 0 \leq t \leq T_b, \\ 0 & \text{при } t < 0, t > T_b, \end{cases} \quad (3)$$

сигнал (1) представляет собой сигнал с ММС. В случае, когда в (2) $h = 0,5$ и частотный импульс имеет форму «приподнятого косинуса»

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T_b} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_b}\right) \right] & \text{при } 0 \leq t \leq T_b, \\ 0 & \text{при } t < 0, t > T_b, \end{cases} \quad (4)$$

сигнал (1) представляет собой сигнал с СММС.

Изменение фазы сигнала можно определить формой фазового импульса $q(t)$, который связан с частотным импульсом $g(t)$ очевидным соотношением

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau. \quad (5)$$

В этом случае последовательность фаз (2) принимает вид

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k q(t - kT_b), \quad (6)$$

где согласно (3)–(5) фазовые импульсы для сигналов с ММС и СММС соответственно составляют

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ \frac{t}{2T_b} & \text{при } 0 \leq t \leq T_b, \\ \frac{1}{2} & \text{при } t > T_b \end{cases} \quad (7)$$

и

$$q(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ \frac{1}{2T_b} \left[t - \frac{\sin(2\pi t / T_b)}{2\pi / T_b} \right] & \text{при } 0 \leq t \leq T_b, \\ \frac{1}{2} & \text{при } t > T_b. \end{cases} \quad (8)$$

В работах [5, 6] показано, что сигналы с ММС и СММС можно представить в виде сигналов с квадратурной фазовой манипуляцией со сдвигом (офсетной квадратурной фазовой манипуляцией):

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} [I(t)c(t) \cos 2\pi f_c t + Q(t)s(t) \sin 2\pi f_c t], \quad (9)$$

где

$$I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{2k} g_c(t - 2kT_b); \quad (10)$$

$$Q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{2k+1} g_s(t - 2kT_b) \quad (11)$$

– манипулирующие последовательности в синфазном и квадратурном канале соответственно;

$$g_c(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } |t| \leq T_b, \\ 0 & \text{при } |t| > T_b; \end{cases} \quad (12)$$

$$g_s(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t \leq 2T_b, \\ 0 & \text{при } t < 0, t > 2T_b \end{cases} \quad (13)$$

– прямоугольные импульсы единичной амплитуды и длительности $2T_b$; a_{2k} и a_{2k+1} – символы двоичной полярной фазокодирующей последовательности $\{a_k\}$ с четными и нечетными номерами, связанные с символами последовательности $\{\alpha_k\}$ в (6) соотношением $\alpha_k = -a_{2k} a_{2k+1}$, а скругляющие функции $c(t)$ и $s(t)$ определяются выражениями [5]

$$c(t) = \cos \frac{\pi t}{2T_b} \quad (14)$$

и

$$s(t) = \sin \frac{\pi t}{2T_b} \quad (15)$$

– для сигнала с ММС;

$$c(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi t}{T_b}\right) \quad (16)$$

и

$$s(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2T_b} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi t}{T_b}\right) \quad (17)$$

– для сигнала с СММС.

Рассмотрим наиболее общий случай сигналов с СММС, представляя функции $c(t)$ и $s(t)$ в виде

$$c(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b} - \mu \sin \frac{\pi t}{T_b}\right) \quad (18)$$

и

$$s(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{2T_b} - \mu \sin \frac{\pi t}{T_b}\right), \quad (19)$$

где μ – неотрицательный параметр. При $\mu = 0$ сигналы (18), (19) вырождаются в сигналы (14), (15) для ММС, при $\mu = 0,25$ – в функции (16), (17) для СММС. При $\mu > 0,25$ скругленные импульсы (18), (19) внутри интервалов длительности $2T_b$ могут принимать отрицательные значения, что нарушает условие непрерывности мгновенной фазы сигнала в квадратурных каналах.

Применяя методику [5], получаем, что в соответствии с (18) и (19) СПМ комплексной огибающей сигнала (9) в общем случае определяется выражением

$$G(f) = 2E_b \left[J_0(\mu)A(f) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\mu)B_{2n}(f) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(\mu)B_{2n-1}(f) \right]^2, \quad (20)$$

где $J_k(x)$ – функция Бесселя k -го порядка аргумента x , а соответствующие функции составляют

$$A(f) = 2 \frac{\sin 2\pi f T_b}{2\pi f T_b}, \quad (21)$$

$$A_0(f) = \frac{1}{2} \left[A \left(f + \frac{1}{4T_b} \right) + A \left(f - \frac{1}{4T_b} \right) \right] = \frac{4 \cos 2\pi f T_b}{\pi 1 - (4fT_b)^2}, \quad (22)$$

$$A_{2n}(f) = \frac{1}{2} \left[A \left(f + \frac{2n}{4T_b} \right) + A \left(f - \frac{2n}{4T_b} \right) \right], \quad (23)$$

$$A_{2n-1}(f) = \frac{1}{2} \left[A \left(f + \frac{2n-1}{4T_b} \right) + A \left(f - \frac{2n-1}{4T_b} \right) \right], \quad (24)$$

$$B_{2n}(f) = \frac{1}{2} \left[A_{2n} \left(f + \frac{1}{4T_b} \right) + A_{2n} \left(f - \frac{1}{4T_b} \right) \right], \quad (25)$$

$$B_{2n-1}(f) = \frac{1}{2} \left[A_{2n-1} \left(f + \frac{1}{4T_b} \right) + A_{2n-1} \left(f - \frac{1}{4T_b} \right) \right]. \quad (26)$$

При $\mu = 0$, когда $J_0(0) = 1$ и $J_k(0) = 0$ для $k > 0$, согласно (21) и (22) формула (20) сводится к известному выражению для СПМ комплексной огибающей сигнала с ММС:

$$G(f) = \frac{32E_b}{\pi^2} \left[\frac{\cos 2\pi f T_b}{1 - (4fT_b)^2} \right]^2. \quad (27)$$

Точность расчета СПМ по формулам (20)–(26) зависит от числа N учитываемых членов рядов в (20):

$$G_N(f) = 2E_b \left[J_0(\mu)A(f) + 2 \sum_{n=1}^N J_{2n}(\mu)B_{2n}(f) + 2 \sum_{n=1}^N J_{2n-1}(\mu)B_{2n-1}(f) \right]^2. \quad (28)$$

Для оценки погрешности расчета воспользуемся представлением функции Бесселя в виде [4]

$$J_k(\mu) = \frac{\left(\frac{\mu}{2}\right)^k}{0!k!} - \frac{\left(\frac{\mu}{2}\right)^{k+2}}{1!(k+1)!} + \frac{\left(\frac{\mu}{2}\right)^{k+4}}{2!(k+2)!} - \frac{\left(\frac{\mu}{2}\right)^{k+6}}{3!(k+3)!} + \dots, \quad (29)$$

где $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$; $0! = 1$. Из представления (29) вытекает неравенство

$$|J_k(\mu)| \leq \frac{\left(\frac{\mu}{2}\right)^k}{k!},$$

согласно которому

$$\sum_{k=M}^{\infty} |J_k(\mu)| \leq \sum_{k=M}^{\infty} \frac{(\mu/2)^k}{k!},$$

причем из разложения экспоненты в степенной ряд следует, что

$$\sum_{k=M}^{\infty} \frac{(\mu/2)^k}{k!} < \frac{(\mu/2)^M}{M!} e^{\mu/2}. \quad (30)$$

В соответствии с (21)–(26) величины $|A_0(f)|$, $|B_{2n}(f)|$ и $|B_{2n-1}(f)|$ не могут быть больше единицы. Поэтому из формул (20), (28) и (30) следует, что верхняя граница ошибки расчета при N -членном приближении ограничена неравенством

$$\varepsilon_N = |G(f) - G_N(f)| \leq 2 \frac{(\mu/2)^{2N+1}}{(2N+1)!} e^{\mu/2}. \quad (31)$$

В силу того, что односторонняя СПМ $G^+(f)$ вещественного радиосигнала (9) связана с СПМ $G(f)$ его комплексной огибающей простым соотношением [5, 6]

$$G^+(f) = \frac{1}{2} G(f - f_c), \quad (32)$$

их эффективная ширина спектра одинакова. Поэтому эффективную ширину спектра сигнала F можно оценивать по комплексной огибающей с использованием следующих критериев [3]:

– ширина полосы по половинному уровню – интервал F , на котором основной лепесток СПМ комплексной огибающей сигнала уменьшается вдвое (на 3 дБ) относительно максимального значения:

$$\frac{G(F/2)}{G_{\max}} = \frac{1}{2}; \quad (33)$$

– ширина полосы прямоугольного эквивалента (шумовая полоса) – ширина полосы F комплексной огибающей воображаемого сигнала, име-

ющего прямоугольную СПМ с уровнем G_{\max} и такую же среднюю мощность $P = FG_{\max}$, что и комплексная огибающая рассматриваемого сигнала:

$$F = \frac{P}{G_{\max}} = \frac{1}{G_{\max}} \int_{-\infty}^{\infty} G(f)df; \quad (34)$$

– ширина полосы по первому нулю – ширина полосы F основного лепестка СПМ, в пределах которого сосредоточена основная доля средней мощности комплексной огибающей сигнала;

– ширина полосы F , в пределах которой сосредоточена заданная часть γ (обычно 99%) средней мощности комплексной огибающей сигнала:

$$\frac{P(F)}{P} = \frac{1}{P} \int_{-F/2}^{F/2} G(f)df = \gamma; \quad (35)$$

– ширина полосы по уровню g дБ – ширина полосы F , за пределами которой боковые лепестки СПМ комплексной огибающей $G_{\text{бок}}(f)$ не превышают заданный уровень (обычно -35 дБ или -50 дБ) относительно максимального значения G_{\max} :

$$10 \lg \frac{G_{\text{бок}}(F/2)}{G_{\max}} = g, \text{ дБ}; \quad (36)$$

– ширина полосы, вычисляемая с помощью метода моментов и представляющая собой величину среднего квадратического отклонения относительно начальной частоты $f = 0$:

$$F = \sqrt{\frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 G(f)df}. \quad (37)$$

Рассчитанные по формулам (20)–(28) графики СПМ комплексных огибающих сигналов с СММС (в децибелах) при $N = 10$ и различных значениях μ представлены на рисунке для $f \geq 0$.

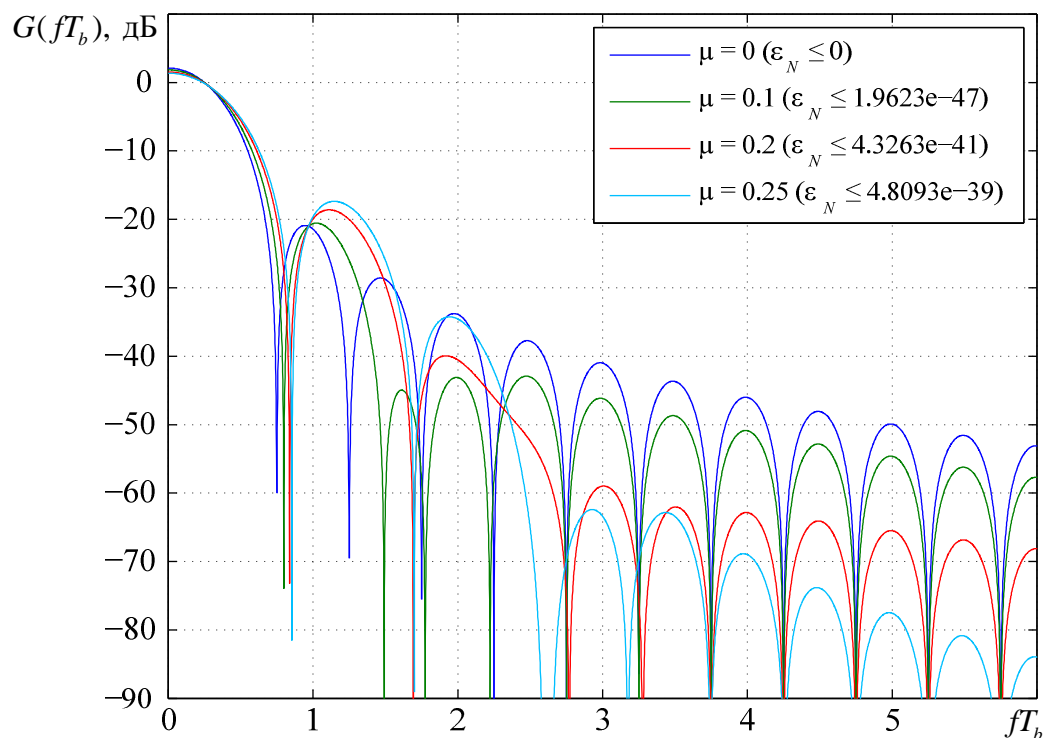


Рисунок – Графики СПМ комплексных огибающих сигналов с СММС

В таблице представлены результаты расчетов эффективной ширины спектра сигналов с СММС по формулам (33)–(37).

Таблица – Результаты расчетов эффективной ширины спектра

Критерий оценки эффективной ширины спектра F	FT_b	FT_b
	при $\mu = 0$	при $\mu = 0,25$
1. По половинному уровню	0,59	0,70
2. Прямоугольного эквивалента	0,62	0,73
3. По первому нулю	1,50	1,72
4. По 99% мощности	1,18	2,20
5. По уровню -35 дБ	3,24	3,20
6. По уровню -50 дБ	8,18	4,71
7. По методу моментов	0,50	0,61

Расчеты показали, что при $\mu = 0$ сигнал с СММС в области центральной частоты f_c (в основной полосе частот) имеет наиболее ком-

пактный спектр, а при увеличении отстройки $\Delta f = |f - f_c|$ скорость спада внеполосных излучений пропорциональна $1 / \Delta f^4$ (составляет 40 дБ на декаду или 12 дБ на октаву). По мере роста параметра μ основной лепесток спектра расширяется, но при этом скорость спада внеполосных излучений увеличивается и в предельном случае при $\mu = 0,25$ пропорциональна $1 / \Delta f^6$ (составляет 60 дБ на декаду или 24 дБ на октаву).

Литература

1. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 352 с.
2. Голдсмит А. Беспроводные коммуникации. – М.: Техносфера, 2011. – 904 с.
3. Приходько А.И. Детерминированные сигналы. – М.: Горячая линия–Телеком, 2013. – 326 с.
4. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
5. Simon M.K. Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications. – Pasadena: California Institute of Technology, JPL Publication, 2001. – 229 p.
6. Xiong F. Digital Modulation Techniques. – Boston – London: Artech House, 2006. – 1017 p.

References

1. Vargauzin V.A., Cikin I.A. Metody povysheniya jenergeticheskoy i spektral'noj jefektivnosti cifrovoj radiosvjazi. – SPb.: BHV-Peterburg, 2013. – 352 s.
2. Goldsmit A. Besprovodnye kommunikacii. – M.: Tehnosfera, 2011. – 904 s.
3. Prikhod'ko A.I. Determinirovannye signaly. – M.: Gorjachaja linija–Telekom, 2013. – 326 s.
4. Janke E., Jemde F., Ljosh F. Special'nye funkicii. Formuly, grafiki, tablicy. – M.: Nauka, 1977. – 344 s.
5. Simon M.K. Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications. – Pasadena: California Institute of Technology, JPL Publication, 2001. – 229 p.
6. Xiong F. Digital Modulation Techniques. – Boston – London: Artech House, 2006. – 1017 p.