

УДК 519.24

UDC 519.24

01.00.00 Физико-математические науки

Physical and mathematical sciences

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ
УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НА СЕЛЬ-
СКОХОЗЯЙСТВЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ В
УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННО-
СТИ**

**MATHEMATICAL MODEL OF ACCEPTANCE
ADMINISTRATIVE DECISIONS ON AN AGRICULTURAL COMPANY IN THE CONDITIONS
OF RISK AND UNCERTAINTY**

Соколова Ирина Владимировна

Sokolova Irina Vladimirovna

к. п. н., доцент

Candidate of pedagogical sciences, associate professor

РИНЦ SPIN-код: 4183-6277, ID: 213568

RSCI SPIN code: 4183-6277, ID: 213568

*Кубанский государственный аграрный универси-
тет, Россия, 350044, г. Краснодар, ул. Калинина,
13, irin-sokolova@yandex.ru*

*Kuban state agricultural university, Russia, 350044,
Krasnodar, st. of Kalinin, 13,
irin-sokolova@yandex.ru*

В статье описан и проиллюстрирован метод мате-
матического моделирования применительно к про-
цессу принятия решения в условиях риска и не-
определенности на примере строительства сель-
скохозяйственного объекта

In the article, we describe and illustrate a method of
mathematical modeling in relation to process of deci-
sion-making in the conditions of risk and uncertainty
on the example of building of agricultural object

Ключевые слова: ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ, РИСК,
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ, СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕН-
НОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ

Keywords: DECISION-MAKING, RISK, UNCER-
TAINTY, MATHEMATICAL MODELING,
AGRICULTURAL COMPANY

Рыночная ориентация аграрного сектора все больше требует от руко-
водителей сельскохозяйственных предприятий не только умения видеть
перспективы своей отрасли, но и принимать эффективные управленческие
решения в сложившихся рискованных, кризисных условиях хозяйствова-
ния. Руководитель, принимающий решение на современном сельскохозяй-
ственном объекте, должен решать проблемы формирования номенклатуры
и объемов выпускаемой продукции, оценивать существующие и ожидае-
мые в перспективе потребности рынка в этой продукции, т.е. решать зада-
чи стратегического управления. Для этого он должно иметь в своем распо-
ряжении развитый и адаптированный к данной предметной области ин-
струментарий теории принятия решений [4].

В отечественной литературе в силу ряда объективных причин ощуща-
ется недостаток в теоретических и методологических работах по вопросам
принятия управленческих решений в условиях риска и неопределенности
[2]. Еще менее исследованными с математической точки зрения, а также с

точки зрения статистического анализа являются вопросы принятия управленческих решений в аграрной сфере России. Актуальность и недостаточная разработанность указанных проблем послужили основанием для написания данной статьи.

Цель статьи – проиллюстрировать эффективность метода математического моделирования и статистического анализа применительно к процессу принятия решения в условиях риска и неопределенности на примере строительства конкретного сельскохозяйственного объекта.

Сельскохозяйственные предприятия в Российской Федерации в результате рыночных изменений приближены к категории *открытых систем*. Это означает, что они являются объектами, в которых все участники связаны некоторыми связями и отношениями, а также имеется обмен ресурсами указанных объектов с окружающей его средой. Под *управлением* будем понимать процесс такого воздействия на систему, при котором ее состояние изменяется «в нужную», оптимальную сторону.

Принятие решения – особый процесс человеческой деятельности, направленный на выбор наилучшего варианта действия. *Задача принятия решения* возникает тогда, когда существует цель, которую нужно достичь, имеются различные способы ее достижения и существуют факторы, ограничивающие возможности достижения цели [4].

Анализируя источники, нам удалось выделить *три основных способа принятия решений* [1]:

- 1) интуитивный (принимается решение, подсказанное предыдущим жизненным опытом, интуицией);
- 2) по результатам естественных испытаний, обработанных методами математической статистики;
- 3) по результатам математического моделирования исследуемого процесса.

Интуитивный способ принятия решения зачастую дает большую ошибку, натурные испытания не всегда представляются возможными в тех или иных условиях. Инновационным, комплексным подходом является *принятие решения с использованием математического моделирования*.

Обоснование управленческих решений на сельскохозяйственном предприятии предлагается проводить на основе построенной математической модели с применением методов статистического анализа. По своему содержанию и задачам обоснование управленческих решений на сельскохозяйственном предприятии почти не отличается от обоснования в других отраслях экономики. Однако специфика сельскохозяйственного производства *требует адаптации и развития общей теории принятия решений применительно к сельскохозяйственной отрасли*.

Теория статистических решений – это теория поиска оптимального поведения в условиях неполноты или неточности информации. При принятии решений в условиях неполной информации следует различать ситуацию риска и ситуацию неопределенности [5]. Разница между риском и неопределенностью касается того, знает ли субъект, принимающий решение, что-либо о вероятности наступления определенных событий. *Риск* присутствует в тех случаях, когда вероятности, связанные с различными последствиями принятия решения, могут оцениваться на основе статистических данных предшествующего периода, т.е. имеется информация о подобных ранее принимаемых решениях. *Неопределенность* появляется, когда указанные вероятности приходится определять субъективно, поскольку в распоряжении лица, принимающего решение нет данных предшествующего периода, нет соответствующей статистики.

Процедура принятия решения на сельскохозяйственном предприятии, на наш взгляд, включает следующие этапы:

- 1) предварительную формулировку проблемы;
- 2) сбор необходимой информации;

- 3) точную формулировку (постановку) задачи;
- 4) построение математической модели (задание множеств: допустимых альтернатив, состояний среды и возможных исходов);
- 5) разработку алгоритма решения;
- 6) выбор критериев оптимальности;
- 7) оценки альтернатив;
- 8) принятие решения;
- 9) реализация решения и оценка результатов.

Рассмотрим далее пример экономической постановки задачи принятия решений на сельскохозяйственном предприятии, формирования исходных данных в условиях риска и неопределенности, построения математической модели и решения с использованием различных статистических критериев.

Итак, сбор необходимой информации позволил сформулировать следующую задачу [6].

В сельскохозяйственном районе с посевной площадью 1430 га решено построить элеватор. Имеются типовые проекты элеватора мощностью на 20, 30, 40, 50 и 60 тыс. ц зерна. Привязка проекта обойдется в 37 тыс. ден. ед.. Стоимость материалов и оборудования элеватора мощностью 20 тыс. ц равна 60 тыс. ден. ед. и возрастает на 10% с ростом мощности элеватора на 10 тыс. ц. Затраты на эксплуатацию элеватора мощностью 20 тыс. ц составляют 10 тыс. ден. ед. и уменьшаются на 10% при увеличении мощности на 10 тыс. ц. За хранение зерна на счет элеватора вносится плата в размере 10 ден. ед. за 1 ц. Урожай в данном районе колеблется от 14 до 20 ц с 1 га. Какой элеватор выгоднее построить?

Рассмотрим процесс построения математической модели сформулированной задачи.

Введем следующие обозначения:

X – множество допустимых альтернатив – типовые проекты элеваторов:

$$X = \{x_i\} = \{20, 30, 40, 50, 60\}, i=1, 2, 3, 4, 5.$$

S – множество состояний внешней среды – урожайность в данном районе:

$$S = \{s_j\} = \{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}, j=1, 2, 3, \dots, 7.$$

Далее построим множество возможных исходов в виде матрицы полезности $W=(w_{ij})$, элементы которой показывают прибыль при принятии i -го решения при j -ой урожайности. Для этого используем следующее правило: «прибыль = плата за хранение зерна (доход) – расход на привязку проекта – стоимость материалов и оборудования элеватора – затраты на эксплуатацию элеватора» или в другом виде:

$$w_{ij} = 10 \cdot \min(x_i \cdot 100; s_j \cdot 1430) - 37000 - [60000 + 600 \cdot (x_i - 20)] - [10000 - 100(x_i - 20)].$$

Заполним матрицу полезности $\{w_{ij}\}$ (табл. 1), выполнив предварительно расчеты по указанной выше формуле.

Таблица 1 – Матрица полезности W .

	$s_1=14$	$s_2=15$	$s_3=16$	$s_4=17$	$s_5=18$	$s_6=19$	$s_7=20$
$x_1=20$	93000	93000	93000	93000	93000	93000	93000
$x_2=30$	88200	102500	116800	131100	154400	159700	174000
$x_3=40$	83200	97500	111800	126100	140400	154700	169000
$x_4=50$	78200	92500	106800	121100	135400	149700	164000
$x_5=60$	73200	87500	101800	116100	130400	144700	159000

Решим задачу в ситуации риска.

Предположим, что в нашем распоряжении имеются статистические данные, позволяющие оценить вероятность того или иного состояния внешней среды, и этот опыт может быть использован для оценки будущего. При известных вероятностях p_j для возникновения состояния s_j можно найти математические ожидания:

$$M_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} P_j, i=1, 2, \dots, m.$$

Современная концепция статистического решения считает поведение оптимальным, если оно минимизирует риск в последовательных экспериментах, т. е. математическое ожидание прибыли статистического эксперимента будет максимальным:

$$W = \max_{i=1, \dots, m} M_i$$

Это и будет в ситуации риска критерием оптимальности.

Предположим, что есть статистические данные, позволяющие оценить вероятность той или иной урожайности в рассматриваемом районе:

$$P = \{0,01; 0,09; 0,1; 0,25; 0,3; 0,2; 0,05\}.$$

При известных вероятностях p_j для урожайности s_j ($j=1, 2, \dots, 7$) можно найти математические ожидания величины прибыли w_i для каждого из вариантов решения (типовых проектов элеваторов) и определить оптимальный выбор проекта, обеспечивающий получение максимальной прибыли.

Например,

$$M_2 = 88200 \cdot 0,01 + 102500 \cdot 0,09 + 116800 \cdot 0,1 + 131100 \cdot 0,25 + 154400 \cdot 0,3 + 159700 \cdot 0,2 + 174000 \cdot 0,05 = 138822.$$

Аналогично получаем для остальных M_i ($i=1, 3, 4, 5$):

$$M_1 = 93000, M_3 = 133822, M_4 = 128822, M_5 = 123822.$$

Тогда, согласно выбранному критерию,

$$W = \max_{i=1, \dots, m} M_i = \max\{93000, 138822, 133822, 128822, 123822\} = 138822 = M_2.$$

Этому максимуму соответствует $i=2$. Таким образом, результаты вычислений показали, что в условиях рассматриваемой ситуации наиболее целесообразно выбрать альтернативу x_2 – проект элеватора мощностью 30 тыс. ц, в этом случае обеспечивается получение максимальной прибыли 138822 ден. ед.

Решим задачу в ситуации неопределенности.

Рассмотрим известные важнейшие критерии, используемые для задач принятия решения в условиях неопределенности:

1. *Критерий Лапласа* основан на оптимистическом предположении о том, что каждый вариант развития ситуации равновероятен, т. е. если процесс распределения вероятности известен, нет причин считать их различными. Находят среднее арифметическое элементов, стоящих в i -ой строке матрицы полезности и выбирают лучшей альтернативу с наибольшей оценкой по критерию Лапласа:

$$L(i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

При введении оценки Лапласа наилучшее решение обеспечивает та альтернатива i^* , которая имеет большую оценку по критерию Лапласа.

$$L(i^*) = \max_{i=1, \dots, m} L(i)$$

2. *Критерий Вальда* (критерий наибольшей осторожности, пессимизма) основан на гипотезе: «При выборе решения надо рассчитывать на самый худший возможный вариант». При принятии данной гипотезы оценкой альтернативы i служит число

$$W(i) = \min_{j=1, \dots, n} w_{ij}$$

(в каждой строке матрицы полезности находится минимальный элемент) и сравнение любых двух альтернатив производится по величине критерия W . Оптимальной в этом случае будет альтернатива, максимизирующая функцию W , то есть та альтернатива i^* , для которой выполняется

$$W(i^*) = \max_{i=1, \dots, m} W(i) = \max_{i=1, \dots, m} \min_{j=1, \dots, n} w_{ij}$$

3. *Критерий Гурвица* – самый универсальный критерий, который позволяет управлять степенью «пессимизма-оптимизма». Он охватывает различные подходы к принятию решений – от наиболее оптимистичного до

наиболее пессимистичного (консервативного). Он связан с введением показателя $0 \leq \alpha \leq 1$, называемого *показателем пессимизма*. Оценкой альтернативы i является взвешенная сумма

$$H_{\alpha}(i) = \alpha \max_{j=1, \dots, n} w_{ij} + (1 - \alpha) \cdot \min_{j=1, \dots, n} w_{ij}.$$

При этом наилучшим решением является то, которое обеспечивает:

$$W = \max_{i=1, \dots, m} H_{\alpha}(i).$$

4. *Критерий Сэвиджа* основан на принципе минимизации потерь в случае, если принято не оптимальное решение. Для этого преобразуют первоначальную матрицу полезности (w_{ij}) в матрицу (r_{ij}) – матрицу рисков (матрицу сожалений, потерь).

Риском при выборе альтернативы i в состоянии j называется число

$$r_{ij} = \beta_j - w_{ij}, \text{ где } \beta_j = \max_j w_{ij}.$$

Для критерия Сэвиджа оптимальной считается альтернатива, минимизирующая максимальный риск (т. е. здесь используется минимаксный критерий для матрицы сожалений):

$$W = \min_{i=1, \dots, m} \max_{j=1, \dots, n} r_{ij}.$$

Вполне логично, что различные критерии приводят к различным выводам относительно наилучшего решения. Вместе с тем возможность выбора критерия дает свободу лицам, принимающим экономические решения. Любой критерий должен согласовываться с намерениями решающего задачу и соответствовать его характеру, знаниям и убеждениям.

В рассматриваемом примере при равной вероятности той или иной урожайности получаем значения для каждого из вариантов решения (типичные проекты элеваторов).

Согласно критерию Лапласа

$$\begin{aligned} L(2) &= \frac{1}{7}(88200 + 102500 + 116800 + 131100 + 154400 + 159700 + 174000) = \\ &= 132385,714. \end{aligned}$$

Аналогично, $L(1)=93000$, $L(3)=126100$, $L(4)=121100$, $L(5)=116100$.

Итак, по критерию Лапласа, оптимальным вариантом является проект элеватора мощностью 30 тыс. ц с ожидаемой прибылью 132385,714 ден. ед.

Согласно критерию Вальда необходимо выбрать самый худший вариант по величине прибыли для каждой альтернативы (проект элеватора) и среди них отыскиваем гарантированный максимальный эффект.

$$W(1) = \max(93000, 88200, 83200, 78200, 73200) = 93000.$$

Таким образом, по критерию Вальда, следует построить элеватор мощностью 20 тыс. ц с максимально возможной прибылью 93000 ден. ед.

Обратимся к оценкам по критерию Гурвица, конкретизируя степень оптимизма (или пессимизма) выбором величины α из интервала $[0; 1]$.

Например, при $\alpha=0,2$ получаем:

$$H_{0,2}(1)=0,2 \cdot 93000+0,8 \cdot 93000=93000; \quad H_{0,2}(2)=0,2 \cdot 174000+0,8 \cdot 88200=105360; \\ H_{0,2}(3)=100360; \quad H_{0,2}(4)=95360; \quad H_{0,2}(5)=90360.$$

Аналогично, при $\alpha=0,5$:

$$H_{0,5}(1)=93000; \quad H_{0,5}(2)=131100; \quad H_{0,5}(3)=126100; \quad H_{0,5}(4)=121100; \\ H_{0,5}(5)=116100.$$

При $\alpha=0,8$:

$$H_{0,8}(1)=93000; \quad H_{0,8}(2)=156840; \quad H_{0,8}(3)=151840; \quad H_{0,8}(4)=146840; \\ H_{0,8}(5)=141840.$$

Следовательно, по критерию Гурвица, обнаруживаем целесообразность выбора проекта элеватора мощностью 30 тыс. ц с ожидаемой прибылью соответственно 105360, 13110, 156840 ден. ед.

При подходе с позиций критерия Сэвиджа (упущенных возможностей и последующего сожаления об этом) строим матрицу сожалений.

Вначале найдем наибольшую величину прибыли для каждого состояния:

$$\beta_1=93000, \beta_2=102500, \beta_3=116800, \beta_4=131100, \beta_5=154400, \beta_6=159700, \\ \beta_7=174000.$$

Рассчитаем значения «сожалений» для каждого проекта при каждом сценарии, т.е. найдем недополученную прибыль по сравнению с максимально возможной при данном сценарии развития.

Для проекта $x_1=20$:

$$i=1, j=1, \text{ тогда } r_{11} = \beta_1 - w_{11} = 93000 - 93000 = 0,$$

$$i=1, j=2, \text{ тогда } r_{12} = \beta_2 - w_{12} = 102500 - 93000 = 9500,$$

$$r_{13} = 23800, r_{14} = 38100, r_{15} = 61400, r_{16} = 66700, r_{17} = 81000.$$

Аналогично посчитаем для оставшихся проектов, данные внесем в матрицу сожалений (табл. 2).

Таблица 2 – Матрица сожалений.

	$s_1 = 14$	$s_2 = 15$	$s_3 = 16$	$s_4 = 17$	$s_5 = 18$	$s_6 = 19$	$s_7 = 20$	Максимальное сожаление
$x_1 = 20$	0	9500	23800	38100	61400	66700	81000	81000
$x_2 = 30$	4800	0	0	0	0	0	0	4800
$x_3 = 40$	9800	5000	5000	5000	14000	5000	5000	14000
$x_4 = 50$	14800	10000	10000	10000	19000	10000	10000	19000
$x_5 = 60$	19800	15000	15000	15000	24000	15000	15000	24000

Применяем к ней пессимистический критерий Вальда. Для этого в полученной матрице определим по каждой строке наибольшую величину «сожаления» и найдем проект с минимальным значением:

$$\text{Min} (81000, 4800, 14000, 19000, 24400) = 4\ 800.$$

Для нашего примера по этому критерию оптимален проект элеватора мощностью 30 тыс. ц, т.е. снова выбор останавливается на второй альтернативе.

Таким образом, практически по всем критериям отдается предпочтение проекту 30 тыс. ц и лишь при глубоком пессимизме во взглядах на ожидаемый урожай – проекту 20 тыс. ц с гарантией ожидаемой прибыли

лишь в 93000 ден. ед. и, может быть, значительными упущенными возможностями. Остальные проекты рассматривать явно нецелесообразно.

Вопросы принятия управленческих решений в сельском хозяйстве нуждаются в более детальной математической проработке и выработке принципов и условий по повышению их эффективности [3]. Рассматриваемая задача рисков инвестиций в сельское хозяйство на примере строительства элеватора может быть рассмотрена с большим количеством параметров. Если добавить в качестве параметров, например, стоимость стройматериалов, расходы на содержание объекта, учесть зависимость стоимости строительства от времени года и т.п., можно создать в дальнейшем логистическую модель процесса функционирования целого агрокомплекса, обслуживаемого данным элеватором. Планируется продолжить работу в указанном направлении с применением методов линейного программирования.

Список литературы

1. Грешилов Л.А. Математические методы принятия решений. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
2. Камалжан А.Р. Принятие управленческих решений в условиях риска и неопределенности. Автореф. ... докт. экон. наук: 08.00.05. - Воронеж, 2000.
3. Шевереv С.Н. Повышение эффективности принятия управленческих решений в сельскохозяйственных предприятиях: на материалах Курской области: Дис. ... канд. экон. наук: 08.00.05 - Курск, 2006. - 142 с.
4. Шепель В.Н. Статистическое моделирование принятия решений в сельскохозяйственных предприятиях: Дис. ... д-ра экон. наук: 08.00.12 - Оренбург, 2005. 357 с.
5. Шикин Е., Чхартишвили А. Математические методы и модели в управлении. - М.: Дело, 2004.
6. Экономико-математические методы / Сост. Г.Н. Речко, М.А. Тынкевич. - Кемерово. 2001. URL: vtit.kuzstu.ru/books/shelf/145/doc/part1.html (дата обращения: 08.01.2016).

References

1. Greshilov L.A. Matematicheskie metody prinjatija reshenij. - M.: MGTU im. N.Je. Baumana, 2006.
2. Kamaljan A.R. Prinjatie upravlencheskih reshenij v uslovijah riska i neopredelenosti. Avtoref. ... dokt. jekon. nauk: 08.00.05. - Voronezh, 2000.
3. Sheverev S.N. Povyshenie jeffektivnosti prinjatija upravlenchekih reshenij v sel'skohozjajstvennyh predpriyatijah: na materialah Kurskoj oblasti: Dis. ... kand. jekon. nauk: 08.00.05 - Kursk, 2006. - 142 s.

4. Shepel' V.N. Statisticheskoe modelirovanie prinjatija reshenij v sel'skhozjajstvennyh predpriyatijah: Dis. ... d-ra jekon. nauk: 08.00.12 - Orenburg, 2005. 357 s.
5. Shikin E., Chhartishvili A. Matematicheskie metody i modeli v upravlenii. - M.: Delo, 2004.
6. Jekonomiko-matematicheskie metody / Cost. G.N. Rechko, M.A. Tynkevich. - Kemerovo. 2001. URL: vtit.kuzstu.ru/books/shelf/145/doc/part1.html (data obrashhenija: 08.01.2016).