

УДК 631

UDC 631

05.00.00 Технические науки

Technical sciences

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ОПИСЫВАЮЩИХ АКУСТИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ АКУСТОМАГНИТНОГО АППАРАТА И УСТАНОВЛЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ ДЛЯ СОЗДАНИЯ НОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ АКУСТОМАГНИТНЫХ АППАРАТОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ГИДРОПОННЫХ УСТАНОВКАХ

MATHEMATICAL EQUATIONS ANALYSIS OF ACOUSTIC AND ELECTROMAGNETIC FIELDS ARE CREATED BY ACOUSTIC MAGNETIC DEVICE AND DETERMINATION OF SIMILARITY CRITERIA FOR THE CREATION OF NEW CONSTRUCTIONS OF ACOUSTIC MAGNETIC DEVICES DESIGNED FOR USE IN HYDROPONIC SYSTEMS

Коржаков Алексей Валерьевич
к.т.н., доцент
Адыгейский государственный университет, Майкоп, Республика Адыгея, Россия

Korzhakov Alexey Valeryevich
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Adyghe State University, Maikop, the Republic of Adygheya, Russia

Лойко Валерий Иванович
д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки РФ
РИНЦ SPIN-код: 7081-8615
Кубанский государственный аграрный университет, Россия, 350044, Краснодар, Калинина, 13

Loiko Valery Ivanovich
Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored scientific Worker of the Russian Federation
RSCI SPIN-code: 7081-8615
Kuban state agrarian university Krasnodar, Russia

Коржакова Светлана Александровна
к.с.н., доцент

Korzhakova Svetlana Aleksandrovna
Candidate of Sociology, Associate professor

Коржаков Валерий Евгеньевич
к.т.н., доцент
Адыгейский государственный университет, Майкоп, Республика Адыгея, Россия

Korzhakov Valery Evgenievich
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Adyghe State University, Maikop, the Republic of Adygheya, Russia

Условия, в которых протекает работа акусто-магнитного аппарата, являются сложными по количеству взаимосвязей. Решать задачи в таких условиях аналитическим путём затруднительно из-за большого количества переменных и сложности некоторых зависимостей. В статье рассмотрены условия, в которых протекает работа акусто-магнитного аппарата, предназначенного для безреагентной обработки гидропонного раствора. Рассмотрены критерии, устанавливающие начальное состояние цепей, содержащих взаимные индуктивности. В работе установлены критерии, связывающие физические параметры среды с выходными параметрами аппарата. Обеспечено подобие условий теплоотдачи на поверхности аппарата, и установлена связь масштаба температуры и мощности, теряемой при нагревании феррита и обмоток аппарата. Установлен критерий процесса теплоотдачи. Установлен критерий, определяющий отношение температуры окружающей среды к тепловому режиму работы аппарата. Установлен критерий условий на границах системы и кавитирующей жидкости. Установлено, что при работе акусто-магнитного аппарата в технологическом объеме жидкости возникает кавита-

Conditions in which the work of acoustic magnetic device proceeds are complicated because of the number of interconnections. Solving problems under such conditions analytically is difficult because of many variables and complexity of some dependencies. The article describes the conditions in which the work of acoustic magnetic device, designed for nonchemical treatment of hydroponic solution, takes place. The criteria, establishing the initial state of the chains, containing mutual inductance, are analyzed. The work establishes the criteria relating the physical parameters of the environment with the output parameters of the device. The similarity of conditions of heat transfer on the surface of the device is provided, and the relation of the scale of temperature and power lost when heating the ferrite and winding machine is determined. The criterion of the heat transfer process is defined. The criterion, determining the relation of the environment temperature to the thermal mode of the acoustic magnetic device, is defined. The criterion of the conditions at the boundaries of the system and cavitating liquid is determined. It is found, that the cavitation area appears in the technological volume of liquid at the work of acoustic magnetic device. The criterial equation for geometric parameters of different types and constructions of the acoustic magnetic

ционная область. Установлено критериальное уравнение геометрических параметров разных типов и конструкций АМА. В соответствии с поставленной задачей на основе третьей теоремы подобия, выбрана группа критериев, которая обеспечивает подобие модели предлагаемому оригиналу по всем существующим показателям

device is defined. In accordance with the task based on the third theorem of similarity, the group of criteria that provides the similarity of the model to the proposed original by all existing indicators, is selected

Ключевые слова: АКУСТО-МАГНИТНЫЙ АППАРАТ, КРИТЕРИЙ ПОДОБИЯ, ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ, ПРОЦЕСС ТЕПЛООТДАЧИ, ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

Keywords: ACOUSTIC MAGNETIC DEVICE, SIMILARITY CRITERION, PHYSICAL PARAMETERS, GEOMETRIC PARAMETERS, HEAT TRANSFER PROCESS, THERMAL REGIME

Актуальность исследования.

Условия, в которых протекает работа акусто-магнитного аппарата, являются сложными по количеству взаимосвязей и по характеру. Решать задачи в таких условиях аналитическим путём затруднительно из-за большого количества переменных и сложности некоторых зависимостей. Сравнение явления в модели и оригинале с результатом анализа, позволяет уточнить условия моделирования. Методами моделирования, основанными на теории подобия можно найти критерии подобия для процессов, протекающих в оригинале, и выделить из их числа определяющие критерии. Критерии, содержащие искомые параметры процесса, являются следствием подобия и должны рассматриваться как функции определяющих критериев. Определяющие критерии должны состояться из заданных параметров элементов системы и независимых параметров процесса.

Постановка и решение задачи.

Анализ измеряемых величин при исследовании процессов, протекающих при работе акусто-магнитного аппарата (АМА), связан с установлением вида функциональной зависимости между переменными, характеризующими процесс. Вид этих функциональных зависимостей устанавливается при обобщении экспериментальных данных.

Таким образом, теория дает возможность ответить на следующие важные вопросы, возникающие при планировании эксперимента, обработ-

ке опытных данных и использовании эмпирических результатов: какие величины надо измерять в опыте; как обрабатывать результаты опыта; в каких пределах можно пользоваться полученной эмпирической зависимостью.

Установить и создать подобие явлений возможно при помощи третьей теоремы подобия. Согласно этой теореме необходимым и достаточным условием для создания подобия является соответствие сходственных параметров, входящих в условия однозначности, и равенство определяющих критериев подобия. Условия однозначности определяют индивидуальные особенности процесса, выделяя из многообразия процессов данного класса конкретный. К ним относятся факторы и условия, не зависящие от механизма самого явления:

- геометрические свойства системы, в которой протекает процесс;
- физические параметры среды и тел, образующих систему;
- начальное состояние системы;
- условия на границах системы и кавитирующей жидкости;
- взаимодействие объекта и внешней среды.

Для того чтобы установить и создать критериальные зависимости необходимо рассмотреть процессы, протекающие в акусто-магнитном поле, для этого воспользуемся рядом критериев, установленных согласно условию однозначности: $\pi_1 \pi_2 \pi_3 \pi_4 \dots \pi_n$.

Протекание процессов в акусто-магнитном поле характеризуется следующими критериями подобия:

- обобщенные критерии геометрических параметров разных типов и конструкций АМА;
- критерии, связывающие физические параметры, внешней среды и АМА;
- критерий, установивший отношение температуры окружающей среды к тепловому режиму работы аппарата;
- критерии, устанавливающие начальное состояние цепи, содержащей вза-

имные индуктивности;

– критерий, устанавливающий условия на границах системы и кавитирующей жидкости.

1 Рассмотрение критериев устанавливающих начальное состояние цепи, содержащей взаимные индуктивности

Произведем расчет электромагнитной составляющей акустического аппарата, имеющей четыре взаимосвязанных контура.

Рассмотрим цепь, состоящую из четырёх контуров: первый из них имеет параметры R_1, L_1, I_1 и включается на импульсное напряжение U_1 , второй контур с параметрами R_2, L_2, I_2 , включается на импульсное напряжение U_2 , третий контур с параметрами R_3, L_3, I_3 включается на импульсное напряжение U_3 и четвертый - короткозамкнутый контур, характеризующийся параметрами R_4, L_4, I_4 . В целом схема является системой, состоящей из четырех подсистем (контуров 1,2,3,4).

Алгоритм последовательности включения выключателей SA1 и SA2 и SA3 можно представить в виде

$$\frac{1}{6}T: SA1=1, SA2=0, SA3=1;$$

$$\frac{2}{6}T: SA1=1, SA2=0, SA3=0;$$

$$\frac{3}{6}T: SA1=1, SA2=1, SA3=0;$$

$$\frac{4}{6}T: SA1=0, SA2=1, SA3=0;$$

$$\frac{5}{6}T: SA1=0, SA2=1, SA3=1;$$

$$T: SA1=0, SA2=0, SA3=1;$$

Согласно первому дополнительному положению системы подобны, если соответственно подобны составляющие её системы. Перед нами стоит задача найти критерии подобия каждой из подсистем (контуров). Запишем систему уравнений, описывающих падение напряжения на каждом конту-

ре.

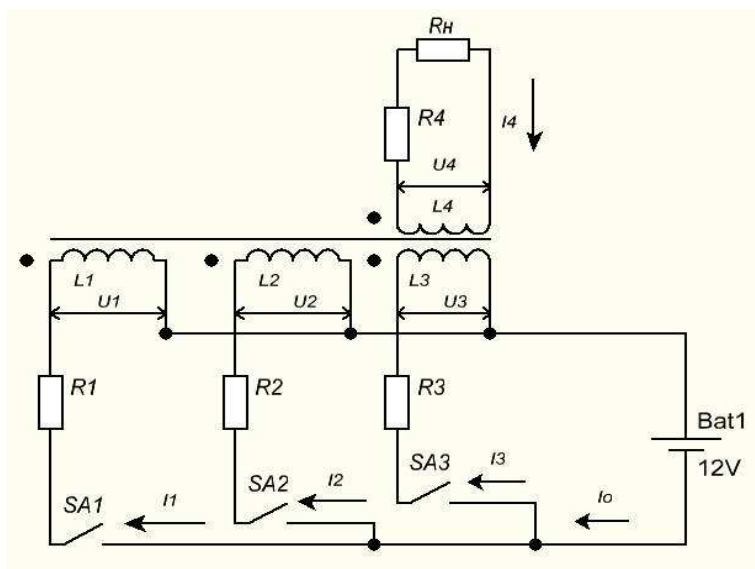


Рисунок 1 – Схема замещения электромагнитной составляющей акусто-магнитного аппарата

$$\frac{1}{6} T: SA1=1, SA2=0, SA3=1;$$

$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{14} \frac{di_4}{dt}; \\ u_3 = i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{34} \frac{di_4}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{14} \frac{di_1}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{34} \frac{di_3}{dt}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{2}{6} T: SA1=1, SA2=0, SA3=0;$$

$$u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{14} \frac{di_4}{dt}; \quad (3)$$

$$0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{14} \frac{di_1}{dt}. \quad (4)$$

$$\frac{3}{6} T: SA1=1, SA2=1, SA3=0;$$

$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{14} \frac{di_4}{dt}; \\ u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{24} \frac{di_4}{dt}. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{14} \frac{di_1}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{24} \frac{di_2}{dt}. \end{cases} \quad (6)$$

$\frac{4}{6}T$: SA1=0, SA2=1, SA3=0;

$$u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{24} \frac{di_4}{dt}; \quad (7)$$

$$0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{24} \frac{di_2}{dt}. \quad (8)$$

$\frac{5}{6}T$: SA1=0, SA2=1, SA3=1;

$$\begin{cases} u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{24} \frac{di_4}{dt}; \\ u_3 = i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{34} \frac{di_4}{dt}. \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{24} \frac{di_2}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{34} \frac{di_3}{dt}. \end{cases} \quad (10)$$

T : SA1=0, SA2=0, SA3=1;

$$u_3 = i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{34} \frac{di_4}{dt}; \quad (11)$$

$$0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{34} \frac{di_3}{dt}. \quad (12)$$

где M_{14} – ЭДС взаимной индукции между катушками L_1 и L_4 ,

M_{24} – ЭДС взаимной индукции между катушками L_2 и L_4 ,

M_{34} – ЭДС взаимной индукции между катушками L_3 и L_4 .

Полная ЭДС, наводимая в первом контуре в момент включения выключателя SA1=1:

$$e_1 = -\frac{d}{dx}(L_1 i_1 \pm M_{14}) = e_{1L} \pm e_{1M_{14}}. \quad (13)$$

Полная ЭДС, наводимая в первом контуре в момент включения выключателя SA1=1 и SA2=1:

$$e_1 = e_{1L} \pm e_{2L} \pm e_{1M_{14}} \pm e_{1M_{12}} \pm e_{1M_{24}}. \quad (14)$$

Полная ЭДС, наводимая в первом контуре в момент включения вы-

ключателя SA1=1 и SA3=3:

$$e_1 = e_{1L} \pm e_{3L} \pm e_{1M_{14}} \pm e_{1M_{12}} \pm e_{1M_{24}}. \quad (15)$$

Полная ЭДС, наводимая в первом контуре в момент включения выключателя SA2=1:

$$e_2 = e_{2L} \pm e_{2M_{24}}. \quad (16)$$

Полная ЭДС, наводимая во втором контуре в момент включения выключателя SA2=1 и SA3=3:

$$e_2 = e_{2L} \pm e_{3L} \pm e_{2M_{24}} \pm e_{2M_{23}} \pm e_{2M_{34}}. \quad (17)$$

Полная ЭДС, наводимая во втором контуре в момент включения выключателя SA3=1:

$$e_3 = e_{3L} \pm e_{3M_{34}}. \quad (18)$$

$\frac{1}{6}T$: SA1=1, SA2=0, SA3=1.

Магнитная энергия двух магнитосвязанных катушек с токами I_1, I_3 равна:

$$W_m = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M_{13} I_1 I_3, \quad (19)$$

В момент $\frac{1}{6}T$ включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_3. \quad (20)$$

$\frac{2}{6}T$: SA1=1, SA2=0, SA3=0.

В момент $\frac{2}{6}T$ включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1. \quad (21)$$

$\frac{3}{6}T$: SA1=1, SA2=1, SA3=0.

Магнитная энергия двух магнитосвязанных катушек с токами I_1, I_2 равна:

$$W_m = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M_{12} I_1 I_2, \quad (22)$$

В момент $\frac{3}{6}T$ включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (23)$$

$\frac{4}{6}T$: SA1=0, SA2=1, SA3=0.

В момент $\frac{4}{6}T$ включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_2. \quad (24)$$

$\frac{5}{6}T$: SA1=0, SA2=1, SA3=1.

Магнитная энергия двух магнитосвязанных катушек с токами I_1, I_3 равна:

$$W_m = \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{L_3 I_3^2}{2} \pm M_{23} I_2 I_3, \quad (25)$$

В момент $\frac{3}{6}T$ включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3. \quad (26)$$

T : SA1=0, SA2=0, SA3=1.

В момент T включения выключателей ток в цепи равен:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_3. \quad (27)$$

Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для совместного включения катушек в момент включения выключателя SA1 и SA2:

$$\begin{cases} \dot{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + \dot{I}_2 j\omega M_{12} = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 j\omega M_{12} + \dot{I}_2(R_2 + j\omega L_2) = \dot{E}_1 \end{cases} \quad (28)$$

Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для совместного включения катушек в момент включения выключателя SA1 и SA3:

$$\begin{cases} \dot{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + \dot{I}_3 j\omega M_{13} = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 j\omega M_{13} + \dot{I}_3(R_3 + j\omega L_3) = \dot{E}_1 \end{cases} \quad (29)$$

Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для совместного включения катушек в момент, когда выключен выключатель SA1, а выключатели SA2 и SA3 остаются включены:

$$\begin{cases} \dot{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + \dot{I}_3 j\omega M_{23} = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_3(R_3 + j\omega L_3) + \dot{I}_2 j\omega M_{23} = \dot{E}_1 \end{cases} \quad (30)$$

Т.к. $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$, то можем рассчитать первичную и вторичную цепь аппарата.

Для первичной цепи:

$$\dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_3 R_3 + \dot{I}_1 j\omega L_1 + \dot{I}_2 j\omega L_2 + \dot{I}_3 j\omega L_3 + I_0 j\omega M_0 = \dot{E}_1. \quad (31)$$

Для вторичной цепи:

$$\dot{I}_4 R_4 + \dot{I}_4 j\omega L_4 + I_0 j\omega M_0 + \dot{U}_H = 0. \quad (32)$$

Покажем, что нагрузка имеет индуктивный характер $z_H = z_H e^{j\varphi_H}$. Напряжение на нагрузке U_H опережает ток I_H на угол φ_H . Падение напряжения $\dot{I}_4 R_4$ совпадает по фазе с током \dot{I}_2 . Вектор $\dot{I}_4 j\omega L_4$ опережает вектор тока \dot{I}_4 на 90° . Подставим в уравнение (32) $U_H = \dot{I}_4 (R_H + jX_H)$ и решим уравнения (31) и (32) относительно \dot{I}_0 :

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{E}_1}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_{вн}) + j(x_1 + x_2 + x_3 - x_{вн})} \quad (33)$$

где $R_{вн}$ и $x_{вн}$ - вносимые из вторичного контура в первичный контур активное и реактивное сопротивления, при этом

$$R_{вн} = \frac{\omega^2 M_0^2}{(R_4 + R_H)^2 + (\omega L_4 + x_H)^2} (R_4 + R_H) \quad (34)$$

$$x_{вн} = \frac{\omega^2 M^2}{(R_4 + R_H)^2 + (\omega L_4 + x_H)^2} (\omega L_4 + x_H) \quad (35)$$

К катушке, занимающей часть тороидального сердечника применима формула:

$$L_0 = \omega^2 \left[\frac{\mu S}{l_{ср}} + \mu_0 p_{ср} \left(\frac{(\pi - \beta)^2 (2\pi - \beta + \sin \beta)}{8(1 + \sin \beta)^2} + \frac{4 \cdot 10^{-2}}{\beta^2} (1 - \cos 2\beta) \right) \right], \quad (36)$$

$$\beta = \pi - \alpha,$$

где S – сечение магнитопровода; $p_{ср}$ – периметр среднего витка; $l_{ср}$ – длина средней линии магнитопровода.

Как показала экспериментальная проверка, погрешность в вычислении

индуктивности по формуле не превышает 10 %. [8]

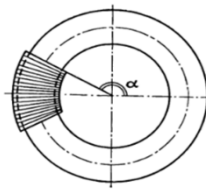


Рисунок 2 – Катушка, занимающая часть тороидального сердечника

Решим задачу подобия цепей, имеющих взаимно индуктивную связь.

Схема, представленная на рисунке 1, состоит из четырёх подсистем. Согласно первому дополнительному положению, системы подобны, если соответственно подобны составляющие их подсистемы. Перед нами стоит задача найти критерии подобия каждой из подсистем (контуров). Рассмотрим состояние системы в момент времени $\frac{2}{6}T$ (SA1=1, SA2=0, SA3=0) которое можно описать системой уравнений:

$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{14} \frac{di_4}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{14} \frac{di_1}{dt}. \end{cases} \quad (37)$$

Применим способ интегральных аналогов, находим пять критериев подобия, разделив соответственно на $i_1 R_1$ и $i_4 R_4$ уравнения системы (37) получим:

$$\pi_1^y = \frac{U}{i_1 R_1} = \frac{i_1 \infty}{i_1}; \pi_2^y = \frac{L_1}{R_1 t} = \frac{T_{L_1}}{t}; \pi_3^y = \frac{M_{14}}{R_1 t} \cdot \frac{i_4}{i_1} = \frac{T_{M_1}}{t} \cdot \frac{i_4}{i_1};$$

$$\pi_4^y = \frac{L_4}{R_4 t} = \frac{T_{L_4}}{t}; \pi_5^y = \frac{M_{14}}{R_4 t} \cdot \frac{i_4}{i_4} = \frac{T_{M_4}}{t} \cdot \frac{i_2}{i_4};$$

где $T_{M_1} = \frac{M_{14}}{R_1}$, $T_{M_4} = \frac{M_{14}}{R_4}$ – постоянные времени взаимоиндукции со-

ответственно контуров 1 и 4. Установим критерии подобия с помощью π – теоремы. При этом мы должны принять во внимание все параметры, которые характеризуют все элементы и процессы, протекающие в этих контурах.

Для первого контура это будет набор параметров: $U_1, i_1, i_4, R_1, L_1, M_{14}, t$, а число форм записи $F_{\pi_1} = 21, F_{\pi_4} = 10$. Независимые параметры: i_4, R_4, t для второго и i_1, R_1, t первого контура. При этом получим семь критериев подобия:

$$\pi_1 = \frac{U}{i_1 R_1}; \pi_2 = \frac{L_1}{R_1 t}; \pi_3 = \frac{M_{14}}{R_1 t}; \pi_4 = \frac{i_4}{i_1}; \pi_5 = \frac{L_4}{R_4 t}; \pi_6 = \frac{M_{14}}{R_4 t}; \pi_7 = \frac{i_1}{i_4}.$$

При этом $\pi_3^y = \pi_3 \cdot \pi_4$, а $\pi_5^y = \pi_6 \cdot \pi_7$. Остальные критерии $(\pi_1^y, \pi_2^y, \pi_4^y)$ совпадают с соответствующими критериями, полученными на базе –теоремы (π_1, π_2, π_5) . Запишем критериальные уравнения, соответствующие контурам 1 и 4:

$$\pi_1 = f_1(\pi_2, \pi_3, \pi_4); \pi_7 = f_2(\pi_5, \pi_6).$$

Выражение критерия π_7 эквивалентно критерию π_4 . В итоге получим для момента времени $\frac{2}{6}T$ критериальное уравнение:

$$(U_1)\pi_1 = f_3(\pi_2\pi_3\pi_5\pi_7). \tag{38}$$

Для подобия процессов необходимо и достаточно равенство четырёх определяющих критериев:

$$\pi_2 = \frac{\tau_{L_1}}{t}; \pi_3 = \frac{\tau_{M_1}}{t}; \pi_5 = \frac{\tau_{L_4}}{t}; \pi_6 = \frac{\tau_{M_4}}{t};$$

Полученные критерии подобия остаются справедливыми для моментов времени $\frac{4}{6}T$ и T .

Установим критерии подобия в момент времени $\frac{4}{6}T$.

$$\begin{cases} u_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{24} \frac{di_4}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{24} \frac{di_1}{dt}. \end{cases} \tag{39}$$

Найдём пять критериев подобия:

$$\pi_8^y = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_9^y = \frac{L_2}{R_2 t}; \pi_{10}^y = \frac{M_{24}}{R_2 t} \cdot \frac{i_4}{i_2};$$

$$\pi_{11}^y = \frac{L_4}{R_4 t} = \pi_5; \pi_{12}^y = \frac{M_{24}}{R_4 t} \cdot \frac{i_2}{i_4};$$

Параметры второго контура: $U_2, i_2, i_4, R_2, L_2, M_{24}, t$, для четвертого контура: $i_2, i_4, R_4, L_4, M_{24}, t$.

Получим семь критериев подобия, учитывая, что:

$$\pi_8 = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_9 = \frac{L_2}{R_2 t}; \pi_{10} = \frac{M_{24}}{R_2 t}; \pi_{11} = \frac{i_4}{i_2}; \pi_{12} = \frac{L_4}{R_4 t};$$

$$\pi_{13} = \frac{M_{24}}{R_4 t}; \pi_{14} = \frac{i_2}{i_4};$$

При этом $\pi_{10}^y = \pi_{10} \cdot \pi_{11}$, а $\pi_{12}^y = \pi_{13} \cdot \pi_{14}$; $\pi_{11}^y = \pi_5$.

Критерии π_8^y, π_9^y совпадают с полученными на базе π – теоремы, а

$$\pi_{11}^y = \pi_{12} = \pi_5.$$

Запишем критериальные уравнения в соответствующем контуре:

$$\pi_8 = f_4(\pi_9, \pi_{10}, \pi_{11}); \pi_{14} = f_5(\pi_5, \pi_{13}).$$

Выражение π_{14} эквивалентно π_{11} , в итоге критериальное уравнение для момента времени $\frac{4}{6}T$ имеет вид:

$$(U_2)\pi_8 = f_6(\pi_9, \pi_{10}, \pi_5, \pi_{14}). \tag{40}$$

Установим критерии подобия в момент времени T .

$$\begin{cases} u_3 = i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{34} \frac{di_4}{dt}; \\ 0 = i_4 R_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_{34} \frac{di_4}{dt}. \end{cases} \tag{41}$$

Найдём пять критериев подобия:

$$\pi_{15}^y = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_{16}^y = \frac{L_2}{R_2 t}; \pi_{17}^y = \frac{M_{24}}{R_2 t} \cdot \frac{i_4}{i_2};$$

$$\pi_{18}^y = \frac{L_4}{R_4 t} = \pi_5; \pi_{19}^y = \frac{M_{24}}{R_4 t} \cdot \frac{i_2}{i_4};$$

Параметры второго контура: $U_2, i_2, i_4, R_2, L_2, M_{24}, t$, для четвертого контура: $i_2, i_4, R_4, L_4, M_{24}, t$.

Получим семь критериев подобия, учитывая, что:

$$\pi_{15} = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_{16} = \frac{L_2}{R_2 t}; \pi_{17} = \frac{M_{24}}{R_2 t}; \pi_{18} = \frac{i_4}{i_2}; \pi_{19} = \frac{L_4}{R_4 t};$$

$$\pi_{20} = \frac{M_{24}}{R_4 t}; \pi_{21} = \frac{i_3}{i_4};$$

При этом $\pi_{17}^y = \pi_{17} \cdot \pi_{18}$, а $\pi_{19}^y = \pi_{20} \cdot \pi_{21}$; $\pi_{18}^y = \pi_5$.

Запишем критериальные уравнения в соответствующем контуре:

$$\pi_{15} = f_7(\pi_{16}, \pi_{17}, \pi_{18}); \pi_{21} = f_8(\pi_5, \pi_{20}).$$

Выражение π_{21} эквивалентно π_{18} , в итоге критериальное уравнение для момента времени T имеет вид:

$$(U_3)\pi_{15} = f_9(\pi_{16}, \pi_{17}, \pi_5, \pi_{20}). \tag{42}$$

Установим критерии подобия в момент времени $\frac{1}{6}T$.

$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + \frac{d}{dt} (L_1 i_1 + M_{13} i_3 + M_{14} i_4); \\ u_3 = i_3 R_3 + \frac{d}{dt} (L_3 i_3 + M_{34} i_4 + M_{31} i_1). \end{cases} \tag{43}$$

При делении уравнений на вторые члены получим по четыре критерия подобия из каждого уравнения:

$$\begin{cases} \pi_{22}^{y1} = \frac{U_1}{i_1 R_1}; \pi_{23}^{y1} = \frac{L_1}{R_1 t_1}; \pi_{24}^{y1} = \frac{M_{14}}{R_1 t_1} \cdot \frac{i_4}{i_1}; \pi_{25}^{y1} = \frac{M_{13}}{R_1 t_1} \cdot \frac{i_3}{i_1}; \\ \pi_{22}^{y2} = \frac{U_3}{i_3 R_3}; \pi_{23}^{y2} = \frac{L_3}{R_3 t_3}; \pi_{24}^{y2} = \frac{M_{31}}{R_3 t_3} \cdot \frac{i_1}{i_3}; \pi_{25}^{y2} = \frac{M_{34}}{R_3 t_3} \cdot \frac{i_4}{i_3}. \end{cases} \tag{44}$$

$$\pi_{22} = \frac{M_{13}}{R_1 t}; \pi_{23} = \frac{i_3}{i_1}; \pi_{24} = \frac{M_{31}}{R_3 t_3}; \pi_{25} = \frac{i_1}{i_3}.$$

При этом $\pi_{22}^{y1} = \frac{U_1}{i_1 R_1} = \pi_1$; $\pi_{23}^{y1} = \frac{L_1}{R_1 t_1} = \pi_2$; $\pi_{24}^{y1} = \pi_{26} = \pi_{20} \cdot \pi_4$;

$$\pi_{25}^{y1} = \pi_{27} = \pi_{22} \cdot \pi_{23};$$

$$\pi_{22}^{y2} = \pi_{15}; \pi_{23}^{y2} = \pi_{16}; \pi_{24}^{y2} = \pi_{28} = \pi_{24} \cdot \pi_{25}; \pi_{25}^{y2} = \pi_{29} = \pi_{22} \cdot \pi_{23}.$$

В итоге получим критериальное уравнение для системы в цепи в момент времени $\frac{1}{6}T$:

$$(U_1, U_3)\pi_{30} = f_{10}(\pi_1, \pi_2, \pi_{15}, \pi_{16}, \pi_{17}, \pi_{26}, \pi_{27}, \pi_{28}, \pi_{29}). \tag{45}$$

Установим критерии подобия в момент времени $\frac{3}{6}T$.

$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + \frac{d}{dt} (L_1 i_1 + M_{12} i_2 + M_{14} i_4); \\ u_2 = i_2 R_2 + \frac{d}{dt} (L_2 i_2 + M_{21} i_1 + M_{24} i_4). \end{cases} \quad (46)$$

При делении уравнений на вторые члены получим по четыре критерия подобия из каждого уравнения:

$$\begin{cases} \pi_{22}^{y3} = \frac{U_1}{i_1 R_1}; \pi_{23}^{y3} = \frac{L_1}{R_1 t_3}; \pi_{24}^{y3} = \frac{M_{12}}{R_1 t_3} \cdot \frac{i_2}{i_1}; \pi_{25}^{y3} = \frac{M_{14}}{R_1 t_3} \cdot \frac{i_4}{i_1}; \\ \pi_{22}^{y4} = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_{23}^{y4} = \frac{L_2}{R_2 t_3}; \pi_{24}^{y4} = \frac{M_{21}}{R_2 t_3} \cdot \frac{i_1}{i_2}; \pi_{25}^{y4} = \frac{M_{24}}{R_2 t_3} \cdot \frac{i_4}{i_2}. \end{cases} \quad (47)$$

$$\pi_{31} = \frac{M_{12}}{R_1 t}; \pi_{32} = \frac{i_2}{i_1}; \pi_{33} = \frac{M_{21}}{R_2 t_3}; \pi_{34} = \frac{i_4}{i_1}; \pi_{35} = \frac{i_1}{i_2}.$$

При этом $\pi_{22}^{y3} = \frac{U_1}{i_1 R_1} = \pi_1; \pi_{23}^{y3} = \frac{L_1}{R_1 t_3} = \pi_2; \pi_{24}^{y3} = \pi_{36} = \pi_{31} \cdot \pi_{32};$

$$\pi_{25}^{y3} = \pi_{37} = \pi_3 \cdot \pi_{34};$$

$$\pi_{22}^{y4} = \pi_8; \pi_{23}^{y4} = \pi_9; \pi_{24}^{y4} = \pi_{38} = \pi_{33} \cdot \pi_{35}; \pi_{25}^{y4} = \pi_{39} = \pi_{10} \cdot \pi_{11}.$$

В итоге получим критериальное уравнение для системы в цепи в момент времени $\frac{1}{6}T$:

$$(U_1, U_2) \pi_{40} = f_{11}(\pi_1, \pi_2, \pi_8, \pi_9, \pi_{36}, \pi_{37}, \pi_{38}, \pi_{39}). \quad (48)$$

Установим критерии подобия в момент времени $\frac{5}{6}T$.

$$\begin{cases} u_3 = i_3 R_3 + \frac{d}{dt} (L_3 i_3 + M_{34} i_4 + M_{32} i_2); \\ u_2 = i_2 R_2 + \frac{d}{dt} (L_2 i_2 + M_{24} i_4 + M_{23} i_3). \end{cases} \quad (49)$$

При делении уравнений на вторые члены получим по четыре критерия подобия из каждого уравнения:

$$\begin{cases} \pi_{22}^{y5} = \frac{U_3}{i_3 R_3}; \pi_{23}^{y5} = \frac{L_3}{R_3 t_5}; \pi_{24}^{y5} = \frac{M_{34}}{R_1 t_5} \cdot \frac{i_4}{i_3}; \pi_{25}^{y5} = \frac{M_{32}}{R_1 t_5} \cdot \frac{i_2}{i_3}; \\ \pi_{22}^{y6} = \frac{U_2}{i_2 R_2}; \pi_{23}^{y6} = \frac{L_2}{R_2 t_5}; \pi_{24}^{y6} = \frac{M_{24}}{R_2 t_5} \cdot \frac{i_4}{i_2}; \pi_{25}^{y6} = \frac{M_{23}}{R_2 t_5} \cdot \frac{i_3}{i_2}. \end{cases} \quad (50)$$

$$\pi_{41} = \frac{M_{34}}{R_1 t}; \pi_{42} = \frac{i_2}{i_3}; \pi_{43} = \frac{M_{22}}{R_1 t_5}; \pi_{44} = \frac{M_{23}}{R_2 t_5}; \pi_{45} = \frac{i_3}{i_2}.$$

При этом $\pi_{22}^{y5} = \frac{U_2}{i_2 R_2} = \pi_{15}; \pi_{23}^{y5} = \frac{L_2}{R_2 t_2} = \pi_{16}; \pi_{24}^{y5} = \pi_{46} = \pi_{41} \cdot \pi_{18};$
 $\pi_{25}^{y5} = \pi_{47} = \pi_{43} \cdot \pi_{42};$
 $\pi_{22}^{y6} = \pi_8; \pi_{23}^{y6} = \pi_9; \pi_{24}^{y6} = \pi_{48} = \pi_{10} \cdot \pi_{11}; \pi_{25}^{y6} = \pi_{49} = \pi_{44} \cdot \pi_{45}.$

В итоге получим критериальное уравнение для системы в цепи в момент времени $\frac{1}{6}T$:

$$(U_2, U_3) \pi_{50} = f_{12}(\pi_1, \pi_2, \pi_8, \pi_9, \pi_{36}, \pi_{37}, \pi_{38}, \pi_{39}). \quad (51)$$

В итоге устанавливаем критерий начального состояния цепи, содержащей взаимные индуктивности:

$$\pi_{51} = f_{13}(\pi_1, \pi_2, \pi_8, \pi_9, \pi_{36}, \pi_{37}, \pi_{38}, \pi_{50}). \quad (52)$$

2 Критерии, связывающие физические параметры внешней среды и АМА

Магнитострикционная деформация сложным образом зависит от индукции и напряженности магнитного поля, так как эта зависимость определяется характером доменной структуры.

Поскольку деформация ферромагнитного образца определяется только модулем внешнего магнитного поля, при наложении знакопеременного поля с частотой изменения f размеры образца изменяются от минимального до максимального значения дважды за период, т.е. с частотой $2f$.

Согласно общей теории электроакустических преобразователей запишем полную систему уравнений магнитострикционного преобразователя:

$$U = z_3 I - \frac{na}{R} V; \quad (53)$$

$$F = \frac{na}{R} I - \frac{C_m}{p} V; \quad (54)$$

где $z_3 = z_0 + \frac{pn^2}{R}$ – электрическое сопротивление заторможенного преобразователя;

$C_M = C - \frac{\alpha^2}{R}$ – упругость при постоянной магнитодвижущей силе.

Для сигнала типа меандр $p = is(t)$;

где $s(t) = \frac{4s}{\pi} \left(\cos\omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t \dots \right)$,

e – амплитуда меандра,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ – круговая частота основной гармоники.

Выражение для входного электрического сопротивления преобразователя:

$$Z = Z_0 + \frac{is(t)L_0}{1 + \alpha^2 / (R_{M22}(C - s(t)^2 m) - is(t)r)}; \quad (55)$$

где L_0 – индуктивность аппарата.

При приближении к резонансной частоте сопротивление падает из-за уменьшения члена $C - s(t)^2 m$.

Собственный параметр магнитной и механической сторон в виде магнитного сопротивления:

$$R_{M22} = -\frac{\mu l}{k_m S}; \quad (56)$$

где l – длина магнитопровода, k_m – магнитная восприимчивость, μ – магнитная проницаемость феррита. [2]

Известно[3], что при прямоугольном напряжении мощность на входе аппарата обусловлена только первой гармоникой тока. Отношение реактивной составляющей напряжения на зажимах аппарата к напряжению на входе всей цепи:

$$\pi_{52} = \frac{U_p}{U_{ex}}. \quad (57)$$

Параметр аппарата, равный отношению падения напряжения на активном сопротивлении обмотки к напряжению, приложенному к зажимам аппарата:

$$\pi_{53} = \frac{U_{акт}}{U_{ex}}. \quad (58)$$

Критерий, характеризующий активное падение напряжение в цепи:

$$\pi_{54} = \frac{U_m}{I_m r}. \quad (59)$$

U_m и I_m – амплитудные значения напряжения и тока можно определить по осциллограммам.

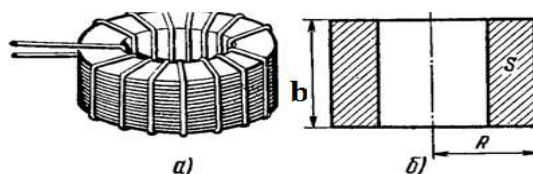


Рисунок 3 – Общий вид (а) и сечение магнитопровода (б) кольцевого магнитострикционного преобразователя

Максимальное значение колебательной скорости определяется как линейными размерами преобразователя, так и значением акустической нагрузки, причем условия резонанса не зависит от положения плоскости приложения эквивалентной возбуждающей силы. Поскольку, как правило, преобразователи используют на частоте основного резонанса, где механические потери относительно малы и волновое число k можно считать мнимой величиной.

Кольцевой радиально колеблющийся преобразователь выполнен в виде цилиндра с площадью сечения S , толщиной b и внешним радиусом R (Рисунок 3). Ток в обмотке I возбуждения вызывает однородную вдоль кольца намагниченность $\vec{j} = \frac{4\pi n k_m}{2\pi R} I$, где n – число витков провода. По окружности возникает механическое напряжение $\vec{\sigma} = \alpha \vec{j}$, где α – магнитострикционная постоянная. Свойства материала, определяющие преобразование магнитной энергии в механическую, характеризуется постоянной $\alpha = \frac{h}{\mu_0}$.

Выражение, связывающее выходной параметр – силу F и входной –

ток I [5]:

$$F = \frac{4\pi n S}{R} k_m a I. \quad (60)$$

Напряжение на электрическом входе $U = i\omega n S 4\pi j$.

Из (59) непосредственно следует критерий подобия, характеризующий зависимость входного с выходным параметром:

$$\pi_{55} = \frac{FR}{4\pi n S k_m a i}. \quad (61)$$

Намагниченность выразим через деформацию ε , связанную с колебательной скоростью на механическом выходе v :

$$\vec{j} = k_m a \varepsilon - k_m a \frac{v}{i\omega R}. \quad (62)$$

Подставив это значение в выражение для напряжения на электрическом входе, получим [5]:

$$U = \frac{4\pi n S}{R} k_m a v. \quad (63)$$

Колебательная скорость на механическом выходе:

$$v = \frac{U}{\alpha k_m \frac{4\pi n S}{R}}, \quad (64)$$

где U – напряжение на электрическом входе.

α – магнитострикционная постоянная,

k_m – магнитная восприимчивость,

R – внешний радиус,

n – число витков провода,

S – площадь сечения цилиндра.

Получим критерий подобия для аналитической зависимости между переменными выражения (63), используя условие подобия:

$$\pi_{56} = \frac{UR}{4\pi n S k_m a v}. \quad (65)$$

Воспользуемся свойством, присущим всем критериям подобия, заключающемся в следующем: критерии подобия любого явления могут

преобразовываться в критерии другой формы, получаемые за счет операций перемножения или деления критериев, возведением их в степень или умножения на любой постоянный коэффициент k . [4]

Получим критерий подобия путем деления критерия π_{56} на π_{55} :

$$\pi_{57} = \frac{UR}{4\pi n S k_{mav}} \frac{4\pi n S k_{ma} l}{FR} = \frac{Ul}{vF}. \quad (66)$$

3 Критерий, установивший отношение температуры окружающей среды к тепловому режиму работы аппарата.

При проектировании АМА необходимо учитывать температуру перегрева, поскольку она вызывает ускоренное старение и выход из строя АМА. Слишком малое значение приводит к повышению расхода провода обмотки и удорожание изделия.

Установившееся значение температуры перегрева АМА зависит от эффективности теплоотвода с его поверхности. Эффективность определяется коэффициентом теплообмена α , который характеризует мощность, отводимую с единицы поверхности при изменении температуры на один градус.

Теплообмен АМА с окружающей средой происходит через боковые и торцевые поверхности. В общем случае, для задания условий охлаждения надо ввести коэффициент теплообмена, специфичный для каждой поверхности АМА. Теплообмен тороидального АМА с окружающей средой осуществляется через две боковых и две торцевых поверхности. Поскольку заранее не известно, какие факторы и каким образом будут влиять на величины коэффициентов теплообмена в конкретных условиях эксплуатации АМА, примем допущение, что условия охлаждения АМА одинаковы по всей поверхности и все коэффициенты теплообмена равны между собой:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_0;$$

АМА имеет следующие геометрические размеры: R_1 – радиус окна (рабочая зона), R_2 – внешний радиус, h – высота АМА.

Из работы [6] можно применить выражение для расчета АМА. Установившаяся температура перегрева тороидального трансформатора:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{\alpha_0 F_0 - \chi r_0 i^2}, \quad (67)$$

где r_0 – полное сопротивление аппарата,

χ – температурный коэффициент сопротивления,

i – полное значение тока аппарата,

Θ – средняя температура по объёму аппарата,

T_0 – температура окружающей среды,

F_0 – площадь поверхности аппарата,

$r_0 i^2 + P_c$ – полная мощность потерь,

P_c – потери в магнитопроводе.

Полное сопротивление аппарата вычисляется по формуле (54) и соответственно равно значению входного электрического сопротивления преобразователя z .

Потери в магнитопроводе состоят из потерь на вихревые токи и гистерезис [7].

Мощность, теряемую за счет вихревых токов P_e , можно подсчитать по формуле:

$$P_e = \frac{\delta_1}{\rho} \cdot (d \cdot s(t) \cdot B_m \cdot 10^{-5})^2, \quad (68)$$

где δ_1 – коэффициент, зависящий от магнитострикционного материала;

ρ – плотность магнитострикционного материала;

d – толщина кольца;

$s(t)$ – частота;

B_m – амплитудное значение магнитной индукции (находится по кривым магнитострикции).

Потеря мощности за счет гистерезиса P_g определяется из выражения:

$$P_2 = \frac{\delta_2}{\rho} s(t) \cdot 10^{-2} \left(\frac{B_m}{1000} \right)^{1,6}, \quad (69)$$

где δ_2 – коэффициент, зависящий от магнитоstrictionного материала.

$$P_c = P_s + P_z. \quad (70)$$

Зависимость (67) реализуется, если знаменатель дроби положителен. В это выражение входит площадь поверхности аппарата. Предположим, что величина площади аппарата и магнитопровода постоянна и не зависит от мощности аппарата.

Введем коэффициент подобия, как отношение площадей аппарата и магнитопровода:

$$\pi_{58} = \frac{F_0}{F}, \quad (71)$$

где F – площадь поверхности магнитопровода,

F_0 – площадь поверхности аппарата.

Подставим в выражение (67) значение F_0 , выраженное из (71), получим:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{\pi_{58} \alpha_0 F - \chi r_0 i^2}, \quad (72)$$

Введем обобщенный коэффициент подобия теплообмена $\pi_{59} = \pi_{58} \alpha_0$, тогда установившаяся температура перегрева АМА может быть записана в виде:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{\pi_{59} F - \chi r_0 i^2}, \quad (73)$$

Полное значение тока аппарата состоит из активной и реактивной составляющей[6]:

$$i_0 = \sqrt{\left(\frac{m_c P_0}{E} \right)^2 + \left(\frac{E l}{2 \pi s(t) \mu_0 \mu_s w^2} \right)^2}, \quad (74)$$

где E – ЭДС обмоток аппарата,

m_c – масса магнитопровода,

S – площадь сечения магнитопровода,

μ_0 – магнитная постоянная, равная $4\pi 10^{-7}$ Гн/м,

μ – относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода,

w – число витков обмотки аппарата,

P_0 – удельная мощность потерь в феррите,

$s(t)$ – частота тока подаваемого на аппарат.

Вес излучателя m_c определяется из выражения:

$$m_c = \frac{\pi \rho_c h k_c}{4} ((2R_2)^2 - (2R_1)^2), \quad (75)$$

где ρ_c – плотность феррита.

Величину P_0 можно определить из формулы:

$$P_c = m_c P_0. \quad (76)$$

При расчете аппарата на высоких частотах из-за проявления поверхностного эффекта активное сопротивление аппарата можно определить по формуле:

$$r_0 = \rho \frac{w_k l_0 n_k k_r}{q}, \quad (77)$$

где w_k – число витков одной катушки,

l_0 – средняя длина витка обмотки,

n_k – число катушек в аппарате,

k_r – коэффициент увеличения сопротивления, равный 1,05 – 1,3.

ρ – удельное электрическое сопротивление проводника,

q – сечение проводника.

С целью проверки гипотезы (73) была проведена серия экспериментов с аппаратами различной мощности. Анализ полученных результатов позволяет рассчитать данный коэффициент подобия. Различия для аппаратов разной мощности составили несколько процентов, т.е. фактически $\pi_{58} = const = 1.05$. Критерий π_{59} является эмпирической величиной, чи-

словое значение которой получено в процессе сравнения результатов испытания аппаратов с теоретическими данными.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных. Для проверки теоретических данных проводились тепловые испытания АМА. Аппараты испытывались в режиме полной нагрузки в рабочем режиме. Кроме того, необходимо обеспечить подобие условий теплоотдачи на поверхности аппарата и установить связь масштаба температуры и мощности, потребляемой на нагревание феррита и обмоток аппарата. Подобие процесса теплоотдачи устанавливается критерием:

$$\pi_{60} = \frac{(\Theta - T_0)(\pi_{60} F - \chi r_0 i^2)}{r_0 i^2 + F_c}. \quad (78)$$

4 Критерий, устанавливающий условия на границах системы и кавитирующей жидкости

При работе акусто-магнитного аппарата в технологическом объеме жидкости возникает кавитационная область, представляющая собой скопление кавитационных пузырьков. Форма кавитационной области определяется характером звукового поля в объеме среды, причем кавитация образуется как на границе раздела фаз, так и в самой жидкости, принимая иногда вид кавитационных тяжей.

В настоящее время отсутствует удовлетворительная модель кавитационной области, поскольку распределение пузырьков по размерам и пространству объема не имеет четко выраженного статистического характера. Сложная многофакторная зависимость кавитационной области от частоты и интенсивности первичного звукового поля, распространение зародышей кавитации, газосодержание, межфазных границ, параметров среды не позволяет аналитически описать кавитационные эффекты. Не ясна природа образования кавитационных тяжей, хотя сильная зависимость их формы от частоты позволяет предположить влияние интерференционной структуры

ближнего поля излучателя, которая является единственным фактором, резко реагирующим на небольшие изменения частоты.

Однако можно сказать, что кавитирующая жидкость представляет собой нелинейную среду, в которой невозможно вычислить мгновенное значение звукового давления, поскольку нет полного описания процесса пульсации всех пузырьков в кавитационной области. Колебательная скорость излучающей поверхности остаётся синусоидальной, поэтому можно применить понятие среднего сопротивления излучателя R_u и представить эффективное звуковое давление p_s при наличии кавитации как реакцию нелинейной среды на линейное колебание излучателя [5]:

$$p_s = \frac{v_m R_u}{2S}. \quad (79)$$

Это позволяет использовать простую физическую модель Розенберга для кавитационной области. Так как практически во всех реальных случаях кавитации размеры пузырьков существенно меньше длины волны первичного звукового поля, жидкость с парогазовыми включениями можно представить как новую среду с эквивалентными акустическими характеристиками, отличными от характеристик капельной жидкости. Тогда для плоской волны $\frac{R_u}{S} = \rho_k c_k$, где ρ_k и c_k – плотность и скорость звука эквивалентной среды, выражение (79) запишем как:

$$p_s = \frac{v_m \rho_k c_k}{2}. \quad (80)$$

Без учета нелинейности пульсации полостей эквивалентные характеристики имеют вид:

$$\rho_k = \rho_0(1 - \bar{K}) + \rho_{\text{пр}}\bar{K}; \quad \beta_k = \beta_0(1 - \bar{K}) + \beta_{\text{пр}}\bar{K}, \quad (81)$$

где ρ_0 и β_0 – плотность и сжимаемость жидкости;

$\rho_{\text{пр}}$ и $\beta_{\text{пр}}$ – плотность и сжимаемость парогазовой смеси в полости;

$\bar{K} \approx 0.1K$ –средний за период индекс кавитации, поскольку средний

радиус пузырька $\bar{R} = \frac{1}{2} R_{max}$ причём:

$$\overline{\rho_k c_k} = \rho_0 \rho_0 \left[\frac{(1-\bar{K}) + \frac{\rho_{ин}\bar{K}}{\rho_0}}{(1-\bar{K}) + \frac{\beta_{ин}\bar{K}}{\beta_0}} \right]^{1/2} \quad (82)$$

Полученные выражения удовлетворительно описывают измерения эквивалентных параметров среды и эффективного звукового давления с увеличением степени развитости кавитации. Резкое падение волнового сопротивления среды наблюдается практически с начала образования кавитации.[5]

Установим критерий подобия процессу реакции нелинейной среды на линейное колебание излучателя:

$$\pi_{61} = \frac{2p_3}{v_m \rho_k c_k} \quad (83)$$

5 Обобщенные критерии геометрических параметров разных типов и конструкций АМА

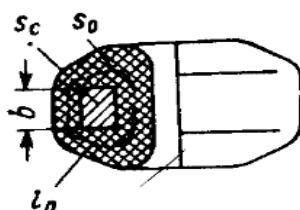


Рисунок 4 – Основные размеры тороидального аппарата

Сердечник аппарата полностью характеризуется тремя линейными размерами: $a = D_{нар} - D_{вн}$, b , $c = D_{вн}$. Примем размер a за базисный. Пользуясь системой относительных единиц, можно определить все другие размеры и геометрические параметры в зависимости от этого базисного размера, постоянных коэффициентов k_3 и $k_{ок}$ и двух безразмерных параметров:

$$\pi_{62} = \frac{c}{a}, \quad (84)$$

$$\pi_{63} = \frac{b}{a}, \quad (85)$$

где x – отношение внутреннего диаметра к базисному размеру;

y – отношение ширины кольца к базисному размеру.

Обобщенные геометрические параметры аппарата имеют вид[6]:

$$S_c = \pi_{63} a^2, \quad S_0 = \frac{\pi}{4} (2 - \pi_{64}) \pi_{64} \pi_{62}^2 a^2,$$

$$l_0 = \left(\frac{\pi}{8} \left[\frac{(\pi_{62} + 1)(2 - \pi_{64}) \pi_{64} \pi_{62}^2}{\pi_{29}(\pi_{29} + 2)} + \sqrt{(\pi_{62} + 2)^2 + (2 - \pi_{64}) \pi_{64} \pi_{62}^2} + \right. \right. \\ \left. \left. (\pi_{64} + 1) \pi_{62} - (\pi_{62} + 2) \right] + 2 \sqrt{\frac{(2 - \pi_{64}) \pi_{64} \pi_{62}^2}{4 \pi_{62}(\pi_{62} + 2)} + 1 + 2 \pi_{63}} \right) a$$

Для тороидальных аппаратов значение коэффициента заполнения окна обмоткой π_{64} находится из выражения:

$$\pi_{64} = \frac{\pi_{62} - \frac{c}{a}}{\pi_{62}}. \quad (86)$$

Для нахождения размеров аппарата нужно, прежде всего, определить постоянные $\pi_{62} \pi_{63} \pi_{64} \pi_{65}$, рассчитать величину его базисного размера a . Установим π_{65} – отношение потерь в сердечнике к потерям в обмотке:

$$\pi_{65} = \frac{P_c}{r_0 i^2}. \quad (87)$$

В итоге получим критериальное уравнение геометрических параметров разных типов и конструкций АМА:

$$\pi_{66} = f_{14}(\pi_{62}, \pi_{63}, \pi_{64}, \pi_{65}).$$

При обработке экспериментальных данных в дальнейшем предполагается получить серии зависимостей, связывающих коэффициент изменения водородного показателя с протекающими процессами в акустомагнитном поле, характеризующимися установленными критериями подобия:

$$\xi_{\text{зп}} = f_{15}(\pi_{51}, \pi_{57}, \pi_{60}, \pi_{61}, \pi_{66}). \quad (88)$$

Эти зависимости носят частный характер и справедливы только для тех условий, при которых проводились опыты, однако эти ча-

стные результаты возможно применить для расчета коэффициента изменения водородного показателя и в иных случаях.

В частности, меняя частоту, количество витков провода и вид намотки провода, можно подобрать такое значение $\xi_{\text{вп}}$, при котором эффект изменения водородного показателя будет максимальным. Если будет известен вид функциональной зависимости между частотой, количеством витков и геометрическими размерами, то можно рассчитать критерий, определяющий взаимосвязь кавитационного эффекта и водородного показателя, а затем можно определить значение коэффициента, связывающего изменение водородного показателя от среды обработки АМА.

ВЫВОДЫ

В соответствии с поставленной задачей, исходя из третьей теоремы подобия, была выбрана группа критериев, которая обеспечивает подобие модели предлагаемому оригиналу по всем существующим показателям.

Далее планируется на основе принятых критериев спроектировать модель, спланировать эксперимент и обеспечить регистрацию величин, входящих в критерии подобия и существенных для данного объекта.

Обработку экспериментальных данных целесообразно вести в критериальной форме, чтобы, определив с помощью критериев масштабы перехода, можно было бы рассчитать натуральные размеры и характеристики оригинала.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Веников В.А. Теория подобия и моделирование (применительно к задачам электроэнергетики). Учеб. пособие для вузов. Изд., 2-е, доп., и перераб.- М.: «Высшая школа», 1976. – 479 с., ил.

[2] Вахитов Я.Ш. Теоретические основы электроакустики и электроакустическая аппаратура. – М.: Искусство, 1982. –415 с., ил.

[3] Бамдас А.М., Савиновский Ю.А. Дроссели переменного тока в радиоэлектронной аппаратуре. -М.: Изд-во «Советское радио», 1969. – 248 с.

[4] Дульнев Г.Н. Теория тепло- и массообмена. – СПб: НИУ ИТМО, 2012. – 195 с.

[5] Б.А. Агранат, М.Н. Дубровин, Н.Н. Хавский. Основы физики и техники ульт-

развука: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1987. –352 с.: ил.

[6] Котенёв С.В., Евсеев А.Н. Расчет и оптимизация тороидального трансформатора. – М.: Горячая линия – Телеком, 2011. – 287.: ил.

[7] Коржаков А.В. Рассмотрение критериев подобия для создания новых конструкций акусто-магнитных аппаратов, предназначенных для использования в гидропонных установках / Коржакова С.А. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №99(05). IDA [article ID]: 0991405054. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/get.asp?id=3851&t=1>.

[8] Русин Ю.С. Расчет электромагнитных систем. – Л.: «Энергия», Ленинградское отделение, 1968.

References

[1] Venikov V.A. Teorija podobija i modelirovanie(primenitel'no k zadacham jelektrojenergetiki). Ucheb., posobie dlja vuzov. Izd., 2-e, dop., i pererab., M., «Vyssh., shkola», 1976. – 479 s., il.

[2] Vahitov Ja.Sh. Teoreticheskie osnovy jelektroakustiki i jelektroakusticheskaja apparatura. – М.: Iskusstvo, 1982. –415 s., il.

[3] Bamdas A.M., Savinovskij Ju.A. Drosseli peremennogo toka v radiojelek-tronnoj apparatury. M., Izd-vo «Sovetskoe radio», 1969. – 248 s.

[4] Dul'nev G.N. Teorija teplo i massoobmena. – SPb: NIU ITMO, 2012. – 195 s.

[5] B.A. Agranat, M.N. Dubrovin, N.N. Havskij i dr. Osnovy fiziki i tehniki ul'trazvuka: Ucheb. Posobie dlja vuzov. – М.: Vyssh. shk., 1987. –352 с.: ил.

[6] Kotenjov S.V., Evseev A.N. Raschet i optimizacija toroidal'nogo transforma-tora. – М.: Gorjachaja linija – Telekom, 2011. – 287.: il.

[7] Korzhakov A.V. Rassmotrenie kriteriev podobija dlja sozdaniya novyh konst-rukcij akusto-magnitnyh apparatov, prednaznachennyh dlja ispol'zovanija v gidroponnyh ustanovkah / Korzhakova S.A. // Politematicheskij setевой jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №99(05). IDA [article ID]: 0991405054. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/get.asp?id=3851&t=1>.

[8] Rusin Ju.S. Raschet jelektromagnitnyh sistem. «Jenergija», Leningradskoe ot-delenie, 1968.