

УДК 621.316

UDC 621.316

05.00.00 Технические науки

Technical sciences

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ  
ИСКАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОСТИ  
ФОРМЫ КРИВОЙ ТОКА ПО ВЕЙВЛЕТ  
КОЭФФИЦИЕНТАМ**

**USING DISCRETE WAVELET TRANSFORM  
FOR CALCULATION OF TRANSIENT  
REGIMES OF POWER SUPPLY SYSTEMS**

Долгих Надежда Николаевна  
ФГБОУ ВПО «Омский Государственный  
технический университет», г. Омск, Россия

Dolgikh Nadezhda Nikolaevna  
postgraduate student  
Omsk State Technical University, Omsk, Russia

Катеров Филипп Викторович  
Магистрант  
ФГБОУ ВПО «Омский Государственный  
технический университет», г. Омск, Россия  
philipkateroff@mail.ru

Katerov Philipp Viktorovich  
master student  
Omsk State Technical University, Omsk, Russia  
philipkateroff@mail.ru

Осипов Дмитрий Сергеевич  
к.т.н., доцент  
ФГБОУ ВПО «Омский Государственный  
технический университет», г. Омск, Россия  
ossipovdmitriy@list.ru

Osipov Dmitriy Sergeevich  
Cand.Tech.Sci., associate professor  
Omsk State Technical University, Omsk, Russia  
ossipovdmitriy@list.ru

Птицина Елена Витальевна  
д.т.н., профессор  
ФГБОУ ВПО «Омский Государственный  
технический университет», г. Омск, Россия

Pticina Elena Vital'evna  
Dr.Sci.Tech., professor  
Omsk State Technical University, Omsk, Russia

Файфер Лилия Андреевна  
Магистрант  
ФГБОУ ВПО «Омский Государственный  
технический университет», г. Омск, Россия  
faiferlilia@mail.ru

Faifer Liliya Andreevna  
master student  
Omsk State Technical University, Omsk, Russia  
faiferlilia@mail.ru

В статье представлен алгоритм определения действующего значения тока и коэффициента искажения синусоидальности формы кривой тока в электрических системах на основании дискретного вейвлет преобразования. Показатели качества электроэнергии имеет существенное значение в случае нестационарных режимов. В этом случае удовлетворительных результатов не могут обеспечить ни подходы, основанные на анализе частотного спектра, использующие быстрое преобразование Фурье, ни методы, основанные на локализации в временной области. Представленный алгоритм предполагает разделение сигнала тока по частотным диапазонам, отвечающих за определенный спектр гармоник. Предложенный алгоритм позволяет избежать эффекта растекания спектра. Эффективность алгоритма была проверена компьютерным моделированием

This article presents an algorithm based on the discrete wavelet transform for the analysis of current root mean square (RMS) value and total harmonic distortion (THD) in power systems. Power quality indices play an important role in case of non-stationary distorted waveforms, where neither a frequency-domain-based approach using fast Fourier transform tools nor a time-domain-based approach using real time data give satisfactory results. The algorithm proposed decomposes the current waveforms into uniform frequency bands corresponding to the odd harmonic components of the signal. The proposed algorithm overcomes the spectra leakage problem. Computer simulations verified the effectiveness of the proposed algorithm

Ключевые слова: ВЕЙВЛЕТ -  
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ, ДЕЙСТВУЮЩЕЕ  
ЗНАЧЕНИЕ, КОЭФФИЦИЕНТ ИСКАЖЕНИЯ  
СИНУСОИДАЛЬНОСТИ

Keywords: WAVELET TRANSFORMS, ROOT  
MEAN, SQUARE, TOTAL HARMONIC  
DISTORTION VALUE

Для расчета несинусоидальных режимов систем электроснабжения применяется метод наложения, при котором на основании преобразования Фурье определяются отдельные частотные компоненты сигнала тока (напряжения). В условиях стационарного режима (неизменного во времени) данный подход обеспечивает приемлемые результаты моделирования и анализа. В случае изменения режима работы электроустановки (изменения числа, потребляемой мощности, напряжения в узлах нагрузок) использование преобразования Фурье может исказить представление об исследуемом сигнале. Связано это, прежде всего, с отсутствием локализации базовых функций преобразования Фурье в пространстве времени. Проиллюстрируем данное утверждение осциллограммами тока в случае неизменного и нестационарного режима работы электроустановки. В первом случае (рисунок 1) на протяжении исследуемого интервала времени спектральный состав тока не изменяется и является суммой трех частотных компонент.

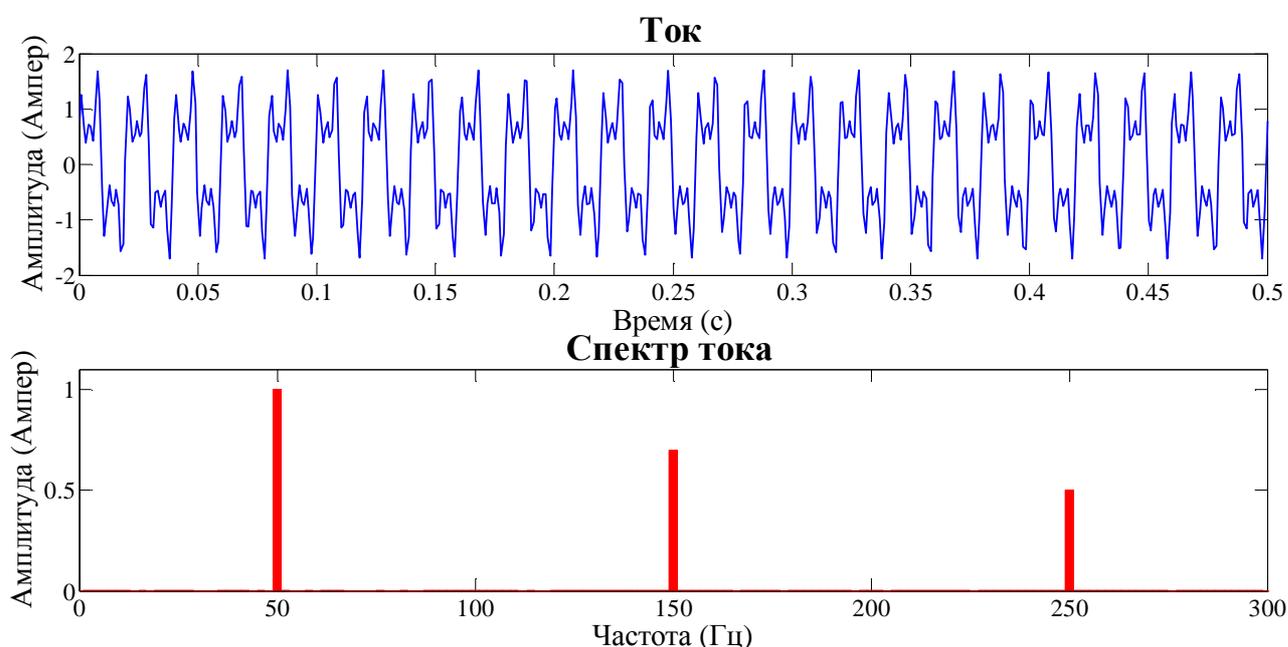


Рисунок 1- График и частотный спектр стационарного сигнала.

При анализе нестационарных процессов возникает эффект «растекания спектра» (рисунок 2), т.е. вместо узкого пика получается сложный спектр, в котором в общем случае могут содержаться все возможные частоты. Причина растекания спектра состоит в том, что ДПФ неявно подразумевает периодическое продолжение анализируемого фрагмента сигнала. Если на рассматриваемом промежутке укладывается целое число периодов синусоиды (это эквивалентно условию совпадения ее частоты с одной из частот анализа), периодически продолженный сигнал также будет непрерывной синусоидой, в спектре которой содержится единственная частота. Если же число периодов на интервале анализа не является целым, при периодическом продолжении сигнала непрерывность синусоиды окажется нарушенной и спектр «растечется» [1].

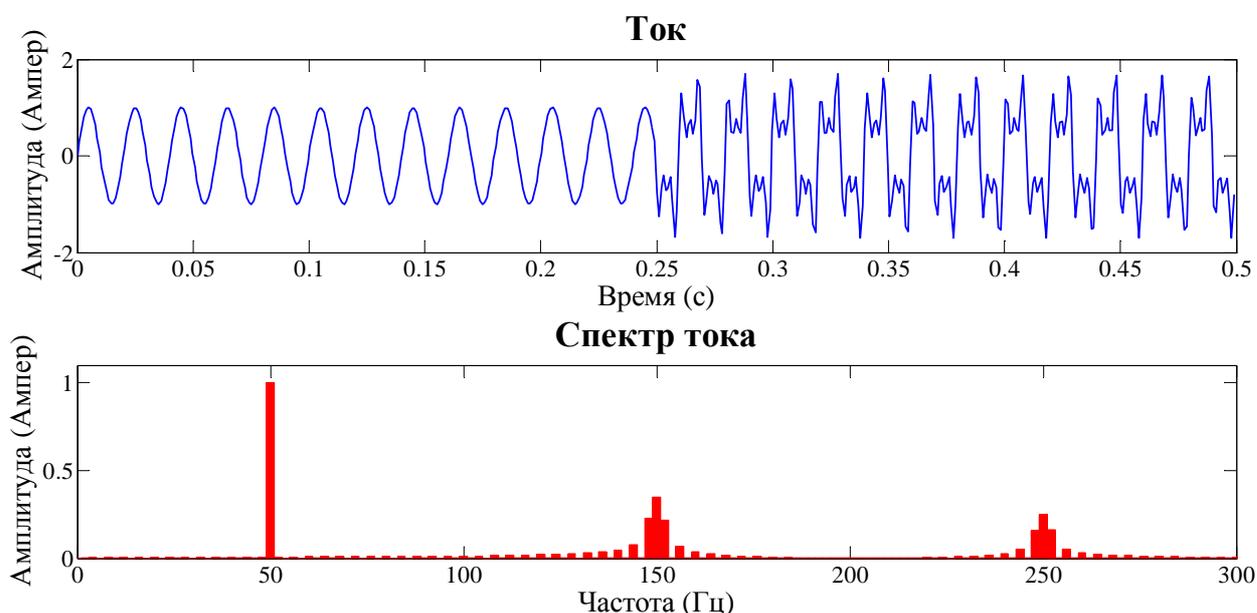


Рисунок 2. График и частотный спектр нестационарного сигнала

Для уменьшения влияния эффекта «растекания» используются «весовые» или оконные функции. При этом исходный сигнал перед преобразованием Фурье умножается на некоторую функцию, убывающую от середины к краям. Это ослабляет влияние разрывов, образующихся на

стыке фрагментов сигнала при его периодизации [1]. Для работы с нестационарными сигналами так же часто пользуются модифицированной версией ПФ, которая носит название Оконное преобразование Фурье (ОПФ). Основная проблема ОПФ заключается в сложности подбора ширины используемой оконной функции (окна).

В настоящее время все более широкое применение для анализа нестационарных процессов в электроэнергетике и других областях техники получает вейвлет преобразование, которое «даёт лучшую, чем оконное преобразование Фурье, возможность, рассмотреть высокочастотные явления с коротким сроком жизни» [2].

Дискретное вейвлет преобразование определяется скалярным произведением двух кусочно-непрерывных функций – исследуемой функции тока  $i(t)$  и вейвлет функции  $\psi(t)$  на отрезке  $[a, b]$ , при  $(a < b)$ :

$$\langle i | \psi \rangle = \int_a^b i(t)\psi(t)dt \quad (1)$$

Система базисных функций  $\psi(t)$ , впервые предложенных А. Хааром (названных впоследствии вейвлетами), обладала главной особенностью вейвлетов: локальной областью определения (ограниченными носителями), ортогональностью и единичной нормой, нулевым средним и автомодельностью [3]. Семейство вейвлет функций образуется путём изменения масштаба и сдвига базисной функции  $\psi(t)$ , что в общем виде может быть представлено:

$$\psi_{jk}(t) = \sqrt{2^j} \psi(2^j t - k); \quad (2)$$

Изменение масштаба и сдвига базисной функции иллюстрирует алгоритм разложения, представленный на рисунке 4 для  $j=1$  уровня разложения и на рисунке 5 для  $j=2$  уровня разложения. Вейвлет преобразование позволяет получить временную и частотную информацию, сужая окно для выделения коротких высокочастотных участков или

расширяя его для анализа длительных низкочастотных колебаний [4]. Различают непрерывное (НВП) и дискретное (ДВП) вейвлет преобразование. Так, представленное на рисунке 3 НВП исследуемого нестационарного сигнала даёт четкое представление в трёхмерном пространстве об изменении амплитуды, частоты и времени.

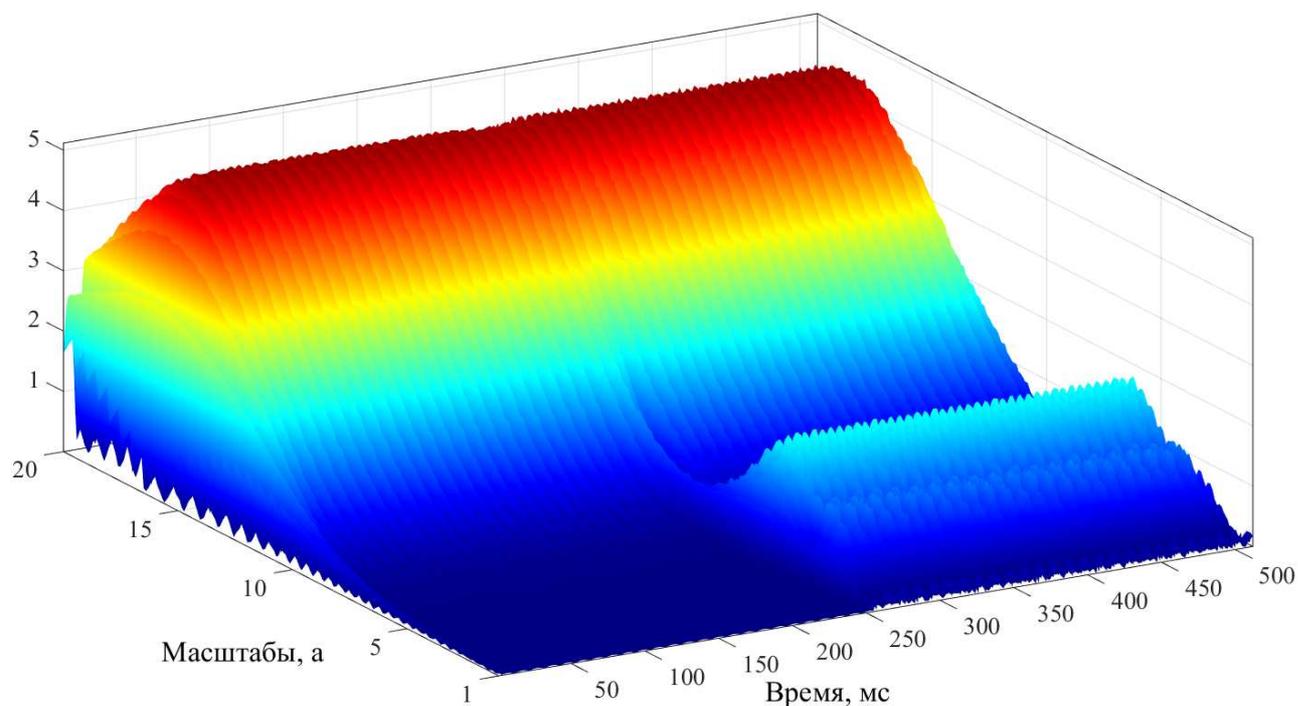


Рисунок 3. Непрерывное вейвлет преобразование исследуемого нестационарного сигнала тока

Расчет вейвлет-спектра при НВП сопряжен со значительными вычислительными трудностями при непрерывном изменении параметров  $j$  и  $k$ . Множество функций  $\psi_{j,k}$  избыточно, поэтому для сохранения возможности восстановления исходного сигнала из его преобразования необходима дискретизация этих параметров. Зачастую дискретизация реализуется через степени двойки.

В настоящее время Хаара были вытеснены другими типами вейвлетов, но вместе с тем, вейвлеты Хаара являются достаточно удобными для формирования теоретического базиса исследования сигналов с применением вейвлет преобразования. Вейвлет Хаара можно задать функционально следующим образом:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0,5 \\ -1, & 0,5 \leq t < 1 \\ 0, & t < 0, \quad t \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

При обработке числовых массивов данных дискретные вейвлеты используются, как правило, в паре со связанными с ними дискретными масштабирующими функциями [3].

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & t < 0, \quad t > 1 \end{cases} \quad (3)$$

Численный эксперимент дискретного вейвлет преобразования проведём для нестационарного сигнала тока, представленного на рисунке 2. На основании теоремы Котельникова (теоремы отсчетов) непрерывный сигнал тока  $i(t)$ , спектр которого не содержит частот выше  $f_m$ , полностью определяется дискретной последовательностью своих мгновенных значений  $\{i_k\}$ ,  $k=0,1,\dots,N-1$ , отсчитываемых через интервалы времени  $\Delta t$ :

$$\Delta t = \frac{1}{2f_m}, f_D = \frac{1}{\Delta t} = 2f_m, \quad (4)$$

где  $\Delta t$  и  $f_D$  – интервал (шаг) и частота дискретизации.

Таким образом, дискретизированный с шагом  $\Delta t$  сигнал можно определить выражением:

$$i_D(t) = \{i_i\} = \sum_{i=1}^{N-1} i(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t), \quad (5)$$

где  $\delta(t)$  – дельта функция.

Приняв частоту дискретизации  $f_D = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.00125} = 800$  (Гц) получаем дискретный сигнал тока, представляющий собой вектор-строку из 16 элементов (рисунок 4). Перемножая полученный дискретный сигнал с масштабирующей функцией  $\varphi(t)$ , сдвигаемой по оси времени, так чтобы  $\varphi(t)$  полностью покрыла исследуемый сигнал, получаем

аппроксимирующие коэффициенты первого уровня разложения  $i_{1,k}^A$ . Аналогичным образом, проводя перемножение с вейвлетом Хаара  $\psi(t)$  получаем детализирующие коэффициенты  $i_{1,k}^D$ . Для второго (рисунок 5) и последующего уровней разложения необходимо по формуле (2) получить новое семейство отмасштабированных и сдвинутых функций  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$ .

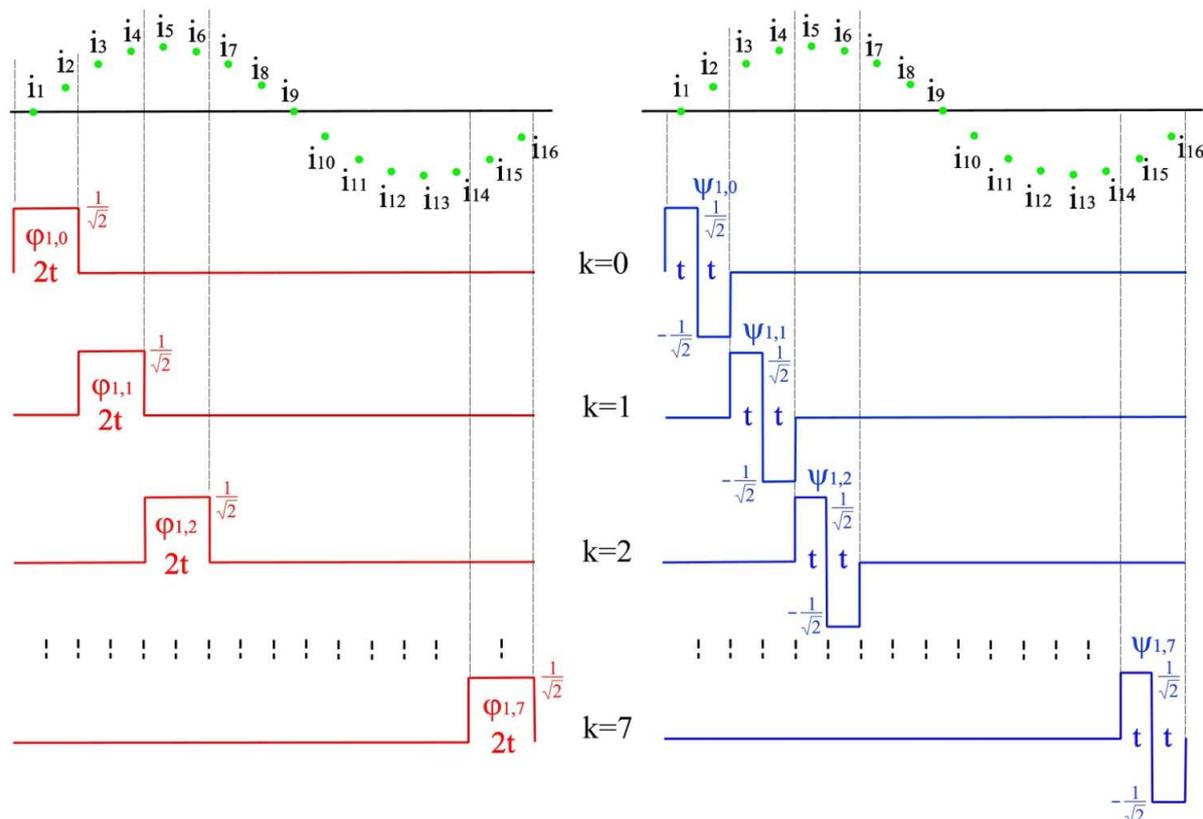


Рис. 4. Первый уровень вейвлет разложения исследуемого дискретного сигнала

На практике для анализа сигналов часто пользуются быстрым вейвлет преобразованием или алгоритмом Малла из-за возможности вычислять вейвлет коэффициенты без интегрирования, при помощи алгебраических операций свертки. Фиксированное количество коэффициентов  $h_0(k)$  и  $h_1(k)$  связывают масштабируемую функцию и вейвлет одного разрешения с масштабирующей функцией на следующем более низком разрешении [4]:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \sum_k h_0(k) \sqrt{2} \varphi(2t - k); \\ \psi(t) &= \sum_k h_1(k) \sqrt{2} \varphi(2t - k); \end{aligned} \quad (6)$$

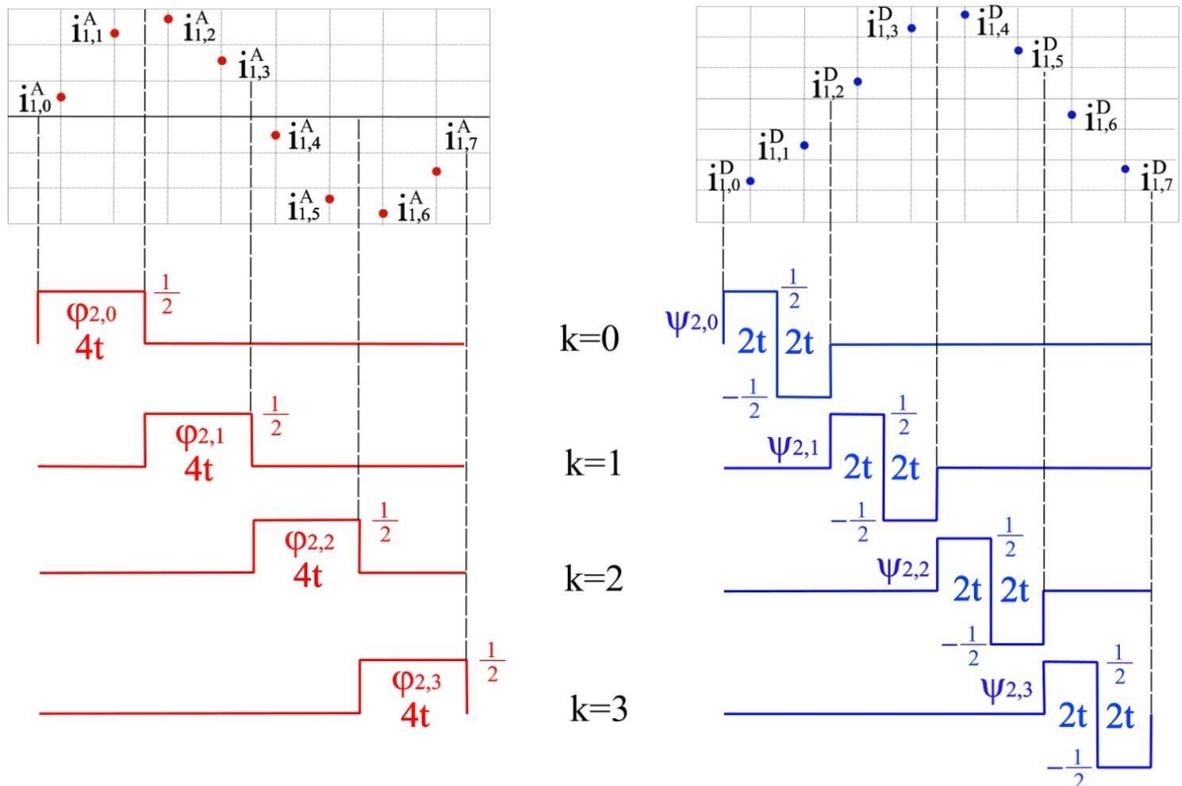


Рисунок 5. Второй уровень вейвлет разложения исследуемого дискретного сигнала

Представленная на рисунке 6 схема декомпозиции сигнала позволяет выделить аппроксимирующие  $i_{j,k}^A$  и детализирующие  $i_{j,k}^D$  вейвлет коэффициенты, характеризующие определенный спектр частот. А сигнал тока (напряжения, мощности) может быть представлен через вейвлет коэффициенты:

$$i(t) = \sum_{k=0}^{k_m} i_{j,k}^A \varphi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^{k_m} i_{j,k}^D \psi_{j,k}(t) \quad (7)$$

Следует отметить, что полученные при разложении сигнала (при выбранной частоте дискретизации) вейвлет коэффициенты будут характеризовать различные частотные компоненты исследуемого сигнала в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1. Частотные диапазоны вейвлет коэффициентов

Коэффициенты разложения		$i_{3,k}^A$	$i_{3,k}^D$	$i_{2,k}^D$	$i_{1,k}^D$
Частотный диапазон (Гц)	Верхняя граница	50	100	200	400
	Нижняя граница	0	50	100	200

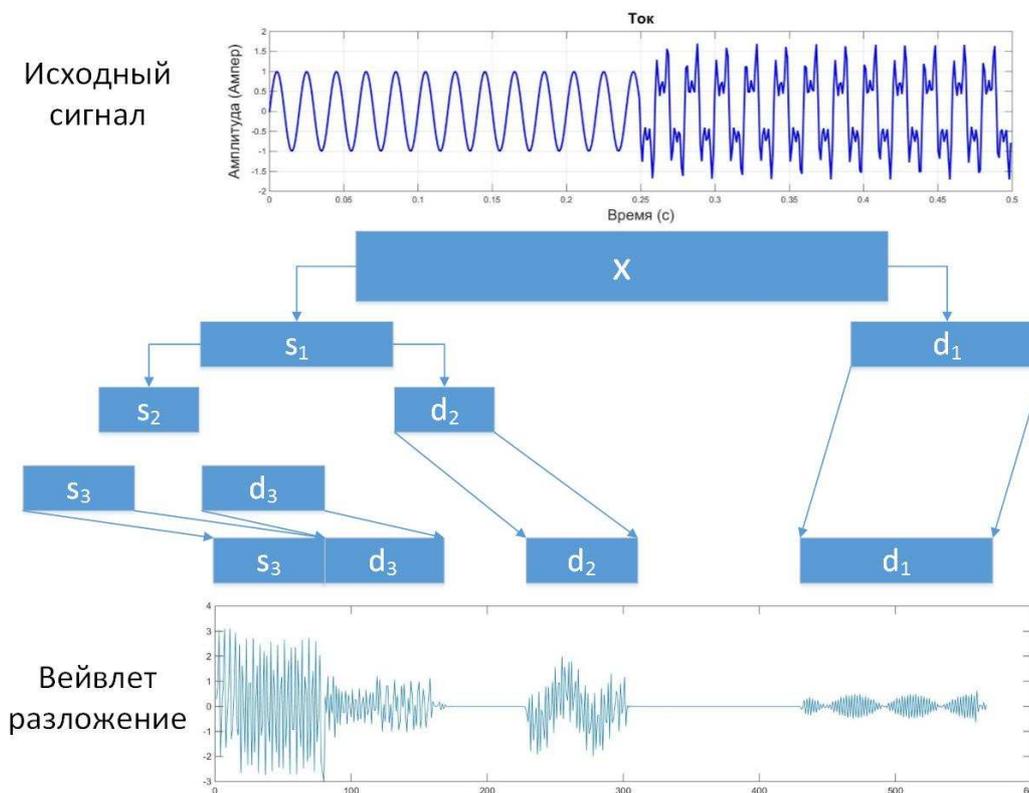


Рисунок 5. Исходный сигнал и вейвлет разложение

На основании равенства Парсевала может быть вычислено действующее значение тока в заданном диапазоне частот. В нашей работ, действующее значение основной частоты (50 Гц) может быть получено через аппроксимирующие и детализирующие вейвлет коэффициенты третьего (в нашем случае максимального) уровня разложения:

$$I_{(50)} = N^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\sum_{k=0}^{k_m} (i_{3,k}^A)^2 + \sum_{k=0}^{k_m} (i_{3,k}^D)^2} \tag{8}$$

Действующее значение токов высших гармоник  $I_{(v)}$  определяется через детализирующие коэффициенты первых двух уровней разложения:

$$I_{(v)} = N^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=0}^{k_m} (i_{j,k}^D)^2} \tag{9}$$

где,  $N$  – количество отсчётов исследуемого дискретного сигнала

Полученные таким образом действующие значения могут быть подставлены в формулу для расчёта коэффициента искажения синусоидальности:

$$K_u = \frac{I_{(v)}}{I_{(50)}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=0}^{k_m} (i_{j,k}^D)^2}{\sum_{k=0}^{k_m} (i_{3,k}^A)^2 + \sum_{k=0}^{k_m} (i_{3,k}^D)^2}} \quad (13)$$

Задача применения вейвлет анализа для идентификации искажений синусоидальных сигналов напряжения и тока в системах промышленного электроснабжения с обоснованием выбора вейвлет носителя решена в работе [5]. Автор исследует применимость более десятка различных типов вейвлетов в задачах определения показателей качества электроэнергии.

В нашей работе ограничимся четырьмя типами вейвлетов, представленных в таблице 2. Определим с помощью указанных вейвлетов действующие значения токов основной частоты и высших гармоник с последующим нахождением коэффициента искажения синусоидальности.

Таблица 2. Сравнение точности расчета по некоторым вейвлетам

	Аналитически расчет	Расчет по вейвлет коэффициентам для вейвлетов			
		Хаара	Добеши 10	Добеши 24	Добеши 42
Действующее значение основной частоты $I_{(50)}$ , А	0,707	0,6927	0,7176	0,7106	0,7095
Действующее значение высших гармоник $I_{(v)}$ , А	0,4302	0,4529	0,4124	0,4243	0,4261
Действующее значение тока $I$ , А	0,8276	0,8276	0,8276	0,8276	0,8276
Коэффициент искажения $K_u$	0,6085	0,6538	0,5747	0,5972	0,6005
Погрешность определения коэффициента искажения, %		7,4	5,6	1,9	1,3

Из таблицы видно, что тип используемого вейвлета во многом определяет точность расчета коэффициента искажения. Наиболее приемлемые результаты показали вейвлеты Добеши 24 и 42 порядков (db24, db42), погрешность не превысила 2%. Предлагаемые методы определения гармонического состава тока или напряжения совместно с современными способами активной фильтрации высших гармоник [6,7] помогут решать задачи обеспечения качества электроэнергии, используя преимущества вейвлет преобразования.

### Библиографический список

1. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов/АБ Сергиенко //СПб: ПИТЕР. – 2002.
2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
3. Нагорнов, О.В. Вейвлет-анализ в примерах: учеб. пособие / О.В. Нагорнов, [и др.]. – М.:НИЯУ МИФИ, 2010. – 120 с.
4. Захарова, Т.В. Вейвлет-анализ и его приложения: учеб. пособие / Т.В. Захарова, О.В. Шестаков. – М.:ИНФРА-М, 2012. – 150 с.
5. Аббакумов, А.А. Разработка методики и алгоритмов идентификации отклонений от нормативов параметров качества электроэнергии в системах электроснабжения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ / Аббакумов Андрей Александрович ; рук. работы С.А. Федосин. – Саранск: Мордовский гос. ун-т им. Н.П. Огарева, 2005. – 180 с.
6. Долингер, С.Ю. Схематические решения активной фильтрации кривой тока в четырёхпроводной трехфазной сети для обеспечения качества электрической энергии / С.Ю. Долингер, В.Н. Горюнов, А.А.Планков, О.А. Сидоров // Омский научный вестник. – 2013. – №3(103). – С. 214-217.
7. Горюнов, В.Н. Определение управляющего воздействия активного фильтра гармоник / В.Н. Горюнов, Д.С. Осипов, А.Г. Лютаревич // Электро. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. – 2009. – №6 – С. 20-24.

### References

1. Cergienko A. B. Cifrovaja obrabotka signalov/AB Sergienko //SPb: PITER. – 2002.
2. Dobeshi I. Desjat' lekcij po vejvletam. – Izhevsk: NIC «Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika», 2001. – 464 s.
3. Nagornov, O.V. Vejvlet-analiz v primerah: ucheb. posobie / O.V. Nagornov, [i dr.]. – M.:NIJaU MIFI, 2010. – 120 s.
4. Zaharova, T.V. Vejvlet-analiz i ego prilozhenija: ucheb. posobie / T.V. Zaharova, O.V. Shestakov. – M.:INFRA-M, 2012. – 150 s.

5. Abbakumov, A.A. Razrabotka metodiki i algoritmov identifikacii otklonenij ot normativov parametrov kachestva jelektrojenergii v sistemah jelektrosnabzhenija: dis. ... kand. tehn. nauk: 05.13.18 – matematicheskoe modelirovanie, chislennye metody i komplekсы programm / Abbakumov Andrej Aleksandrovich ; ruk. rabo-ty S.A. Fedosin. – Saransk: Mordovskij gos. un-t im. N.P. Ogareva, 2005. – 180 s.
6. Dolinger, S.Ju. Shematicheskie reshenija aktivnoj fil'tracii krivoj toka v chetyrjohпроводной trehfaznoj seti dlja obespechenija kachestva jelektricheskoy jener-gii / S.Ju. Dolinger, V.N. Gorjunov, A.A.Plankov, O.A. Sidorov // Omskij nauchnyj vestnik. – 2013. – №3(103). – S. 214-217.
7. Gorjunov, V.N. Opredelenije upravljajuschego vozdeystvija aktivnogo fil'tra garmonik / V.N. Gorjunov, D.S. Osipov, A.G. Ljutarevich // Elektro. Elektrotehnika, elektroenergetika, elektrotehnicheskaja promyshlennost'. – 2009. – №6 – S. 20-24.