УДК 626.824-52

05.00.00 Технические науки

РЕГУЛИРОВАНИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПОПУСКОВ РАСХОДОВ ВОДЫ НА ВОДОТОКАХ В НИЖНИХ БЬЕФАХ ВОДОСБРОСНЫХ ГИДРОУЗЛОВ

Михеев Павел Александрович
д-р техн. наук, профессор кафедры «Гидротехническое строительство», директор
SPIN-код автора: 1740-5240
E-mail: mikheev.pa@gmail.ru

Иваненко Юрий Георгиевич
д-р техн. наук, профессор кафедры «Водоснабжение и использование водных ресурсов»
SPIN-код автора: 2715-4838
E-mail: pavodok37@gmail.com

Ткачёв Александр Александрович
д-р техн. наук, профессор кафедры «Гидротехническое строительство»
SPIN-код автора: 4732-0239
E-mail: gts_i_sm.nimi@mail.ru

Гурин Константин Георгиевич
к.т.н., профессор кафедры «Водоснабжение и использование водных ресурсов»
SPIN-код автора: 9483-0262
E-mail: gurin-knstantin@rambler.ru

Иваненко Дмитрий Юрьевич
аспирант
E-mail: pavodok37@gmail.com
Новочеркасский инженерно-мелиоративный институт имени А.К. Кортунова ФГБОУ ВО Донской ГАУ, Новочеркасск, Россия

В статье рассмотрена математическая задача расчета неустановившегося течения воды при регулировании сосредоточенных попусков расходов воды на водотоках в нижних бьефах водосбросных гидроузлов. Составлен алгоритм аналитического решения задачи, основанный на гидравлическом расчете процесса распространения и трансформации длинных волн, описываемых уравнениями Сен-Венана. Эти уравнения нелинейны, и в общем случае не имеют точного решения. Для получения приближенных решений эти уравнения линеаризуют. Эффективность работы водосбросных гидроузлов зависит от того, насколько точно измерены характеристики гидравлических процессов. Контроль и прямое измерение характеристик гидравлических процессов в натурных условиях затруднены, что требует применения методов математического моделирования и имитационных исследований

UDC 626.824-52

Technical Sciences

REGULATION OF CONCENTRATED RELEASES OF WATER DISCHARGES ON STREAM FLOWS IN LOWER TAILS OF SPILLWAY WATERWORKS

Mikheev Pavel Aleksandrovich
Dr.Sci.Tech., Professor of the chair “Hydraulic Engineering construction”, principal
Autor`s SPIN-code: 1740-5240
E-mail: mikheev.pa@gmail.ru

Ivanenko Yury Georgievich
Dr.Sci.Tech., Professor of the chair “Water supply and water resources use”
Autor`s SPIN-code: 2715-4838
E-mail: pavodok37@gmail.com

Tkachev Aleksandr Aleksandrovich
Dr.Sci.Tech., Professor of the chair “Hydraulic Engineering construction”
Autor`s SPIN-code: 4732-0239
E-mail: gts_i_sm.nimi@mail.ru

Gurin Konstantin Georgievich
Candidate ofSci.Tech., Professor of the chair “Water supply and water resources use”
Autor`s SPIN-code: 9483-0262
E-mail: gurin-knstantin@rambler.ru

Ivanenko Dmitry Yurevich
postgraduate
E-mail: pavodok37@gmail.com
Novocherkassk Engineering Meliorative Institute named after A.K.Kortunov, FSBEI HE Donskoi SAU, Novocherkassk, Russia

The article considers the mathematical task of calculating the transient flow of water in the regulation of concentrated releases of water discharges on stream flows in lower tails of spillway waterworks. An algorithm, analytical solutions based on hydraulic calculations of the process of propagation and transformation of long waves described by Saint-Venant equations are constituted. These equations are nonlinear and have no exact solutions. To obtain approximate solutions these equations are linearized. The efficiency of spillways depends on how accurately hydraulic processes characteristics are measured. Control and direct measurement of characteristics of hydraulic processes in natural conditions is difficult, which requires applying methods of mathematical modeling and simulation studies of transient processes, which are based on the algorithms of functioning of transient hydraulic processes control. Introduction of the developed method for hydraulic calculation of discharge releases to streams, переходных процессов, основой которых являются алгоритмы функционирования средств управления переходными гидравлическими процессами. Внедрение разработанного метода гидравлического расчета попусков сбросных расходов на водотоках, отводящих воду от водосбросных сооружений, позволит оптимизировать холостые и нетехнологические сбросы воды из водохранилищ. Учитывая высоко динамичный характер течения воды в нижних бьефах плотин при сосредоточенных попусках расходов воды из водохранилищ, разработка новых методов гидравлического расчета экстремальных расходов и глубин воды в критических створах водотоков при неустановившемся режиме течения воды является актуальной задачей

Ключевые слова: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ТЕЧЕНИЕ ВОДЫ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, СБРОСНЫЕ РАСХОДЫ, ВОДОХРАНИЛИЩЕ, ВОДОСБРОСНОЙ ГИДРОУЗЕЛ

diverting the water from water discharge structures, allows optimize idle and non-technological discharges of water from reservoirs. Considering the highly dynamic nature of the water flow in the lower tails of the dams at concentrated releases of water discharges from reservoirs, development of new methods of hydraulic calculation of extreme discharges and water depths at the critical sections of watercourses with transient regime of water flow is an important task

Keywords: DIFFERENTIAL EQUATIONS, TRANSIENT WATER FLOW, MATHEMATICAL MODELING, WASTE ESCAPADES, RESERVOIR, SPILLWAY DAM

Doi: 10.21515/1990-4665-132-112

Введение

Решение широкого круга вопросов, связанных с эксплуатацией водосбросных гидротехнических сооружений, требует оперативного получения достоверной прогностической информации о возможных характеристиках гидравлических процессов при различных режимах их эксплуатации.

Однако контроль и прямое измерение характеристик гидравлических процессов в натурных условиях затруднены, что требует применения методов математического моделирования и имитационных исследований переходных процессов, на основе создания и функционирования численных имитационных моделей. Из-за отсутствия проверенных и практически осуществимых методов измерения расходов и глубин воды в расчетных створах водотоков в настоящее время ощущается недостаток данных для уверенного прогнозирования экстремальных значений гидравлических параметров.

Выполненные расчеты сосредоточенных попусков расходов дают подробную информацию о характере движения потока в нижних бьефах водосбросных гидроузлов при неустановившемся режиме. Рассмотренный алгоритм решения задачи регулирования является гибким и универсальным. Он может применяться и для решения других краевых задач, возникающих при проектировании гидроузлов.

Цель настоящей работы заключается в разработке методов гидравлического расчета экстремальных расходов и глубин воды в критических створах водотоков, отводящих воду от водосбросных гидроузлов, для принятого закона регулирования попусков сбросных расходов воды из водохранилищ.

Постановка и решение задачи

Задача регулирования сосредоточенных попусков расходов воды на водотоках в нижних бьефах водосбросных гидроузлов решается с помощью уравнений Сен-Венана [1,2,3]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+2U\frac{\partial Q}{\partial x}-(U^2-C^2)B\frac{\partial H}{\partial x}-g\omega(i_0-\frac{U^2}{C_ш^2 R})=0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+B\frac{\partial H}{\partial t}=0, \quad (2)$$

где Q – расход воды, м^3/с; C – скорость распространения начального возмущения, м/с; U – средняя скорость течения воды в сечении, м/с; H – глубина потока, м; x – пространственная координата, м; t – время, с; ω – площадь поперечного сечения, м^2; B – ширина водотока по урезу воды, м; g – ускорение силы тяжести, м/с^2; i_0 – уклон дна водотока; $C_ш$ – коэффициент Шези, м^{0,5}/с; R – гидравлический радиус, м.

В качестве граничных условий на внешних границах рассматриваемого водотока применяются функции изменения расходов или глубин во времени в виде $\mathrm{Q(t)}$ и $\mathrm{H(t)}$ или зависимости вида $\mathrm{Q=f(H)}$.

Во внутренних узлах рассматриваются условия равенства глубин, баланса расходов и др.

В качестве начального условия принимается состояние гидравлического режима, близкое к установившемуся. Этот момент достаточно удален от неустановившегося состояния.

Дифференциальные уравнения (1) и (2) нелинейные и в общем случае не имеют точного решения. Для получения приближенных решений эти уравнения линеаризуют [1, 5].

Процесс линеаризации системы дифференциальных уравнений (1), (2) состоит в разложении параметров неустановившегося течения воды при малых возмущениях на составляющие в виде:

$$\mathrm{H} = \mathrm{H}_0 + \Delta\mathrm{H}, \ Q = Q_0 + \Delta\mathrm{Q} \tag{3}$$

и отбрасывании высших степеней и произведений возмущений $\Delta\mathrm{H}$, $\Delta\mathrm{U}$ и их производных.

Уравнения возмущенного течения запишутся в виде:

$$\frac{\partial \Delta\mathrm{Q}}{\partial \mathrm{t}} + 2\mathrm{U}_0 \frac{\partial \Delta\mathrm{Q}}{\partial \mathrm{X}} - (\mathrm{U}_0^2 - \mathrm{C}_0^2)\mathrm{B}_0 \frac{\partial \Delta\mathrm{H}}{\partial \mathrm{X}} + \beta\Delta\mathrm{Q} - \gamma\mathrm{B}_0\Delta\mathrm{H} = 0, \tag{4}$$

$$\mathrm{B}_0 \frac{\partial \Delta\mathrm{H}}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial \Delta\mathrm{Q}}{\partial \mathrm{X}} = 0, \tag{5}$$

где
$$\mathrm{C}_0^2 = \mathrm{g}\frac{\omega_0}{\mathrm{B}_0}, \ \beta = \frac{2\mathrm{g}\mathrm{i}_0}{\mathrm{U}_0}, \ \gamma = (2\mathrm{g}\mathrm{i}_0 - \mathrm{i}_0\mathrm{C}_0^2\Phi). \tag{6}$$

Структура параметра Ф определяется только элементами невозмущенного течения и зависит от формы поперечного сечения русла.

Можно определить, в частности, для трапецеидального сечения [1,8]:

$$\Phi = (1+2\mathrm{y})\left[\frac{2\sqrt{1+\mathrm{m}^2}}{\mathrm{b}+2\mathrm{H}_0\sqrt{1+\mathrm{m}^2}} - \frac{\mathrm{b}+2\mathrm{m}\mathrm{H}_0}{(\mathrm{b}+\mathrm{m}\mathrm{H}_0)\mathrm{H}_0}\right], \tag{7}$$

где *b* – ширина русла по дну; *m* – заложение откоса.

В уравнениях (4), (5) параметры $\Delta\mathrm{H}$ и $\Delta\mathrm{Q}$ носят название малых возмущений глубины и расхода и отвечают режиму возмущенного течения. Они характеризуют изменение глубины и расхода относительно начального положения.

Преобразуем дифференциальное уравнение (4) к виду:

$$\frac{\partial \Delta Q}{\partial t}+2U_0\frac{\partial \Delta Q}{\partial x}-(U_0^2-C_0^2)B_0\frac{\partial \Delta H}{\partial x}=-\overline{\Pi}[\ \Delta Q-(U_0\mp C_0)B_0\Delta H\ ], \quad (8)$$

где

$$\overline{\Pi}=\frac{(\beta\frac{\Delta\overline{Q}}{B_0\Delta\overline{H}}-\gamma)}{[\ \frac{\Delta\overline{Q}}{B_0\Delta\overline{H}}-(U_0\mp C_0)\ ]}, \quad (9)$$

$\Delta\overline{Q}$ и $\Delta\overline{H}$ – осредненное значение возмущений по расходу и глубине потока на участке дифференцирования:

Подстановкой

$$\Delta Q=(U_0\mp C_0)B_0\,\Delta H-\frac{P}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a[\ (x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\ ]} \quad (10)$$

система уравнений (5), (8) приводится к одному гиперболическому дифференциальному уравнению в частных производных первого порядка относительно функции $\Delta Q(x,t)$:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \Delta Q}{\partial t}+(U_0\mp C_0)\frac{\partial \Delta Q}{\partial X}=\\&=\frac{M[\ \overline{\Pi}+a(U_0\pm C_0)\ ]}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a[\ (x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\ ]},\end{aligned} \quad (11)$$

где $P,\ M,\ a$ - постоянные параметры, определяемые из краевых условий.

Установлено, что задача интегрирования уравнения (11) предполагает предварительное получение его общего решения в виде полного интеграла:

$$\begin{aligned}&\Delta Q=\Phi[\ (x-x_0)-(U_0\mp C_0)(t-t_0)\ ]-\\&-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{[\ \overline{\Pi}+a(U_0\pm C_0)\ ]}{(\overline{\Pi}\pm 2aC_0)}e^{-\Pi(t-t_0)+a[\ (x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\ ]}+C,\end{aligned} \quad (12)$$

где функция Ф и постоянный параметр С определяются из граничных условий.

В работе сформулирована задача Коши: найти точное решение исходного уравнения (11) , удовлетворяющее краевому условию в створе возмущения в виде:

$$\Delta Q(x_0, t) = D\,. \tag{13}$$

Подставив (13) в уравнение полного интеграла (12), найдем:

$$D = -\Phi(U_0 \mp C_0)(t - t_0)\ ] - \\ - \frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}} \frac{[\ \overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\ ]}{(\ \overline{\Pi} \pm 2aC_0)} e^{-[\ \Pi + a(U_0 \pm C_0)\ ](t - t_0)} + C, \tag{14}$$

Уравнение (14) продифференцируем по независимой переменной t:

$$\Phi(U_0 \mp C_0) = \frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}} \frac{[\ \overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\ ]^2}{(\ \overline{\Pi} \pm 2aC_0)} e^{-[\ \Pi + a(U_0 \pm C_0)\ ](t - t_0)}, \tag{15}$$

Введем обозначения:

$$\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}} \frac{[\ \overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\ ]^2}{(\ \overline{\Pi} \pm 2aC_0)} = N\,,\ [\ \overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\ ] = \Gamma\,. \tag{16}$$

Соотношения (14) и (15) преобразуются к виду

$$D = -\Phi[\ (U_0 \mp C_0)(t - t_0)\ ] - \frac{N}{\Gamma} e^{-\Gamma(t - t_0)} + C\,. \tag{17}$$

$$\Phi(U_0 \mp C_0) = N e^{-\Gamma(t - t_0)}\,. \tag{18}$$

Из (18) найдем выражение для t в виде:

$$t - t_0 = -\frac{1}{\Gamma} \ln\left|\frac{\Phi(U_0 \mp C_0)}{N}\right|\,, \tag{19}$$

Исключив из соотношений (17) и (19) переменную t, найдем:

$$C = D - \frac{\Phi(U_0 \mp C_0)}{\Gamma} ln\left|\frac{\Phi(U_0 \mp C_0)}{N}\right| + \frac{\Phi(U_0 \mp C_0)}{\Gamma}. \tag{20}$$

Из соотношения (20) определяется значение постоянного параметра С.

Подставив (20) в уравнение (12), получим:

$$\Delta Q = \{ \varPhi[(x - x_0) - (U_0 \mp C_0)(t - t_0)] - \frac{K}{\overline{\overline{\varPi}}} e^{-\overline{\varPi}(t - t_0)} + + D - \frac{\varPhi(U_0 \mp C_0)}{\varGamma} ln\left|\frac{\varPhi(U_0 \mp C_0)}{N}\right| + \frac{\varPhi(U_0 \mp C_0)}{\varGamma} \}, \quad (21)$$

Продифференцируем (21) по параметру Ф и полученное выражение приравняем нулю:

$$\frac{d(\Delta Q)}{d\varPhi} = [(x - x_0) - (U_0 \mp C_0)(t - t_0)] - - \frac{(U_0 \mp C_0)}{\varGamma} ln\left|\frac{\varPhi(U_0 \mp C_0)}{N}\right| = 0. \quad (22)$$

Из (22) определим параметр Ф:

$$\Phi = \frac{N}{(U_0 \mp C_0)} e^{\Gamma \frac{[(x - x_0) - (U_0 \mp C_0)(t - t_0)]}{(U_0 \mp C_0)}}. \quad (23)$$

Подставив (23) в (21), получим искомое решение в виде:

$$\Delta Q = \frac{N}{\Gamma} [e^{\Gamma \frac{[(x - x_0) - (U_0 \mp C_0)(t - t_0)]}{(U_0 \mp C_0)}} - e^{-\Gamma(t - t_0) + (x - x_0)}] + D. \quad (24)$$

Введем в (24) обозначения (16). Получим:

$$\Delta Q = \{ D + \frac{M}{\overline{\overline{\varPi}}} \frac{[\overline{\varPi} + a(U_0 \pm C_0)]}{(\overline{\overline{\varPi}} \pm 2aC_0)} \times \times [e^{[\varPi + a(U_0 \pm C_0)] \frac{[(x - x_0) - (U_0 \mp C_0)(t - t_0)]}{(U_0 \mp C_0)}} - e^{-\overline{\varPi}(t - t_0) + a[(x - x_0) - (U_0 \pm C_0)(t - t_0)]}]. \} \quad (25)$$

Таким образом, получено аналитическое решение линейного дифференциального уравнения одномерного неустановившегося течения воды (11) для открытых водотоков полуограниченной протяженности $(0 \le x < \infty)$ для расчета попусков сбросных расходов воды из водохранилищ.

Подставив (25) в (10), получим соотношение для функции ΔH:

$$\Delta Q=(U_0\mp C_0)B_0\,\Delta H-\frac{P}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a[\,(x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\,]}$$

$$(U_0\mp C_0)B_0\,\Delta H=D+\frac{P}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}+$$

$$+\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{[\,\overline{\Pi}+a(U_0\pm C_0)\,]}{(\overline{\Pi}\pm 2aC_0)}e^{[\,\Pi+a(U_0\pm C_0)\,]\frac{[(x-x_0)-(U_0\mp C_0)(t-t_0)]}{(U_0\mp C_0)}}- \qquad (26)$$

$$-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{a(U_0\mp C_0)\,]}{(\overline{\Pi}\pm 2aC_0)}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a[\,(x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\,]}.$$

Задаваясь граничными условиями

$$\Delta Q=D\,,\ \Delta H=\frac{D}{(U_0\pm C_0)B_0}\ \text{ при } t=t_0\,,\ x=x_0\,, \qquad (27)$$

из (25) и (26) определим

$$[\,\frac{D(U_0\mp C_0)}{(U_0\pm C_0)}-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}-D\,]=\frac{P}{\overline{\overline{\Pi}}}. \qquad (28)$$

$$(U_0\mp C_0)B_0\,\Delta H=D+[\,\frac{D(U_0\mp C_0)}{(U_0\pm C_0)}-D\,]e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}+$$

$$+\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{[\,\overline{\Pi}+a(U_0\pm C_0)\,]}{(\overline{\Pi}\pm 2aC_0)}e^{[\,\Pi+a(U_0\pm C_0)\,]\frac{[(x-x_0)-(U_0\mp C_0)(t-t_0)]}{(U_0\mp C_0)}}-$$

$$-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{a(U_0\mp C_0)\,]}{(\overline{\Pi}\pm 2aC_0)}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a[\,(x-x_0)-(U_0\pm C_0)(t-t_0)\,]}.-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}$$

Задаваясь граничными условиями

$$\Delta Q=D,\ \Delta H=\Delta H\max \text{ при } t-t_0=\infty\,,\ x-x_0=(U_0\pm C_0)T\,, \qquad (29)$$

из (25) и (26) определим:

$$(U_0 \mp C_0)B_0\,\Delta H = D + \left[\frac{D(U_0 \mp C_0)}{(U_0 \pm C_0)} - D\right]e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0 \pm C_0)}} +$$

$$+\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{\left[\overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\right]}{(\overline{\Pi} \pm 2aC_0)}e^{\left[\Pi + a(U_0 \pm C_0)\right]\frac{\left[(x-x_0)-(U_0 \mp C_0)(t-t_0)\right]}{(U_0 \mp C_0)}} -$$

$$-\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}\frac{a(U_0 \mp C_0)\,]}{(\overline{\Pi} \pm 2aC_0)}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a\left[(x-x_0)-(U_0 \pm C_0)(t-t_0)\right]} . - \frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0 \pm C_0)}}$$

$$\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}} = \frac{D(U_0 \mp C_0)}{(U_0 \pm C_0)} - (U_0 \mp C_0)B_0\frac{\Delta \mathrm{Hmax}}{e^{-\overline{\Pi}T}} - D\frac{(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)}{e^{-\overline{\Pi}T}}. \quad (30)$$

Задаваясь граничными условиями

$$\Delta Q = \psi D\ ,\ \Delta H = \zeta\frac{D}{(U_0 \pm C_0)B_0} \text{ при } \mathrm{t} - \mathrm{t}_0 = \mathrm{T},\ \mathrm{x} - \mathrm{x}_0 = (\mathrm{U}_0 \pm \mathrm{C}_0)\mathrm{T} \quad (31)$$

из (25) и (26) определим:

$$\psi = \zeta = \mathrm{e}^{-\overline{\Pi}\mathrm{T}}, \quad (32)$$

$$\frac{M}{\overline{\overline{\Pi}}} = D\frac{(\overline{\Pi} \pm 2aC_0)}{\left[\overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\right]}\frac{(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)}{\left[e^{\pm\frac{2C_0T}{(U_0 \mp C_0)}\left[\Pi + a(U_0 \pm C_0)\right]} - e^{-\overline{\Pi}T}\right]}. \quad (33)$$

Приравняв соотношения (30) и (33), получим трансцендентное уравнение , из которого определяется значение параметра a.

$$\frac{D(U_0 \mp C_0)}{(U_0 \pm C_0)} - \frac{\left[(U_0 \mp C_0)B_0\Delta\mathrm{Hmax} + D(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)\right]}{e^{-\overline{\Pi}T}} =$$

$$= D\frac{(\overline{\Pi} \pm 2aC_0)}{\left[\overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\right]}\frac{(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)}{\left[e^{\pm\frac{2C_0T}{(U_0 \mp C_0)}\left[\Pi + a(U_0 \pm C_0)\right]} - e^{-\overline{\Pi}T}\right]}. \quad (34)$$

Подставив значения постоянных из (28), (33) в (25) и (26), получим:

$$\Delta Q = D + D(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)\times$$

$$\times\frac{\left[\, e^{\left[\, \Pi + a(U_0 \pm C_0)\,\right]\frac{\left[(x-x_0)-(U_0\mp C_0)(t-t_0)\right]}{(U_0\mp C_0)}} - e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a\left[\,(x-x_0)-(U_0\pm C_0)\,(t-t_0)\,\right]}\,\right]}{\left[\, e^{\pm\frac{2C_0T}{(U_0\mp C_0)}\left[\,\Pi + a(U_0\pm C_0)\,\right]} - e^{-\overline{\Pi}T}\,\right]}, \tag{35}$$

$$(U_0 \mp C_0)B_0\Delta H = \frac{D(U_0 \mp C_0)}{(U_0 \pm C_0)}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}} - D\left[\, e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}} - 1\,\right] +$$

$$+ D\frac{(e^{-\overline{\Pi}T} - 1)}{\left[\, e^{\pm\frac{2C_0T}{(U_0\mp C_0)}\left[\,\Pi + a(U_0\pm C_0)\,\right]} - e^{-\overline{\Pi}T}\,\right]}\left\{\, e^{\left[\,\Pi + a(U_0\pm C_0)\,\right]\frac{\left[(x-x_0)-(U_0\mp C_0)(t-t_0)\right]}{(U_0\mp C_0)}} - \right. \tag{36}$$

$$\left. - \frac{a(U_0 \mp C_0)\,]}{\left[\,\overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\,\right]}e^{-\overline{\Pi}(t-t_0)+a\left[\,(x-x_0)-(U_0\pm C_0)\,(t-t_0)\,\right]} - \frac{(\overline{\Pi} \pm 2aC_0)}{\left[\,\overline{\Pi} + a(U_0 \pm C_0)\,\right]}e^{-\frac{\overline{\Pi}(x-x_0)}{(U_0\pm C_0)}}.\right\}$$

где T – время распространения начального возмущения до расчетного створа , определяемое по формуле:

$$T = \frac{x}{(U_0 \pm C_0)}. \tag{37}$$

Соотношения (35) и (36) являются точными аналитическими решениями уравнений (5) и (8), удовлетворяющими краевому условию (13), а также промежуточным граничным условиям (27), (29) и (31). Сетка координат для полученных решений является прямоугольной.

Внедрение и оценка эффективности

Решения (35), (36) могут быть обобщены для реальных гидрографов попусков сбросных расходов воды из водохранилищ. В этом случае кривую гидрографа с любой степенью точности заменяют линейно аппроксимирующей ломаной линией. Зная решение нестационарной задачи для одной ступени, можно получить суммарное решение для всех ступеней.

В соотношениях (35), (36) берется верхний знак, если направление движения возмущения совпадает с направлением течения воды в водотоке. В противном случае берется знак нижний. Параметр $\overline{\Pi}$ определяется из уравнения (9).

Пример расчета. При сбросе воды из водохранилища изменение расхода в начальном створе (x = 0) нижнего бьефа гидроузла подчиняется закону (16):

$$\Delta Q(0,t) = D = 50 \text{ м}^3/\text{с.},$$

Рассчитать изменения расходов и уровней воды во времени в створах X = 0 м и X = 5000 м, если в начальный момент в призматическом русле реки на расчетном участке наблюдался режим течения, близкий к равномерному. Морфометрические характеристики и гидравлические параметры на расчетном участке реки, соответствующие равномерному режиму течения, заданы:

$$Q_0 = 100 \text{м}^3/\text{с}, \quad U_0 = 0{,}535 \text{м}/\text{с}, \quad H_0 = 1{,}948 \text{м}, \quad B_0 = 96 \text{м},$$
$$\omega_0 = 186{,}994 \text{м}^2, \quad m = 0, \quad n = 0{,}022, \quad i_0 = 0{,}00006, \quad H^1 = 2{,}495 \text{м}.$$

Решение.

1. Применив формулы (6), (7), (9), определим параметры $\beta,\ \gamma,\ \overline{\Pi},\ \Phi_0$:

$$dH\max = H^1 - H_0 = 2{,}495 - 1{,}948 = 0{,}547 \text{м}.$$

где H^1 и H_0 – нормальные глубины при расходах воды, соответственно, $Q = Q_0 + D = 100 + 50 = 150 \text{м}^3/\text{с}$ и $Q_0 = 100 \text{м}^3/\text{с}$.

$$C_0 = \sqrt{g\frac{\omega_0}{B_0}} = \sqrt{9{,}81\frac{186{,}994}{96}} = 4{,}371 \text{м}/\text{с},$$

$$\beta = \frac{2gi_0}{U_0} = \frac{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}00006}{0{,}535} = 0{,}002,$$

Для прямоугольного русла $b = B,\ m = 0$

$$\Phi = (1+2y)\left[\frac{2}{b+2H_0} - \frac{1}{H_0}\right] = (1+2\cdot\frac{1}{6})(\frac{2}{96+2\cdot 1{,}948} - \frac{1}{1{,}948}) = -0{,}658,$$

$$\gamma = (2gi_0 - i_0 C_0^2 \Phi) = (2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}00006 + 0{,}00006\cdot 4{,}371^2\cdot 0{,}658) = 0{,}00193,$$

$$\frac{\Delta\overline{Q}}{B_0\Delta\overline{H}} = U_0 + C_0 = 0{,}535 + 4{,}371 = 4{,}906 м/с,$$

$$\overline{\Pi} = \frac{(\beta\frac{\Delta\overline{Q}}{B_0\Delta\overline{H}} - \gamma)}{\left[\ \frac{\Delta\overline{Q}}{B_0\Delta\overline{H}} - (U_0 \mp C_0)\ \right]} = \frac{(0{,}002\cdot 4{,}906 - 0{,}00193)}{\left[\ 4{,}906 - (0{,}535 - 4{,}371)\ \right]} = 0{,}001.$$

2. По формулам (43), (45) и (49) определим параметры:

$$A = 1{,}785; \qquad \lambda = -1{,}679; \qquad a = -0{,}000192.$$

3. По формуле (52) определяем время распространения начального возмущения T до расчетного створа X=5000 м. :

$$T = \frac{x}{U_0 + C_0} = \frac{5000}{0{,}535 + 4{,}371} = 1019 с.$$

4. Изменения расходов воды и глубин потока в начальном и расчетном створах будем рассчитывать по формулам (35) и (36). Результаты исследований представлены на рисунках 1 и 2. На этих же рисунках приведены данные расчетов этой же задачи, полученные с применением метода характеристик.

Расчеты выполнены по выведенным в работе аналитическим формулам (35), (36) и методу характеристик, который рассматривается как аналоговый. Сравнение результатов расчетов по двум методам позволило определить максимальную относительную погрешность, которая для расчетных расходов воды и глубин не превышает 3,5%.

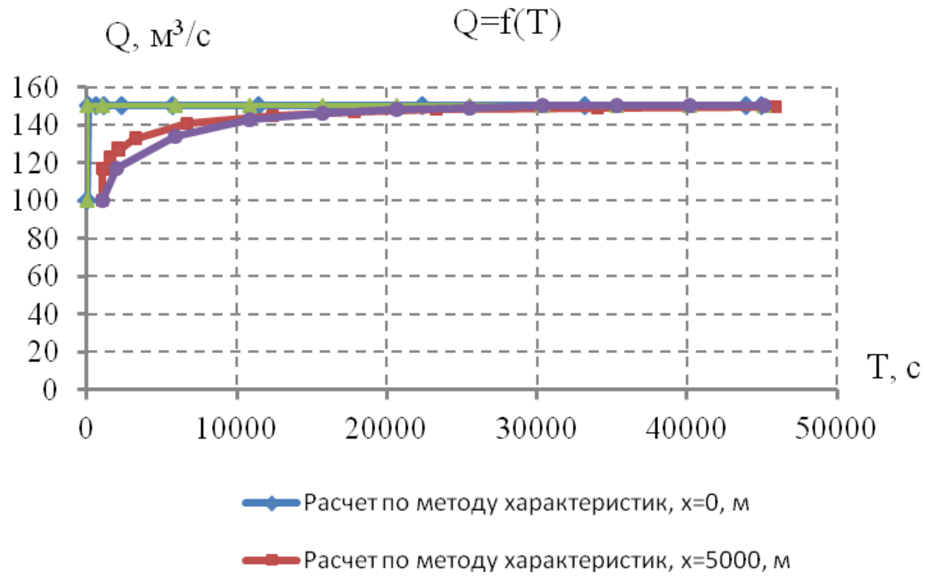

Рис. 1 - График изменения расходов воды от времени в фиксированных створах

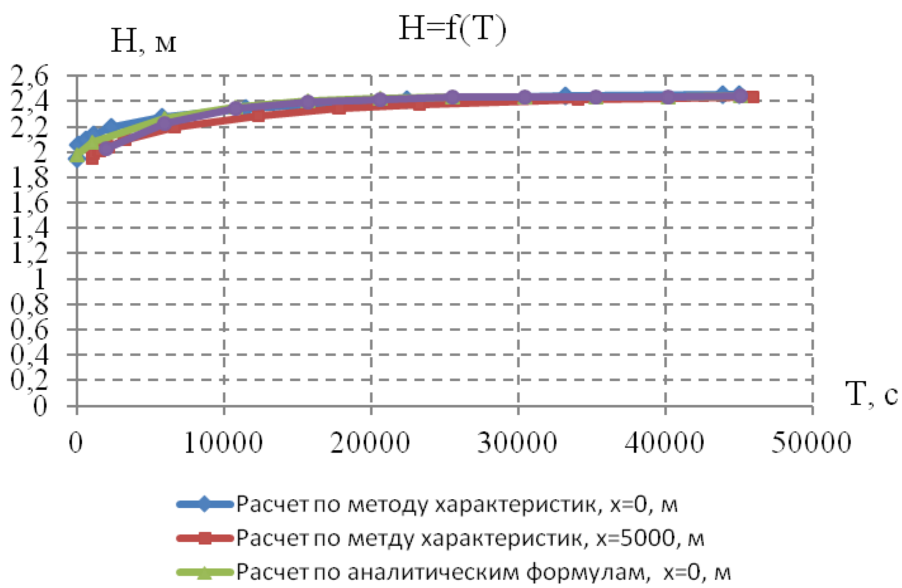

Рис. 2 - График изменения глубин воды от времени в фиксированных створах

Заключение.

1. В работе разработан метод гидравлического расчета глубин и экстремальных расходов воды в критических створах водотоков, отводящих воду от водосбросных сооружений, при неустановившемся режиме течения воды. Метод основан на гидравлическом расчете процесса

распространения и трансформации длинных волн, описываемых уравнениями Сен-Венана.

2. Для принятого закона регулирования попусков сбросных расходов воды из водохранилищ сформулирована математическая задача расчета гидравлических параметров потока. Изложен алгоритм аналитического решения сформулированной математической задачи и выполнены имитационные исследования.

3. Внедрение разработанного метода гидравлического расчета попусков сбросных расходов на водотоках, отводящих воду от водосбросных сооружений, позволит оперативно получать достоверную прогностическую информацию о возможных характеристиках гидравлических процессов при различных режимах эксплуатации водосбросных гидротехнических сооружений, оптимизировать холостые и нетехнологические сбросы воды из водохранилищ.

Литература

1. Иваненко, Ю. Г. Гидравлические аспекты устойчивых водных потоков в неразмываемых и размываемых руслах / Ю. Г. Иваненко, А. А. Ткачев, А. Ю. Иваненко. – Новочеркасск: Лик, 2013. – 352 с.

2. Stoker J. J. Water waves: The mathematical theory with applications / J. J. Stoker. – 1957. – 609 p.

3. Ven Te Chow. Open-Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York. – 1959. – 464 p.

4. Иваненко, Ю. Г. Теоретические принципы и решения специальных задач гидравлики открытых водотоков / Ю. Г. Иваненко, А. А. Ткачев. – 2-е изд., перераб. – Новочеркасск, 2013. – 147 с.

5. Картвелишвили, Н. А. Потоки в недеформируемых руслах / Н. А. Картвелишвили. – Л.: Гидрометеоиздат, 1973. – 279 с.

6. Иваненко, Ю. Г. Управление водораспределением в каналах методом совмещенного регулирования уровней в бьефах перегораживающих сооружений (на примере Азовской ОС) / Ю. Г. Иваненко, А. А. Ткачев, А. Ю. Иваненко // Мелиорация и водное хозяйство. – 2013. – № 3. – С. 35-37.

7. Kamke E. Partielle differentialgleichungen erster ordnung fur eine gesuchte / E. Kamke. – Leipzig, 1957. – 257 p.

8. Ткачев, А. А. Совершенствование диспетчерского управления водораспределением на оросительных каналах мелиоративных систем / А. А. Ткачев, Ю. Г. Иваненко // В мире научных открытий. – 2016. – № 12 (84). – С. 173-187.

9. Гидравлический расчет линейно распределенных попусков сбросных расходов воды из водохранилища [Электронный ресурс] / Ю. Г. Иваненко, А. А. Ткачев, К. Г. Гурин, Д. Ю. Иваненко // Политематический сетевой электронный научный журнал

Кубанского гос. аграрного университета (Научный журнал КубГАУ). – 2017. – № 01(125). – С. 196-209.

References

1. Ivanenko, Ju. G. Gidravlicheskie aspekty ustojchivyh vodnyh potokov v nerazmyvaemyh i razmyvaemyh ruslah / Ju. G. Ivanenko, A. A. Tkachev, A. Ju. Ivanenko. – Novocherkassk: Lik, 2013. – 352 s.
2. Stoker J. J. Water waves: The mathematical theory with applications / J. J. Stoker. – 1957. – 609 p.
3. Ven Te Chow. Open-Channel Hydraulics. McGraw-Hill, New York. – 1959. – 464 p.
4. Ivanenko, Ju. G. Teoreticheskie principy i reshenija special'nyh zadach gidravliki otkrytyh vodotokov / Ju. G. Ivanenko, A. A. Tkachev. – 2-e izd., pererab. – Novocherkassk, 2013. – 147 s.
5. Kartvelishvili, N. A. Potoki v nedeformiruemyh ruslah / N. A. Kartvelishvili. – L.: Gidrometeoizdat, 1973. – 279 s.
6. Ivanenko, Ju. G. Upravlenie vodoraspredeleniem v kanalah metodom sovmeshhennogo regulirovanija urovnej v b'efah peregorazhivajushhih sooruzhenij (na primere Azovskoj OS) / Ju. G. Ivanenko, A. A. Tkachev, A. Ju. Ivanenko // Melioracija i vodnoe hozjajstvo. – 2013. – № 3. – S. 35-37.
7. Kamke E. Partielle differentialgleichungen erster ordnung fur eine gesuchte / E. Kamke. – Leipzig, 1957. – 257 p.
8. Tkachev, A. A. Sovershenstvovanie dispetcherskogo upravlenija vodoraspre¬deleniem na orositel'nyh kanalah meliorativnyh sistem / A. A. Tkachev, Ju. G. Ivanenko // V mire nauchnyh otkrytij. – 2016. – № 12 (84). – S. 173-187.
9. Gidravlicheskij raschet linejno raspredelennyh popuskov sbrosnyh rashodov vody iz vodohranilishha [Jelektronnyj resurs] / Ju. G. Ivanenko, A. A. Tkachev, K. G. Gurin, D. Ju. Ivanenko // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gos. agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU). – 2017. – № 01(125). – S. 196-209.