

УДК 631.363.286

UDC 631.363.286

05.00.00 Технические науки

Technical science

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ДВИЖЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ КОРМОВ В
РЕЛЯТИВНЫХ ВИНТОВЫХ БАРАБАНАХ****ANALYTICAL RESEARCH OF THE
MOVEMENT OF COMPONENTS OF FORAGES
IN RELATIVE SCREW DRUMS**Марченко Алексей Юрьевич
к.т.н., доцентMarchenko Alexey Yuryevich
Cand.Tech.Sci., associate professor

Представлены результаты аналитического исследования движения компонентов кормов в винтовых барабанах на примере релятивных барабанов РЦ7.1.а и РЦ5.1а, имеющие ту особенность, что по периметру образованы явно выраженные условно цилиндрические винтовые линии. Показан проведенный анализ движения частиц компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах и выполненный обзор математических моделей, применительно к движению компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах, в том числе модель сплошного потока частиц компонентов кормов, модель энергетического баланса движения непрерывного потока частиц компонентов кормов, модель движения компонентов кормов как материальной точки. Представлены аналитические зависимости для определения продольной скорости перемещения компонентов кормов и длины релятивного винтового барабана. Показаны уточненные расчетные модели движения компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах

The article presents the results of the analytical research of the movement of components of forages in screw drums on the example of relative reels of Rts7.1.A and Rts5.1a having the next feature: on the perimeter, we have obviously expressed conditionally cylindrical screw lines formed. The carried-out analysis of the movement of particles of components of forages in relative screw drums and the executed review of mathematical models in relation to the movement of components of forages in relative screw drums, including a model of a continuous stream of particles of components of forages, a model of power balance of the movement of a continuous stream of particles of components of forages, a model of the movement of components of forages as a material point has been shown. Analytical dependences for determination of longitudinal speed of movement of components of forages and the length of a relative screw drum are presented. The article examines specified settlement models of the movement of components of forages in relative screw drums

Ключевые слова: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ,
ЧАСТИЦЫ КОМПОНЕНТОВ КОРМОВ,
МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ СИЛ

Keywords: MATHEMATICAL MODELS,
PARTICLES OF COMPONENTS OF FORAGES,
MODELING OF CONTACT FORCES

**Аналитическое исследование движения компонентов кормов в
релятивных винтовых барабанах****1 Общие замечания, постановка задачи**

При анализе кинематики движения частиц компонентов кормов, рассматриваются релятивные винтовые барабаны, например, РЦ7.1.а и РЦ5.1а, имеющие особенность в том, что по периметру образованы явно выраженные условно цилиндрические винтовые линии [1.2] При вращении релятивных винтовых барабанов, частицы компонентов кормов совершают сложное пространственное движение, например, по трем

винтовым линиям, непрерывно проходя вдоль его стенок. Если задаваться какой-то средней скоростью перемещения и временем выполнения технологического процесса приготовления кормов $t_{\text{приг.}}$, то при перемещении частиц компонентов кормов вдоль оси вращения этого релятивного винтового барабана, можно оценить такой геометрический параметр как его длину ($L_{\text{р.в.б.}}$). Угол наклона образующей винтовой линии относительно оси вращения релятивного винтового барабана $j = \text{Const}$ (рисунок 1, рисунок 2), а длина участка ребра плоских элементов ℓ является секущей этой линии, равная диаметру вписанной внутри релятивного винтового барабана сферы- d . Поэтому, для изучения кинематики движения частиц компонентов кормов и определения производительности, необходимо задать еще такой параметр как длина плоского элемента, а затем классифицировать рассматриваемые параметры следующим образом:

1. Неизменные угловые параметры релятивного винтового барабана, например, определяющие пространственную геометрию перемещаемых частиц компонентов кормов, где $j = \text{Const}$ задают основную направленность этого перемещения, а поэтому являются основным угловым параметром.

2. Варьируемые линейные параметры:

- длина участка ребра плоских элементов $-\ell$;

- длина релятивного винтового барабана - $L_{\text{р.в.б.}}$.

Эти параметры являются сложными функциями состояния кинематических параметров перемещения частиц компонентов кормов, времени выполнения технологического процесса [3].

Исходя из характера технологического процесса приготовления кормов, время приготовления должно быть оптимальным, что, безусловно, усложняет задачу определения параметров $L_{\text{р.в.б.}}$ и ℓ , а, следовательно, и

размеров релятивного винтового барабана, так как должна решаться задача оптимизации его конструкции в целом.

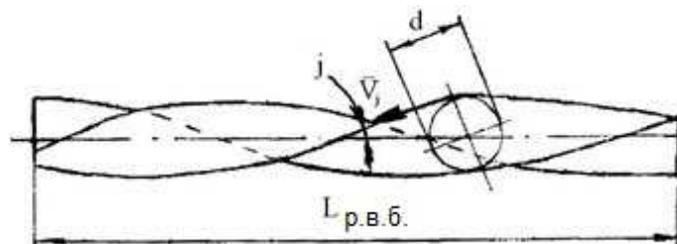


Рисунок 1 – Релятивный винтовой барабан РЦ 7.1.а

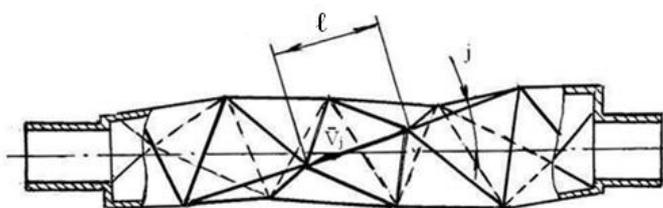


Рисунок 2 – Релятивный винтовой барабан РЦ 5.1.а

Для выявления качественной стороны процесса рассматриваемая задача определения параметра $L_{р.в.б.}$ и l может быть сужена до следующей: варьируя длину участка ребра плоских элементов - l и время приготовления кормов $t_{приг.}$ проводим моделирование параметров некоторого условного (при определенных допущениях) движения частиц компонентов кормов с целью получения аналитических выражений для описания этого движения. Характерной особенностью реального движения частиц компонентов кормов является то, что при отсутствии разности давлений от каких-то посторонних внешних источников на входе – выходе релятивного винтового барабана, перемещение будет вызвано одной активно действующей силой тяжести в направлении винтовых линий. С другой стороны, на данное перемещение определенное воздействие будут оказывать так называемые контактные силы – силы, образующиеся в результате соударения и обкатывания, суммарная работа сил трения, сопровождающая упругое скольжение в зоне контакта компонентов кормов, а также трение между перемещаемыми частицами компонентов кормов с внутренней поверхностью вращающегося винтового барабана.

Нужно иметь в виду, что контактные силы участвуют в непосредственном выполнении технологических процессов, определяют, помимо физико-химических свойств процесса, состояние параметра времени обработки $t_{обр.}$, и интенсивность их воздействия зависит от угловой скорости вращения релятивного винтового барабана ω . Они имеют двояко выраженную природу [4]:

- направленности, где участвуют совместно с силой тяжести в сложном пространственном движении частиц компонентов кормов, образуя суммарное воздействие;

- стохастичности, где вдоль сложных пространственных траекторий контакты (обкатывания и соударения) носят случайный характер.

Разумеется, разграничить эту природу достаточно сложно, но необходимо, для изучения реального процесса приготовления кормов в двух направлениях: кинематическом и технологическом.

В заключение отметим, что на сложное пространственное движение частиц компонентов кормов определяющее влияние при вращении релятивного винтового барабана оказывает достаточно сложная пространственная геометрия углов, образованных ребрами и плоскими элементами периметра винтового барабана, среди которых угол наклона образующей винтовой линии $j = \text{const}$ к оси вращения релятивного винтового барабана следует считать основным, потому что он определяет характер перемещения вдоль трех винтовых линий. Поэтому, вначале проведем анализ движения компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах.

2 Анализ движения частиц компонентов

кормов в релятивных винтовых барабанах

При вращении релятивного винтового барабана частицы компонентов кормов совершают сложное пространственное движение по релятивным винтовым линиям, непрерывно проходя вдоль его стенок, угол наклона релятивных винтовых линий j , при этом $j = \text{const}$ [1, 2].

Для проведения анализа кинематики движения компонентов кормов зададим правую тройку единичных векторов \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} , где по правилу векторного произведения $\bar{k} = \bar{i} \times \bar{j}$ определяет направление вращения вектора угловой скорости релятивного винтового барабана $\bar{\omega} = \omega \cdot \bar{k}$. В этом случае направление перемещения вдоль оси вращения релятивного винтового барабана частиц компонентов кормов будет происходить в противоположном направлении, т.е. в направлении « $-\bar{k}$ » (рисунок 3).

Таким образом, если на векторах \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} строить соответственно оси пространственной неподвижной системы координат XYZ, то составляющие проекций продольного перемещения будут соответствовать скорости и пути $V_z < 0$, $Z < 0$.

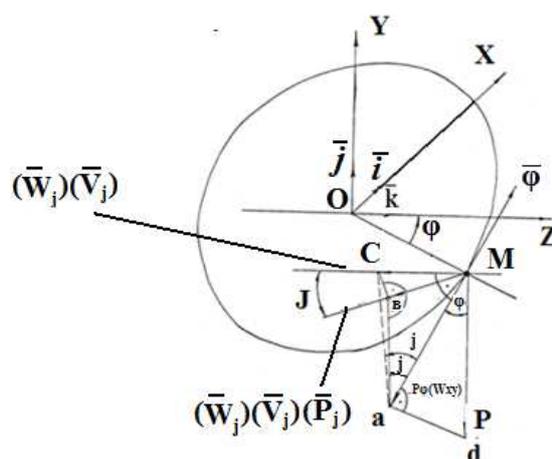


Рисунок 3 – Схема тройки единичных векторов, определяющих направление вращения угловой скорости винтового барабана

Поэтому, для изучения процесса движения частиц компонентов кормов вдоль направления релятивных винтовых линий, заданных углами

наклона $j = \text{const}$, целесообразно исследовать поведение величины скорости перемещения V_j .

Введем некую упрощенную модель «условного перемещения»: при вращении релятивного винтового барабана ω частица компонентов кормов, при воздействии сил (активной силы тяжести) последовательно переходит с одного ребра винтовой линии на другое по следующей релятивной винтовой линии, скатывается вниз по направляющим релятивных винтовых линий, т.е. получает перемещения (вдоль чередующихся винтовых линий), которые мы будем считать согласно этой условной модели непрерывными (во времени).

Все непрерывные условные перемещения происходят под углами наклона j относительно геометрической оси вращения винтового барабана и, если известен вектор ускорений W_{xy} (в плоскостях поперечных сечений) плоскости XYZ (рисунок 3, рисунок 4), то образуется некоторое ускорение перемещения W_j вдоль направлений релятивных винтовых линий, которое может быть записано в виде:

$$\bar{W}_j = W_{xy} \cdot \sin j, \quad (1)$$

где $W_j = \frac{dV_j}{dt}$ - величина ускорения.

Эта формула вытекает из простых физических соображений.

Составляющая силы веса $\bar{P}_\varphi = -\bar{P} \cdot \cos \varphi$

(2)

будет проектироваться на направление j по формуле:

$$\bar{P}_j = \bar{P}_\varphi \cdot \sin j. \quad (3)$$

Аналогично, по такой же зависимости, будут проектироваться и массовые силы (силы трения, соударения).

Согласно 2-му закону Ньютона:

$$\bar{W}_{xy} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{F}_i, \quad (4)$$

где в \bar{F}_i входит и составляющая от силы веса \bar{P}_φ ;

Таким образом, согласно (1) и (5) в нашей модели «условного перемещения» векторы \bar{W}_z , \bar{W}_{xy} проектируются на направление j , при этом, выполняется условие: $\bar{W}_j = \bar{W}_{xy} \cdot \sin j \approx \bar{W}_z \cos j$.

Из этих двух соотношений, после интегрирования, определяется и другая характеристика (рисунок 3, рисунок 4):

$$V_j = V_z \cdot \cos j \quad \text{или} \quad V_z = \frac{V_j}{\cos j}, \quad (7)$$

т.е. установлена связь между величинами скоростей перемещений, при условии, что при $t_0 = 0$, $V_{j0} = V_{z0} = 0$. Заметим, $V_j < V_z$, вытекающее из выражения (7), является условием «кратчайшего перемещения» вдоль направления винтовых линий.

Отметим, что при $\rho = r = \text{const}$ выше приведенная условная модель будет являться частным случаем – случаем винтовой линии, обладающей, как известно, следующими свойствами:

1. Касательные (в данном случае следует иметь в виду V_j - вектора) образуют постоянный угол (имеется в виду $j = \text{const}$) с некоторым неизменным направлением (в данном случае осью вращения релятивного винтового барабана).

2. Главная нормаль к винтовой линии во всех ее точках совпадает с нормалью к цилиндру, на котором начерчена винтовая линия.

3. Вдоль винтовой линии отношение радиуса кривизны к радиусу кручения – величина постоянная.

4. Кратчайшее расстояние (в нашем случае - перемещение) между двумя точками на цилиндре по винтовой линии проходит через эти точки (это свойство, пожалуй, и отражает $V_j < V_z$ в нашей условной модели).

Таким образом, изучаемый (моделируемый условно) нами процесс (рисунки 3, 4) следует исследовать:

- в плоскостях поперечных сечений XOY (W_3) ;
- в плоскостях мгновенных вращений W_i ;

Причем скорости \bar{V}_{zi} проектируются под постоянными углами на направления векторов \bar{V}_{ji} , которые являются касательными векторами в каждой из точек релятивных винтовых линий, где через каждый вектор V_j и точку K_i , лежащую на оси вращения, проходит своя мгновенная плоскость W_i .

Зависимость (7) является специфической особенностью исследуемого реального движения частиц компонентов кормов, так как входит в выражение для результирующей величины скорости V (рисунок 4):

$$V = \sqrt{V^2x + V^2y + V^2z}. \quad (8)$$

Таким образом, любое моделирование рассматриваемого реального процесса следует проводить с учетом данных особенностей:

- сила тяжести, контактные силы (взаимодействия частиц компонентов кормов) при вращении релятивного винтового барабана и в зависимости от поперечного профиля сечения релятивного винтового барабана вызывают вращательно-поступательные движения в плоскости XOY ;

- сила тяжести, как активная сила, направленная перпендикулярно к оси вращения релятивного винтового барабана, вызывает скатывание частиц компонентов кормов по релятивным винтовым линиям в противоположном направлении оси;

- движение в направлении j становится, в основном, известным при изучении движения в плоскости вращения XOY (W_3), так как при этом нужно только спроектировать рассматриваемые в этой плоскости силы на направление j , под направлением j следует понимать направление изучаемых движений вдоль векторов \bar{V}_{ji} ;

- следует отметить, что несколько затруднительной при проектировании на направление j остается природа контактных сил.

Отсюда следует, что при моделировании, с целью получения аналитических выражений, придется как-то загрублять контактные силы, а

также геометрию профиля поперечного сечения, следовательно, и точность исследуемой характеристики (7). А точность последней зависит от соотношения величин проекций на направление сил тяжести j и направленной результирующей от контактных сил. Моделирование можно проводить, изучая непрерывное движение всех частиц компонентов кормов в целом, а также и в отдельности каждой отдельной частицы.

Очевидным допущением при рассмотрении этих двух моделей является существенное условие:

- в первой модели частицы компонентов кормов рассматриваются как сплошная среда с некоторой условной переменной плотностью распределения масс материальных точек;

- во второй модели частицы компонентов кормов, представляющие совокупность частиц, рассматриваются как материальные точки различной массы.

3 Обзор математических моделей

3.1 Модель сплошного потока частиц компонентов кормов

В процессе непрерывной загрузки релятивных винтовых и комбинированных барабанов в каждой точке внутреннего пространства релятивного винтового барабана обратим внимание на векторы скоростей в выбранной, неподвижной относительно релятивного винтового барабана системы координат (произвольным образом). Вставляя в основные законы механики преобразованные выражения [5] можно прийти к системе уравнений движения потоков частиц компонентов кормов:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot \frac{dv_i}{dt} = \rho_1 \cdot f_1 + \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j}; \frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{d\rho_1}{dt} + \text{div } \bar{V} = 0 \\ \rho_1 \cdot \frac{du}{dt} = \text{div} (\bar{\epsilon} \cdot \bar{v}T) + P_{ij} \cdot V_{ij}; \end{cases} \quad (9)$$

Здесь: $i, j \leq 3$, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$

$\rho_1 = \rho_1(x, y, z, t)$ – плотность;

$T = T(x, y, z, t)$ – температура;

$V_i = V_x, V_y, V_z$ – проекции от $\vec{V}(x, y, z, t)$ на оси;

α - коэффициент теплопроводности;

$V_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j}$ - частные производные от V_x ;

V_y, V_z - по осям координат;

$P_{ij} = P_{ji}$ - симметричный тензор напряжений (механических),
тензор второго ранга;

f_i - проекции объемной силы \vec{f} оси x, y, z ;

u - энергия частиц компонентов кормов.

- вектор потока тепла в некотором объеме частиц компонентов кормов:

$$\vec{q} = \alpha \nabla T = - \alpha \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \vec{k} \right) \quad (10)$$

Дивергенция вектора скорости может быть представлена в виде:

$$d_{iv} \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}. \quad (11)$$

Правые части данных содержат частные производные и получение аналитических выражений без предварительного выявления физических свойств процесса при их интегрировании в самом общем виде будет явно затруднено.

Поэтому есть смысл рассмотреть вторую модель с целью выявления определенных качественных особенностей моделируемого процесса и использования их для упрощения проведения интегрирования уравнений первой модели.

3.2 Модель энергетического баланса движения непрерывного потока частиц компонентов кормов

Составим уравнение энергетического баланса относительно некоторой воображаемой оси вращения ($\omega = \text{const}$):

$$T_{\text{в.б.}} = \frac{J_{\text{в.б.}} \cdot \omega^2}{2} = W_d + W_T + Q_c \quad (12)$$

где $T_{р.в.б.}$ – кинетическая энергия релятивного винтового барабана (полый, без частиц компонентов кормов); $J_{р.в.б.}(x, y, z)$ – момент инерции релятивного винтового барабана относительно начала координат или относительно оси вращения z .

Кинетическая и потенциальная энергия потока W_k , движущегося из n -го количества частиц компонентов кормов в релятивном винтовом барабане, определяется по формуле:

$$W_{\partial} = \sum_{i=1}^n \frac{m_{\partial i} \cdot v_{\partial i}^2}{2} + \sum_{i=1}^n \phi(\bar{F}_{\partial i} \cdot d\bar{r}_i). \quad (13)$$

Кинетическая и потенциальная энергия потока W_r , движущегося из N бесчисленного количества частиц компонентов кормов может иметь вид:

$$W_r = \sum_{j=1}^{N=\infty} \frac{m_{rj} \cdot v_{ч.р.с.}^2}{2} + \sum_{j=1}^{N=\infty} \phi(\bar{F}_{rj} \cdot d\bar{r}_j), \quad (14)$$

Q_c – энергия, затрачиваемая на нагревание частиц компонентов кормов и релятивного винтового барабана, на смешивание и измельчение частиц компонентов кормов и другие процессы.

Соударения «взвешенной массы» частиц компонентов кормов под воздействием сил и моментов определить трудно без дополнительных ограничений и допущений. Поэтому ниже рассмотрим такую модель.

3.3 Модель движения частицы компонентов кормов как материальной точки

Пусть каждая движущаяся частица компонентов кормов некоторая условная материальная точка массы m участвует в плоскости во вращательно-поступательном движении в зависимости от профиля поперечного сечения релятивного винтового барабана. Тогда, вводя полярную систему координат, запишем в проекциях на координатные оси (рисунок 5):

$$\left. \begin{aligned} X &= \rho \cdot \cos\varphi \\ Y &= \rho \cdot \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

уравнения движения, которые могут быть использованы для определения V_x , V_y и, следовательно, для определения $V_x^2 + V_y^2$ при подстановке в выражение (8). Если проектировать контактные силы и силу тяжести в направлениях ρ , φ (в направлении изменения радиуса вращения и соответственно угла поворота), то можно записать известные дифференциальные уравнения движения материальной точки М в виде [8]:

$$\left\{ \begin{aligned} m \cdot (\ddot{\rho} - \rho \cdot \dot{\varphi}^2) &= F\rho \\ m \cdot (\rho \cdot \ddot{\varphi} + 2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\varphi}) &= F\varphi \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

где $\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}$; $\ddot{\rho} = \frac{d^2\rho}{dt^2}$; $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$; $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Выражения в скобках левых частей представляют ускорения. Заметим, что если траектория движения точки М вдоль ломаной линии, то производные $\dot{\rho}$, $\ddot{\rho}$ будут скачкообразно изменяться при прохождении через угловые точки данной линии, а это вызовет дополнительные трудности при интегрировании данной системы.

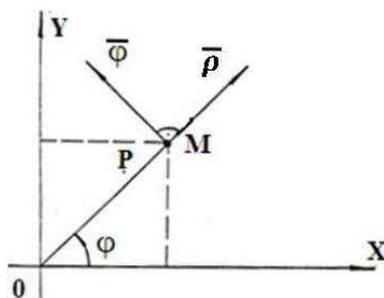


Рисунок 5- Схема вращения точки М в полярной системе координат

Такие замкнутые ломаные линии будут представлять профили поперечного сечения релятивного винтового барабана с меняющейся геометрией от сечения к сечению в плоскостях, параллельных плоскости ХОУ в текущие моменты t . Поэтому необходимо как-то «скруглить» текущий радиус $\rho(t)$ с целью непрерывного изменения этих производных $\dot{\rho}$, $\ddot{\rho}$ в левой части системы (16), что, безусловно, является очередным допущением при рассмотрении этой модели.

Природа и характер проектируемых контактных сил на направления ρ , φ также может способствовать установлению основных свойств моделируемого процесса при его изучении в плоскости XOY. Если, например, распределение на направление φ величин проекций от действия активной силы тяжести и контактных сил окажется таковым, что $F_{\varphi} = 0$, то мы имеем следующее свойство:

$$\rho^2 \cdot \dot{\varphi} = \text{const}, \quad (17)$$

где для получения этого выражения нужно при $F_{\varphi} = 0$ умножить левую и правую часть нижнего уравнения системы (16) на ρ , и увидим, что при

$$\text{свертывании } \frac{d(\rho^2 \cdot \dot{\varphi})}{dt} = 0, \text{ а именно: } \rho \cdot (\rho \cdot \ddot{\varphi} + 2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\varphi}) =$$

$$0; \rho^2 \cdot \ddot{\varphi} + 2\rho \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\varphi} = 0; (\rho^2 \cdot \dot{\varphi})'_t = \rho^2 \cdot \ddot{\varphi} + 2\rho \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\varphi} = 0; \int \frac{d(\rho^2 \cdot \dot{\varphi})}{dt} \cdot dt = C; \rho^2 \cdot \dot{\varphi} = C,$$

где C – произвольная постоянная.

Тогда верхнее уравнение системы (16), в зависимости от характера величины силы F_{ρ} , может быть проинтегрированным (и, возможно, с достаточно точным приближением) в аналитическом виде, как, например, это делается в теории притяжения планет. При определенных условиях уравнения системы (16) могут быть разделены, или почти разделены, что позволит получить определенные асимптотические разложения при их интегрировании. В зависимости от этого, а также в зависимости от угловой скорости вращения релятивного винтового барабана, движение в плоскости XOY может носить либо вращательный, либо вращательно-колебательный характер. Последний вид движения, возможно, будет носить характер вынужденных колебаний, сводящихся к квазилинейным. Важно, чтобы эти колебания не были затухающими, так как эта модель движения будет противоречить описанию реального процесса.

4. Характер моделирования контактных сил частиц компонентов кормов, при их движении в релятивных винтовых барабанах

Механическую систему, состоящую из вращающегося релятивного винтового барабана, частиц компонентов кормов, которые в свою очередь совершают сложное пространственное движение, нельзя отнести к категории газообразных, жидких или твердых сред, для которых законы движения изучаются с учетом своих особенностей (например, для частиц сыпучих материалов сумма всех внутренних действующих сил равна нулю и т.д.). Эта система, с точки зрения ее изучения занимает какое-то промежуточное положение между жидкими и твердыми средами. Контактные силы наделены в данной системе «особой природой». При вращении релятивного винтового барабана частицы компонентов кормов увлекаются стенками релятивного винтового барабана, соприкасаются, обкатываются, соударяются между собой и при их соприкосновении со стенками релятивного винтового барабана образуются дополнительные силы трения. Но, тем не менее, каждой выбранной неподвижной точке пространства релятивного винтового барабана, через которую проходит движущийся непрерывный поток материальных точек, в результате соударений присущи такие свойства как некоторая условная плотность, вязкость, сыпучесть. Это обстоятельство наводит на мысль, что для моделирования качественной картины процесса движения частиц компонентов кормов необходимо также моделировать силы трения, как силы сопротивления. Коэффициенты пропорциональности (коэффициенты трения - μ), участвующие в моделировании величин данных сил, должны быть невелики, по возможности носить постоянный характер, с целью удобства получения аналитических выражений при интегрировании системы (16).

Такое предположение, прежде всего, исходит из тех соображений, что контактные силы должны оказывать сравнительно слабое воздействие на

продольное перемещение частиц компонентов кормов и на характеристику параметров выражений (7). Если данные коэффициенты и носят переменный характер, то они должны зависеть от соотношения объемов загрузки частиц компонентов кормов по отношению к объему внутренней полости релятивного винтового барабана; от пространственной геометрии вращающегося барабана, т.е. изменения профиля поперечного сечения с течением времени, относительно которого движутся частицы компонентов кормов; угловой скорости вращения; статистического столба оседающих частиц на дно внутренней полости релятивного винтового барабана, масса которых невелика, но тем не менее образуемое давление на дне внутренней полости релятивного винтового барабана должно быть выше по сравнению с верхними слоями: от кинематических параметров движения, температуры, физико – химических свойств процесса и других, неизвестной природы, характеристик.

По крайней мере, при предварительном анализе, следует обратить внимание на первые четыре характеристики. Если изменить соотношение объемов и угловую скорость вращения, то можно получить такое состояние процесса, что частицы компонентов кормов начнут в значительной мере увлекаться вращением, и при дальнейшем росте этих характеристик процесс будет подобен вращению твердого тела, когда внутренние силы будут стремиться к нулю. При малом соотношении объемов будут происходить одни соударения как между собой, так и со стенками релятивного винтового барабана. В обоих этих случаях эффективность взаимодействия частиц компонентов кормов будет снижена. Поэтому, эти характеристики должны быть оптимальными, а коэффициенты пропорциональности при изменении других, перечисленных выше параметров, могут оказаться слабоменяющимися величинами, хорошо раскладываться в степенные (например, ряд Тейлора) и другого вида ряды, хорошо аппроксимироваться. В конечном счете, они

могут содержать какие-то постоянные величины и параметры малости, представляющие произведения малых параметров на параметры кинематики.

Например, при вращении в плоскости XOY такой коэффициент пропорциональности может быть представлен в виде:

$$\mu = \mu_0 + \alpha f(\dot{\rho}, \dot{\varphi}, \rho, \varphi), \quad (18)$$

где α – параметр малости;

f – нелинейная функция.

Таким образом, если материальная точка перемещается относительно некоторой траектории в плоскости XOY, где параметры ее положения $M(\rho, \varphi)$, то при этом вращающийся релятивный винтовой барабан поворачивается относительно этой точки, в том же направлении контактные силы «захватывают ее» и она может закручиваться.

Величину этой контактной силы можно представить в виде поляры:

$$R = K_3 \cdot V_{xy}^n, \quad (19)$$

где n – степень, а k_3 – коэффициент захвата, имеющий такую же природу, как, допустим, α в выражении (18), т.е. примерно равен const:

$$V_{xy} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}. \quad (20)$$

Так как $M(\rho, \varphi)$ какая-то воображаемая условная точка (система объединенных точек с центром масс в этой точке), то радиус вращения ρ может быть представлен как некоторый «сглаженный» для данного профиля поперечного сечения релятивного винтового барабана на данный момент. Это будет следующее очередное допущение. Такова модель контактной силы при непрерывном захвате и увлечении частиц в направлении вращения ω (против хода часовой стрелки) винтового барабана.

Теперь представим такой «вариант захвата»: точка $M(\rho, \varphi)$ захватывается один единственный раз, получая соответствующую

«порцию кинетической энергии» $\frac{m \cdot V_0^2}{2}$ в самой нижней точке траектории, где начальная скорость V_0 . Под воздействием этой энергии, несмотря на наличие противодействующей силы тяжести и сопротивления контактной силы, она может осуществлять вращающиеся движения, или колебаться в сопротивляющейся среде около нижнего устойчивого положения равновесия, медленно перемещаясь вдоль стенок релятивного винтового барабана. При этом некоторый «сглаженный» радиус ρ , а также контактная сила будет моделироваться как сила трения, направленная навстречу движения вдоль траектории, т.е. ее величина:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N, \quad (21)$$

где $\mathbf{N} = \bar{\mathbf{N}}(\rho, \varphi, \dot{\rho}, \dot{\varphi}, \dots)$ – сила нормального давления, направленная по радиусу кривизны к траектории и представляющая суммарное сложение векторов (рисунок б):

$$\bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{F}}_n + (-\bar{\mathbf{P}}_n) = F_n - P_n, \quad (22)$$

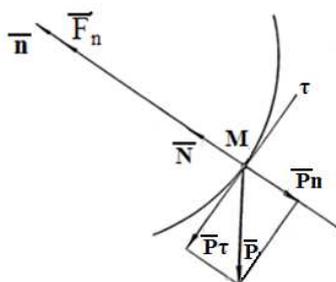


Рисунок б - Схема действия сил на материальную точку М

P - сила тяжести в направлении нормали n и направлении касательной τ к произвольной кривой в точке M ;

$\bar{\mathbf{F}}_n$ - сила центростремительного ускорения, направленная по радиусу кривизны внутренней нормали $\bar{\mathbf{n}}$.

Коэффициент μ определяется согласно выражению (18).

Возможно, что контактные силы в направлении винтовой линии следует моделировать несколько иначе, с учетом еще каких-то

дополнительных условий с целью наибольшего упрощения при исследовании зависимости (16). Так как интегрирование системы (16) представляет значительные трудности, в основном из-за переменности радиуса ρ или отсутствия какой-либо дополнительной информации типа выражения (17), введем некоторый средний радиус:

$$r = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \sin 70^{\circ} 32' \cdot \ell \quad (23)$$

представляющий радиус вписанного в тетраэдр шара, где варьируемая длина ребра ℓ , а угол между гранями $\approx 70^{\circ} 32'$ (вместо $\rho = War$).

1. Если контактную силу R моделировать зависимостью (19), то необходимо использовать нижнее уравнение системы (16), где уже с учетом (21) вектор контактной силы будет направлен по касательной к его траектории в виде окружности, а сила тяжести P (P_r, P_φ) может быть представленной на направления r, φ (рисунок 7), причем начало захвата материальной точки стенками релятивного винтового барабана будет происходить в M_0 , при $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$.

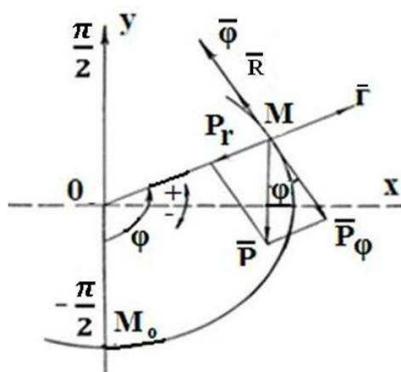


Рисунок 7- Схема действия вектора контактных сил, действующих при движении точки M

Действие P_φ на «скатывание точки M вниз» зависит от крутизны траектории по отношению к горизонтали. Чем она круче, тем больше скатывающаяся сила P_φ . Наибольшая крутизна моделируемого профиля поперечного сечения достигается при $\varphi = 0$, наименьшая, при $\varphi = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$.

Поэтому P_φ направлена в обратном направлении по касательной в противоположную сторону увеличения угла φ и может быть представлена в виде:

$$P_\varphi = - P \cdot \cos \varphi . \quad (24)$$

С учетом сказанного запишем:

$$m \cdot r \cdot \ddot{\varphi} = R - P \cdot \cos \varphi , \quad (25)$$

где с учетом (24) $F_\varphi = R + P_\varphi = R - P \cdot \cos \varphi$ является частным случаем нижнего уравнения (16), где $\rho = r = \text{const}$ ($\dot{\rho} = 0$) и поэтому $m \cdot (\rho \cdot \ddot{\varphi} + 2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\varphi}) = F_\varphi$ преобразуется к виду:

$$m \cdot r \cdot \ddot{\varphi} = F_\varphi . \quad (26)$$

Величину R , может быть, не целесообразно проектировать непосредственно на направление j , а представить, исходя из структуры (16) в виде:

$$R_j = K_3 \cdot V_j^n , \quad (27)$$

сократив только лишь форму моделирования. Тогда, вместо (25) запишем похожую зависимость, где под V_j подразумевается в силу взаимного расположения плоскостей (рисунок 4) W_3 и W_j

$$V_j = r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin j ; \quad (28)$$

$$m \cdot \dot{V}_j = R_j - P \cdot \cos \varphi \cdot \sin j , \quad (29)$$

где R_j согласно зависимости (27).

Уравнения (28), (29) образуют совместную систему, из которой находят V_j , а затем V_z согласно зависимости (7).

2. Если использовать зависимости (21), (23) (в другом варианте модели определения контактной силы в виде силы трения $F_{\text{тр}}$) при $r = \text{Const}$, для силы нормального давления запишем:

$$N = P \cdot \sin \varphi - F_n ; \quad (30)$$

$$F_n = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(r \cdot \dot{\varphi})^2}{r} = m \cdot r \cdot \dot{\varphi}^2 ,$$

где при движении точки по окружности радиуса r : $V = \dot{\varphi} \cdot r$.

Заметим, что в выражении (22) под \bar{N} мы подразумеваем вектор, направленный по внутренней нормали \bar{n} (рисунок 6). В данном случае \bar{N} мы направляли (рисунок 7) по \bar{r} , а поэтому следует у проекции сил, в правой части векторного выражения (22), сменить знак, т.е. взять в виде (30).

Для направления j имеем:

$$N_j \cong N \cdot \cos j \approx N \tag{31}$$

с учетом зависимостей (2.38), (2.39) имеем систему:

$$\begin{cases} m \cdot \dot{V}_j = -P \cdot \cos\varphi \cdot \sin j - F_{\text{тр},j} \\ m \cdot r \cdot \ddot{\varphi} = -P \cdot \cos\varphi - F_{\text{тр}} \end{cases} \tag{32}$$

Иллюстрация (рисунки 8 и 9) к получению зависимостей (30), (31), (32), где вектор \bar{N} направлен вдоль направления \bar{r} , лежит в плоскости XOY.

В данном случае при $r = \text{const}$ мы имеем дело с перечисленными выше свойствами винтовой линии, следовательно, и приближенность (32) очевидна. Поэтому (32) величину $F_{\text{тр}}$ можно также полностью считать трансформированной на направление j , т. е. $F_{\text{тр},j} = F_{\text{тр}} \cdot \sin j$ по той же аналогии, как мы это делали выше с составляющей силы тяжести P_φ (2).

Если не использовать зависимости (30), (31), то система (32) по сути своей представляет одно уравнение (29), рассмотренное выше.

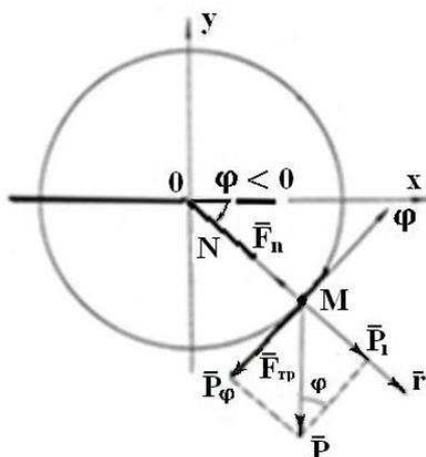


Рисунок 8- Схема действия сил на точку М в плоскости, перпендикулярной оси вращения релятивного винтового барабана

Если же пользоваться зависимостями (30), (31), то, несмотря на серию проведенных выше упрощений, данную систему можно проинтегрировать лишь приближенно, пренебрегая слагаемыми $F_{тр,j} \approx 0$ в частном случае (речь идет о трении качения), например, методом последовательных приближений.

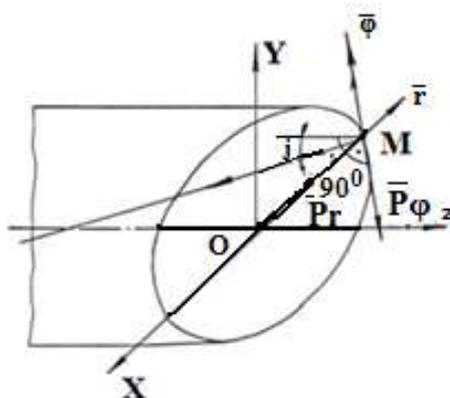


Рисунок 9 – Наглядное изображение схемы действия сил на точку М, перпендикулярных оси вращения релятивного винтового барабана

Необходимо начать с нижнего уравнения, представляя его в виде

$$m \cdot r \cdot \ddot{\varphi} = - (\cos \varphi + \mu \cdot \sin \varphi) \cdot P + \mu \cdot r \cdot m \cdot \dot{\varphi}^2 \quad (33)$$

и последовательно полагая начальное значение угловой скорости в нижней точке $\dot{\varphi}_0 = \omega$ при $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ («захвате») $\dot{\varphi}_1^2, \dot{\varphi}_n^2$, можно получать квадратуры типа $t = t(\varphi)$.

Заметим, что моделирование контактируемых сил требует какого-то задания коэффициентов пропорциональности или каких-то постоянных величин при их моделировании, где на самом деле их природа достаточно сложна и требует, очевидно, части задания каких-то экспериментальных характеристик. Следовательно, проектируемые контактные силы, в виде выражений (25), (29), (32), представлены приближенным образом.

Поэтому, например, только для анализа характеристики V_z можно провести качественный анализ параметров движения, перечисленных выше, при условии «полного закрубления», т.е. при условии: $\mu = 0, (K_3 =$

0), полагая, что продольное перемещение вызвано одной только силой тяжести.

5 Получение формул для расчета продольного перемещения компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах

Для получения простейших формул и их анализа в системе (32) положим: $F_{тр} \approx F_{тр,j} \approx 0$, т.е. $\mu = 0$.

$$\text{Имеем: } \left\{ \begin{array}{l} m \cdot \dot{V}_j = P \cdot \cos\varphi \cdot \sin j \\ r \cdot m \cdot \ddot{\phi} = -P \cdot \cos\varphi \end{array} \right\} \quad (34)$$

Сначала проинтегрируем нижние уравнения этой системы. Представляя $\ddot{\phi} = \frac{d\dot{\phi}}{dt}$ и умножая левую и правую части (после предварительного сокращения на m), соответственно, на $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$, затем сокращая на dt и интегрируя, имеем:

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} = C_1 - \frac{2g}{r} \cdot \sin\varphi. \quad (35)$$

Используя начальные условия, считая, что в самой нижней точке $\dot{\phi}_0 = \omega$, $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ захват точки М (рисунок 7) происходит только один раз в точке M_0 , находим значение C_1 . Окончательно получим:

$$\dot{\phi}_2 = \omega^2 - \frac{2g}{r} \cdot (1 + \sin\varphi) \geq 0 \quad (36)$$

Вставляя нижнее уравнение системы (34) в верхнее, имеем:

$$V_j = r \cdot \ddot{\phi} \cdot \sin j \quad (37)$$

или

$$dV_j = r \cdot \sin j \cdot d\dot{\phi}, \quad (38)$$

и, интегрируя (38) с учетом (36), запишем: $V_j = r \cdot \sin j \cdot \dot{\phi} + C_2$,

но так как
$$\dot{\phi} = \sqrt{\omega^2 - \frac{2g}{r} \cdot (1 + \sin\varphi)},$$

получим
$$V_j = \sin j \sqrt{\omega^2 \cdot r^2 - 2g \cdot r \cdot (1 + \sin\varphi)}.$$

(39)

С учетом $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$, зависимости (7), $V_{z0} = 0$ из условия того, что начальная скорость смещения в точке M_0 (см. рисунок 9) равна нулю, если на момент $t_0 = 0$ и последующие моменты давление в релятивном винтовом барабане в направлении «вход-выход» отсутствует вдоль оси вращения. Тогда окончательно, с учётом (7) и начальных условий, зависимость для определения скорости продольного перемещения компонентов кормов имеет вид :

$$V_z = [-\omega \cdot r + \sqrt{\omega^2 \cdot r^2 - 2 \cdot g \cdot r \cdot (1 + \sin \varphi)}] \cdot \operatorname{tg} j. \quad (40)$$

Из условия (36) имеем соотношение между дифференциалами:

$$dt = \frac{r \cdot d\varphi}{\sqrt{\omega^2 r^2 - 2 \cdot g \cdot r \cdot (1 + \sin \varphi)}}. \quad (41)$$

Представляя $dz = V_z \cdot dt$, используя зависимости (40), (41) с учетом начальных условий: $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$, $Z_0 = 0$ интегрируя, окончательно запишем:

$$Z = r \cdot \operatorname{tg} j \cdot (\varphi - \omega \cdot t + \frac{\pi}{2}), \quad (42)$$

где значение t только лишь может быть найдено из условия(42), т. е.

$$\frac{1}{r} \cdot dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{\omega^2 \cdot r^2 - 2 \cdot g \cdot r \cdot (1 + \sin \varphi)}}, \quad (43)$$

где интеграл, стоящий справа, фактически представляет эллиптический интеграл 1-го ряда и должен быть преобразован в зависимости от значения величины характеристики

$$K = \frac{2}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{g}{r}} \leq 1. \quad (44)$$

В частности, при $K = 1$ (43) вырождается в обычный интеграл. Переменная не совсем удобна при этих преобразованиях, поэтому положим:

$$1 + \sin \varphi = 2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (45)$$

где: $\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{Y}{2}$, т.е., $0 \leq \frac{\theta}{2} \leq \frac{\pi}{2}$ - пределы изменения новой переменной при движении точки М в правой полуплоскости ХОУ от крайнего нижнего положения до крайнего верхнего. С учетом (45) и вместо (43) имеем:

$$\frac{1}{r} \cdot dt = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\omega^2 \cdot r^2 - 4 \cdot g \cdot r \cdot (\sin^2 \frac{\theta}{2})}}, \quad (46)$$

из которого следует смысл всех преобразований при условии (44).

Рассмотрим каждый из перечисленных случаев в отдельности.

1. При $K < 1$ выражение (44) может быть представлено в виде:

$$\omega \cdot t = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}}. \quad (47)$$

Если ввести новую переменную $\tau = \sin \frac{\theta}{2}$, т.е. $d\tau = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta$,

то (47) будет преобразовано к виду:

$$\omega \cdot t = \int_0^{\tau} \frac{2d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k^2\tau^2)}}, \quad (48)$$

эллиптического интеграла первого рода, где подобно тригонометрическим функциям τ выражается через эллиптические функции. А именно [5,7]:

$$\begin{aligned} \tau &= \sin \frac{\theta}{2} = \sin \left(\frac{1}{2} \cdot \omega \cdot t \right); \\ \cos \frac{\theta}{2} &= \sqrt{1 - \sin^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \omega \cdot t \right)} = \text{Cn} \left(\frac{1}{2} \cdot \omega \cdot t \right). \end{aligned} \quad (49)$$

В зависимости от значений K ($0 < K < 1$) при интегрировании выражения (98) возможно и удобно (для приближенных вычислений) может оказаться использование ряда:

$$\left(1 - k^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{1}{2} k^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{8} k^4 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{16} k^6 \cdot \sin^6 \frac{\theta}{2} + \dots\right), \quad (50)$$

в зависимости от задаваемых характеристик ω, r .

2. Условие $K > 1$ вытекает непосредственно с учетом (36), (45), т.е.

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_k}{2}} \stackrel{!}{=} \frac{4g}{\omega^2 \cdot r}, \quad (51)$$

при соответственных выборах (задания) характеристик θ_k, ω, r . Исходное положение (44) в этом случае преобразуется к виду

$$2 \sqrt{\frac{4g}{r}} \cdot t = \int_0^\theta \frac{d\theta}{\sqrt{\sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2}}}. \quad (52)$$

Выберем новую переменную в виде:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \tau \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (53)$$

где уже $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\omega \cdot r}{2 \sqrt{gr}} < 1$; $d\theta = 2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} d\tau$

и вместо (52) имеем:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{4g}{r}} \cdot t = \int_0^\tau \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2) \cdot (1-k^2 \tau^2)}} \quad (54)$$

и, пользуясь свойствами функций Якоби, подобно (49), запишем [7]:

$$\sin \frac{\theta}{2} = k \cdot \operatorname{sn} \left(2 \cdot \sqrt{\frac{4g}{r}} \cdot t \right); \quad (55)$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - k^2 \cdot \operatorname{Sn}^2 \left(2 \cdot \sqrt{\frac{4g}{r}} \cdot t \right)} = \operatorname{dn} \left(2 \cdot \sqrt{\frac{4g}{r}} \cdot t \right),$$

которые будут выполнены при $t_0 = 0$, $\theta_0 = 0$ при извлечении корня нижнего выражения.

Заметим, что при $\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2}$ выражения (47), (54) являются полными эллиптическими интегралами 1-го ряда и могут быть найдены по таблицам [8].

3. В случае $K = 1$, нас вряд ли может заинтересовать, с той точки зрения, что период колебаний $T \rightarrow \infty$ при $\frac{\theta}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$. В самом деле, если положить $K = 1$ в выражении (47), то имеем:

$$\omega \cdot t = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}}} = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = 2 \cdot \ln \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) \right] \rightarrow \infty, \quad (56)$$

при $\theta \rightarrow \pi$. Значит, в этом случае текущая точка $M(r, \varphi)$ будет крайне медленно двигаться вверх. Такой принцип вряд ли соответствует процессу перемещения частиц компонентов кормов, и поэтому мы его рассматривать не будем.

На этом мы заканчиваем исследование простейших полученных выражений. В заключение заметим, что при достаточных значениях выражения (40) может быть еще проще записано с учетом (45) при преобразовании и разложении в ряд:

$$V_z = - \frac{2g}{\omega} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{tg} j, \quad (57)$$

А выражение (42) с **учетом** (57) – переменной может быть представлено в виде:

$$Z = r \cdot \operatorname{tg} j \cdot (\theta - \omega \cdot t). \quad (58)$$

Нетрудно видеть, что $V_z < 0$, $Z < 0$, соответствует направленности реального процесса, но при этом выражение (57), можно сказать, почти не зависит от варьирования величины r , а, следовательно, и величины θ (формула 23).

Выражение (57) может оказаться «точнее» выражения (58). Это означает, что при определенных значениях ω , в принципе, можно при использовании (58) точнее оценить такой параметр, как длину релятивного винтового барабана $L_{p.v.b.}$, если знать, например, какое-то среднее значение скорости:

$$V_{z.\varphi} = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} V_z(\theta) \cdot dt, \quad (59)$$

где полупериод $\frac{T}{2}$. Полупериод взят потому, что в верхней точке, при $\theta < \pi$, $V_z < 0$ принимает наименьшее значение, а наибольшее V_{z_0} при $\theta = 0$.

Можно брать среднее значение и относительно целого периода. В самом простом случае:

$$V_{z.c.p.} = \frac{V_z(\theta) + V_z(\pi)}{2}. \quad (60)$$

Найдя время одного периода (оборота), задаваясь временем приготовления кормов $t_{обр.}$, можно сопоставить величины по формулам (57), (58), (60), оценить длину релятивного винтового барабана, варьируя параметром θ . При $t = T$ согласно (58) можно оценить шаг витка при $\theta_0 = 0$, в нижней точке при непрерывном перемещении частиц компонентов кормов вдоль оси вращения.

6 Уточнение расчетной модели движения частиц компонентов кормов

В релятивном винтовом барабане уравнение движение материальной точки в полярной системе координат (ρ, φ) при условии $j = \text{const}$ имеет вид:

$$\begin{cases} m \cdot (\ddot{\rho} - \rho \cdot \dot{\varphi}^2) = F_\rho \\ m \cdot (\rho \cdot \ddot{\varphi} + 2 \cdot \rho' \cdot \dot{\varphi}) = F_\varphi, \end{cases} \quad (61)$$

где ρ – радиус вращения;

$m = m_1 + m_2$, в данном случае: m_1 – масса частиц компонентов кормов – материального шара r_1 – радиуса; m_2 – масса частиц компонентов кормов – материального шара r_2 – радиуса.

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}, \ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}, \ddot{\rho} = \frac{d^2\rho}{dt^2} \text{ - производные по времени.}$$

Тогда из рисунка 10

$$W_{XY} = \sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2} \quad (62)$$

и

$$\ddot{Z} = \dot{V}_Z = W_{XY} \cdot \text{tg}j < 0 \quad (63)$$

Следовательно, становится известным

$$W = \sqrt{\ddot{X}^2 + \ddot{Y}^2 + \ddot{Z}^2} \quad (64)$$

и все остальные параметры (при последовательном интегрировании) моделируемого условного движения, при этом, запишем с целью упрощения:

$$\rho = r_{cp(a)} = \text{const} \quad (65)$$

где a – варьируемая величина ребра тетраэдра, равная для примера ℓ .

Рассматривая левую часть второго уравнения системы (61), с учетом (63) и интегрируя $\dot{V}_z = r \cdot \text{tg}j \cdot \dot{\varphi}$ получим формулу определения продольной скорости движения V_z частиц компонентов кормов в релятивном винтовом барабане.

$$V_z = (r \cdot \text{tg}j \cdot \varphi + C) > 0, \quad (66)$$

Иллюстрация к получению зависимости (66) показана на рисунке 10, где $W_x = \ddot{X}$ – ускорения вдоль оси x ; W_y – величина ускорения вдоль оси y ; W_φ – величина ускорения в направлении φ ; W_r – величина радиального (в данном случае при $\rho=r=\text{const}$) центростремительного ускорения, направленного к центру [5,6,9].

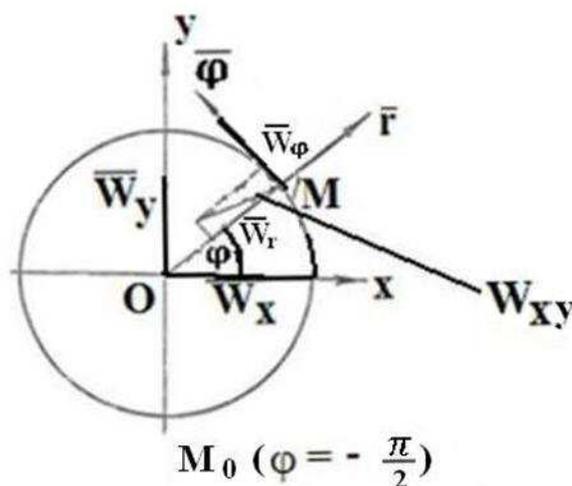


Рисунок 10- Схема действия сил на точку М при вращении релятивного винтового барабана

Нетрудно видеть, применительно к системе (61) при $\rho = r = \text{const}$, левые части ее уравнений соответственно содержат величины ускорений:

$W_r = -r \cdot \dot{\varphi}$, $W_\varphi = r \cdot \ddot{\varphi}$. С другой стороны, это и легко показать (как видно из данного рисунка 10) применительно к зависимости (62):

$$W_{xy} = \sqrt{\ddot{X}^2 + \ddot{Y}^2} = \sqrt{W_\varphi^2 + W_r^2}, \quad (67)$$

где $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$.

Дифференцируя последние зависимости последовательно по переменной t (времени), имеем:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin\varphi; & \dot{y} &= r \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi; \\ \ddot{x} &= -r \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin\varphi + \dot{\varphi}^2 \cdot \cos\varphi); & \ddot{y} &= r \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos\varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin\varphi). \end{aligned}$$

Подставляя, получаем:

$$\begin{aligned} W_{xy} &= \sqrt{\{-r(\ddot{\varphi} \cdot \sin\varphi + \dot{\varphi}^2 \cos\varphi)\}^2 + \{r \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \cos\varphi - \dot{\varphi}^2 \cdot \sin\varphi)\}^2} = \\ &= \sqrt{(r \cdot \ddot{\varphi})^2 + (-r \cdot \dot{\varphi}^2)^2}. \end{aligned} \quad (68)$$

Но нас интересует в данном случае не величина W_{xy} , а её проекция на направление $\bar{\varphi}$, т.е. величина $W_\varphi = r \cdot \ddot{\varphi}$, - второе уравнение системы (61).

Таким образом, в дальнейшем, скорость продольного перемещения компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах будем оценивать зависимостью (66), и эта оценка сводится к изучению одной характеристики $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, где постоянная интегрирования C в зависимости от этого может принимать те или иные значения. Как следует из второго уравнения системы (61), определяющей характер движущейся материальной точки M по окружности при его интегрировании, мы получим $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ в зависимости от моделирования сил в направлении $\bar{\varphi}$, что не так просто в целях более полного отражения свойств реального процесса движения компонентов кормов. Уравнение первое этой системы можно рассматривать как условие динамического равновесия при движении по окружности радиуса r и в направлении $\bar{\Gamma}$, где F_p – какой-то

характер изменения сил в этом направлении, который при $r=\text{const}$ нас пока не интересует.

Поэтому необходимо более полно смоделировать совокупность сил F_φ . Заметим, что в некоторых случаях, например, при значительных угловых скоростях вращения релятивного винтового барабана, направление движения и порядок характеристик V_z уже могут быть оценены при рассмотрении одной единственной силы – силы тяжести (без учета остальных, так называемых массовых сил): увлечения стенками релятивного винтового барабана частиц компонентов кормов, контактных сил взаимного соударения, скольжения и обкатывания между частицами компонентов кормов, стенками релятивного винтового барабана и какой-то еще другой природы реальных сил, где совокупность их воздействия может рассматриваться как воздействие не гравитационного происхождения и, при этом, уже могут быть своеобразные сложности: например, время движения $t=t(\varphi)$ уже представлено эллиптическим интегралом первого рода. Если при этом нас могут заинтересовать аналитические зависимости $t=t(\varphi)$ при разложении данных интегралов в ряды, то такие разложения (в зависимости от характеристик ω , r) могут быть затруднены или невозможны. Заметим, что при снижении угловых скоростей релятивного винтового барабана ω могут приводить к исследованию процессов условных, далеко отличных от реального процесса движения. При этом, необходимо как-то учесть массовые силы, которые мы условно разделим на контактные и силы увлечения массы стенками релятивного винтового барабана.

Это наиболее сложные по своей природе силы, возникающие в результате стохастического (вероятного) контакта. Поэтому основная цель данного моделирования – описать стохастические явления так называемых «условных контактов», для которых целесообразно принять следующие допущения:

– пусть каждая частица компонентов кормов массы m_1 – материальный шар испытывает серию последовательных контактов только с одной m_2 ;

– при этом, с частицей компонентов кормов (материальным шаром), где контактирование происходит равномерно по мере движения частиц m_2 и частиц m_1 по всей траектории, но с учетом разности давлений в нижней и верхней частях вращающегося релятивного винтового барабана;

– контактирование частиц компонентов кормов между собой (m_1 с m_1 , m_2 с m_2) если и происходит, то это не приводит к изменению характера движения (условного моделируемого совместного движения совокупности m_1 , m_2 – масс);

– шар m_1 своей поверхностью (каждый шар) поодиночке контактирует с каждой из поверхностей m_2 – шара только в плоскостях поперечных сечений релятивного винтового барабана (в плоскости XOY);

– каждый из последовательных контактов между m_1 и m_2 происходит в среднем за промежуток τ , а среднее время между контактами $t_{i, \text{cp.}}$ (вероятность одновременного контактирования с двумя и более контактируемыми массами m_2) пренебрежимо мало;

– по всей траектории движения массы m_1 , массы m_2 независимо друг от друга буквально «бомбардируют» шар m_1 , и возможное количество соударений n может быть подсчитано как $n = \frac{T}{2 \cdot (L + t_{i, \text{cp.}})}$;

– на пути движения (в плоскости XOY) из нижней части релятивного винтового барабана в верхнюю, т.е. при $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, где $t = \frac{\pi}{2}$ – полупериод общего оборота релятивного винтового барабана;

– с физической точки зрения каждый контакт пусть будет представлять полупругий удар (соударение с обкатыванием поверхностей m_1 , m_2 и проскальзыванием относительно друг друга, можно рассматривать как один из вариантов данного моделируемого стохастического явления), где переходом механической энергии в теплоту следует пренебречь в силу

тех соображений, что при контактировании частиц компонентов кормов массы m_1 и m_2 будут в данном случае подвержены незначительной деформации, а поэтому в процессе контактирования может быть использована теория полупругого удара для определения контактных сил как сил трения;

– несмотря на контактирование пары m_1, m_2 движутся по окружностям $r = r_{cp}$. Исходя из данных допущений, мы находимся в условиях Пуассоновского распределения потока контактирования [10], где каждое контактирование практически достоверно, но далеко не все контакты нас будут интересовать.

Нас будут интересовать направленные контакты K , т.е. такие, как поверхностей m_1 и m_2 , а это означает, что появление одного такого контакта практически уже не будет являться достоверной величиной, хотя она так же будет достаточно высока. Число таких контактов будет уже меньшим и равно $K \leq n$, где в свою очередь число ожидаемых интересующих контактов m^1 может оказаться еще меньшим $m^1 \leq K$.

Очевидно, для моделирования контактных сил трения F_ϕ необходимо, чтобы точки контактирования располагались в направлении \bar{r} , образуя нормальные составляющие реакции давлений в данном направлении между контактируемыми поверхностями S_{m_1}, S_{m_2} шаров m_1 и m_2 .

Этот постулат исходит из сущности реального процесса: при увлечении массы частиц компонентов кормов стенками вращающегося релятивного винтового барабана в радиальном направлении будут одновременно возникать контакты, обусловленные геометрией винтового барабана (профилем сечения в плоскости XOY), т.е. свойством ее стенок передавать давление по отношению m_1, m_2 в направлении моделируемого движения \bar{r} . Что касается направления $\bar{\phi}$, то там происходит, в основном,

явление захвата массы и увлечение ее стенками релятивного барабана поверхностями частиц друг друга.

Итак, пусть происходит K интересных, направленных, возможных контактов, распределенных по закону Пуассона, где $m' \leq K$ – число реально происходящих (могущих произойти из общего числа K). Необходимо найти вероятность их появления.

Тогда вероятность появления Пуассоновского распределения потока контактирований P_1 хотя бы одного контакта, согласно данному распределению, равна $P_1 = 1 - e^{-L(\varphi)}$ [10], где среднее ожидаемое число контактов $L(\varphi)$ в направлении $\bar{\Gamma}$ (математическое ожидание числа интересных нас контактов в направлении $\bar{\Gamma}$) в зависимости от поворота φ будет рассмотрено ниже. Если считать достаточно высокий P_1 , то вероятность противоположного события $q = 1 - P_1$ следует считать достаточно малой. Число K следует в этой связи считать достаточно большим числом, и $K \cdot q$ – характеристика будет представлять математическое ожидание среднего числа неконтактов.

Вероятность не появления m' равно $\bar{P}_{K_1 m'}$ выразится из предельных свойств номинального распределения при большом числе опытов m' к распределению Пуассона и будет равна [10]:

$$\bar{P}_{K_1 m'} = \frac{(K \cdot q)^{m'}}{m'!} \cdot e^{-K \cdot q}. \quad (69)$$

Очевидно, вероятность числа появлений $\bar{P}_{K_1 m'}$ расценивается как противоположное событие:

$$\bar{P}_{K_1 m'} = 1 - P_{K_1 m'}, \quad (70)$$

где $q = e^{-L(\varphi)}$.

Зависимость (69) отражает только вероятностное появление направленных m' , происшедших контактирований без учета направленности возможных контактирований из общего числа n , случайности их разброса стенками релятивного винтового барабана от

направления \vec{r} . Поэтому, при рассмотрении этих случайных явлений как независимых, правая часть выражения (69) должна быть умножена еще на два вероятностных коэффициента.

Итак, нас интересует закон образования вероятностного коэффициента контактирований K из общего числа n , а следовательно, и принцип формирования контактных сил. Заодно обратимся к некоторым основным положениям теории полупругого удара с абсолютно шероховатыми контактирующими поверхностями (в нашем случае это допущение более соответствует процессу соударений частиц компонентов кормов, хотя, в принципе, следует рассматривать промежуточное положение между абсолютно гладкими и абсолютно шероховатыми явлениями контактов). Так, например, в зависимости от скорости относительного скольжения U_τ между поверхностями соприкосновения шаров m_1 и m_2 , ее знака и величины формируется та или иная модель трения скольжения. Если $U_\tau = 0$, то соответственно направление силы трения [10]:

$$R = \mp \mu \cdot N, \quad (71)$$

где N и R – нормальная и тангенциальная составляющие соответственно, и сила трения характеризуется данной формулой, μ – в общем случае может быть коэффициент трения скольжения при контактировании шаров m_1 и m_2 или, например, при контактировании шаров m_1 и m_2 со стенками релятивного винтового барабана.

Если $U_\tau = 0$, то, в общем-то $R_{0,\tau} = \mp \mu N_{0,\tau}$ вытекает из предыдущей формы записи, но вычисления по этой формуле происходят гораздо сложнее, так как $N_{0,\tau} = \int_0^\tau N \cdot dt$, $R_{0,\tau} = \int_0^\tau R \cdot dt$ представляют уже импульсы от сил R , N , где в свою очередь выражения $N = m_1 \cdot \frac{dU_r}{dt}$; $R = m_1 \frac{dU_\tau}{dt}$ через изменение нормальной U_r и U_τ – тангенциальной U_τ составляющей скоростей общей скорости движения в момент соударения.

Поэтому, с этой точки зрения, $R_{0,1\tau}$, $N_{0,1\tau}$ представляют законы изменения количества движений в данных направлениях (например, для массы m_1). Решая системы уравнений движения соударяющихся сил с учетом их вращений относительно осей, проходящих через центры их тяжести, можно представить уравнение вида [5,10]:

$$U_{\tau} = A_0 - A_1 \cdot N_{0,\tau} - A_2 \cdot R_{0,\tau}, \quad (72)$$

где A_0 - const;

A_1 , A_2 – функции от m_1 , m_2 , r_1 , r_2 , U_1 , U_2 , ω_1 , ω_2 параметров (в нашем случае шаров m_1 и m_2 центры которых движутся в направлении $\vec{\varphi}$ соответственно со скоростями U_1 и U_2); их угловые скорости вращений ω_1 , ω_2 относительно центров в плоскости XOY).

И здесь следует разграничить при $U_{\tau} = 0$ дополнительно еще два случая:

- в данном случае малого трения из (72) зависимости находят $\frac{R_{0,1\tau}}{N_{0,1\tau}} \leq \mu$ (μ – в роли коэффициента трения микроскольжения, например, в нашем случае $0,07 \leq \mu \leq 0,15$ может быть), то полагают:

$$R_{0,\tau} = \frac{A_0 - A_1 \cdot N_{0,\tau}}{A_2}, \quad (73)$$

вычисление импульса трения более сложной зависимостью возможно графическими методами (заметим, что $U_{\tau}=0$ принимает значение в конце τ – момента окончания контакта).

В общем случае вместо зависимости (72) есть смысл рассмотреть для U_{τ} кинематические зависимости, т.е. возможные случаи образования относительной скорости скольжения при возможных направлениях вращения шаров m_1 , m_2 в момент соударения (рисунок 11).

А) шар m_1 вращается (относительно своей оси M_1 в плоскости XOY) по ходу, а шар m_2 вращается против хода часовой стрелки относительно оси M_2 ; оси M_1 , M_2 перпендикулярны к плоскости XOY. Тогда величина

относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена $U_{\tau} = (U_1 + \omega_1 \cdot r_1) - (U_2 - \omega_2 \cdot r_2)$;

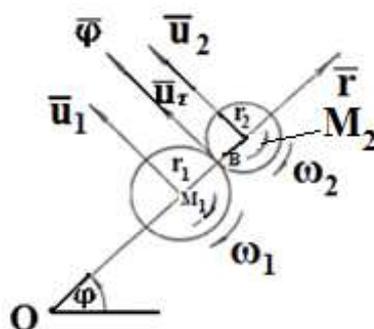


Рисунок 11–Схема контактирования частиц компонентов кормов при их движении в релятивном винтовом барабане

Б) при m_1 – против хода, m_2 – против хода величина относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена:

$$U_{\tau} = (U_1 - \omega_1 \cdot r_1) - (U_2 - \omega_2 \cdot r_2);$$

В) при m_1 - по ходу, m_2 - по ходу величина относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена:

$$U_{\tau} = (U_1 + \omega_1 \cdot r_1) - (U_2 + \omega_2 \cdot r_2);$$

Г) m_1 - против хода, m_2 - по ходу величина относительной скорости скольжения в точке контакта В может быть представлена:

$$U_{\tau} = (U_1 - \omega_1 \cdot r_1) - (U_2 + \omega_2 \cdot r_2).$$

В зависимости от данных возможных случаев образования U_{τ} в момент контакта необходимо пользоваться зависимостями (71), (72) или (73) для расчета сил трения скольжения.

С другой стороны, в принципе, $U_{\tau_{\min}} \leq U_{\tau} \leq U_{\tau_{\max}}$ может определенным образом влиять в каждый из моментов контактирования τ на изменение количества движения масс m_1 и m_2 на направлении $\vec{\varphi}$. В самом деле, в нашем случае можно положить r_1 и $r_2 \ll r = r_{cp}$ из условия движения m_1, m_2 по окружности $r = r_{cp}$. и тогда $U_1 \approx U_2 \approx r \cdot \dot{\varphi}$. Формулы для U_{τ} значительно упрощаются, где уже будут оказывать влияние $\omega_1, \omega_2 \neq const$ в общем случае. Пусть, в частности, $\omega_1, \omega_2 = const$, то в этом случае

$U_\tau = \text{const}$ представляет кусочно-прерывную функцию, значение которой меняется стохастическим образом от контактирования к контактированию (в зависимости от четырех возможных вариантов ее образования), например, в течение $t = \frac{T}{2}$ (при изменении $(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2})$).

На рисунке 12 показан вероятный график изменения величин скоростей скольжения при последовательных контактированиях шаров m_1, m_2 . Заметим, что мы пока не ставим вопрос направленного контактирования, где при контактах $K \leq n$ скорости $U_\tau(t)$ могут как совпадать с направлением $\vec{\varphi}$ в общем случае (см. рисунок 11), так и не совпадать с ним. Несмотря на это, в принципе, $U_\tau(t)$ или их проекции на направление $\vec{\varphi}$ должны как-то сказываться, суммируясь с $r \cdot \dot{\varphi} \mp U_\tau(t) \cos \alpha_i$ в каждый из моментов τ , т.е. должны как-то влиять на изменение угла поворота φ в конечном итоге.



Рисунок 12- График изменения величины скоростей скольжения при последовательности контактирования частиц компонентов кормов

В случае, если контакт происходит на линии направления $\vec{\Gamma}$ (точка β – см. рисунок 11), то угловая скорость поворота $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_\beta = \dot{\varphi} + \dot{\varphi}_\tau = \dot{\varphi} + \frac{1}{2} U_\tau$ суммируется в результате обкатывания с проскальзыванием, если $U_\tau \neq 0$ (в данном случае $\cos \alpha_i = 1$). Число контактов n таких суммирований равно:

$$\frac{1}{r} \sum_{i=1}^n U_{\tau_i} \cdot \cos \alpha_i,$$

где α – угол между векторами \vec{U}_τ и направлением $\vec{\varphi}$ (на рисунке 2.10, в частности, $\alpha_i = 0 = \alpha$)

- в общем случае, т.е. представляет случайную, функцию, если иметь в виду $U_{\tau}(t)$. Поэтому дополнительное, стохастическое изменение угла поворота за время t , если считать τ промежутки $t \rightarrow 0^0$ при $n \rightarrow \infty$ можно представить в виде: $\varphi_{\tau} = \int_0^{\pi} U_{\tau}(t) \cdot \cos \alpha_{(t)} \cdot dt$.

С учетом этого «скорректированный угол поворота» в результате массового числа контактирований

$$\tilde{\varphi} = \varphi + \varphi_{\tau}, \tag{74}$$

где зависимость φ будет получена в результате интегрирования второго уравнения системы (61) при моделировании сил F_{φ} (о чем говорилось выше).

Как уже отмечалось, определение величины $U_{\tau}(t)$ в зависимости (74) будет, в свою очередь, зависеть от знания значений $\omega_1, \omega_2 = \text{const}$ и определение этих значений – наиболее сложная вероятностная задача. Можно лишь строить какие-то упрощенные типы моделей для установления границ оценок для значений ω_1, ω_2 . Для этих целей, например, можно привлечь как называемое условное уравнение энергетического баланса:

$$\frac{J_{p.k}}{2} \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{V_0^2}{2} + N_1 \cdot \frac{I_1 \cdot \omega_1^2}{2} + N_2 \cdot \frac{I_2 \cdot \omega_2^2}{2} + Q_H, \tag{75}$$

где $J_{p.k} \approx m_{p.k} \cdot \frac{R_H^2 + r_{cp}^2}{2} \approx m_{p.k} \cdot r^2$ - момент инерции релятивного винтового барабана при условии осреднения геометрии его стенок, рассматриваемый как полный цилиндр радиуса $R_H \approx r_{cp} \approx r$, описывающего условные движения точек m_1, m_2 в отдельности и всей массы $m = N_1 \cdot m_1 + N_2 \cdot m_2$ в целом; ω_2 – угловая скорость вращения m_2 ; ω_1 – угловая скорость вращения шара m_1 ; ω – угловая скорость вращения релятивного винтового барабана; N_1 - количество точек m_1 ; N_2 – количество точек m_2 ; $V_0 = \omega r$ – скорость «захвата» всей m – массы вращающегося релятивного винтового барабана в момент $t = t_0$ ($\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$); $J_I = 0,4 m_i \cdot r_i^2$; ($I = 1, 2$) - моменты инерции

шаров m_1, m_2 ; Q_H - неучтенные виды энергии (типа частичного перехода в теплоту при рассмотрении полужестких контактов m_1, m_2 , «увлечения массы m_1 и m_2 » стенками релятивного винтового барабана и какой-то другой природы).

Если считать, что распределение энергии на вращение m_1 и m_2 прямо пропорционально отношению их масс (возможно, на самом деле происходит какой-то другой вероятностный закон распределения, например, кинетическая теория газов), т.е. $\frac{J_1}{2} \cdot \omega_1^2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{J_2}{2} \cdot \omega_2^2$,

то отсюда следует

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \quad (76)$$

(частное условие) для оценки величин скоростей U_τ в четырех возможных рассмотренных выше случаях.

Если пренебречь в выражении (75) слагаемым Q_H , то с учетом (76) получим верхнюю границу для оценки

$$r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2 \leq \frac{\omega \cdot r}{2} \cdot \sqrt{5 \cdot \left(\frac{m_{p.k.}}{m} - 1\right)}, \quad (77)$$

где должно выполняться очевидное условие $m_{p.k.} \geq m$.

Заметим, что при необходимости величины $N_1 \cdot m_1, N_2 \cdot m_2, m, m_{p.k.}$ могут быть выражены через соотношение объемов загрузки $V_m / V_{p.k.}$, удельный вес материалов m_1, m_2 и геометрические характеристики реальной рабочей камеры релятивного винтового барабана, объем загрузки массы частиц компонентов кормов V_m . Пусть согласно возможных, рассмотренных выше случаев А,Б,В,Г образования скоростей относительно скольжения U_τ (с учетом зависимости (77) для оценки границ характеристик ω_1, ω_2) в процессе контактирования каждой из пар m_1 и m_2 . Мы имеем следующие всевозможные исходы, образующие полную группу событий:

A_{11} - событие контакта, где вращение против хода часовой стрелки m_1 и m_2 ;

A_{12} - событие контакта, где вращение против хода m_1 , а m_2 по ходу часовой стрелки.

Так как при проведении экспериментов контактирования это способствовало увеличению продольной скорости перемещения частиц компонентов кормов;

A_{21} - событие контакта, где вращения m_1 , m_2 противоположны вращениям события A_{12} ;

A_{22} – событие контакта, где вращения m_1 , m_2 противоположны вращениям события A_{11} .

Тем не менее, из всех событий (с учетом реального процесса движения частиц компонентов кормов и моделируемого движения материальных точек m_1 , m_2) вероятнее всего будет происходить событие A_{12} , вызывающее возникновение контактных сил в направлении, противоположном движению m_1 , m_2 (противоположном направлению $\vec{\varphi}$).

Пусть в каждом из контактов вероятность появления $P(A_{12})= P$ – событие A_{12} . Вероятность не появления $P(\bar{A}_{12})= 1- P$ (с учетом появления остальных A_{11} , A_{21} , A_{22} - событий). И пусть нас интересует число появлений событий A_{12} не менее число контактов $K \leq n$ – раз из всего всевозможного их числа n . Можно сказать, что мы находимся в условиях биномиального распределения (при значительных K , n в условиях распределения Пуассона), а поэтому искомая вероятность [9].

$$R_{kn} = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} P_{i,n}; P_{i,n} = C_n^i \cdot P^i \cdot (1-P)^{n-i} \quad (78)$$

где C_n^i – число сочетаний из n – элементов по i .

Наконец, определим последний коэффициент, учитывающий разброс потоков частиц геометрией профиля (реального профиля) стенок релятивного винтового барабана m_2 в плоскости сечения XOY от моделируемого направления \vec{r} . Можно сказать, что при достаточно

большом количестве движущихся частиц m_2 в направлении $\bar{\Gamma}$ относительно поверхности S_{m_1} шара m_1 (отраженные шары m_2 стенками реального релятивного винтового барабана), все ранее рассмотренные вероятностные законы контактирования (биномиальный и Пуассона), как зачастую бывает в практике, переходят в нормальный закон. Распределение плотности вероятности этого закона показано на рисунке 13. Если ввести некоторую характеристику - срединное отклонение $E = 0,25r_1$, то в контактируемой ширине, равной шаровому поясу $\mp 2E$ сферы r_1 , ожидаемое число контактов составляет 82% (по всей площади пояса) от всего потока шаров m_2 , идущих в направлении $\bar{\Gamma}$, подавляющее большинство, как это следует из заштрихованной области (вероятности на интервале $\mp 2E$). Чем же примечательны точки контактирования, лежащие на поверхности шарового пояса? Они характеризуются углами $\alpha_i \leq \alpha_{\max} = 30^\circ$. А это означает, что $0,87 \leq \cos \alpha_i \leq 1$ находятся в довольно жестком интервале, и можно сказать, что направление скоростей проскальзывания U_{ti} почти совпадает с направлением $\bar{\Phi}$ - (если говорить точнее, то они почти противоположны $\bar{\Phi}$ направлению $\bar{\Phi}$, так как оно нас больше интересует в силу события A_{12} , как рассматривалось выше). Данные типы контактов и будут образовывать интересные контактные силы трения.

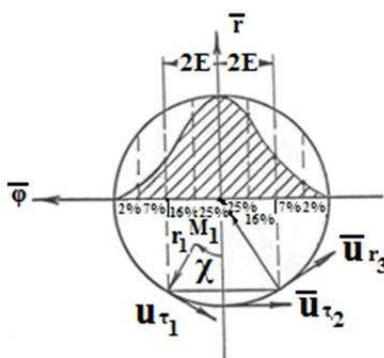


Рисунок 13 - Распределение плотности контактирования частиц компонентов кормов

Таким образом, общий вероятностный коэффициент $P_{m'}$ интересующих контактов $m' - (m' \leq k \leq n)$ с учетом зависимостей (69),(70) и данного коэффициента, равного 0,82 можно представить в виде [11]:

$$P_{m'} = 0,82 \cdot (1 - \sum_{i=0}^{k-1} P_{i,n}) \cdot (1 - \frac{(k \cdot q)^{m'}}{m'} \cdot e^{-k \cdot q}), \quad (79)$$

где :

$$P_{i,n} = C_n^i \cdot P^i (1 - P)^{n-i}, \quad q = e^{-L(\varphi)}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2};$$

P – вероятностная характеристика, уточняемая экспериментальным путем;

$L(\varphi)$ – математическое ожидание числа покрытий поверхности шарового пояса площади S_{m_1} площадями S_{m_2} поперечных сечений шаров m_2 , т.е. $L(\varphi) = \frac{S_{m_1}}{S_{m_2}} \cdot K(\varphi)$, где $K(\varphi) = \frac{1 - \sin \varphi}{2}$ – предполагаемый коэффициент, характеризующий степень покрытия в зависимости от угла поворота φ при $\varphi = \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$ (в точке «захвата массы») $L(\varphi_0) = L_{\max} = \frac{S_{m_1}}{S_{m_2}}$; при $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ число соударений самое наименьшее (рассеяние шаров m_1 уже значительное) и $L(\varphi = +\frac{\pi}{2}) = L_{\max} \approx 0$ – близко к нулю, т.е. соударения отсутствуют.

Поэтому $L(\varphi) \approx \frac{S_{m_1}}{S_{m_2}} \cdot (1 - \sin \varphi)$, где $S_{m_1} = 2 \cdot \pi \cdot r_1^2$, $S_{m_2} = \pi \cdot r_2^2$.

Вероятностный коэффициент (79) может быть использован для уточнения зависимостей (72), (74), где в первом приближении $P \approx 0,25$. Например, вместо зависимости (72) уже следует (при интересующем событии A_{12} , где $U_\tau < 0$) с учетом (71) иметь в виду:

$$F_{тр.1,2} = - \mu_2 \cdot P_{m_1} \cdot N, \quad (80)$$

где μ_2 – коэффициент трения между шарами m_1 и m_2 , N – сила нормального давления между контактируемыми поверхностями S_{m_1} и S_{m_2} должна быть

как-то смоделирована. Что касается зависимости (74), то следует иметь в виду условие $\cos \alpha(t)$, упрощающее интегрирование, но, с другой стороны, определение угловых скоростей вращения ω_1, ω_2 явно затруднено (о чем говорилось выше) и зависимость (74) в дальнейших расчетах по этой причине не следует учитывать (оценка (77) может оказаться достаточно грубой).

Несколько остановимся на «противоречивой природе» моделирования силы N .

С одной стороны, выше мы уже касались того положения, что реальный профиль релятивного винтового барабана (сечений в плоскости XOY) при увлечении всей массы и раскручивании ее образует направленный поток частиц, контактирующих в радиальном направлении.

С другой стороны, при заглублении $\rho = r = r_{cp} = \text{const}$, как следует из первого уравнения системы (61), должно постоянно сохраняться условие динамического равновесия (рисунок 14 а) $F_p = m \cdot (-r \cdot \dot{\varphi}^2)$, где ускорение $r \cdot \dot{\varphi}^2$, а поэтому, если исходить из этой точки зрения, моделируемая сила $N \sim \dot{\varphi}^2$ должна быть пропорциональна. Тогда как должен выглядеть коэффициент пропорциональности?

Сделаем дополнительное допущение: согласно принятому условию $\rho = r = \text{const}$ следует считать, что величина смещений вдоль радиуса r образуемых в результате контактирования шаров m_1 и m_2 , пренебрежимо мала, т.е. $|\Delta r| \ll r$ и m продолжает перемещаться вдоль окружности, оставаясь на своей траектории (рисунок 14 б). Вдоль оси вращения мы пренебрегаем также перемещениями за счет соударений.

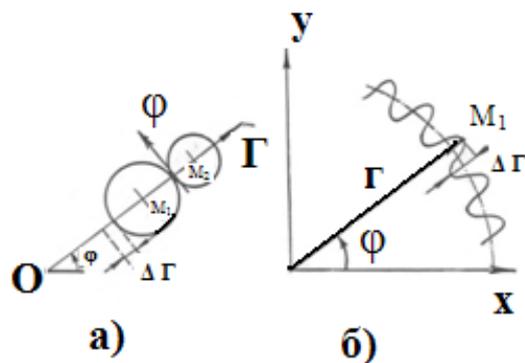


Рисунок 14- а) Схема контактирования частиц компонентов кормов
 б) Схема контактирования частиц компонентов кормов с учетом динамического равновесия

$F_{r1,2}$ – сила взаимодействия между массами m_1, m_2 вдоль направления $\vec{\Gamma}$, имеющая некоторую аналогию с рассмотренной выше силой F_r .

За момент соприкосновения τ двух масс m_1, m_2 совершается работа $F_{r1,2} \cdot \Delta r$, где перемещение $\Delta r \ll r = r_{cp}$ достаточно мало, т.е. массы m_1, m_2 по-прежнему (согласно принятой модели) после нескольких таких контактирований сохраняют движение по окружности радиуса $r = r_{cp}$.

Совершаемая работа $F_{r1,2} \cdot \Delta r \sim \dot{\varphi}^2 \cdot r \cdot \Delta r$ соприкасающихся масс m_1, m_2 на перемещении Δr оказывается пропорциональной величине, имеющий размерность квадрата скорости (m^2/c^2). С другой стороны, можно условно считать, что данная работа обуславливает потерю кинетической энергии $\Delta \omega$, равную [4]:

$$\Delta \omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot (1 - k^2) \cdot (V_1 - V_2)^2,$$

где $(V_1 - V_2)^2 \approx \dot{\varphi}^2 \cdot r \cdot \Delta r$ можно считать, если после каждого контакта m_1 «удерживается» на траектории движения. Таким образом, сопоставляя, видим, что введя некоторый эмпирический коэффициент K_β , можно принять в выражении (2.132) $K_\beta = \frac{1}{2} (1 - k^2)$ и $\Delta \omega = N \cdot \Delta r$.

Тогда

$$N = - \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot K_\beta \cdot r \cdot \dot{\varphi}^2 \quad (81)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведен анализ движения частиц компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах.

2. Выполнен обзор математических моделей применительно к движению компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах.

3. Получены зависимости для определения продольной скорости перемещения компонентов кормов и длины релятивного винтового барабана.

4. С учетом выполненного анализ контактирования частиц компонентов кормов уточнены расчетные модели движения компонентов кормов в релятивных винтовых барабанах.

Литература

1. Марченко А. Ю. Оптимизация конструктивно-расчетных параметров цилиндрических винтовых барабанов для приготовления комбикормов: дисс. канд. техн. наук / А. Ю. Марченко. – Краснодар, 2012. – 178 с.
2. Марченко А. Ю. Основы теории проектирования оборудования для приготовления концентрированных кормов в винтовых барабанах: монография / А. Ю. Марченко. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – 216 с.
3. Кузнецов Е. В. Адаптированные технологии полной утилизации отходов производства спирта для охраны сельскохозяйственных земель и водных объектов от загрязнений / Е. В. Кузнецов, А. Е. Хаджиди, Я. А. Полторак // Труды КубГАУ. – Вып. №5(44). – С. 274-277.
4. Кузнецов Е. В. Сельскохозяйственный мелиоративный комплекс для устойчивого развития агроландшафтов / Е. В. Кузнецов, А.Е. Хаджиди: монография. Краснодар: изво «ЭДВИ», 2014. –199 с.
5. Смирнов В. Н. Курс высшей математики / В. Н. Смирнов, М: Наука, т.2, 2008, –848 с.
6. Яворский Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детляя, М.: Наука, 1985.– 512 с.
7. Смирнов В. Н. Курс высшей математики / В. Н. Смирнов, М: Наука, т.3, ч.2, 2010, – С.641-643.
8. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев, М: Наука, 1986, –С.72-73.
9. Лойцянский Л. Г. Курс теоретической механики / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье, М: Наука, 2006, –720 с.
10. Физический энциклопедический словарь- М. т.1 - У, 1962-1965
11. Венцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Венцель, М: Наука, 1999, –135с.

Literature

1. Marchenko A. Yu. Optimization of constructive calculated parameters of cylindrical screw drums for preparation of compound feeds: yew. Cand.Tech.Sci. / A. Yu. Marchenko. – Krasnodar, 2012. – 178 pages.
2. Marchenko A. Yu. Bases of the theory of design of the equipment for preparation of the concentrated forages in screw drums: monograph / A. Yu. Marchenko. – Krasnodar: КубГАУ, 2014. – 216 pages.
3. Kuznetsov E. V. The adapted technologies of full recycling of production of alcohol for protection of farmlands and water objects from pollution / E. V. Kuznetsov, A. E. Hadzhidi, Ya. A. Poltorak//Trudy KUBGAU. – Vyp. No. 5(44). – Page 274-277.
4. Kuznetsov E. V. An agricultural melioratiny complex for a sustainable development of agrolandscapes / E. V. Kuznetsov, A.E. Hadzhidi: monograph. Krasnodar: publishing house of "EDVI", 2014. –199 page.
5. Smirnov V. N. Kurs of the higher mathematics / V. N. Smirnov, M: Science, t.2, 2008, – 848 pages.
6. Yavorsky B. M. Reference book on physics / B. M. Yavorsky, A. A. Detlaya, M.: Science, 1985. – 512 pages.
7. Smirnov V. N. Kurs of the higher mathematics / V. N. Smirnov, M: Science, t.3, ch.2, 2010, – Page 641-643.
8. Bronstein I. N. Reference book on mathematics / N. N. Bronstein, K. A. Semendayev, M: Science, 1986, – Page 72-73.
9. Loytsyansky L. G. Kurs of theoretical mechanics/L. G. Loytsyansky, A. I. Lurye, M: Science, 2006, –720 with.
10. The physical encyclopedic dictionary - M.T.1-U, 1962-1965
11. Ventsel E. S. Probability theory / E. S. Ventsel, M: Science, 1999, – 135s.