

УДК 539.12.01

01.00.00 Физико-математические науки

**СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОНА И ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА**

Трунев Александр Петрович  
к.ф.-м.н., Ph.D., директор  
Scopus Author ID: 6603801161  
SPIN-код автора: 4945-6530  
*A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада*

В работе исследован вопрос об электромагнитной структуре релятивистского электрона в связи с теорией Янга-Миллса. Из уравнений электродинамики Лоренца и из теории электрона Дирака выведено уравнение, описывающее нелинейные волны скалярного потенциала. Показано, что по своим свойствам это уравнение аналогично уравнению, описывающему динамику поля в теории Янга-Миллса. Отмечается также связь уравнения электромагнитной структуры электрона с уравнением Шредингера. Скалярный потенциал является комплексной функцией, аналогично волновой функции в теории Шредингера. В обсуждаемой модели электрон представляет собой уединенную волну, возникающую в электромагнитном поле. Такая волна обладает свойствами заряженной частицы, могущей взаимодействовать с внешним электрическим и магнитным полем. Получено аналитическое решение, описывающее уединенные электромагнитные волны, распространяющиеся со скоростью меньше скорости света. Существование уединенных электромагнитных волн согласуется с гипотезой Герца, который предполагал, что катодные лучи являются некоторой формой волновых движений в электромагнитном поле. Предлагаемая модель электромагнитной структуры электрона, таким образом, позволяет решить проблему дуализма волна-частица, которая исторически возникла при интерпретации опытов с катодными лучами. Численное моделирование электромагнитной структуры электрона показывает, что начальное состояние типа сферической оболочки неустойчиво и распадется на пару нелинейных волн, которые покидают систему со скоростью света. При распаде же начального состояния сосредоточенного в окрестности начала координат, волны комплексной части потенциала затухают со временем, а реальная часть потенциала стремится к равновесному состоянию

Ключевые слова: КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА, ЭЛЕКТРОН.

UDC 539.12.01

Physics and mathematics

**ELECTRON STRUCTURE AND THE YANG-MILLS THEORY**

Alexander Trunev  
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D., C.E.O.  
Scopus Author ID: 6603801161

*A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

We have studied the question of the electromagnetic structure of a relativistic electron in connection with the Yang-Mills theory. From the Lorentz electrodynamic equations of and Dirac electron theory derived an equation describing nonlinear waves of the scalar potential. It is shown that this equation is similar to the equation describing the dynamics of the condensate in the Yang-Mills theory. There is also the connection to the Schrödinger equation: the scalar potential is a complex function, similar to the wave function in the Schrödinger theory. The model discussed electron is a solitary wave that occurs in the electromagnetic field. This wave has the properties of charged particles, able to interact with the external electric and magnetic field. An analytical solution describing solitary electromagnetic waves traveling at a speed less than the speed of light has been obtained. The existence of solitary electromagnetic waves consistent with the Hertz's hypothesis that suggested that cathode rays are a form of wave motion in an electromagnetic field. The proposed model of the electromagnetic structure of the electron thus solves the problem of duality wave-particle, which historically arose in the interpretation of experiments with cathode rays. Numerical modeling of electromagnetic electron structure shows that the initial state such as a spherical shell is unstable and disintegrates into a pair of nonlinear waves that leave the system with the speed of light. In the decay of the initial state concentrated in the neighborhood of the origin, waves of complex part of potential disappear with time, but a real part of the potential it tends to equilibrium

Keywords: ELECTRON, QUANTUM ELECTRODYNAMICS, NONLINEAR WAVES, YANG-MILLS THEORY

## Введение

Классическое калибровочное поле Янга-Миллса [1-4] играет большую роль в современной КХД как основа для квантования в различных моделях, описывающих динамику адронов, а также в связи с теорией гравитации и электромагнитного поля [4-31]. Как известно, теория Янга-Миллса описывает нелинейную динамическую систему, в которой осцилляции цвета демонстрируют хаотическое поведение [17-26]. Возникновение хаоса в динамической системе, описывающей осцилляции цвета, может иметь определенные макроскопические следствия, например, в форме конденсата элементарных частиц [10-16], в форме геометрической турбулентности [18] или в форме поля Янга-Миллса, аналогичного электромагнитному полю в теории Максвелла [4, 27-29].

Интересной особенностью нелинейной теории конденсата [10-13] является наличие статических решений, описывающих частицы и не имеющих сингулярности. Как известно, таких решений нет ни в теории Янга-Миллса [8-9], ни в общей теории относительности [32-33]. В этой связи представляется интересным построить теорию электрического заряда свободного от сингулярности [34-35].

Первая модель релятивистского электрона [36] была создана в теории Максвелла в 1903 г, еще до возникновения специальной теории относительности [37-38]. Вплоть до 1940 г модель Абрагама [36] являлась альтернативной к теории Лоренца-Эйнштейна [37-38], вынуждая экспериментаторов создавать все более точные методы измерения массы и скорости электронов [39].

Отметим, что электрона в теории Абрагама [36] имеет конечную электромагнитную энергию и импульс, тогда как в современной квантовой электродинамике используется гипотеза точечного заряда электрона [40].

Такое положение нельзя считать удовлетворительным, поэтому были развиты теории, описывающие структуру кварков и лептонов [41-44].

В настоящей работе построена модель заряда, основанная на теории электрона Лоренца [37] и теории электрона Дирака [45]. Установлено, что нелинейное уравнение, описывающее распределение электромагнитных потенциалов является аналогичным нелинейному уравнению, описывающему динамику конденсата в классической теории Янга-Миллса. Это свидетельствует, с одной стороны, что справедлива модель [41-44], в которой электроны и кварки состоят из трех преонов, обладающих как электрическим, так и сильным зарядом. С другой стороны, это означает, что классическое поле Янга-Миллса связано с электромагнитными и гравитационными полями [4-9], что может быть использовано, как в технических устройствах, так и для регистрации полей [27-29].

На основе теории электромагнитной структуры электрона развита модель электромагнитных уединенных волн, распространяющихся с конечной скоростью. Наличие электромагнитных уединенных волн согласуется с гипотезой Герца, который предполагал, что катодные лучи являются некоторой формой волновых движений в электромагнитном поле [46]. Таким образом, построено продолжение классической электродинамики в область параметров квантовой электродинамики без предположения о точечном заряде электрона.

### **Уравнения Янга-Миллса**

Теория Янга-Миллса [1] была предложена для объяснения сохранения изотопического спина. Согласно [1], изотопическому спину сопоставляется калибровочное поле, связанное с изотопическим спином, аналогично тому, как электромагнитное поле связано с электрическим зарядом. Дальнейшее

развитие теории и концепции цвета [2-3] привело к созданию квантовой хромодинамики, в которой поле Янга-Миллса представляется как динамическая система, состоящая из взаимодействующих цветовых полей [4].

В работах [16-17, 25] мы рассмотрели уравнения Янга-Миллса в произвольных системах отсчета, допускаемых принципом относительности Эйнштейна. Преобразование уравнений Янга-Миллса к подвижным осям осуществляется по стандартной схеме [4, 16-17, 25]. Рассмотрим динамическую систему, включающую метрический тензор  $g_{\mu\nu}$ , поле Янга-Миллса  $A_{\alpha\mu}$  и поле  $\varphi$ , которое преобразуется как тензор при координатных преобразованиях и реализует матричное представление поля Янга-Миллса. Лагранжиан системы имеет вид

$$\begin{aligned} S &= S_g + S_A + S_\varphi \\ S_g &= -\int R g^{1/2} dx - \Lambda \int g^{1/2} dx \\ S_A &= -\frac{1}{4} \int g^{1/2} F_{\alpha\mu\nu} F_\alpha^{\mu\nu} dx \\ S_\varphi &= -\frac{1}{2} \int g^{1/2} (\tilde{\varphi}_{\bullet\mu} \varphi^{\bullet\mu} + m^2 \tilde{\varphi} \varphi) dx \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь и ниже полагаем  $R = g^{ik} R_{ik}$ ,  $R_{ik}$  - тензор Риччи;  $\Lambda$  - космологическая постоянная;  $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha$  - тензор Римана,  $\Gamma_{kl}^i$  - символы Кристоффеля второго рода;  $\delta F_{\alpha\mu\nu} = \delta A_{\alpha\nu\bullet\mu} - \delta A_{\alpha\mu\bullet\nu}$ , точкой обозначено ковариантное дифференцирование:

$$\varphi_{\bullet\mu} = \frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu} + \Omega_\mu \varphi, \quad \Omega_\mu = G_\alpha A_\mu^\alpha + G_\sigma^\nu \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \quad (2)$$

$A_\mu^\alpha, G_\alpha$  - компоненты поля Янга-Миллса и генераторы группы соответственно. Как известно, в этом случае выполняются коммутационные соотношения

$$\varphi_{\bullet\mu\nu} - \varphi_{\bullet\nu\mu} = -(G_\alpha F_{\mu\nu}^\alpha + G_\sigma^\tau R_{\mu\nu\sigma}^\tau) \varphi \quad (3)$$

Уравнения поля, которые соответствуют каждому из действий (1) с индексом имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{S}_g}{\delta g_{\mu\nu}} &= g^{1/2} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) - \frac{1}{2} \Lambda g^{1/2} g^{\mu\nu} = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{S}_A}{\delta A_{\alpha\mu}} &= -g^{1/2} F_{\alpha\bullet\nu}^{\mu\nu} = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{S}_\varphi}{\delta \tilde{\varphi}} &= g^{1/2} (\varphi_{\bullet\mu}^\mu - m^2 \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

При совместном действии гравитационного поля, поля Янга-Миллса и скалярного поля имеем

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta g_{\mu\nu}} &= g^{1/2} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) - \frac{1}{2} \Lambda g^{1/2} g^{\mu\nu} + \frac{1}{2} T^{\mu\nu} = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta A_{\alpha\mu}} &= -g^{1/2} F_{\alpha\bullet\nu}^{\mu\nu} + J_\alpha^\mu = 0, \\ \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta \tilde{\varphi}} &= g^{1/2} (\varphi_{\bullet\mu}^\mu - m^2 \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь тензор плотности энергии-импульса и плотность тока Янга-Миллса определяются соответственно как

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= g^{1/2} \left( F_{\alpha\sigma}^\mu F_\alpha^{\nu\sigma} - \frac{1}{4} F_{\alpha\sigma\tau} F_\alpha^{\sigma\tau} \right) + g^{1/2} \tilde{\varphi}_{\bullet\mu}^{\bullet\mu} \varphi^{\bullet\nu} - \frac{1}{2} g^{1/2} g^{\mu\nu} (\tilde{\varphi}_{\bullet\sigma} \varphi^{\bullet\sigma} + m^2 \tilde{\varphi} \varphi), \\ J_\alpha^\mu &= g^{1/2} \tilde{\varphi} G_\alpha \varphi^{\bullet\mu}, \\ T_{\bullet\nu}^{\mu\nu} &= 0, \quad J_{\alpha\bullet\mu}^\mu = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Последние два условия на дивергенцию плотности тока и тензора плотности энергии-импульса являются следствием динамических уравнений (5).

### Уравнения Янга-Миллса с группой симметрии $SU(2)$

В метрике Минковского и при отсутствии тока уравнения Янга-Миллса с группой симметрии  $SU(2)$  принимают особенно простой вид  $F_{\alpha\bullet\nu}^{\mu\nu} = 0$ , что равносильно

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} F_{\mu\nu}^a + g_{YM} \varepsilon^{abc} A_{\mu}^b F_{\mu\nu}^c &= 0 \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a + g_{YM} \varepsilon^{abc} A_{\mu}^b A_{\nu}^c \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $g_{YM}$  – константа связи,  $\varepsilon^{abc}$  – единичный антисимметричный тензор третьего ранга.

Динамическая модель [19] следует из (7), если мы положим  $A_0^a = 0$ ,  $A_i^a = O_i^a f^{(a)}(t) / g_{YM}$ , где  $O_i^a$  – ортогональная матрица. Тогда система уравнений (7) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f^{(a)}}{dt^2} + (\mathbf{f}^2 - f^{(a)2}) f^{(a)} &= 0 \\ \mathbf{f}^2 &= f^{(1)2} + f^{(2)2} + f^{(3)2} \end{aligned} \quad (8)$$

Основные свойства системы уравнений (7) были изучены в работах [19-20] и других. Было установлено наличие областей стохастичности в фазовом пространстве динамической системы (7). Обзор результатов, полученных путем численного интегрирования системы уравнений (8), содержится в работе [17].

### Уравнения Янга-Миллса с группой симметрии $SU(3)$

В случае  $SU(3)$  симметрии уравнения Янга-Миллса приводятся к виду [4, 10-18, 27-29]

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} F_{\mu\nu}^B + g_{YM} f^{BCD} A_{\mu}^C F_{\mu\nu}^D &= 0 \\ F_{\mu\nu}^B &= \partial_{\mu} A_{\nu}^B - \partial_{\nu} A_{\mu}^B + g_{YM} f^{BCD} A_{\mu}^C A_{\nu}^D \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $B, C, D = 1, 2, 3, \dots, 8$  – цветовые индексы (число цветовых полей равно восьми);  $f^{BCD}$  – структурные константы калибровочной группы  $SU(3)$ .

Проблему моделирования можно упростить, рассматривая некоторые средние параметры [10-13]. Усредняя лагранжиан системы  $L_{SU(3)} = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu}$ , находим лагранжиан новой модели и систему динамических уравнений [10]

$$\begin{aligned} \phi_{tt}^a - \nabla^2 \phi^a + [(\chi^m \chi^m) + \lambda_1(\phi^a \phi^a) - \phi_0^2] \phi^a &= 0 \\ \chi_{tt}^m - \nabla^2 \chi^m + [(\phi^a \phi^a) + \lambda_2(\chi^m \chi^m) - \chi_0^2] \chi^m &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $a = 1, 2, 3; m = 4, 5, \dots, 8$  - цветовые индексы, по повторяющимся индексам осуществляется суммирование,  $\lambda_1, \lambda_2, \phi_0, \chi_0$  - параметры модели.

Рассмотрим задачу о распаде начального состояния в системе (10) в плоскости  $(t, x)$ , в ограниченной области пространства  $0 \leq x \leq L$ . Зададим все функции в начальный момент времени в виде  $u_i \exp[-k(x - x_i)^2], i = 1, \dots, 8$ , а их производные по времени равными нулю:

$$\phi_i^a(0, x) = 0, \chi_i^m(0, x) = 0, a = 1, 2, 3; m = 4, 5, \dots, 8. \quad (11)$$

Параметры системы зададим в виде [11]:

$$\lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_0 = A_0 = 1.6171579, \chi_0 = B_0 = 1.49273856.$$

Для удобства отображения данных введем обозначения

$$f_a = \phi^a(t, x), f_m = \chi^m(t, x), a = 1, 2, 3; m = 4, 5, \dots, 8.$$

Тогда в начальный момент времени имеем

$$f_i(0, x) = u_i \exp[-k(x - x_i)^2], \frac{\partial f_i}{\partial t} = 0, i = 1, \dots, 8 \quad (12)$$

Задача (10)-(12) была исследована численными методами в работе [17]. Был обнаружен своеобразный механизм развития турбулентности, при котором есть две взаимодействующих подсистемы, в одной из которых преобладают крупномасштабные и низкочастотные моды колебаний, а в другой – высокочастотные колебания с малой длиной волны. Отметим, что такой механизм развития турбулентности является характерным в случае гидродинамической турбулентности. Однако есть и существенное различие между двумя механизмами турбулентности заключающееся в том, что в системе (10) нет турбулентной диффузии, поэтому цвета не перемешиваются до однородного состояния, но каждый цвет существует индивидуально в

любом режиме колебаний [17]. Некоторые приложения модели (10) даны в работах [10-17, 27-29].

### Электромагнитная структура электрона

В классической электродинамике электрон, как и любой другой заряд, наделен электрическим и магнитным полем. Для описания собственных полей электрона используются скалярный и векторный потенциалы, удовлетворяющие уравнениям [37]:

$$\begin{aligned}\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi &= -\rho \\ \nabla^2\mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} &= -\frac{\mathbf{u}}{c} \rho\end{aligned}\quad (13)$$

В частном случае движения с постоянной скоростью векторный потенциал выражается через скалярный потенциал в виде [37]

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{u}}{c} \phi \quad (14)$$

Следовательно, проблема определения полей электрона сводится к задаче о потенциале скопления зарядов с заданной плотностью и скоростью центра масс.

Одним из следствий теории Лоренца-Эйнштейна [37-38] является дисперсионное соотношение между импульсом и энергией частицы, широко используемое в современной квантовой теории,

$$\frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 - m_0^2 c^2 = 0 \quad (15)$$



В квантовой механике энергия и импульс имеют смысл операторов дифференцирования. Заменим в уравнении (15) энергию и импульс на соответствующие операторы по формулам

$$E \rightarrow i\eta \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} \rightarrow -i\eta \nabla$$

В этих обозначениях стандартное уравнение релятивистской квантовой механики имеет вид

$$\left( \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 - m_0^2 c^2 \right) \psi = \eta^2 \left( -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \psi = 0 \quad (16)$$

Отметим, что уравнение (16) оказалось неэффективным при описании электрона, обладающего спином 1/2. Дирак предположил, что в случае электронов соответствующее уравнение является линейным по операторам дифференцирования, т.е. имеет вид [45]

$$\left( \frac{E}{c} - \alpha_i p_i - \alpha_0 m_0 c \right) \psi = 0 \quad (17)$$

Здесь введены переменные (матрицы), коммутирующие с операторами импульса и энергии и удовлетворяющие уравнениям [45]

$$\begin{aligned} \alpha_i^2 &= 1, \quad i = 0, 1, 2, 3. \\ \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i &= 0, \quad i \neq j \end{aligned} \quad (18)$$

Было установлено [34], что связь между импульсом и энергией в теории Абрагама [36] соответствует теории Дирака [45], тогда как теория Лоренца-Эйнштейна [37-38], следствием которой является дисперсионное соотношение (15), соответствует уравнению Клейна-Гордона (16).

Можно отметить, что уравнение Дирака (17) никак не соотносится с теорией Лоренца, основанной на уравнениях (13). В теории Лоренца электрон

явно представлен своими электрическими и магнитными полями, потенциалы которых описываются уравнениями (13). Именно для этих уравнений были выведены преобразования Лоренца [37]. В теории Дирака у свободного электрона вообще нет собственного электромагнитного поля, поскольку уравнение (17) не содержит электрического заряда. В этой теории электрон является фермионом, т.е. частицей со спином  $\frac{1}{2}$ , а динамика электрона описывается четырехкомпонентным спинорным полем [40].

Уравнение Дирака (17), описывающее движение электрона во *внешнем* электромагнитном поле можно записать в форме уравнения второго порядка [40]

$$\left( \left( \frac{i\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{e}{c} \phi \right)^2 - \left( i\hbar \nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - m_0^2 c^2 + \frac{e\hbar}{c} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{H} - i \frac{e\hbar}{c} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{E} \right) \psi = 0 \quad (19)$$

Здесь обозначено

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{\alpha} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Последние два слагаемых в уравнении (19) описывают взаимодействие магнитного момента электрона с магнитным и электрическим полем соответственно. Если энергия этого взаимодействия мала в сравнении, например, с энергией орбитального движения электрона в магнитном поле, то отбрасывая эти слагаемые, приходим к уравнению

$$\left( \left( \frac{i\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{e}{c} \phi \right)^2 - \left( i\hbar \nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - m_0^2 c^2 \right) \psi = 0$$

Наконец, раскрывая скобки и используя калибровку Лоренца для потенциалов, получим

$$\left( \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 - \frac{e}{c^2}(\phi E - c(\mathbf{A}\mathbf{p})) + \frac{e^2}{c^2}(\phi^2 - \mathbf{A}^2) - m_0^2 c^2 \right) \psi = 0 \quad (20)$$

В классической электродинамике плотность заряда в правой части уравнений (13) является заданной функцией координат и времени. В случае электронов и других частиц, обладающих электрическим зарядом, движение центра масс во внешних полях подчиняется закону Ньютона, в котором влияние внешних полей учитывается посредством силы Лоренца. Однако распределение заряда вокруг центра масс остается неизвестным.

Абрагам [36] считал электрон жесткой проводящей сферой конечного радиуса с поверхностным распределением заряда, а Лоренц [37] предполагал, что электрон испытывает деформацию в направлении движения. В современной квантовой электродинамике используется гипотеза точечного заряда электрона. Зададимся вопросом, каким должно быть уравнение, описывающее распределение плотности заряда электрона, чтобы решения системы уравнений (13) были совместны с уравнением (20)?

Для ответа на этот вопрос достаточно будет сравнить решения системы (13) с решениями уравнения (20). Для этого используем следующий прием. Как известно, пара решений системы (13) образует 4-вектор  $(\phi, \mathbf{A})$ . Составим из этих решений спинор по формуле [40]

$$\psi \epsilon = (\mathbf{A} \epsilon) + \phi \epsilon_0 \quad (21)$$

Здесь  $\epsilon_0$  - единичная матрица. Применим к обеим частям уравнения (21) слева оператор Даламбера, в результате, с учетом (13), получим

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi \epsilon = -\rho \left( \frac{(\mathbf{u} \epsilon)}{c} + \epsilon_0 \right) \quad (22)$$

Потребуем, чтобы спинор (21) удовлетворял уравнению (20). Отсюда находим условие совместности двух систем – (13) и (20)

$$\rho \epsilon_0 = \left( -\frac{e}{\eta^2 c^2} (\phi E - c(\mathbf{A} \mathbf{p})) + \frac{e^2}{\eta^2 c^2} (\phi^2 - \mathbf{A}^2) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \left( (\mathbf{A} \epsilon) + \phi \epsilon_0 \right) \left( \frac{(\mathbf{u} \epsilon)}{c} + \epsilon_0 \right)^{-1} \quad (23)$$

Поскольку в этом уравнении слева стоит единичная матрица, помноженная на скаляр, справа тоже должна быть единичная матрица, помноженная на скаляр, следовательно, необходимо потребовать, чтобы

$$\left( (\mathbf{A} \epsilon) + \phi \epsilon_0 \right) \left( \frac{(\mathbf{u} \epsilon)}{c} + \epsilon_0 \right)^{-1} = \lambda \epsilon_0 \quad (24)$$

Это уравнение выполняется автоматически при условии, что векторный потенциал задан в виде (14), т.е.

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{u}}{c} \phi$$

Отсюда находим, что  $\lambda = \phi$ . Подставляя выражение (24) в уравнение (23), приходим к уравнению, описывающему зависимость плотности заряда от потенциала,

$$\rho = \left( \frac{e^2 \phi^2}{\eta^2 c^2} (1 - \beta^2) - \frac{e \phi}{\eta^2 c^2} (E - (\mathbf{u} \mathbf{p})) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \phi \quad (25)$$

Здесь  $\beta^2 = u^2 / c^2$ . Наконец, подставим распределение плотности заряда в форме (25) в первое уравнение (13), в результате имеем [34]

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = - \left( \frac{e^2 \phi^2}{\eta^2 c^2} (1 - \beta^2) - \frac{e \phi}{\eta^2 c^2} (E - (\mathbf{u} \mathbf{p})) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \phi \quad (26)$$

Полученное уравнение описывает распределение потенциала электрона, совместное с уравнением Дирака (17). Для нахождения потенциала электрона, движущегося с постоянной скоростью вдоль оси  $Ox$ , применим преобразование Лоренца в форме

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \Phi = \frac{e \phi(x', y, z)}{m_0 c^2} \sqrt{1 - \beta^2} \quad (27)$$

В этом случае, заменяя в правой части уравнения (26) энергию и импульс по формулам  $E \rightarrow i\eta \frac{\partial}{\partial t}$ ,  $\mathbf{p} \rightarrow -i\eta \nabla$ , и замечая, что действие оператора  $E - (\mathbf{u} \mathbf{p})$  на функцию  $\phi = \phi(x', y, z)$  равно нулю, находим

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi = - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} (\Phi^2 - 1) \Phi \quad (28)$$

Отметим, что согласно (28) электромагнитная структура электрона определяется комптоновской длиной волны  $L = \eta / m_0 c$ .

Сравнивая уравнение (28) с уравнениями (8) и (10) видим их сходство, заключающееся в том, что во всех трех моделях присутствует кубическая нелинейность. Это позволяет предположить, что скалярный потенциал в теории Лоренца имеет аналог в теории Янга-Миллса. Действительно, в случае одного цвета система уравнений (10) сводится к одному уравнению

$$\phi_{tt} - \nabla^2 \phi + (\lambda_1 \phi^2 - \phi_0^2 + \chi_1^2) \phi = 0 \quad (29)$$

В случае уединенных волн уравнение (29) при соответствующем выборе параметров совпадает с уравнением (28), что и требовалось доказать.

Существует частное решение уравнения (28) в виде плоской уединенной волны

$$\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\cosh(\xi)}, \quad \phi = \frac{m_0 c^2}{e\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{2} \cosh^{-1}(\xi), \quad \xi = \frac{x-ut}{L\sqrt{1-\beta^2}} \quad (30)$$

Заметим, что потенциал электрона (30) не содержит особенности в начале координат. Кроме того, скорость распространения такого типа волны меньше скорости света. Если отождествить эту волну с электроном, то тем самым получает решение проблема дуализма волна-частица в квантовой механике.

Уравнение (26), описывающее структуру электрона, можно представить в форме

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = - \left( \frac{e^2 \phi^2}{\eta^2 c^2} (1-\beta^2) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \phi + \frac{ie\phi}{\eta c^2} \frac{d\phi}{dt} \quad (31)$$

Здесь полная производная по времени определяется стандартным образом  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$ . Скорость движения считается заданной, что обусловлено открытостью моделей электродинамики Лоренца и Максвелла-Герца, использованных при создании СТО [37-38].

Отметим, что в оригинальной теории Максвелла [47] полный ток представляется в виде суммы тока проводимости и тока смещения, тогда как в теории Максвелла-Герца полный ток равен сумме конвекционного тока и тока смещения – соответствующая система уравнений приведена, например, в [38]. В теории Максвелла [47] для замыкания модели используется закон Ома, тогда как свободный параметр скорости электрического заряда в модели Лоренца (13) дает свободу выбора инерциальной системы отсчета, что в

общем случае в теории Янга-Миллса приводит к очевидному следствию - ток это калибровочное явление [7].

Уравнение (31) связано с уравнением Шредингера, которое может быть выведено из (31) при некоторых упрощающих предположениях, аналогичных тем, которые используются при выводе уравнения Шредингера из уравнений квантовой электродинамики [40].

Поскольку в правой части (31) содержится комплексный параметр, это уравнение можно представить в виде системы двух уравнение для двух вещественных функций. Полагая  $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ , находим

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} &= - \left( \frac{e^2 (\phi_1^2 - 3\phi_2^2)}{\eta^2 c^2} (1 - \beta^2) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \phi_1 - \frac{e}{\eta c^2} \frac{d\phi_1 \phi_2}{dt} \\ \nabla^2 \phi_2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} &= - \left( \frac{e^2 (3\phi_1^2 - \phi_2^2)}{\eta^2 c^2} (1 - \beta^2) - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} \right) \phi_2 + \frac{e}{2\eta c^2} \frac{d}{dt} (\phi_1^2 - \phi_2^2) \end{aligned} \quad (32)$$

Соответственно уравнение (28), описывающее поле электрона, движущегося с постоянной скоростью, также можно представить в виде системы двух уравнений

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_1 &= - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} (\Phi_1^2 - 3\Phi_2^2 - 1) \Phi_1 \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_2 &= - \frac{m_0^2 c^2}{\eta^2} (-\Phi_2^2 + 3\Phi_1^2 - 1) \Phi_2 \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь безразмерный потенциал определяется согласно (27). Отметим, что система уравнений (33) является аналогичной системе уравнений, описывающих частицу конденсата в теории Янга-Миллса [10-15]:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= \phi [\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_\infty^2)] \\ \nabla^2 \chi &= \chi [\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_\infty^2)] \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, мы указали связь уравнений описывающих электромагнитную структуру электрона с уравнениями Янга-Миллса, что, очевидно, является следствием более общей связи теории Максвелла с теорией Янга-Миллса [7]. С физической точки зрения такая связь указывает также на общность строения кварков и лептонов в теории преонов [41-44].

Теория уединенных и нелинейных волн, описываемых системой уравнений (32) позволяет разрешить проблему дуализма волна-частица, которая возникла в теории катодных лучей в конце 19 века. Как известно, в английской школе физиков предполагалось, что катодные лучи состоят из корпускул электричества – электронов. Тогда как в немецкой школе физиков считалось, что катодные лучи это разновидность электромагнитных продольных волн [46, 48].

В этой связи заметим, что уравнение (31) является следствием системы уравнений (13), которую Лоренц вывел из уравнений Максвелла [47]. С другой стороны, электромагнитное поле электрона в классической электродинамике Лоренца можно рассматривать как остаточное поле, возникающее при усреднении квантовых полей, описываемых системой уравнений (32). Однако решения волнового уравнения (31) зависят от массы частицы, что указывает на связь уединенных волн типа (30) с корпускулами электричества, т.е. с электронами. Таким образом, разрешается вопрос о дуализме волна-частица в теории катодных лучей.

### **Численное моделирование структуры электрона**

Рассмотрим структуру покоящегося электрона в сферической системе координат. Положим скорость движения заряда равной нулю в системе уравнений (32) и сделаем замену переменных



$$x_j \rightarrow x_j / L, \quad t \rightarrow ct / L, \quad \phi_i \rightarrow \frac{e\phi_i}{m_0c^2}$$

В результате, приведем систему уравнений (32) к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi_1 - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} &= -(\phi_1^2 - 3\phi_2^2 - 1)\phi_1 - \frac{\partial \phi_1 \phi_2}{\partial t} \\ \nabla^2 \phi_2 - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} &= -(3\phi_1^2 - \phi_2^2 - 1)\phi_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_1^2 - \phi_2^2) \end{aligned} \quad (35)$$

Рассмотрим задачу о распаде начального сферически симметричного состояния в системе (35), имеем систему уравнений и начальные данные задачи:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \phi_1 - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} &= -(\phi_1^2 - 3\phi_2^2 - 1)\phi_1 - \frac{\partial \phi_1 \phi_2}{\partial t} \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \phi_2 - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} &= -(3\phi_1^2 - \phi_2^2 - 1)\phi_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\phi_1^2 - \phi_2^2) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\phi_1(0, r) = ar^n \exp[-(r - r_0)^2 / r_a^2], \quad \phi_2(0, r) = 0, \quad \frac{\partial \phi_i(0, r)}{\partial t} = 0$$

$$\phi_1(t, 0) = \phi_0, \quad \phi_2(t, 0) = 0, \quad \phi_1(t, R) = aR^n \exp[-(R - r_0)^2 / r_a^2], \quad \phi_2(t, R) = 0$$

Здесь параметр  $\phi_0 = a \exp[-(r_e - r_0)^2 / r_a^2]$  задается при условии, что  $n = 0$  на внутренней границе области интегрирования совпадающей с классическим радиусом электрона  $r_e = e^2 / 6\pi m_0 c^2$ .

Рассмотрим вопрос об устойчивости сферического электрона в теории Абрагама [36-37] на основе численного решения задачи (36). Пространственно-временное распределение действительной и мнимой части потенциала после распада начального состояния представлено на рис. 1. Из этих данных следует, что сферическая оболочка неустойчива, после ее распада возникает две волны конечной амплитуды, одна из которых движется к центру системы, а другая - к ее внешней границе. После отражения от

центра системы волна уходит на внешнюю границу и, таким образом, начальное состояние в форме оболочки распадается, а возникающие при этом волны покидают систему – рис. 1-2.

$a = 0.25 ; n = 0 ; r_0 = 6 ; r_a = 0.25 ;$

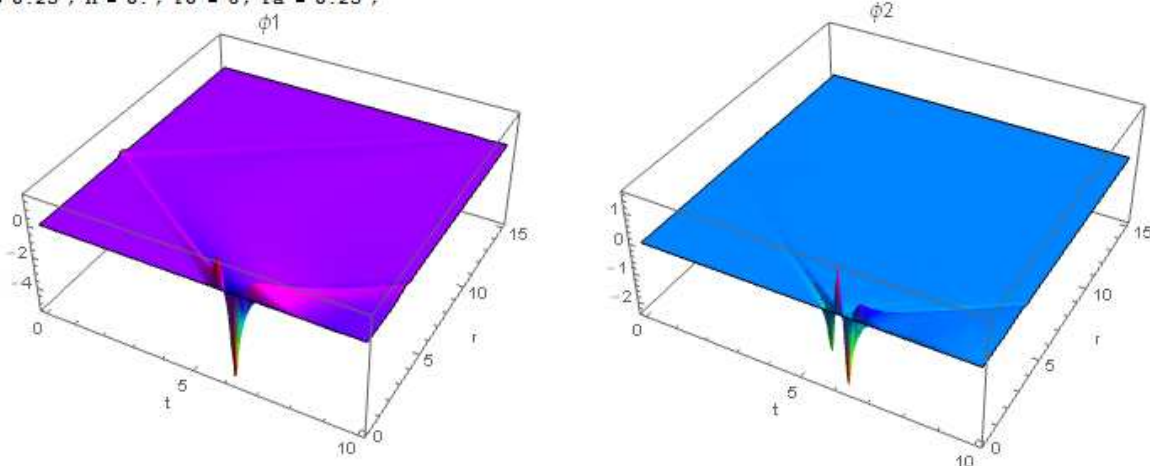


Рис. 1. Распад начального состояния в системе (36) с начальными данными  $a = 0.25; n = 0; r_0 = 6; r_a = 0.25; R = 30$ .

$a = 0.2 ; n = 0 ; r_0 = 4 ; r_a = 1.$

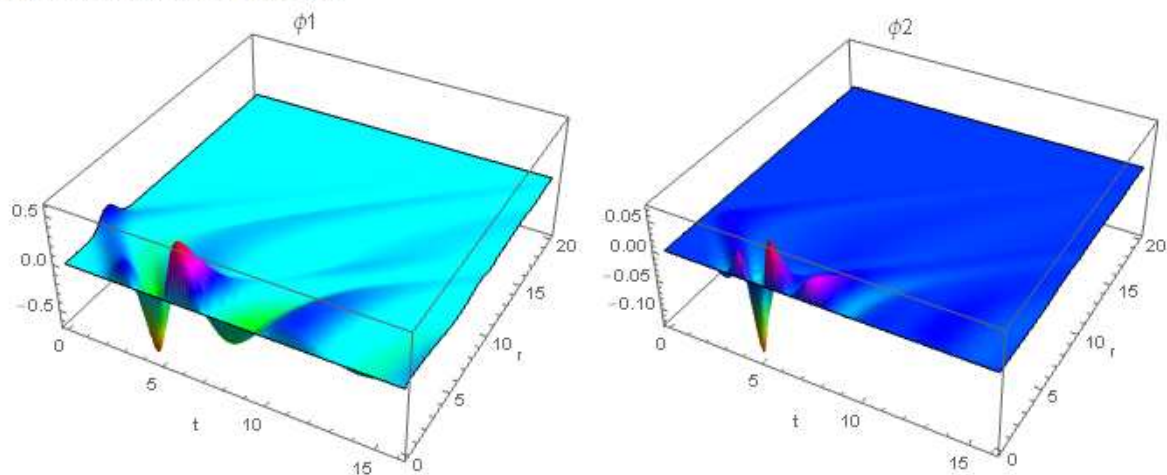


Рис. 2. Распад начального состояния в системе (36) с начальными данными  $a = 0.2; n = 0; r_0 = 4; r_a = 1; R = 30$ .

При распаде же начального состояния сосредоточенного в окрестности начала координат, волны комплексной части потенциала затухают со временем, а реальная часть потенциала стремится к равновесному состоянию – рис. 3.

$a = 0.2; n = 0; r_0 = 0; r_a = 1.$

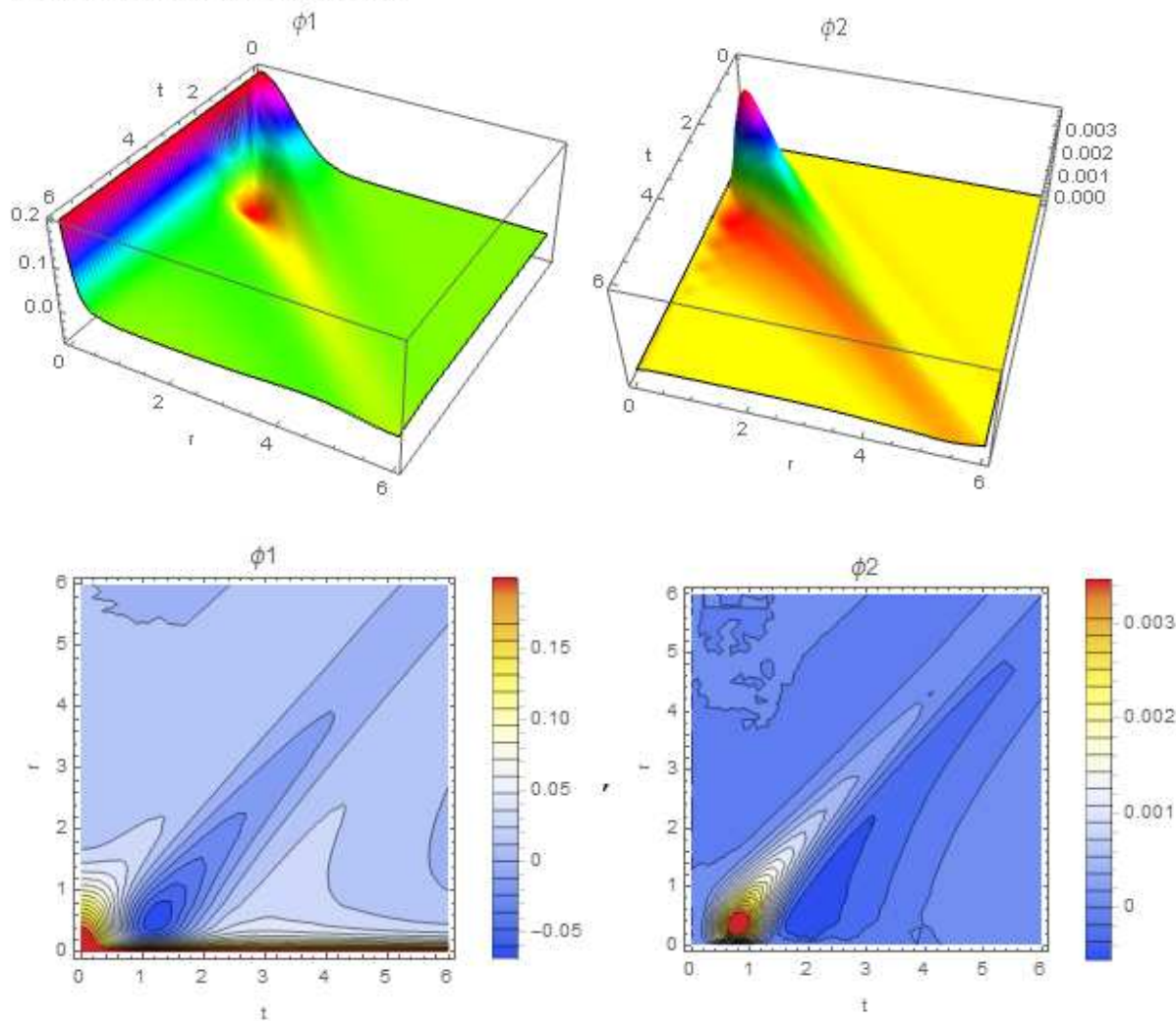


Рис. 3. Распад начального состояния в системе (36) с начальными данными  $a = 0.2; n = 0; r_0 = 0; r_a = 1; R = 30$ .

Данные, приведенные на рис. 3, свидетельствуют в пользу модели Абрагама [36] для покоящегося электрона. В случае движущегося электрона

сферическая симметрия задачи нарушается. Если скорость является постоянной, а движение установившимся, то выполняется система уравнений (33), которая описывает сферически симметричное поле в переменных  $(x', y, z)$ .

Следовательно, сферическая поверхность в координатах  $(x', y, z)$  представляется сжатой вдоль направления движения в исходных координатах  $(x, y, z)$  в соответствии с преобразованием Лоренца.

Отметим, что мнимая часть потенциала возбуждается по мере распространения волн действительной части, что обусловлено вторым слагаемым в правой части во втором уравнении (36). Волны действительной и мнимой части потенциала сравниваются по амплитуде при отражении от центра симметрии - рис. 1-2.

Эти результаты показывают, что электрон не может быть случайным образованием, но существует только при определенной комбинации параметров, как в аналогичной задаче в теории Янга-Миллса [10-13]. Однако сама эта комбинация, так или иначе, должна быть связана с параметрами электрона – массой и зарядом. Используя тот факт, что система уравнений (36) не содержит параметров (в отличие, например, от системы (10) в теории Янга-Миллса), можно свести задачу определения структуры электрона к краевым условиям, задавая поведение потенциала на границах области интегрирования.

Развитая модель электромагнитной структуры электрона может оказаться полезной при моделировании взаимодействия электронов с электромагнитным полем и с полем Янга-Миллса в технических устройствах типа [29].

**Библиографический список**

1. Yang N., Mills R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance// Phys. Rev., 96, 191, 1954.
2. Bogoliubov N.N., Struminsky B.V., Tavkhelidze A.N. On composite model in the theory of elementary particles. JINR publication D-1968, Dubna, 1965.
3. Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyler H. Advantages of the color octet gluon picture// Phys. Lett. B 47, 365, 1973.
4. Девиэт Б.С. Динамическая теория групп и полей. – Москва, Наука, 1987.
5. Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field// J. Math. Phys. 2? 212? 1961.
6. Pie-Ming Ho. Generalized Yang-Mills Theory and Gravity//arXiv:1501.05378v2 [hep-th] 10 Feb 2015.
7. Krivonosov L.N., Luk'aynov V.A. The relationship between the Yang-Mills and Einstein and Maxwell Equations// J. SibFU, Math. and Phys, 2(2009), no. 4, 432–448 (in Russian).
8. Krivonosov L.N, Luk'yanov V.A. The Full Decision of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics // Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2011, 4 (3), 350-362 (in Russian).
9. Кривonosов Л.Н., Лукьянов В.А. Решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметрической метрики при наличии электромагнитного поля.// Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, Вып.3, 2013.
10. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.
11. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
12. Dzhunushaliev V. Phase transition for gluon field: a qualitative analysis// arXiv:1211.4944v1 [hep-ph]
13. Dzhunushaliev V., Makhmudov A. Scalar model of glueball in nonperturbative quantisation à la Heisenberg// arXiv:1505.07005v1 [hep-ph], 24 May, 2015.
14. Трунев А.П. Спектр масс адронов и термодинамика глюонов// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1561 – 1574.
15. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>
16. Трунев А.П. О возбуждении электромагнитного излучения, ядерных реакций и распада частиц ускорением// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №109(05). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/90.pdf>
17. Трунев А.П. Моделирование нелинейных цветовых колебаний в теории Янга-Миллса / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ)

[Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №06(110). С. 1654 – 1673. – IDA [article ID]: 1101506108. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/108.pdf>

18. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.

19. Matinyan S.G., Savvidy G.K. and Ter-Arutyunyan-Savvidy N. G. Classical Yang-Mills mechanics. Nonlinear color oscillations// Sov. Phys. JETP, 80, 830-838, 1981; JETP Lett. 34, 590, 1981.

20. Matinyan S.G., E.B. Prokhorenko and G.K. Savvidy. Non-integrability of time-dependent spherically symmetric Yang-Mills equations//Nucl. Phys. B 298, 414, 1988.

21. Biro T.S., Matinyan S.G. and Muller B. Chaos and Gauge Field Theory/World Sci. Lect. Notes Phys. 56, 1, Singapore, 1994.

22. Matinyan S, Muller B. Quantum Fluctuations and Dynamical Chaos: An Effective Potential Approach// October 31, 1996, <http://cds.cern.ch/record/313828/files/9610233.pdf>

23. Matinyan S. Chaos in the Yang-Mills theory and cosmology: quantum aspects// arXiv:hep-th/0612102v1, 11 Dec 2006.

24. Verera A., Buniy R.V., Kephart T.W., Pas H., Rosa J.G. Knotty inflation and the dimensionality of spacetime// arXiv:1508.01458v1 [hep-ph] 6 Aug 2015.

25. Трунев А.П. Уравнения Максвелла и Янга-Миллса в метрике ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №108(04).

26. Barrow J.D., Levin J. Chaos in the Einstein-Yang-Mills Equations//arXiv:gr-gc/9706065, 20 Jun 1997.

27. Трунев А.П. Усилитель поля Янга-Миллса// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №07(111). – IDA [article ID]: 1111507077. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/07/pdf/77.pdf>

28. Трунев А.П. Конденсатор поля Янга-Миллса / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №08(112). С. 2014 – 2034. – IDA [article ID]: 1121508145. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2015/08/pdf/145.pdf>, 1,312 у.п.л.

29. Трунев А.П. Теория относительности и динамическая модель движителя электромагнитного типа / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №02(116). С. 1733 – 1756. – IDA [article ID]: 1161602107. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/107.pdf>, 1,5 у.п.л.

30. Luscher M., Properties and uses of the Wilson flow in lattice QCD//JHEP 08 (2010), 071.

31. Luscher M. Future applications of the Yang-Mills gradient flow in lattis QCD// arXiv: 1308.5598 [hep-lat], 26 August, 2013.

32. Einstein A. Demonstration of the Non-existence of Gravitational Fields with a Non-vanishing Total Mass free Singularities// Revista Univ. nac. Tucuman, ser A, 2, N 1-2, 11-15, 1941.

33. Einstein A., Pauli W. Non-existence of Regular Stationary Solutions of Relativistic Field Equation// *Ann. Math.*, 44,131-137, 1943.
34. Trunев А.П. Structure of electron in the classic and quantum electrodynamics//*Chaos and Correlation*, July 7, 2010.
35. Dzhunushaliev V., Zloshchastiev K. G. Singularity-free model of electric charge in physical vacuum: Non-zero spatial extent and mass generation// *arXiv: 1204.6380v5*, 27 Mar, 2013.
36. Abraham Max. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// *Annalen der Physik*, 315 (1), 1903, 105–179.
37. Lorentz H. A. The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat; a course of lectures delivered in Columbia university, New York, in March and April 1906, New York, [NY.]: Columbia University Press.
38. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper// *Annalen der Physik*, 322 (10), 1905, 891–921.
39. Rogers, M. M. et al. A Determination of the Masses and Velocities of Three Radium B Beta-Particles// *Physical Review*, 57, 1940, 379–383.
40. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. IV/В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1989, - 728 с.
41. Alexander Trunев. Preons dynamics and structure of quarks and leptons// Polythematic electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (*Journal KubGAU*) [electronic resource]. - Krasnodar KubGAU, 2013. - № 04 (088). - Mode of access: <http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/64.pdf>
42. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model// *arXiv:hep-th/0603022v2*.
43. Finkelstein R.J. An  $SL_q(2)$  Extension of the Standard Model// *arXiv:1205.1026v3*
44. Finkelstein R. J. The Preon Sector of the  $SL_q(2)$  (Knot) Model//*arXiv:1301.6440v1* [hep-th] 28 Jan 2013.
45. Dirac P. Theory of Electrons and Positrons/Nobel Lecture, December 12, 1933.
46. Hertz H. Versuche ueber die Glimmentladung//*Ann d Phys.* XIX, 782, 1883.
47. James Clerk Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field// *Phil. Trans. R. Soc. London*, 155, 1865.
48. Whittaker E.T. A History of the Theories of Aether and Electricity. The Classical Theories. - Thomas Nelson and Sons Ltd., London-Edinburgh-Paris-Melbourne-Toronto-NY, 1951.

## References

1. Yang N., Mills R.L. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance// *Phys. Rev.*, 96, 191, 1954.
2. Bogoliubov N.N., Struminsky B.V., Tavkhelidze A.N. On composite model in the theory of elementary particles. JINR publication D-1968, Dubna, 1965.
3. Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyler H. Advantages of the color octet gluon picture// *Phys. Lett. B* 47, 365, 1973.
4. Devitt B.S. *Динамическая теория групп и полей*. – Москва, Наука, 1987.

5. Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field// J. Math. Phys. 2? 212? 1961.
6. Pie-Ming Ho. Generalized Yang-Mills Theory and Gravity//arXiv:1501.05378v2 [hep-th] 10 Feb 2015.
7. Krivonosov L.N., Luk'aynov V.A. The relationship between the Yang-Mills and Einstein and Maxwell Equations// J. SibFU, Math. and Phys, 2(2009), no. 4, 432–448 (in Russian).
8. Krivonosov L.N, Luk'yanov V.A. The Full Decision of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics // Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2011, 4 (3), 350-362 (in Russian).
9. Krivonosov L.N., Luk'janov V.A. Reshenie uravnenij Janga-Millsa dlja central'no-simmetricheskoj metriki pri nalichii jelektromagnitnogo polja./ Prostranstvo, vremja i fundamental'nye vzaimodejstvija, Vyp.3, 2013.
10. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.
11. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
12. Dzhunushaliev V. Phase transition for gluon field: a qualitative analysis// arXiv:1211.4944v1 [hep-ph]
13. Dzhunushaliev V., Makhmudov A. Scalar model of glueball in nonperturbative quantisation `a la Heisenberg// arXiv:1505.07005v1 [hep-ph], 24 May, 2015.
14. Trunев A.P. Spektr mass adronov i termodinamika gljuonov// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 1561 – 1574.
15. Trunев A.P. Modelirovanie massy adronov i jenerгии возбuzhdennyh sostojanij atomnyh jader v modeli gljuonnogo kondensata // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №07(81). S. 545 – 554. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>
16. Trunев A.P. O возбuzhdenii jelektromagnitnogo izluchenija, jadernyh reakcij i raspada chastic uskoreniem// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №109(05). – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/90.pdf>
17. Trunев A.P. Modelirovanie nelinejnyh cvetovyh kolebanij v teorii Janga-Millsa / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №06(110). S. 1654 – 1673. – IDA [article ID]: 1101506108. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/108.pdf>
18. Trunев A.P. Geometricheskaja turbulentsnost' i kvantovaja teorija. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 s.
19. Matinyan S.G., Savvidy G.K. and Ter-Arutyunyan-Savvidy N. G. Classical Yang-Mills mechanics. Nonlinear color oscillations// Sov. Phys. JETP, 80, 830-838, 1981; JETP Lett. 34, 590, 1981.
20. Matinyan S.G., E.B. Prokhorenko and G.K. Savvidy. Non-integrability of time-dependent spherically symmetric Yang-Mills equations//Nucl. Phys. B 298, 414, 1988.



21. Biro T.S., Matinyan S.G. and Muller B. Chaos and Gauge Field Theory/World Sci. Lect. Notes Phys. 56, 1, Singapore, 1994.
22. Matinyan S, Muller B. Quantum Fluctuations and Dynamical Chaos: An Effective Potential Approach// October 31, 1996, <http://cds.cern.ch/record/313828/files/9610233.pdf>
23. Matinyan S. Chaos in the Yang-Mills theory and cosmology: quantum aspects// arXiv:hep-th/0612102v1, 11 Dec 2006.
24. Berera A., Buniy R.V., Kephart T.W., Pas H., Rosa J.G. Knotty inflation and the dimensionality of spacetime// arXiv:1508.01458v1 [hep-ph] 6 Aug 2015.
25. Trunев A.P. Uravnenija Maksvella i Janga-Millsa v metrike uskorennyh i vrashhajushhihsja sistem otscheta v obshhej teorii odnositel'nosti// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №108(04).
26. Barrow J.D., Levin J. Chaos in the Einstein-Yang-Mills Equations//arXiv:gr-gc/9706065, 20 Jun 1997.
27. Trunев A.P. Usilitel' polja Janga-Millsa// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №07(111). – IDA [article ID]: 1111507077. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/07/pdf/77.pdf>
28. Trunев A.P. Kondensator polja Janga-Millsa / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №08(112). S. 2014 – 2034. – IDA [article ID]: 1121508145. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2015/08/pdf/145.pdf>, 1,312 u.p.l.
29. Trunев A.P. Teorija odnositel'nosti i dinamicheskaja model' dvizhitelja jelektromagnitnogo tipa / A.P. Trunев // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №02(116). S. 1733 – 1756. – IDA [article ID]: 1161602107. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/107.pdf>, 1,5 u.p.l.
30. Luscher M., Properties and uses of the Wilson flow in lattice QCD//JHEP 08 (2010), 071.
31. Luscher M. Future applications of the Yang-Mills gradient flow in lattis QCD// arXiv: 1308.5598 [hep-lat], 26 August, 2013.
32. Einstein A. Demonstration of the Non-existence of Gravitational Fields with a Non-vanishing Total Mass free Singularities// Revista Univ. nac. Tucuman, ser A, 2, N 1-2, 11-15, 1941.
33. Einstein A., Pauli W. Non-existence of Regular Stationary Solutions of Relativistic Field Equation// Ann. Math., 44,131-137, 1943.
34. Trunев A.P. Structure of electron in the classic and quantum electrodynamics//Chaos and Correlation, July 7, 2010.
35. Dzhunushaliev V., Zloshchastiev K. G. Singularity-free model of electric charge in physical vacuum: Non-zero spatial extent and mass generation// arXiv: 1204.6380v5, 27 Mar, 2013.
36. Abraham Max. Prinzipien der Dynamik des Elektrons// Annalen der Physik, 315 (1), 1903, 105–179.

37. Lorentz H. A. The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat; a course of lectures delivered in Columbia university, New York, in March and April 1906, New York, [NY.]: Columbia University Press.
38. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper// *Annalen der Physik*, 322 (10), 1905, 891–921.
39. Rogers, M. M. et al. A Determination of the Masses and Velocities of Three Radium B Beta-Particles// *Physical Review*, 57, 1940, 379–383.
40. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaja fizika: Uchebnoe posobie*. V 10 t. T. IV/V.B. Beresteckij, E.M. Lifshic, L.P. Pitaevskij. *Kvantovaja jelektrodinamika*. – 3-e izd., ispr. – M.: Nauka, Gl. Red. Fiz.-mat. Lit., 1989, - 728 s.
41. Alexander Trunev. Preons dynamics and structure of quarks and leptons// Polythematic electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (Journal KubGAU) [electronic resource]. - Krasnodar KubGAU, 2013. - № 04 (088). - Mode of access: <http://ej.kubagro.ru/2013/04/pdf/64.pdf>
42. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model// arXiv:hep-th/0603022v2.
43. Finkelstein R.J. An  $SL_q(2)$  Extension of the Standard Model// arXiv:1205.1026v3
44. Finkelstein R. J. The Preon Sector of the  $SL_q(2)$  (Knot) Model//arXiv:1301.6440v1 [hep-th] 28 Jan 2013.
45. Dirac P. Theory of Electrons and Positrons/Nobel Lecture, December 12, 1933.
46. Hertz H. Versuche ueber die Glimmentladung//*Ann d Phys*. XIX, 782, 1883.
47. James Clerk Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field// *Phil. Trans. R. Soc. London*, 155, 1865.
48. Whittaker E.T. *A History of the Theories of Aether and Electricity. The Classical Theories*. - Thomas Nelson and Sons Ltd., London-Edinburgh-Paris-Melbourne-Toronto-NY, 1951.